

<b>Zeitschrift:</b>	Bulletin de l'Association suisse des électriciens
<b>Herausgeber:</b>	Association suisse des électriciens
<b>Band:</b>	25 (1934)
<b>Heft:</b>	17
<b>Artikel:</b>	Kristallstruktur und Festigkeitseigenschaften
<b>Autor:</b>	Scherrer, P.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-1056569">https://doi.org/10.5169/seals-1056569</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

# BULLETIN

## RÉDACTION:

Secrétariat général de l'Association Suisse des Electriciens et de l'Union de Centrales Suisses d'électricité, Zurich 8

## EDITEUR ET ADMINISTRATION:

S. A. Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei, Zurich 4  
Stauffacherquai 36/40

Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et sans indication des sources

XXVe Année

Nº 17

Vendredi, 17 Août 1934

## Kristallstruktur und Festigkeitseigenschaften.

Vortrag, gehalten in der Physikalischen Gesellschaft Zürich am 4. Mai 1934,  
von Prof. Dr. P. Scherrer, Zürich.

593.3

Die einfachen Festigkeitseigenschaften der festen Körper, die phänomenologisch im wesentlichen durch das Hookesche Gesetz wiedergegeben werden, lassen sich auf Grund der Gittertheorie der festen Körper und der modernen Atommechanik verstehen. Ebenso kann die Zerreissfestigkeit unter gewissen Bedingungen richtig berechnet werden. Die Grundlage für diese Berechnungen sind die Ergebnisse der Quantenmechanik über die zwischen den einzelnen Atomen wirksamen Anziehungs- und Abstossungskräfte. Die komplizierteren Erscheinungen der Festigkeit, wie z. B. die plastische Verformung und deren Ermüdung, oder die Rekristallisation, haben noch keine theoretische Abklärung gefunden.

On peut expliquer les propriétés simples de résistance mécanique des corps solides qui découlent principalement de la loi de Hooke au moyen de la théorie de la structure en grille des corps solides ainsi que la mécanique moderne de l'atome. On peut de même, sous certaines conditions, calculer correctement la résistance à la rupture. Ces calculs reposent sur l'explication donnée par la mécanique quantique au sujet des forces d'attraction et de répulsion mutuelles entre les atomes. Les phénomènes plus compliqués de la résistance des matériaux, tels que la déformation plastique et la fatigue ou la recristallisation, n'ont pas encore trouvé d'explication théorique.

Das Problem der mechanischen Festigkeit eines Körpers, das für den Techniker beim Bau von Maschinen, Brücken usw. so grundlegend ist, erfuhr in den letzten Jahren infolge der neueren Erkenntnisse auf dem Gebiete des Atombaues eine weitgehende Abklärung. Ganz besonders trugen die Kristallstrukturanalyse mit Röntgenstrahlen und die Quantentheorie des Atombaues zu dieser Klärung bei. Trotzdem harren natürlich auch heute noch grosse Fragenkomplexe ihrer Lösung.

Erinnern wir uns zunächst der Gesetze der phänomenologischen Elastizitätstheorie: Während Flüssigkeiten nur Elastizität des Volumens zeigen, d. h. nur gegen eine Änderung des Volumens Widerstand leisten, besitzen die festen Körper auch Formelastizität, d. h. auch bei einer Änderung der Form bei gleichbleibendem Volumen treten elastische Kräfte auf.

Bei Flüssigkeiten genügt zur Charakterisierung ihrer Elastizität eine einzige Konstante  $\alpha$ , die Kompressibilität. Diese ist sehr klein (ca.  $50 \cdot 10^{-12}$  pro  $\text{kg}/\text{cm}^2$ ), kann aber doch durch besondere Apparate (Oersteds Piezometer) leicht gemessen werden. Zwischen dem Druck  $p$  und der Volumänderung  $\Delta v$  besteht der Zusammenhang:

$$\Delta v = -\alpha \cdot v \cdot p$$

Bei den festen *isotropen* Körpern genügen zwei Konstanten zur Beschreibung der Elastizität. Bei den Kristallen, d. h. bei Körpern, bei denen nicht alle Richtungen gleichwertig sind, benötigt man 3 bis 21 Elastizitätskonstanten, je nach dem Grade

ihrer Anisotropie. Bei kubischen Kristallen sind es drei Konstanten, entsprechend ihrer hohen Symmetrie. Trikline-Kristalle dagegen besitzen maximal 21 Elastizitätsmodule.

Die meisten technisch wichtigen Materialien sind als kristallinisches Haufwerk im groben isotrop. Wir beschäftigen uns daher zunächst nur mit diesen Körpern. Ihr elastisches Verhalten wird, wenn die Kräfte nicht zu gross sind, durch das Hookesche Gesetz charakterisiert. Ein gerader prismatischer Körper von der Länge  $l$  erleidet bei Zug eine Ver-

längerung  $\Delta l$ . Die spezifische Dehnung  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$  ist proportional der Spannung  $\sigma = \frac{K}{F}$ , d. h. der Kraft pro Flächeneinheit. Es gilt

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \sigma$$

Diese erste Elastizitätskonstante  $E$  nennt man den Elastizitätsmodul. Nun tritt aber bei Zug in der Längsrichtung neben der Verlängerung auch eine Kontraktion  $\Delta b$  in der Querrichtung auf. Diese Querkontraktion ist proportional der spezifischen Dehnung. Ist  $b$  die Breite des Stabes, so ist:

$$\frac{\Delta b}{b} = -m \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

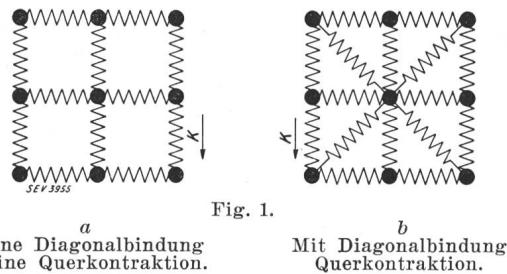
$m$  ist eine zweite für ein bestimmtes Material charakteristische elastische Konstante. Man nennt  $m$

die «Poissonsche» Zahl, und es lässt sich zeigen, dass stets

$$0 \leq m \leq \frac{1}{2}$$

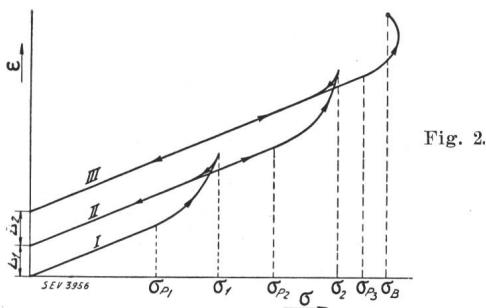
sein muss.

Die Querkontraktion ist eine Folge der sogenannten Diagonalbindung der Atome. In Fig. 1a und b sind zwei Gitter dargestellt. Die Bindungs Kräfte zwischen den Atomen sind roh durch Federn



angedeutet. Nur das Gitter der Fig. b mit den Diagonalbindungen kann bei Zug in der Pfeilrichtung eine Querkontraktion erleiden.

Ein Ziehversuch an weichem Cu-Draht zeigt den Zusammenhang zwischen Kraft und Dehnung. In Fig. 2 ist die Dehnung  $\epsilon$  als Funktion von  $\sigma$  dargestellt. Gehen wir aus von der Dehnung  $\epsilon = 0$  und vergrössern wir die Spannung  $\sigma$ , so bewegen wir uns auf der Kurve I. Diese verläuft entsprechend dem linearen Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung nach dem Hookeschen Gesetz praktisch geradlinig. Wird die Spannung wieder Null,



so verschwindet auch die Dehnung, d. h. in diesem Gebiete ist die Deformation mit grosser Annäherung reversibel. Hat aber die Spannung den Wert  $\sigma_{P_1}$  erreicht, so wächst die Deformation schneller als proportional. Die Gültigkeitsgrenze des Hookeschen Gesetzes ist erreicht; es tritt plastische Verformung ein. Belasten wir bis zur Spannung  $\sigma_1$  und nehmen wir hierauf die Spannung weg, so bleibt eine dauernde Deformation  $\Delta_1$  zurück. Beginnen wir nun den Versuch von neuem, so gilt wiederum das Hookesche Gesetz (Kurve II), aber die Proportionalitätsgrenze  $\sigma_{P_2}$  liegt viel höher als beim ersten Versuch. Durch die plastische Verformung tritt eine «Verfestigung» des Materials ein. Belasten wir wieder über  $\sigma_{P_2}$  hinaus, so ergibt sich neuerdings Verformung und noch stärkere Verfestigung. Diese

Verformung lässt sich wiederholen, bis schliesslich bei  $\sigma_B$  Bruch des Drahtes eintritt.

Das sind die Resultate der phänomenologischen experimentellen Betrachtung, und wir wollen nun versuchen, sie auf Grund der atomistischen Struktur der Materie zu verstehen. Ueber den grossen Komplikationen, die dem Ingenieur z. B. bei den Vorgängen der Reckung und Kaltverformung der Metalle entgegentreten, hat er oft das Zentralproblem, das allen Festigkeitsfragen zugrunde liegt, völlig aus den Augen verloren, nämlich die Frage nach der Festigkeit des Einzelkristalles, die ihrerseits bedingt ist durch die Kräfte zwischen den Atomen, welche den Kristall aufbauen.

Die Strukturanalyse mit Röntgenstrahlen hat gezeigt, dass bei fast allen festen Körpern die Atome in Kristallgittern angeordnet sind, und dass die meisten technisch wichtigen Materialien ein regelloses Haufwerk mehr oder weniger grosser Einzelkriställchen bilden. Seltener hat der Ingenieur es mit amorphen festen Körpern zu tun, wie im Falle von Glas, Leim und ähnlichen Stoffen. Man wird daher zweckmässigerweise erst versuchen, die Probleme der Festigkeit an einem Einzelkristall zu verstehen. Die elastischen Kräfte sind ja nichts anderes als die Anziehungs Kräfte der Atome im Gitterverband. Oft sind es dieselben Kräfte, welche die chemische Bindung bewirken, oft sind es auch Molekularkräfte, wie wir sie bei der Kapillarität sehen.

Man unterscheidet folgende Hauptgittertypen: Ionengitter (Beispiel: NaCl, CaF<sub>2</sub>), Atomgitter (Diamant, BN, SiO<sub>2</sub>), Molekülgitter (CO<sub>2</sub>) und Metallgitter (Cu, Ag, Au, Fe). — Die Ionengitter besitzen als Bausteine abwechselnd positiv und negativ geladene Ionen. — Ebenso lässt sich das Metallgitter als Ionengitter spezieller Art auffassen. Es sind hier die freien Leitungselektronen in das Gitter eingelagert. — Das Atomgitter besitzt als Bausteine gleiche ungeladene Atome. Die Kräfte, die zwischen diesen gleichen Atomen auftreten, lassen sich heute auf Grund der modernen Quantenmechanik verstehen. — Das Molekülgitter schliesslich ist aus Molekülen, also Atomkomplexen aufgebaut. Die Kräfte zwischen diesen Bausteinen sind die van der Waalsschen Kräfte, also die gleichen, die bei den Gasen die Abweichung vom klassischen Gasgesetz bewirken. Zwischen diesen Grundtypen gibt es auch Zwischenformen.

Am leichtesten zu verstehen ist wohl das Ionengitter. Wir wählen daher als Prototyp für unsere Ueberlegungen das einfache Gitter des NaCl. Dass die Bausteine des NaCl-Gitters tatsächlich Ionen sind, weiss man aus den Resultaten der Röntgenanalyse. Die Intensitätsverteilung der Röntgeninterferenzen hängt ab von der Elektronenverteilung im Atom und man kann die mit jedem Ion verbundene Elektronenzahl mit Röntgenstrahlen auszählen. Ferner kann man die + und - Bestandteile des Gitters in einem elektrischen Wechselfeld (z. B. Licht) gegeneinander schwingen lassen. Bei einer bestimmten Frequenz, der sogenannten «Reststrahlenfrequenz», tritt Resonanz ein, was

sich in einer starken Absorption der Wellen dieser Frequenz äussert. Bei gewissen Kristallen treten auch durch äusseren Druck oder durch Erwärmung (Piezo- und Pyroelektrizität) elektrische Ladungen in Erscheinung, die ebenfalls eine Folge der Ionen-natur der Gitterbausteine sind.

Die Quantentheorie ist heute so weit entwickelt, dass sie eine völlig detaillierte Beschreibung des Atoms gestattet und dass mit ihr auch die Wechselwirkung der Atome im Raumgitter genau berechnet werden kann. Es ist beispielsweise gelungen, die Gitter der Alkalihalogenide (Atomanordnung und Atomabstände) zu berechnen, wobei keinerlei unbekannte Parameter, sondern nur die Naturkonstanten: Elektronenladung und -masse, Plancksche Konstante und Ordnungszahl der Atome in die Rechnung eingehen (Hylleraas u. a.).

Wir gehen hier viel einfacher vor, indem wir direkt von dem aus quantentheoretischen Überlegungen sich (in erster Näherung) ergebenden Ausdruck für die Kraft zwischen zwei Atomen ausgehen. Für zwei sich im Abstand  $r$  gegenüberstehende, entgegengesetzt geladene Ionen mit der Ladung  $e$  lässt sich die Kraft vereinfacht mit sehr guter Näherung durch folgenden zweigliedrigen Ausdruck darstellen ( $b$  und  $n$  sind Konstanten):

$$K = -\frac{e^2}{r^2} + \frac{b}{r^n}$$

In Wirklichkeit ergibt sich ein Exponentalausdruck, der sich angenähert in dieser Potenzform schreiben lässt. Der erste negative Summand stellt die klassische Coulombsche Anziehung der Ionen dar. Der zweite Summand bedeutet eine Abstossungskraft. Diese nimmt wegen des grossen Wertes von  $n$  (ungefähr 10) bei grossem  $r$  sehr viel rascher ab als die Anziehung. In grosser Entfernung ziehen sich die beiden + und — geladenen Ionen wie zwei gewöhnliche Punktladungen an. Geht man aber zu kleineren Abständen über, so macht sich die Abstossung der Ionen immer mehr geltend. Die Abstossung lässt sich auf Grund folgender Überlegung leicht verstehen: Wir wissen heute, dass der Atomkern nicht von punktförmigen Elektronen, sondern von einer räumlich ausgedehnten negativen Elektrizitätswolke umgeben ist, die gegen äussere Einflüsse nach der Quantenmechanik stabil ist. Nehmen wir an, es bewege sich eine positive Punktladung aus grosser Entfernung gegen ein negatives Ion. Weil das negative Ion einen Ueberschuss an negativer Ladung besitzt, werden sich die beiden Teilchen in grosser Entfernung sicher anziehen. Wenn aber das positive Teilchen in die negative Elektronenwolke des Ions eindringt, werden die Verhältnisse anders. Nach den Gesetzen der Elektrostatisik ist im Innern einer geladenen Hohlkugel die elektrische Feldstärke gleich Null. Dringt das positive Teilchen immer tiefer in die Elektronenwolke ein, so wird die Wirkung der Elektronenwolke immer geringer, weil der für die Anziehung wirksame Teil derselben immer geringer wird. Da-

gegen macht sich bei kleiner werdendem Abstand die Abstossung des positiven Kernes auf die sich nähernende positive Ladung immer mehr bemerkbar, so dass schliesslich die Abstossung die Anziehung überwiegt.

Fig. 3 zeigt den Verlauf des Kraftgesetzes. Die punktierten Kurven stellen die beiden Summanden, die ausgezogene deren Summe dar. Die beiden Konstanten  $b$  und  $n$  des Abstossungsteiles lassen sich nach der Quantenmechanik berechnen. Für NaCl findet man z. B.  $n = 10$  und  $b = 6,4 \cdot 10^{-19}$  absolute Einheiten.

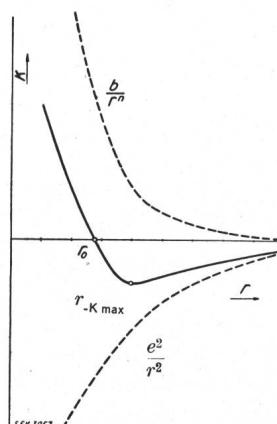
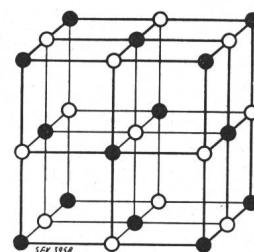


Fig. 3.

Fig. 4.  
○ Na ● Cl

Haben wir statt eines einzelnen Ionenpaars nun einen Kristall aus vielen positiven und negativen Ionen vor uns, so muss diese gegenseitige Kraft wegen der Wirkung der benachbarten gleichnamigen Ionen offenbar etwas kleiner sein. Nach der Rechnung von Madelung ergibt sich für diesen Verkleinerungsfaktor (Madelungscher Faktor) beim NaCl-Gitter (Fig. 4)

$$\alpha = 0,2905$$

so dass das Kraftgesetz für ein im Gitter eingebautes Ionenpaar beim NaCl-Typ lautet:

$$K = \left( -\frac{e^2}{r^2} + \frac{b}{r^n} \right) 0,2905$$

Hieraus lässt sich sofort die Gleichgewichtslage der Ionen berechnen. Bei der Gleichgewichts-Entfernung  $r_0$  muss ja  $K = 0$  sein. Wir finden für  $r_0$

$$r_0 = \sqrt[n-2]{\frac{b}{e^2}}$$

Dieser theoretisch ermittelte Wert steht mit dem aus der Röntgenanalyse bekannten Wert  $r_0 = 2,814 \cdot 10^{-8}$  in sehr guter Uebereinstimmung.

Mit Hilfe des Kraftgesetzes lässt sich die Gitterenergie für den NaCl-Typ berechnen. Das ist diejenige Arbeit, welche man braucht, um das Gitter vollständig in seine Bestandteile, d. h. in + und - Ionen aufzulösen. Für die Trennung eines Ionen-paars ist die Arbeit nach unserem Ansatz:

$$u_0 = \int_{r_0}^{\infty} K(r) dr = \left( \frac{e^2}{r_0} - \frac{1}{(n-1)} \frac{b}{r_0^{n-1}} \right) 0,2905$$

oder wenn man  $b$  aus der Gleichung für  $r_0$  berechnet

$$u_0 = \frac{e^2}{r_0} \left( \frac{n-2}{n-1} \right) 0,2905$$

Ein Mol des Kristalles enthält  $N$  Ionenpaare. Jedes Ion ist von 6 anderen, umgekehrt geladenen Ionen umgeben, so dass die Arbeit pro Mol  $6 N u_0$  wird. Die Gitterenergie ist somit:

$$U = 6 N \frac{e^2}{r_0} \left( \frac{n-2}{n-1} \right) 0,2905$$

Für NaCl ergibt sich

$$U_{mol} = 181 \text{ kcal}$$

Die Gitterenergie kann aber auch experimentell bestimmt werden. Denken wir uns folgenden Kreisprozess (Born-Haberscher Kreisprozess) ausgeführt: Wir zerlegen den NaCl-Kristall in gasförmiges Cl<sub>2</sub> und festes Na; hierzu braucht man als Arbeit die bekannte chemische Bildungswärme  $Q_{NaCl}$ . Ferner zerlegen wir das Cl<sub>2</sub>-Gas in das atomare Cl, wobei wir die Dissoziationswärme  $\frac{1}{2} D_{Cl_2}$  brauchen. Hierauf ionisieren wir die beiden Gase, die Ionisationsarbeiten  $J_{Na}$  und  $J_{Cl}$  sind aus den Grenzen der Linienspektren oder nach der Elektronenstossmethode von Franck und Hertz bestimmbar. Schliesslich bilden wir aus den Ionen wieder den NaCl-Kristall, wobei wir Arbeit vom Betrag der negativen Gitterenergie leisten müssen. Anfangs- und Endzustand des Prozesses sind festes NaCl, und da die einzelnen Schritte reversibel sind, so muss die Gesamtarbeit Null sein, also:

$$Q_{NaCl} + \frac{1}{2} D_{Cl_2} + J_{Na} + J_{Cl} - U = 0$$

Da in dieser Gleichung ausser  $U$  alle Grössen experimentell genau bestimmt sind, so ergibt sich für

$$U = 182 \text{ kcal}$$

Dieser Wert steht in ausgezeichneter Uebereinstimmung mit dem theoretischen. Ebenso gut sind die Resultate bei allen anderen Alkalihalogeniden.

Aus dem Kraftgesetz lässt sich auch leicht die Kompressibilität  $\kappa$  ermitteln oder der Elastizitätsmodul berechnen. Offenbar können wir leicht die kleine Kraft ermitteln, die bei einer kleinen Verschiebung der Ionen aus der Gleichgewichtslage  $r_0$  auftritt.

Entwickeln wir das Kraftgesetz nach steigenden negativen Potenzen von  $r - r_0 = \Delta r$  und drücken wir  $b$  wieder durch  $r_0$  aus, so folgt für  $K$  in der Nähe von  $r_0$  bei Vernachlässigung höherer Potenzen von  $\Delta r$ :

$$\begin{aligned} K(r_0 + \Delta r) &= K(r_0) + \left( \frac{dK}{dr} \right) \Delta r + \dots \\ &= - \frac{e^2}{r_0^3} (n-2) \cdot 0,2905 \Delta r \end{aligned}$$

Die Arbeit, die man benötigt, um ein Ionenpaar aus dem Abstand  $r_0$  auf den Abstand  $r - \Delta r$  zu bringen, lautet daher

$$A_0 = - \int_{r_0}^{r_0 + \Delta r} K \cdot dr = \frac{e^2}{r_0^3} (n-2) 0,2905 \frac{\Delta r^2}{2}$$

Zur Kompression eines Mols wird wiederum diese Arbeit  $6N$ -mal benötigt, wenn  $N$  die Zahl Ionenpaare pro Mol ist.

$$A = \frac{6N}{2} (n-2) 0,2905 \frac{e^2}{r_0^3} \Delta r^2$$

Das Volumen  $r_0^3$  enthält ein Ion oder ein halbes Ionenpaar. Da wir im Kristall  $N$  Ionenpaare haben, so ist das Volumen des Kristalles vor der Kompression

$$V_0 = 2 r_0^3 N$$

bzw.  $V = 2(r_0 - \Delta r)^3 \cdot N$  nach der Kompression. Die Volumenänderung  $\Delta v$  ist somit

$$\begin{aligned} \Delta v &= V_0 - V \\ &= 2N(+3r_0^2 \Delta r - 3r_0 \Delta r^2 - \Delta r^3) \sim 6Nr_0^2 \Delta r \end{aligned}$$

wenn  $\Delta r \ll r_0$ .

Hieraus folgt:

$$A = \frac{(n-2) \cdot 0,2905}{12N} \cdot \frac{e^2}{r_0^3} \cdot \Delta v^2$$

Ist  $p$  der Enddruck der auf den Kristall ausgeübt wird, so ist diese Arbeit:  $A = \frac{p \cdot \Delta v}{2}$ , da ja der

Druck bei der Kompression von 0 auf  $p$  anwächst. Gleichsetzung der beiden Ausdrücke für die Kompressionsarbeit ergibt:

$$\begin{aligned} p &= - \frac{(n-2) \cdot 0,2905}{6N} \cdot \frac{e^2}{r_0^7} \cdot \Delta v \\ &= - \frac{(n-2) \cdot 0,2905}{3V_0 r_0^4} e^2 \Delta v \end{aligned}$$

Nach der Definition von  $\kappa$  ist:

$$\Delta v = -\kappa V_0 \cdot p;$$

so dass also

$$\kappa = \frac{3r_0^4}{(n-2) \cdot 0,2905 \cdot e^2}$$

Hieraus findet man für Kochsalz  $\kappa_{NaCl} = 4,1 \cdot 10^{-12}$ /Dyn, während experimentell  $\kappa_{NaCl} = 3,6 \cdot 10^{-12}$ /Dyn festgestellt wurde. Auch hier ist die Uebereinstimmung bei allen Alkalihalogeniden mit Rücksicht auf die benutzte Näherung als sehr gut zu bezeichnen.

Wir wollen weiter auch die Zerreissfestigkeit des Kristalls berechnen. Aus Fig. 3 sieht man, dass bei  $r = r_{K_{\max}}$  die Kohäsion ihren maximalen Wert  $K_{\max}$  annimmt. Bei dieser Belastung tritt das Zerreissen des Kristalles ein. Das Maximum der Kraft ist durch die Gleichung

$$\left( \frac{\partial K}{\partial r} \right)_{r_{K_{\max}}} = 0$$

gegeben. Hieraus folgt:

$$r_{K_{\max}} = \sqrt[n-2]{\frac{n}{2}} r_0 = 1,22 r_0, \text{ d. h. die spezifische Verlängerung des Kristalles sollte im Moment des Reissens } 22\% \text{ betragen.}$$

Für die Zerreissfestigkeit finden wir:

$$\frac{K_{\max}}{F} = \sigma_z = 15\,000 \text{ kg/cm}^2.$$

Experimentell findet man ohne Anwendung spezieller Vorsichtsmassregeln

$$\sigma_z = 50 \text{ kg/cm}^2$$

Hier scheint also auf den ersten Blick die Theorie völlig zu versagen. Indessen gelingt es doch, durch geeignete Vornahme der Versuche die theoretisch geforderten Werte für die Zerreissfestigkeit zu erhalten.

Zunächst lässt sich die *Zerreissarbeit* berechnen: Nach dem Zerreissen haben die beiden Kristallstücke zusammen eine grössere Oberfläche als das ursprüngliche Stück. Bekanntlich erfordert die Vergrösserung der Oberfläche eines Körpers wegen der Oberflächenspannung stets Arbeit. In unserem Falle hat die Oberflächenzunahme eine Arbeit von der Grösse  $A = \alpha \cdot 2O$  erfordert, wenn  $\alpha$  die Oberflächenspannung und  $O$  die Oberflächenzunahme jedes Teilstückes ist. Andererseits lässt sich diese Zerreissarbeit aus den gegenseitigen Kräften der Atome sofort berechnen

$$A = \alpha \cdot 2 O = O \int_{r_0}^{r_{\max}} \sigma(r) dr.$$

Die Oberflächenspannung  $\alpha$  lässt sich zwar nicht sehr genau bestimmen. Man erhält ihren Wert durch Extrapolation aus Messungen an geschmolzenem NaCl. Der aus dieser Ueberlegung berechnete Wert für die Zerreissfestigkeit entspricht im Gegensatz zum gewöhnlichen Zerreissversuch genau dem theoretisch geforderten Wert. Dieses Resultat spricht wieder für die Richtigkeit der Theorie.

Der Grund der gegenüber der theoretischen dreihundertmal kleineren Reissfestigkeit des Kristalles ist in zwei Umständen zu suchen: Einmal tritt vor dem Zerreissen plastische Verformung ein, andererseits sind nach den Untersuchungen von Griffith und Smekal mikroskopisch kleine Risse in der Oberfläche und im Innern für das zu frühe Reissen verantwortlich. Durch solche Risse wird bei einer Dehnung der Spannungszustand des Kristalles, wie eine Untersuchung im polarisierten Licht zeigt, sehr

stark inhomogen, indem am Grunde einer Kerbe die mechanische Spannung anomal hohe Werte annimmt. Für einen ellipsenförmigen Riss von der Halbaxe  $a$  und dem kleinsten Krümmungsradius  $q$  z. B. wird die maximale Spannung

$$\sigma = \sigma_0 \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{a}{q}}$$

wo  $\sigma_0$  die angelegte mittlere Spannung bezeichnet. Joffé ist es gelungen, den Einfluss dieser Sprünge zu beseitigen, indem er den Zerreissversuch unter Wasser vornahm. Hierdurch werden die kleinen Oberflächensprünge unwirksam gemacht und man erhält für die Zerreissfestigkeit Werte, die den theoretischen Wert erreichen. Wir sehen also, dass die Theorie die wesentlichsten Festigkeitseigenschaften des Kristalles quantitativ wiedergeben kann. Leider umfasst unsere Theorie noch nicht die Erscheinungen der plastischen Verformung und damit nicht denjenigen Zerreissprozess, welcher den Techniker hauptsächlich interessiert. Offenbar kommt aber der plastischen Deformation als Vorstufe des Zerreissens die wesentliche Rolle zu. Bei Quarz z. B., wo keine plastische Verformung auftritt, beobachtet man bei Vermeidung von Oberflächenrissen eine sehr grosse Zerreissfestigkeit. Das Zerreissen tritt bei Ueberschreitung einer gewissen Spannung explosionsartig ein, wie man das ja aus dem Verlauf des Kraftgesetzes beim Ueberschreiten des Maximums erwarten muss.

Phänomenologisch besteht die plastische Aenderung (Verformung, Fliessen) in einer irreversiblen Deformation des Materials. Die plastische Verformung von Einkristallen zeigt, dass es sich bei diesem Vorgang hauptsächlich um ein Gleiten des Materials längs gewisser ausgezeichnetner kristallo-



Fig. 5.  
a: Unverformt. b: Verformt durch Gleitung. c: Verformt durch Zwillingsbildung.

graphischer Ebenen handelt oder aber um sogenannte Translation oder Zwillingsbildung. Beim letzteren Prozess geht ein Teil des Kristallgitters in eine zur ursprünglichen spiegelbildliche Stellung über (Fig. 5). Diese beiden Elementarvorgänge sind sehr genau studiert worden. So kann z. B. das Gleiten vom Standpunkt der Gittertheorie der Kristalle leicht verständlich gemacht werden. Es sei in Fig. 6 ein Stück eines NaCl-Kristalles dargestellt.

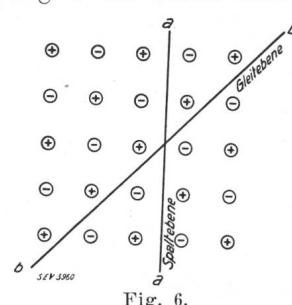


Fig. 6.

Die + bzw. —Punkte bedeuten die Na- bzw. Cl-Ionen. Sucht man die beiden Kristallhälften in der Richtung  $a-a$  gegeneinander zu verschieben, so wird nach einer gewissen Verschiebung +Ion gegenüber —Ion stehen. Die beiden Teile des Kristalles

stossen sich ab und der Kristall verliert seinen Zusammenhalt. Man sieht so, dass  $a-a$  die Richtung der besten Spaltbarkeit darstellt. Verschiebt man dagegen längs der Richtung  $b-b$ , also unter  $45^\circ$ , gegen die Spaltebene, so wird immer ein  $-$ -Ion gegenüber  $+$ -Ion stehen. In dieser Richtung ist also Gleitung ohne Kohäsionsverlust möglich. Es ergibt sich, dass die Gleitrichtungen immer die Richtungen mit grösster linearer Atomdichte sind.

Makroskopisch kann das Gleiten sehr gut an Metalleinkristallen beobachtet werden. Es zeigt sich dabei, dass ein Draht von kreisförmigem Querschnitt zu einem bandförmigen verformt wird. Deutlich erkennt man die Gleitlinien (Fig. 7). Dabei tritt Verfestigung des Kristalles ein, wie dies

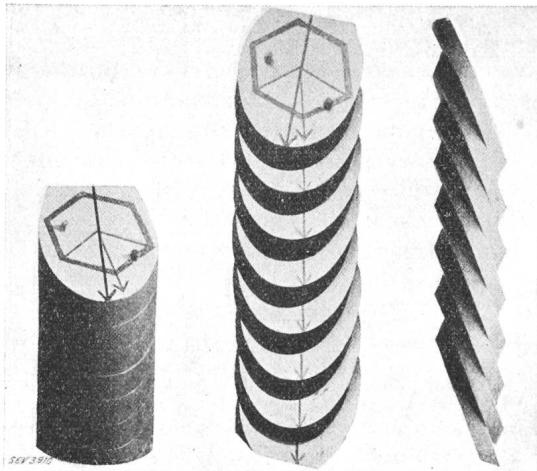


Fig. 7.

schon früher betont wurde. Die Verfestigung tritt bei allen Gleitebenen ein, nicht nur bei den gerade aktiven. Weitere Aufschlüsse über die Vorgänge bei der plastischen Verformung erhalten wir aus den Röntgenbildern.

Untersuchen wir einen Kristall während des Deformationsvorganges mit Röntgenstrahlen, so ergibt sich folgendes: Innerhalb der Proportionalitätsgrenze ist der Einfluss der Deformation auf das Röntgenbild sehr gering und nur durch die kleinen Änderungen der Gitterkonstanten und der Symmetrie bedingt, welche durch die Spannungen hervorgerufen werden. Ueberschreitet man die Proportionalitätsgrenze, so dass Gleitung eintritt, so tritt diese plastische Formänderung z. B. im Laue-Diagramm unmittelbar sehr stark zutage. Ganz scharf, sofort mit dem Ueberschreiten der Proportionalitätsgrenze, tritt sogenannter «Asterismus» auf, d. h. die Laue-Punkte werden zu Strichen ausgezogen (Fig. 8). Diesen Asterismus beobachtet man natürlich auch an unbelasteten Kristallen, wenn diese früher einer plastischen Verformung unterworfen waren.

Die Diskussion der Röntgendiagramme ergibt, dass die plastische Veränderung in mehreren Schritten vor sich geht: Zunächst haben wir eine ganz kurze Periode reiner Schiebung, welche sogar rückgängig gemacht werden kann. Dann ist mit weiterer

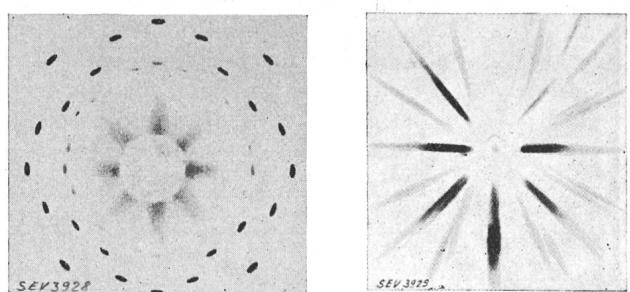


Fig. 8.  
 $a$  Unverformt  
 $b$  Verformt  
 (nach Mark und Leonhardt).

Gleitung ein Aufbrechen des Kristalles in sehr viele Mikrokristalle verbunden, ohne dass der Zusammenhang des Körpers verloren geht und ohne dass bei durchsichtigen Kristallen die Durchsichtigkeit leidet. Der Asterismus zeigt, dass diese kleinen Blöcke sich innerhalb gewisser Winkelbereiche um bestimmte, zu den Gleitrichtungen festliegende Achsen drehen. Bei hohem Deformationsgrad kann Faserstruktur, d. h. eine Orientierung der Kristallblöcke nach einer Vorzugsrichtung, auftreten.

Wie durch diese Prozesse die Verfestigung des Materials bewirkt wird, ist heute noch nicht bekannt. Die Verfestigung hängt ab von der Grösse der Kristallkörper, und zwar ist sie umgekehrt proportional dem Quadrat des mittleren Korndurchmessers.

Die Verfestigung zeigt eigenartige Ermüdungserscheinungen. Es ist bekannt, dass oft ein verfestigtes Material nach längerer Belastungsdauer plötzlich zerstört, trotzdem im Röntgendiagramm keinerlei Änderungen zu beobachten sind. Man vermutet daher, dass bei der Ermüdung die einzelnen Kristallblöcke den Zusammenhang verlieren, wodurch submikroskopische Risse entstehen, von denen der Bruch ausgeht.

Erwärmst man ein verfestigtes Material, so tritt bei einer bestimmten Temperatur Entfestigung ein. Diese Entfestigung zeigt sich im Röntgendiagramm nicht, so dass sie nicht mit einer Umordnung der Kristallite verbunden ist. Leider kennen wir bis heute den genauen Mechanismus dieses Entfestigungsvorganges nicht. Bei hoher Temperatur erhalten wir Rekristallisation des Materials, d. h., ausgehend von einem bestimmten Mikrokristall, findet eine Neubildung des Kristallgitters statt, welche, über alle Korngrenzen hinwegschreitend, bei passender Wahl der Versuchsbedingungen zu einem neuen, völlig intakten Einzelkristall führen kann.

Während also die einfachen Festigkeitserscheinungen, wie das Hookesche Gesetz, heute durch die Gittertheorie vollständig erklärt sind, bietet die Theorie der plastischen Verformung noch grosse Schwierigkeiten. Offenbar müssen wir noch Kräfte berücksichtigen, welche wie die Kräfte zwischen den einzelnen Gitterblöcken theoretisch schwer zu fassen sind. Die wirklichen Kristalle stellen ja nur sehr selten ideale Gitter dar. Fast immer sind sie

sogenannte Realkristalle, d. h. sie sind schon in kleine Blöcke aufgespalten, die sehr wenig (ca. 2') aus der idealen Lage verdreht sind. Diese sogenannte Mosaikstruktur und die Wechselwirkungen der einzelnen Blöcke müssen daher noch weit-

gehend untersucht werden, um zu einer Klärung aller Fragen der Festigkeit zu gelangen. Ansätze in dieser Richtung liegen von verschiedenen Seiten vor, haben aber noch keine definitive Abklärung gebracht.

## Statische Starkstromkondensatoren.

Von A. Imhof, Zürich-Altstetten.

621.319.4

*Innert weniger Jahre sind die Starkstromkondensatoren zu einem technisch hochentwickelten Apparat geworden, der ausserordentlich rasch Eingang in die Verbraucheranlagen elektrischer Energie gefunden hat. Während über die Verwendung der Kondensatoren zur Verbesserung des Leistungsfaktors schon viel geschrieben wurde, weiss die Literatur über die Kondensatoren an sich noch verhältnismässig wenig zu berichten. Der Grund liegt zweifelsohne in der Neuheit der Kondensatortechnik, die, um nicht die Konkurrenz zu belehren, über oberflächliche Darstellungen nicht hinausgehen durfte. Auch die hier folgenden Darstellungen müssen sich noch eine gewisse Beschränkung auferlegen, dürfen aber da und dort über das bisher publizierte hinausgehen.*

*En quelques années les condensateurs à courant fort se sont développés au point à former maintenant des appareils perfectionnés dont l'utilisation dans les installations des consommateurs d'énergie électrique a pris un essor insoupçonné. Tandis que la littérature technique foisonne d'articles sur l'utilisation des condensateurs pour l'amélioration du facteur de puissance, on ne trouve que relativement peu d'indications sur les condensateurs eux-mêmes. Cette lacune est sans doute due à ce que la technique du condensateur est toute récente et que les fabricants, pour ne pas livrer leurs secrets à la concurrence, s'en sont tenus à quelques descriptions superficielles. Quoique l'auteur ait encore dû s'imposer quelques restrictions, les lignes qui suivent dépassent cependant en quelques points ce qui a été publié jusqu'à présent.*

### Dielektrika.

Das aktive Dielektrikum spielt bei keinem Apparat die so ausschlaggebende Rolle wie beim Kondensator; von dessen Qualität und Dimensionierung hängt die Güte des Kondensators in erster Linie ab. Kein Gebiet der Starkstromtechnik stellt so hohe Anforderungen an ein Isoliermaterial wie der Kondensatorbau, müssen doch in grösseren Kondensatoren viele Quadratkilometer einer Isolierschicht von wenigen hundertstel Millimeter Dicke fehlerlos sein, ja weiterhin ununterbrochen eine sehr hohe elektrische Festigkeit aufweisen.

Während bei Kondensatoren kleiner Kapazität als Dielektrikum verschiedene Isolierstoffe, so namentlich Glimmer, Glas, Porzellan, Hartpapier, Öl, Luft angewandt werden, kommen für Kondensatoren grosser Kapazität (mit Ausnahme der Elektrolytkondensatoren) nur Stoffe in Betracht, die in Folien erhältlich sind, vor allem imprägnierte Papiere. In einer früheren Entwicklungsstufe spielten auch Filme auf der Basis der Acetylcellulose eine Rolle, die sich leicht durch chemische Prozesse versilbern lassen und so mit dicht anhaftenden Elektroden versehen werden können. Auch lassen sich Papiere mit Azetylcellulose imprägnieren und in gleicher oder ähnlicher Weise metallisieren wie die Filme selber. Für den Gebrauch in Luft sind solche Filme jedoch zu hygrokopisch. Die Paraffinierung verzögert nur das Eindringen von Feuchtigkeit, sie vermag es nicht zu verhindern. Ein Nachteil ist auch die starke Abnahme der elektrischen Festigkeit mit steigender Temperatur.

Papier ist an sich für Kondensatoren kein Isolator genügender Durchschlagsfestigkeit; zudem ist es sehr hygrokopisch. Indes war vom Kabelbau her bekannt, dass Papiere, wenn sie mit geeigneten Imprägniermassen oder Öl imprägniert werden, ausgezeichnete Dielektrika ergeben. Fig. 1 zeigt mit Gleichspannung und 50periodiger Wechselspannung gemessene Minuten-Durchschlagsfestigkeiten

an imprägnierten Feinpapieren in Funktion der Dicke. Je feiner die einzelnen Papiere sind, desto näher gehen die Kurven durch den Nullpunkt des Koordinatensystems. Die Werte gelten für Papiere, die von Feuchtigkeit vollständig befreit und mit Mineralöl imprägniert sind; sie sind zwischen Kugeln und alternativ zwischen aufgelegten Metallfolien gemessen, Messdauer 1 min. Fig. 2 (Kurve 1) zeigt, wie sehr die Festigkeit für sehr kurze Beanspruchungsdauer ansteigt und welchen Grenzwert

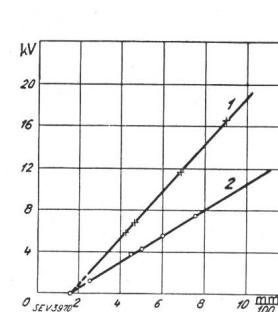


Fig. 1.  
An fertigen Wickelelementen gemessene Durchschlagsfestigkeiten imprägnierter Feinpapiere in Funktion der Dicke.  
1. mit Gleichspannung,  
2. mit 50periodiger Wechselspannung.

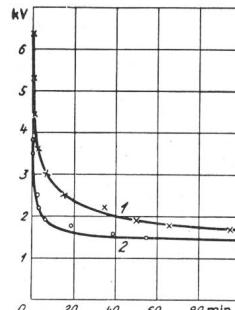
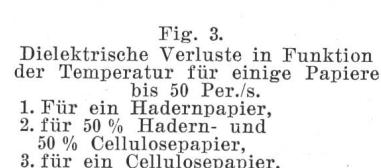


Fig. 2.  
Durchschlagsspannung (1) und Gasspannung (2) in Funktion der Belastungszeit.

sie bei langer Dauer annimmt — bei neuem Dielektrikum! Kurve 2 darf indes nicht überschritten werden; sie stellt die «Gasspannung» in Funktion der Zeit dar, d. h. diejenige Spannung, bei welcher Gas aus den Wickeln entweicht<sup>1)</sup>. Diese kann auch



<sup>1)</sup> Siehe Bull. SEV 1933, Nr. 20, S. 491.