**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens

Herausgeber: Association suisse des électriciens

**Band:** 24 (1933)

**Heft:** 16

**Artikel:** Die Form der Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes nach

den Sätzen und Entwürfen des Ausschusses für Einheiten und

Formelgrössen (AEF)

Autor: Landolt, Max

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-1057247

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF: 27.11.2025** 

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

## ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

# BULLETIN

RÉDACTION:

Secrétariat général de l'Association Suisse des Electriciens et de l'Union de Centrales Suisses d'électricité, Zurich 8 EDITEUR ET ADMINISTRATION:

Fachschriften · Verlag & Buchdruckerei S. A., Zurich 4 Stauffacherquai 36/38

Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et sans indication des sources

XXIVe Année

Nº 16

Vendredi, 4 Août 1933

## Die Form der Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes nach den Sätzen und Entwürfen des Ausschusses für Einheiten und Formelgrössen (AEF).

Von Prof. Max Landolt, Winterthur.

Es wird angegeben, wie einige Grundgleichungen der Elektrizitätslehre nach den Sätzen und zwei neueren Entwürsen des AEF, dem auch zwei Vertreter des SEV als Mitglieder angehören, lauten. Im Gegensatz dazu werden sie auch in der klassischen Formulierung geschrieben. Auf den Vorteil der rationalen Schreibweise wird hingewiesen.

L'auteur expose quelques équations fondamentales de l'électricité, sous la forme que leur donnent les directives et deux projets récents de l'AEF et donne, à titre de comparaison leur notation classique usuelle, appuyant sur les avantages de la notation rationnelle.

Der AEF (Ausschuss für Einheiten und Formelgrössen, Berlin) befasst sich seit mehreren Jahren unter anderm mit der Definition der elektrischen und magnetischen Grössen 1). Kürzlich veröffentlichte er seinen Satz 14: «Schreibweise physikalischer Gleichungen»<sup>2</sup>), sowie die Entwürfe 34: «Magnetische Grössen» 3) und 39: «Grössen des elektrischen Feldes» 4), die in Ergänzung früherer Sätze<sup>5</sup>) die Formulierung der Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes betreffen.

Für das magnetische Feld wird in Entwurf 34 die magnetische Induktion definiert als der Proportionalitätsfaktor, der in dem Ansatz

auftritt, der zur Berechnung der Elektrizitätsmenge dient, die in einem aus dem magnetischen Felde entfernten kleinen Drahtkreis von der Fläche F und dem Widerstande R in Umlauf versetzt wird. B<sub>n</sub> ist die skalare Komponente des Vektors B der

1) AEF. Verhandlungen des Ausschusses für Einheiten

und Formelgrössen in den Jahren 1907 bis 1927. Hrsg. von J. Wallot, Berlin. Julius Springer 1928. Besprechung: Bull.

<sup>2</sup>) ETZ 1932, S. 114, ferner Normblatt DIN 1313. 3) Mit der Einladung zur Aeusserung veröffentlicht in

SEV 1929, S. 235.

 $Q = \frac{B_n F}{R}$ Im elektrischen Felde wird in Entwurf 39 die elektrische Feldstärke & in gewohnter Weise nach dem Ansatz

$$\mathfrak{E} = \frac{\mathfrak{P}}{O}$$

als Quotient der auf einen die Ladung Q tragenden kleinen Prüfkörper wirkende Kraft \$\mathfrak{P}\$ und der Ladung Q definiert.

Als zweite neue universelle Konstante wird die Verschiebungskonstante ∆ eingeführt. Sie wird nach dem Ansatz

$$\oint \mathfrak{E} \ \mathbf{d} \ \mathfrak{F} = \frac{1}{\Delta} \oint \varrho \ \mathbf{d} \ V$$

aus der erfahrungsgemäss im Vakuum zwischen der in einem Raumteil V liegenden Ladung von der

magnetischen Induktion in Richtung der anfänglichen Normale des Drahtkreises 6).

Ferner wird als neue universelle Konstante die Induktionskonstante  $\Pi$  definiert. Sie ist der Proportionalitätsfaktor, der erfahrungsgemäss zwischen dem im Vakuum längs eines von der Spitze des Fahrstrahles r beschriebenen, in sich selbt geschlossenen Weges genommenen Linienintegrale der magnetischen Induktion B und der elektrischen Durchflutung  $\sum I$  dieses Weges besteht.

$$\oint \mathfrak{B} \, \mathbf{d} \, \mathfrak{r} = \Pi \sum \mathbf{I}$$

<sup>4)</sup> Mit der Einladung zur Aeusserung veröffentlicht in ETZ 1932, S. 138.

<sup>5)</sup> Satz 2: «Leitfähigkeit und Leitwert», Normblatt DIN 1321; Satz 5: «Spannung, Potential, Potentialdifferenz und elektromotorische Kraft», Normblatt DIN 1323; Satz 6: «Durchflutung und Strombelag», Normblatt DIN 1321; Satz: «Feld und Fluss», Normblatt DIN 1321. Diese Sätze sind auch in der unter ¹) genannten Schrift abgedruckt.

<sup>6)</sup> Die Definitionen der magnetischen Induktion und der elektrischen Feldstärke stimmen mit den älteren Definitionen überein, wie sie zum Beispiel Abraham gab. Abraham und Föppl: Theorie der Elektrizität, Bd. 1, 6. Aufl., S. 90 und 185. Leipzig, B. G. Teubner 1921.

 $\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$ 

 $\mathfrak{D} = \varepsilon \mathfrak{G}$ 

 $\operatorname{div} \mathfrak{D} = 4 \pi \rho$ 

 $i = \kappa (\mathfrak{E} + \mathfrak{E}_e)$ 

räumlichen Dichte  $\varrho$  und dem eine diese Ladung vollständig umschliessende Hüllfläche F durchsetzenden Feldstärkeflusse bestehenden Proportionalität definiert.

Nach Satz 14 sind die Grössengleichungen der Elektrizitätslehre so zu fassen, dass der Faktor  $4\pi$  in den Feldgleichungen überhaupt nicht, im Coulombschen Gesetz und im Gesetz von Biot und Savart  $^7$ ) dagegen im Nenner auftritt. Durch diese Verfügung über die Stellung des Faktors  $4\pi$  entscheidet sich der AEF endgültig für die rationale Schreibweise  $^8$ ) der Feldgleichungen.

Vom Boden der klassischen Anschauungen aus betrachtet bedeutet die Verschiebung des Faktors eine Um-Definition der elektrischen Grössen. Anderseits kommt der Gebrauch der beiden universellen Konstanten II und  $\Delta$  als Ersatz für die bisher — im Gaußschen Maßsystem — als universelle Konstante c erscheinende Lichtgeschwindigkeit der Einführung einer vierten Grunddimension gleich. Zu den bisherigen Grunddimensionen Masse, Länge und Zeit kommt noch eine elektrische Grunddimension, zum Beispiel die elektrische Ladung hinzu. Dies bedingt eine Um-Dimensionierung aller elektrischen Grössen, einschliesslich des Widerstandes, der Induktivität und der Kapazität.

Unter Berücksichtigung der verschiedenen Sätze und Entwürfe des AEF kommt man zu den in nachfolgender Zusammenstellung unter der Ueberschrift «Rationale Schreibweise» angegebenen Gleichungen. Zur Hervorhebung des Unterschiedes gegen sonstige Gewohnheiten ist die alte, nicht rationale Formulierung unter der Ueberschrift «Klassische Schreibweise» daneben gesetzt.

## Zusammenstellung wichtiger Formeln des elektromagnetischen Feldes

Klassische Schreibweise | Rationale Schreibweise | Maxwellsche Feldgleichungen:

rot 
$$\mathfrak{H} = \frac{4\,\pi}{c}\,\kappa\,\mathfrak{E} + \frac{\partial\,\mathfrak{D}}{c\,\partial\,t}$$
 rot  $\mathfrak{H} = \kappa\,\mathfrak{E} + \frac{\partial\,\mathfrak{D}}{\partial\,t}$  Magnetische Spannung: 
$$V_{AB} = \int\limits_{A}^{B}\mathfrak{H}\,\mathrm{d}\,r$$
 Magnetische Umlaufspannung: 
$$V_{o} = \oint\mathfrak{H}\,\mathrm{d}\,r$$
 Durchflutung:

$$\sum I = \oint i d \mathfrak{F}$$
Durchflutungsgesetz:

$$\mathrm{rot} \ \mathfrak{F} = - \, \frac{1 \, \partial \, \mathfrak{B}}{c \, \partial \, t} \, \bigg| \quad \mathrm{rot} \ \mathfrak{F} = - \, \frac{\partial \, \mathfrak{B}}{\partial \, t}$$

Elektrische Spannung:

$$U_{\mathrm{AB}} = \int\limits_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \mathfrak{E} \, \mathrm{d} \, \mathfrak{r}$$

Elektrische Umlaufspannung:

$$U_{\mathrm{o}} = \oint \mathfrak{E} \; \mathrm{d} \; \mathfrak{r}$$

Induktions fluss:

$$\varPhi=\oint\mathfrak{B}\;\mathrm{d}\;\mathfrak{F}$$

Induktionsgesetz:

$$U_{o} = - \frac{\mathrm{d} \Phi}{\mathrm{d} t}$$

$$\mathfrak{B} = \mu \Pi \mathfrak{H}$$

Induktionskonstante:

$$\Pi = 1,25601 \cdot 10^{-8} \text{ H/cm}^{-9}$$
)

$$\mathfrak{D} = \varepsilon \Delta \mathfrak{G}$$

Verschiebungskonstante:  $\Delta = 0.88590 \cdot 10^{-13} \text{ F/cm}$ 

$$div \mathfrak{D} = \varrho$$

$$i = \kappa (\mathfrak{E} + \mathfrak{E}_{e})$$

Eingeprägte elektromotorische Kraft:

$$E_{\mathrm{AB}} = \int\limits_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \mathfrak{E}_{\mathrm{e}} \; \mathrm{d} \; \mathrm{r}$$

Widerstand:

$$R = \int_{a}^{B} \frac{\mathrm{d}\,l}{\kappa \,\mathrm{F}}$$

Ohmsches Gesetz:

$$I_{AB} = \frac{U_{AB} + E_{AB}}{R}$$

Energiedichte:

$$W = \frac{\mathfrak{G}\mathfrak{D}}{8\pi} + \frac{\mathfrak{B}\mathfrak{H}}{8\pi} \quad W = \frac{\mathfrak{G}\mathfrak{D}}{2} + \frac{\mathfrak{B}\mathfrak{H}}{2}$$

Poyntingscher Energievektor:

$$\mathfrak{S} = rac{c}{4 \, \pi} \, [\mathfrak{S} \, \mathfrak{H}] \, \qquad \mathfrak{S} = [\mathfrak{S} \, \mathfrak{H}]$$

 $<sup>\</sup>begin{array}{c|c} & V_{\rm o} = \sum I \\ \hline ^{7}) \ {\rm Wenn \ in \ Satz \ 14 \ von \ Biot \ und \ Savart \ die \ Rede \ ist,} \\ {\rm so \ deckt \ sich \ das \ mit \ dem \ deutschen \ Sprachgebrauch. \ Gemeint \ ist \ die \ von \ Laplace \ stammende \ Formel.} \end{array}$ 

 $<sup>^8)</sup>$  Sie heisst rational, weil sie den nicht rationalen Faktor  $4\,\pi$  in den Feldgleichungen vermeidet, und geht zurück auf O. Heaviside: Electromagnetic Theory, Bd. 1, S. 116, London 1893.

 $<sup>^9)</sup>$  Der Zahlenwert der Induktionskonstante weicht von  $4\,\pi\cdot 10^{-9}=1,\!25663\ldots\cdot 10^{-8}$ etwas ab, weil das internationale (gesetzliche, dem praktischen Maßsystem zugrunde liegende) Ohm gegenüber dem absoluten Ohm um rund 0,5  $^0/_{00}$  zu gross ist. Siehe ETZ 1932, S. 618.

Coulombsches Gesetz:

$$P = \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon r^2} \qquad P = \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon \Delta 4 \pi r^2}$$

Gesetz von Laplace (Biot-Savart) 7):

$$\mathfrak{H} = \frac{I}{c} \oint \frac{[\mathfrak{r} \, \mathrm{d} \, \mathfrak{r}]}{|\mathfrak{r}|^3} \quad \middle| \quad \mathfrak{H} = \frac{I}{4 \, \pi} \oint \frac{[\mathfrak{r} \, \mathrm{d} \, \mathfrak{r}]}{|\mathfrak{r}|^3}$$

Kraft auf stromdurchflossenen Leiter:

$$\mathfrak{P} = \frac{I}{c} \int_{A}^{B} [\operatorname{d} \mathfrak{r} \mathfrak{B}] \qquad \mathfrak{P} = I \int_{A}^{B} [\operatorname{d} \mathfrak{r} \mathfrak{B}]$$

Wellenlänge eines Schwingungskreises:

Lichtgeschwindigkeit:

$$c = 2,9985 \cdot 10^{10} \text{ cm/s} = \sqrt{\frac{1}{\Delta \Pi}}$$

Alle angegebenen Formeln sind als Grössengleichungen geschrieben. Setzt man statt der Buchstaben Grössen (Produkte aus Zahlenwerten und Einheiten) ein, so gelten sie für alle Maßsysteme. Einige Schwierigkeiten entstehen hiebei dadurch, dass die in den beiden Kolonnen für elektrische Grössen auftretenden gleichen Buchstaben zwar gleich benannte, aber verschieden definierte und verschieden dimensionierte Grössen bezeichnen \*).

Die unter «Klassische Schreibweise» angegebenen Formeln gelten als Zahlenwertgleichungen für die Einheiten des Gaußschen Maßsystemes, wenn man

$$c = 2,9985 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}; \quad \varepsilon = 1; \quad \mu = 1,$$

für die Einheiten des elektrostatischen Masssystemes, wenn man

$$c = 1; \quad \varepsilon = 1; \quad \mu = \frac{1}{8,9920 \cdot 10^{20}} \frac{s^2}{cm^2}$$

und für die Einheiten des elektromagnetischen Maßsystemes, wenn man

$$c \, = \, 1 \, ; \;\; arepsilon \, = rac{1}{8,9920 \, \cdot \, 10^{20}} \, rac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{cm}^2} \, ; \, \mu \, = \, 1$$

setzt. Da die elektrischen Einheiten dieser Masssysteme wohl den meisten Elektrotechnikern zum grössten Teil nicht bekannt sind, können diese Formeln für elektrotechnische Rechnungen nicht gebraucht werden. Für die ganz allgemein seltene Anwendung dieser Einheiten spricht wohl der Umstand, dass sie — abgesehen von den magnetischen Einheiten des Gaußschen und des elektromagnetischen Maßsystemes — noch heute keine Namen führen.

Die unter «Rationale Schreibweise» angegebenen Formeln gelten als Zahlenwertgleichungen für die Einheiten des praktischen Maßsystemes. Es sind dies Zentimeter, Sekunde, Watt, Joule, Volt, Ampère, Coulomb, Ohm, Henry und Farad. Für die Kraft ergibt sich die zusammengesetzte Einheit Joule/cm. Sie beträgt 10,2 kg-Kraft und ist der zehnte Teil der Krafteinheit Sthène (sn), die dem in Frankreich offiziellen MTS-System (Meter-Tonne-Sekunde-System) 10) angehört. Der Sthène ist die Kraft, die der Tonne (Masse) die Beschleunigung 1 m/s2 erteilt. Die Krafteinheit des praktischen Maßsystemes ist demnach der Dezisthène (dsn). Die Masseneinheit des praktischen Masssystems ist das Zehnfache einer Tonne, also die Dekatonne (Dt). Die magnetischen Einheiten des praktischen Maßsystems werden von der CEI Electrotechnique Internationale) (Commission wohl in absehbarer Zeit getauft werden. Vorläufig ist die Voltsekunde (Vs) die Flusseinheit, die Voltsekunde pro Quadratzentimeter (Vs/cm<sup>2</sup>) die Induktionseinheit und das Ampère pro Zentimeter (A/cm) die Feldstärkeeinheit.

Wie die Zusammenstellung erkennen lässt, sind die rationalen Gleichungen im Mittel ebenso einfach und sie berücksichtigen den elektrischen und den magnetischen Teil des Gesamtfeldes ebenso symmetrisch wie die klassischen Gleichungen. Sie haben jedoch den grossen Vorteil, dass sie für die jedem Elektrotechniker geläufigen Einheiten des praktischen Maßsystemes unmittelbar als Zahlenwertgleichungen gelten, während die klassischen Gleichungen als Zahlenwertgleichungen nur zu wenig bekannten, von keinem der gebräuchlichen Messinstrumente genannten Einheiten passen. Will man sie auf die praktischen Einheiten zuschneiden, so entstehen, wie Greinacher 11) gezeigt hat, inhomogene, unübersichtliche Ausdrücke. Es ist daher begreiflich, dass sich in jüngster Zeit eine Reihe namhafter Autoren 12) für die rationale Schreibweise entschieden haben. Es ist zu hoffen und es erscheint als wahrscheinlich, dass sich diese begueme Schreibweise rasch weiter ausbreiten wird.

<sup>\*)</sup> Diese Zusammenhänge sollen Gegenstand einer besonderen Arbeit sein.

 <sup>10)</sup> Rev. gén. Electr. Bd. 5 (1919), S. 616; Bd. 6 (1919),
 S. 311/319; Bd. 23 (1928), SS. 267 und S. 399.

<sup>11)</sup> Bull. SEV 1930, S. 607/608.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>) Diesselhorst: Grundlagen der elektromagnetischen Feldtheorie. In Starkstromtechnik, Taschenbuch für Elektrotechniker, hrsg. von E. v. Rziha und J. Seidener, Bd. 1, 7. Aufl. Berlin, Wilhelm Ernst & Sohn, 1930.

Küpfmüller K.: Einführung in die theoretische Elektrotechnik. Berlin, Julius Springer, 1932.

Richter Rudolf: Elektrische Maschinen. Berlin, Julius Springer. Bd. 1, 1924, Bd. 2, 1930, und Bd. 3, 1932.

Thomälen Adolf: Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik, 10. Aufl. Berlin, Julius Springer, 1929.

Wallot J.: Einführung in die Theorie der Schwachstromtechnik. Berlin, Julius Springer, 1932.