Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens

Herausgeber: Association suisse des électriciens

Band: 23 (1932)

Heft: 10

Bibliographie: La crise et les ingénieurs-électriciens : appel aux entreprises suisses d'électricité

Autor: Wyssling, W.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

BULLETIN

RÉDACTION:
Secrétariat général de l'Association Suisse des Electriciens et de l'Union de Centrales Suisses d'électricité, Zurich 8

EDITEUR ET ADMINISTRATION:
Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei S. A., Zurich 4
Stauffacherquai 36/38

Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et sans indication des sources

XXIIIe Année | N° 10 | Vendredi, 13 Mai 1932

La crise et les ingénieurs-électriciens.

Appel aux Entreprises suisses d'électricité.

Par le Prof. Dr *W. Wyssling*, Wädenswil.

Membre de l'ASE depuis de longues années et ancien rédacteur du «Bulletin», je prie la rédaction de celui-ci de me céder un peu de place pour une publication qui sort peut-être ici de l'ordinaire. C'est l'inquiétude que j'éprouve à voir le nombre toujours croissant d'ingénieurs-électriciens sans emploi ou sur le point de le perdre, qui a inspiré ces lignes. La situation des ouvriers est connue, les secours dont ils bénéficient sont organisés le mieux possible ou du moins sont en voie de l'être; les autorités et toutes les classes de la population y participent. Mais le manque d'occupation qui menace les travailleurs intellectuels représente une source de détresse et de dangers, que plusieurs inclinent à considérer comme secondaire, mais qu'on ne doit pas perdre de vue. Les conséquences de la crise sont certainement moins graves pour les ingénieurs encore jeunes, dont les charges de famille sont plus légères. Mais ce sont justement les employés supérieurs, ceux qui avaient occupé jusqu'alors de bonnes places, qui ont donc le plus d'expérience et de pratique, mais naturellement aussi déjà un certain âge, qui éprouvent le plus de difficulté à retrouver un emploi convenable. Il n'est pas rare qu'ils aient à faire face à de fortes dépenses pour assurer à leurs enfants une instruction supérieure, et l'intellectuel s'adapte moins facilement à un nouveau genre de travail. D'aucuns, doués d'une plus grande mobilité d'esprit, tâcheront quand même de se procurer une occupation différente et il se peut que quelques-uns y parviennent (bien que l'on se demande où il peut exister aujourd'hui encore un champ d'activité libre). Désœuvrés et peut-être à bout de ressources, les autres risquent de perdre leurs capacités acquises, faute de pouvoir les exercer, d'où déficit pour l'économie du pays, sans parler des dangers du mécontentement chez ceux qui ont conscience d'être l'objet d'une injustice.

Faut-il qu'il en soit ainsi chez nous aujourd'hui? Le nombre de ces victimes n'est pas très grand, mais elles représentent un capital intellectuel. Dans certains cas (la plupart des congés ont sans doute cette origine), il se peut que la crise engage à réduire aussi le personnel dirigeant, de sorte que certains ingénieurs deviennent «superflus» et que l'urgence de faire des «économies» favorise la tendance à les éliminer. Toutefois, il s'agit souvent d'une ou de quelques personnes seulement, dont le salaire ne joue pas un rôle décisif dans le budget et dont le licenciement n'influence guère le résultat financier de l'entreprise, p. ex. le dividende distribué aux actionnaires. Ne serait-il pas équitable et possible dans ces cas-là de déclarer ouvertement en conseil d'administration: «Oui, nous pourrions sans doute nous passer de tels et tels ingénieurs, mais n'oublions pas que c'est à leur activité que nous devons notre prospérité (p. ex. d'avoir pu distribuer en général un dividende convenable à nos actionnaires); nous ne voudrions pas, vis-à-vis d'hommes qui nous ont rendu de précieux services, agir injustement et risquer de priver plus tard non seulement notre entreprise, mais l'industrie électrique du pays, de personnalités aussi capables. Au lieu de contribuer à accroître le chômage et le mécontentement, nous aimerions tendre à limiter la crise dans la mesure du possible. Nous pouvons le faire d'autant plus facilement que le salaire de ces personnes ne nous coûte que tant par an et n'influence donc pas sensiblement le résultat financier de notre entreprise». Je ne puis croire qu'un tel argument serait repoussé par les organes dirigeants, à moins que la suppression de ces salaires ne représente une économie considérable sur le budget total. Les ingénieurs «dont on pourrait se passer» restant ainsi en place, ils pourront toujours y effectuer un travail utile sous forme d'études. Et d'ailleurs serait-ce un si grand malheur si de tels hommes, après des années d'un travail souvent épuisant, restaient un certain temps «*sans rien faire*», ou pouvaient enfin s'offrir le luxe de vacances dont ils étaient peut-être privés depuis longtemps ou dont ils n'avaient pas joui intégralement?

Il est vrai qu'il existe des entreprises dont le nombre d'employés et de travailleurs intellectuels est relativement très grand; sa réduction affectera beaucoup d'ingénieurs, le licenciement ayant ici une répercussion sensible sur le budget. Dans de tels cas, quelques entreprises ont déjà prêché d'exemple en préférant, plutôt que de renvoyer

les employés, réduire tous les salaires, afin de garder les travailleurs intellectuels pour plus tard. Cette solution est certainement un moindre mal pour les deux parties.

Que les organes directeurs de nos entreprises d'électricité veuillent bien éviter d'une manière ou d'une autre, en ces temps de crise, de recourir au licenciement d'ingénieurs, partout où il n'y sont pas contraints par leurs bailleurs de fonds alléguant une répercussion effective profonde de cette mesure sur le résultat financier. En conservant ainsi la collaboration de personnes éprouvées, ils agiront dans leur propre intérêt pour l'avenir.

Cependant il y aura toujours des cas, en dehors de ceux que nous avons mentionnés, où des ingénieurs expérimentés peuvent être congédiés, ou l'ont déjà été, par exemple s'il s'agit d'engagements pour des travaux de construction en voie d'achèvement ou dont l'exécution a dû être différée. En réalité, il existe chez nous un nombre toujours croissant d'ingénieurs-électriciens suisses, sans travail malgré leurs capacités, qui ont été congédiés en Suisse même ou qui sont rentrés au pays pour avoir dû quitter un poste à l'étranger (où, comme on sait, les employeurs prennent souvent encore moins de ménagements que chez nous à l'égard du personnel).

Nous devons donc aussi faire en sorte que les ingénieurs-électriciens sans emploi, de nationalité suisse, ne soient pas perdus pour notre économie électrique; si ce n'est pas possible autrement, au moins en leur procurant temporairement du travail dans leur domaine. Ceci ne doit pas être impossible, pour les raisons suivantes:

Nous avons coutume en Suisse, notamment parmi les centrales d'électricité, de n'affecter aux postes de direction et d'exploitation qu'un nombre relativement très restreint de fonctionnaires supérieurs, qui de ce fait sont bien souvent surchargés de travail, même s'ils ne s'occupent que de leur tâche journalière indispensable. Nous avons probablement tort, en cela, de ne pas imiter l'étranger, où l'on recourt à un personnel supérieur plus nombreux, qui trouve alors en outre le temps suffisant pour des travaux spéciaux ou des problèmes d'ordre général. Où n'y a-t-il pas, en Suisse, de directeur ou de chef d'exploitation qui déplore (avec raison) de ne pouvoir donner libre cours à son esprit d'initiative, et déclare: «Tel changement devrait être fait sans retard, mais je n'ai pu trouver jusqu'ici le temps nécessaire pour l'étudier ou le mettre au point». Ou bien: «Je voulais étudier cette question depuis longtemps; j'ai rassemblé là tout un dossier, mais je n'arrive pas à me mettre à ce travail», et ainsi de suite. Quantité de ces questions sont d'un intérêt général, par exemple pour les centrales d'électricité dans leur ensemble. Je me borne à en signaler quelques-unes, qui me viennent à l'esprit maintenant, et dont la solution pourrait être d'une très grande utilité, soit pour une usine en particulier, soit comme problème général: mise à la terre individuelle ou mise à la terre du neutre de tout un réseau, normalisation de la tension dans les réseaux à basse tension, côté technique et côté financier du débit de courant pour la cuisson ou pour d'autres emplois, adaptation et simplification des tarifs, etc. Beaucoup d'usines disposent déjà de matériaux et d'expériences sur ces sujets. Les rassembler et les publier (la «diplomatie secrète» devrait avoir fait son temps pour les usines électriques suisses!) serait une tâche féconde d'une valeur générale, dont les résultats permettraient une meilleure solution des problèmes envisagés sous l'angle de l'économie nationale. Malheureusement, ceux qui ont l'expérience de ces problèmes et qui en connaissent l'importance n'ont pas le temps de les aborder, même aujourd'hui. Et cependant il se trouve là, à leur disposition, tout un groupe inoccupé d'ingénieurs intelligents, qui ne manquent sûrement pas, eux non plus, d'une certaine pratique! Je sais très bien par expérience, comme ancienne directeur d'exploitation, qu'on a toujours la tendance d'objecter: «La documentation recueillie ici, je suis le seul, ou tout au plus l'employé préposé, à pouvoir en tirer parti; un autre n'en viendrait pas à bout et risquerait même d'en déduire des conclusions fausses....» Mais quand on y réfléchit et que l'on évoque les expériences vécues en maints endroits et pendant plusieurs décades, on trouve que la chose est tout de même un peu différente, que cette manière de penser est légèrement présomptueuse, qu'il existe aussi d'autres gens capables et que, s'ils n'ont pas encore l'habitude de tel ou tel travail, ils pourraient néanmoins s'y adapter vite et bien, pourvu qu'il s'agisse d'ingénieurs sérieux, ayant acquis le savoir et l'expérience dans des milieux appropriés, et non pas de débutants ou, pis encore, de ces «économistes» qui prennent les choses superficiellement. Un chef surchargé de besogne, mais qui veut bien en prendre la peine, arrivera certes à consacrer d'abord une journée, puis plus tard quelques heures à instruire un auxiliaire, soigneusement choisi en vue de la tâche qui lui sera confiée, et à le diriger ensuite dans son travail; cela ne prendra qu'une fraction du temps qu'aurait demandé l'exécution par le chef lui-même, projet que l'on caresse toujours, mais qu'on n'arrive pas à réaliser, jusqu'au moment où des circonstances précises vous forcent à une solution hâtive. Et je ne parle pas des cas où une documentation précieuse, d'intérêt général, demeure dans les casiers jusqu'à devenir sans valeur, alors qu'elle eût pu servir aujourd'hui de base à une honorable publication. Ailleurs — on sait que ce cas peut se produire n'importe quand et n'importe où — c'est un changement dans le personnel qui oblige de confier le travail à un autre, venu souvent du dehors, et l'on s'aperçoit alors... que ça ne va pas plus mal ainsi!

C'est pourquoi, Messieurs les chefs d'entreprises suisses d'électricité, je me permets de vous dire: «Confiez sans tarder à des ingénieurs-électriciens sans emploi, que vous choisirez individuellement suivant le but envisagé, toutes les études et recherches que vous auriez dû ou voulu faire depuis longtemps. Provoquez-en éventuellement la publi-

cation pour qu'elles profitent à d'autres aussi. Il existe sans aucun doute à l'heure actuelle un «choix» d'ingénieurs-électriciens propres à des travaux de ce genre. Chaque employeur jettera son dévolu sur les collaborateurs qui lui sembleront le plus aptes à la tâche qu'il pense leur confier; beaucoup sont au bénéfice d'une longue expérience et ont atteint déjà un certain âge. Les débutants n'entrent naturellement pas ici en ligne de compte, hormis pour des travaux auxiliaires.

Je ne doute pas que l'ASE et l'UCS ne voudront contribuer dans la mesure de leurs moyens à la réussite d'une action qu'il leur appartient de soutenir et dont elles ne pourront d'ailleurs que bénéficier elles-mêmes.

Je m'adresse au Secrétariat général de l'ASE et de l'UCS, en lui demandant d'organiser le plus simplement possible, mais *sans tarder*, le plan suivant:

1° Les entreprises d'électricité, centrales ou établissements industriels, (ou d'une manière générale des membres quelconques de nos associations) indiquent au secrétariat général le titre des études et travaux qu'ils veulent faire exécuter d'après la documentation dont ils disposent.

2° Les ingénieurs-électriciens sans emploi (ou éventuellement ceux en place, mais ayant la permission d'entreprendre en outre d'autres travaux à titre privé afin de suppléer à la réduction de leur salaire) envoient leur adresse et leur curriculum vitae au secrétariat général, en y joignant toutes indications utiles concernant les travaux ou études au sujet desquels ils possèdent déjà une certaine expérience.

3° Le secrétariat général, faisant appel à sa propre connaissance des personnes ou, au besoin, aux conseils d'hommes d'expérience, propose aux employeurs éventuels, parmi les candidats inscrits, les collaborateurs qui lui semblent le mieux qualifiés pour la tâche demandée.

4° Dans tous ces cas (ainsi que dans ceux signalés par lui-même ou par des membres de l'ASE) le secrétariat général cherche, toutes les fois qu'il le croit utile et possible, à obtenir pour les auteurs des travaux la permission de publier ces derniers (éventuellement sous une forme généralisée, ou au contraire condensée) dans le «Bulletin» de l'ASE. Si la publication a lieu, l'auteur toucherait alors les honoraires usuels.

De cette manière, il semble possible non seulement d'alléger les difficultés qui causent actuellement du souci à tant d'ingénieurs-électriciens capables, mais encore de conserver ceux-ci à leur sphère d'activité, tout en leur permettant de s'y perfectionner. Ce faisant, nous aurons permis à la crise elle-même de porter certains fruits utiles.

Conclusions du secrétariat général de l'ASE et de l'UCS.

Le secrétariat général de l'ASE et de l'UCS prête volontiers son concours à l'initiative généreuse et si utile du vénéré promoteur. Il serait heureux de pouvoir, de cette façon, venir tant soit peu en aide à des collègues victimes de la crise, et contribuer ainsi, conformément au but de l'Association, au développement de l'électrotechnique en Suisse tout en défendant les intérêts de ses membres. Il prie tous ceux que l'initiative ci-dessus touchera, de lui accorder leur appui efficace; où une discrétion spéciale paraît de rigueur, les lettres peuvent être adressées personnellement au secrétaire général.

A partir d'aujourd'hui, le secrétariat général recueille, conformément aux propositions ci-dessus, les inscriptions d'employeurs éventuels et d'ingénieurs-électriciens en quête de travail; il donnera au plus vite et dans la mesure du possible, à chaque cas, la suite qu'il convient.

Ist die Beziehung $\mathfrak{D} = \varepsilon \mathfrak{F}$ im elektrostatischen Felde immer gültig?

Von Prof. Dr.-Ing. *Plautius Andronescu*, Bukarest.

53.72

Der Autor unterscheidet dreierlei elektrostatische Felder: In Feldern erster Kategorie befinden sich nur Metallkörper mit oder ohne «wahre» elektrische Ladungen, in solchen zweiter Kategorie befinden sich ausserdem Isolierkörper ohne «wahre» elektrische Ladungen und in solchen dritter Kategorie befinden sich zudem noch Isolierkörper mit «wahren» elektrischen Oberflächen- und Raumladungen. Es wird gezeigt, dass die Beziehung $\delta = \varepsilon \cdot \mathfrak{F}$ (δ = Vektor der Verschiebung, ε = Dielektrizitätskonstante, $\mathfrak{F}$ = Vektor der Feldstärke) für Felder erster Kategorie immer, dagegen für Felder zweiter Kategorie nur dann gilt, wenn eine gewisse Bedingung erfüllt ist. Der komplizierte Fall der Felder dritter Kategorie ist zur Zeit noch nicht abgeklärt. Am Schluss wird ein Anwendungsbeispiel bei vereinfachten Annahmen gegeben.

L'auteur distingue trois espèces de champs électrostatiques. Dans les champs de la première espèce, il ne se trouve que des corps métalliques avec ou sans charge électrique «vraie»; dans ceux de la seconde espèce on trouve en outre des corps isolants sans charge électrique «vraie» et dans ceux de la troisième espèce, de plus, des corps isolants avec charges électriques superficielle et spatiale «vraies». Pour les champs de la première espèce, la relation $\delta = \varepsilon \cdot \mathfrak{F}$ (δ = vecteur-déplacement, ε = constante diélectrique, $\mathfrak{F}$ = vecteur intensité de champ) est toujours valable, tandis que pour ceux de la seconde espèce la dite relation n'est valable que dans certaines conditions; le cas compliqué des champs de la troisième espèce n'est pas encore éclairci. L'auteur termine son étude par un exemple d'application pour lequel les données ont été simplifiées.

Allgemeine Betrachtungen.

In der Elektrostatik spielt bekanntlich die Beziehung $\mathfrak{D} = \varepsilon \mathfrak{F}$ eine wesentliche Rolle, wie z. B. bei der Bestimmung der Kapazität einer Kraftröhre, bei der Festlegung der Brechungsgesetze, bei der Bestimmung des Potentials eines Dielektrikums, der elektrostatischen Energie und der mechanischen Kräfte, die auf elektrisierte Körper wirken. Diese Beziehung soll im folgenden einer eingehenden Betrachtung unterzogen werden.

Man geht am besten von folgenden zwei Grundbegriffen des elektrischen Feldes aus: 1. die atomistische Struktur der Elektrizität und 2. die Betrachtung des Raumes nicht nur als mathematischen Begriff, sondern auch als physikalisches Objekt.

Der Raum, wie auch die in ihm befindlichen Körper werden unter dem Einfluss der elektrischen Mengen in einen besonderen Zustand, den elektrischen Zustand, versetzt. Der elektrisierte Raum und die elektrisierten Körper bilden den Sitz der elektrischen Energie. Wenn die elektrischen Mengen sich im Ruhezustand befinden, wird die Energie als elektrostatische Energie bezeichnet. Auf die elektrisierten Körper wirken mechanische Kräfte ein.

Zur Bestimmung der Grösse und der Verteilung sowohl der elektrostatischen Energie als auch der mechanischen Kräfte hat man folgende zwei Vektorfelder eingeführt:

$\mathfrak{D}$- und $\mathfrak{F}$-Vektorfelder.

Diese beiden Vektorfelder bilden das elektrostatische Feld. Der $\mathfrak{D}$-Vektor wird dielektrische Verschiebung und der $\mathfrak{F}$-Vektor die Feldstärke des elektrostatischen Feldes genannt.

Zur Beantwortung unserer Titelfrage erinnern wir uns zuerst derjenigen Begriffe, die zur Bestimmung eines elektrostatischen Feldes nötig sind.

Bestimmung des elektrostatischen Feldes.

Zur Festlegung der $\mathfrak{D}$- und $\mathfrak{F}$-Vektorfelder werden folgende vier Begriffe eingeführt:

Zwei erste Begriffe, die wahre und die freie elektrische Ladung, beziehen sich auf die elektrischen Mengen.

Man bezeichnet als ruhende *wahre elektrische Ladung* eine solche elektrische Menge, die auf der äusseren Oberfläche eines Metallkörpers, wie auch auf der Oberfläche und in der Masse eines Isolierkörpers sitzen kann und bei jeder Lage des Körpers (von Erde isoliert) unverändert bleibt. Die Summe der wahren elektrischen Ladungen im ganzen Felde ist Null.

Was die *freie elektrische Ladung* anbelangt, beziehen wir uns auf die folgenden Vorgänge: Durch Einführung eines Körpers in ein elektrostatisches Feld entstehen durch die Verschiebung der Elektronen in der Masse des elektrisierten Körpers die freien elektrischen Ladungen. Die Elektronenverschiebung findet solange statt, bis das elektrostatische Gleichgewicht hergestellt ist. Darunter ist zu verstehen, dass die Feldstärke $\mathfrak{F}$, welche sich aus der Verteilung der freien elektrischen Ladungen bestimmen lässt, in metallischen Körpern Null wird. Hingegen wird die Feldstärke in Isolierkörpern von Null verschieden und dieselbe erhält einen Wert, welcher von den sogenannten dielektrischen Eigenschaften des Körpers abhängig ist. Wird der elektrisierte Körper aus dem Felde herausgenommen, so kehren die freien elektrischen Mengen unter der Wirkung des Feldes wieder in ihre ursprüngliche neutrale Lage zurück. Es ist zu bemerken, dass die Summe aller freien elektrischen Mengen eines elektrisierten Körpers Null ist.

Die anderen zwei Begriffe betreffen die elektrischen Eigenschaften des elektrisierten Körpers, nämlich die leitenden und die dielektrischen Eigenschaften der Materie.

Die *elektrisch leitende Eigenschaft der Materie* lässt sich bekanntlich wie folgt ausdrücken:

$$y = \eta \mathfrak{F}$$

wobei y die elektrische Stromdichte und η die Konduktibilität der Materie darstellen.

y, η und $\mathfrak{F}$ sind in CGS-Einheiten des elektromagnetischen Maßsystems gemessen. Z. B. sind die Metalle elektrisch leitende Körper. Im elektrostatischen Gleichgewichtszustand ist die Feldstärke in der Metallmasse Null; auf der Metalloberfläche steht sie senkrecht. Die Feldstärke bildet also den Gradient einer skalaren Funktion (Potentialfunktion):

$$\mathfrak{F} = -\nabla V, \text{ wobei: } [-\nabla\nabla V] = \text{rot } \mathfrak{F} = 0$$

Das Vektorfeld $\mathfrak{F}$ stellt also ein wirbelfreies Feld dar, welches Aequipotentialflächen besitzt.

Die *dielektrischen Eigenschaften der Materie* sind durch den Einfluss der Materie auf die Grösse und die Verteilung des $\mathfrak{F}$-Vektorfeldes in der Masse des Isolierkörpers gekennzeichnet. Für die Oberflächendichte der freien elektrischen Mengen, die in der Trennfläche eines Metallkörpers und eines homogenen und isotropen Isolierkörpers sitzt, kann man erfahrungsgemäss schreiben:

$$m = kM \text{ oder } m = \frac{1}{\varepsilon} M$$

worin M die Oberflächendichte der wahren elektrischen Ladung, die in der Metalloberfläche sitzt, und m die Oberflächendichte der resultierenden freien elektrischen Mengen der Trennflächen bedeuten. Diese Beziehung gilt aber, wie wir sehen werden, nur mit Einschränkungen. k oder ε charakterisiert die dielektrischen Eigenschaften des Körpers. ε wird Dielektrizitätskonstante genannt.

Mit Hilfe dieser vier Begriffe lassen sich nun die Vektorfelder $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$ bestimmen. Dazu wendet man das Coulombsche Gesetz an. Man bestimmt das $\mathfrak{D}$-Vektorfeld in seiner Abhängigkeit von Grösse und Verteilung der wahren elektrischen Ladungen und das $\mathfrak{F}$-Vektorfeld in derjenigen von den freien elektrischen Ladungen.

In irgend einem Punkt P im Raume werden $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$ folgende Werte erhalten:

$$\mathfrak{D} = \sum_{\xi=1}^{\xi=t_1} \sum_{S_\xi} \frac{M_\xi \, dS_\xi}{r^2_\xi} \bar{r}_\xi + \sum_{\nu=1}^{\nu=Z_1} \sum_{v_\nu} \frac{U_\nu \, dv_\nu}{r^2_\nu} \bar{r}_\nu \quad (1)$$

$$\mathfrak{F} = \sum_{\xi=1}^{\xi=t_2} \sum_{S_\xi} \frac{m_\xi \, dS_\xi}{r^2_\xi} \bar{r}_\xi + \sum_{\nu=1}^{\nu=Z_2} \sum_{v_\nu} \frac{u_\nu \, dv_\nu}{r^2_\nu} \bar{r}_\nu \quad (2)$$

worin M_ξ, m_ξ, U_ν, u_ν die oberflächlichen und räumlichen Dichten der wahren und freien elek-

trischen Ladungen bedeuten. $\bar{r}_\xi$ und $\bar{r}_\nu$ bilden die Einheitsvektoren. Dieselben liegen in der Verlängerung der Strahlen, die von den Oberflächen- und Volumenelementen dS_ξ, dv_ν ausgehen, und an dem im Raume liegenden Punkt P endigen.

Aus den Gleichungen (1) und (2) ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$\int_{S_1} (\mathfrak{D}\, d\gamma) = 4\pi \sum_{p_1=1}^{p_1=p_1} Q_{p_1} \tag{1a}$$

$$\operatorname{div} \mathfrak{D} = 4\pi U \tag{1b}$$

$$\operatorname{div}_S \mathfrak{D} = D_{1n_1} + D_{2n_2} = 4\pi M \tag{1c}$$

$$\int_{S_2} (\mathfrak{F}\, d\gamma) = 4\pi \sum_{p_2=1}^{p_2=p_2} q_{p_2} \tag{2a}$$

$$\operatorname{div} \mathfrak{F} = 4\pi u \tag{2b}$$

$$\operatorname{div}_S \mathfrak{F} = F_{1n_1} + F_{2n_2} = 4\pi m \tag{2c}$$

worin S_1, S_2 beliebige geschlossene Flächen bedeuten, die p_1 wahre, bzw. p_2 freie elektrische Ladungen einschliessen.

Die Gl. (1b, 1c bzw. 2b, 2c) geben die räumliche und oberflächliche Divergenz der Vektoren $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$ an. $\bar{n}_1$, $\bar{n}_2$ bilden die Normal-Einheitsvektoren, die von der Trennfläche nach dem Innern der Körper gerichtet sind.

Ferner gestützt auf die Beziehung:

$$\mathfrak{F} = -\nabla V$$

und unter Zuhilfenahme der Gl. (2) erhält das Potential folgende Form:

$$V = \sum_{\xi=1}^{\xi=t_2} \int_{S_\xi} \frac{m_\xi\, dS_\xi}{r_\xi} + \sum_{\nu=1}^{\nu=t_2} \int_{v_\nu} \frac{u_\nu\, dv_\nu}{r_\nu}$$

wobei das Potential sowohl auf der Oberfläche als auch in der Metallmasse konstant ist. Mit Hilfe dieser Ausdrücke sind wir nun in der Lage, die Beziehung zwischen $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$ festzulegen. Dazu ist es zweckmässig, das elektrostatische Feld in folgende drei Kategorien einzuteilen:

1. Das elektrostatische Feld der ersten Kategorie. Im elektrostatischen Feld befinden sich nur Metallkörper mit — und ohne — wahren elektrischen Ladungen. Der Zwischenraum ist leer oder kann mit einem homogenen und isotropen Isolierkörper gefüllt werden.

2. Das elektrostatische Feld der zweiten Kategorie. Im Felde der ersten Kategorie befinden sich noch Isolierkörper, frei von wahren elektrischen Ladungen.

3. Das elektrostatische Feld der dritten Kategorie. Im Felde der zweiten Kategorie befinden sich Isolierkörper, die räumlich wahre elektrische Ladungen wie auch Oberflächenladungen besitzen. Die Verteilung der wahren elektrischen Ladungen auf den Isolierkörpern kann beliebig sein.

I. Festlegung der Beziehung zwischen $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$ im elektrostatischen Feld der ersten Kategorie.

Wir nehmen zuerst an, dass sich im Raume nur ein Metallkörper mit der wahren elektrischen Oberflächenladung Q_1 befindet. Unter der Bedingung, dass $\mathfrak{D}$ in der Metallmasse Null ist, wird die Oberflächendichte M_1 mit Hilfe der Gl. (1) eine ganz bestimmte Verteilung erhalten. Die Induktionslinien, deren Tangenten durch die $\mathfrak{D}$-Vektoren gebildet sind, entstehen auf der Metalloberfläche und werden im Unendlichen auf einer gleichgrossen wahren Ladung von umgekehrtem Vorzeichen $(-Q_1)$ endigen. Was die Oberflächendichte der freien elektrischen Ladung anbelangt, lässt sich dieselbe aus der Beziehung

$$m_{01} = k_0 M_1 \text{ oder: } m_{01} = \frac{1}{\varepsilon_0} M_1 \tag{4}$$

bestimmen. Aus den Gl. (2) und (4) ergibt sich in der Metallmasse $\mathfrak{F}_0 = 0$, eine Bedingung, die dem elektrostatischen Gleichgewicht entspricht.

Die Kraftlinien, deren Tangenten durch die $\mathfrak{F}$-Vektoren dargestellt sind, entstehen auf der freien elektrischen Ladung $(k_0 Q_1)$ und endigen im Unendlichen auf der freien elektrischen Ladung $(-k_0 Q_1)$.

$\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$ erhalten im angenommenen Fall, in irgend einem Punkte P im Raume, folgende Werte:

$$\mathfrak{D} = \sum_{S_1} \frac{M_1\, dS_1}{r_1^2} \bar{r}_1 \tag{5}$$

$$\mathfrak{F}_0 = \sum_{S_1} \frac{m_{01}\, dS_1}{r_1^2} \bar{r}_1 \tag{6}$$

Daraus folgt:

$$k_0 \mathfrak{D} = \mathfrak{F}_0 \text{ oder: } \underline{\mathfrak{D} = \varepsilon_0 \mathfrak{F}_0} \tag{7}$$

Wir gehen nun zum folgenden Fall über: Im Raume befindet sich der Metallkörper 1 mit der wahren elektrischen Ladung Q_1 und der Metallkörper 2 ohne wahre elektrische Ladung. Das elektrostatische Gleichgewicht ergibt sich durch die Entstehung der freien elektrischen Ladungen auf den Oberflächen der beiden Metallkörper. Für die Oberflächendichten derselben kann man schreiben:

$$m_{01} = k_0 M_1 + m_{0i_1} \qquad m_{02} = m_{0i_2} \tag{8}$$

worin m_{0i_1} und m_{0i_2} die Oberflächendichten derjenigen freien elektrischen Ladungen sind, welche durch Hineinbringen des Metallkörpers 2 ins Feld der Ladung Q_1 entstehen.

Man hat:

$$\left.\begin{aligned} \int_{S_1} m_{0i_1}\, dS_1 &= q_{0i_1} - q_{0i_1} = 0 \\ \int_{S_2} m_{0i_2}\, dS_2 &= q_{0i_2} - q_{0i_2} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

woraus zu ersehen ist, dass die Summe der auftretenden freien elektrischen Ladungen auf jedem Metallkörper Null ist.

Aus den Gl. (8) ergibt sich, dass im angenommenen Fall zwischen m_{01} und M_1 keine Proportionalität mehr bestehen, folglich auch eine Beziehung von der Form $\mathfrak{D} = \varepsilon_0 \mathfrak{F}_0$ nicht mehr gültig sein kann. Wir werden aber sehen, dass bei der Vervollständigung unserer bisherigen Betrachtungen, gestützt auf Erfahrungstatsachen, die Beziehung $\mathfrak{D} = \varepsilon_0 \mathfrak{F}_0$ im angenommenen Fall immer noch gültig ist.

Es sind ja die verschiedenen Mittel bekannt, um die positiven und negativen freien elektrischen Ladungen, die auf der Oberfläche eines Metallkörpers auftreten, getrennt aus dem Felde herauszunehmen. Dieselben werden also als wahre elektrische Ladungen betrachtet (die bekannte Influenzerscheinung). Wird z. B. der Metallkörper 2 in diejenigen zwei Teile getrennt, die den beiden freien elektrischen Ladungen entsprechen, und zwar in der Art, dass zwischen den beiden Teilen des Körpers ein kleiner Luftspalt gebildet wird, dann erhält man durch Herausnehmen der beiden Metallteile aus dem Felde die positiven und die negativen elektrischen Ladungen jede für sich allein. Oder, wenn man den Metallkörper 2 mit der Erde metallisch in Verbindung setzt, so verteilt sich die freie elektrische Ladung q_{0i_2} fast ganz auf die Erdoberfläche. Auf der Metalloberfläche bleibt also nur die Ladung $-q_{0i_2}$ übrig. Wenn man nun die Erdung unterbricht, dann bleibt die freie elektrische Ladung $-q_{0i_2}$ auf der Oberfläche des Metallkörpers 2 bestehen auch dann, wenn der Körper aus dem Feld entfernt wird.

Die Eigenschaft der Metalle, die ihre freien elektrischen Ladungen in wahre umzuwandeln ermöglicht, beruht darauf, dass die Feldstärke in der Metallmasse Null ist. So erklärt sich, warum es nicht möglich ist, die auf der Oberfläche eines Isolierkörpers auftretenden freien elektrischen Mengen getrennt aus dem Felde herauszunehmen. Der Isolierkörper wird vom $\mathfrak{F}$-Vektorfeld durchgesetzt. Wird der elektrisierte Isolierkörper in zwei Teile getrennt, dann entsteht im Luftspalt sofort ein $\mathfrak{F}$-Vektorfeld und auf den beiden Oberflächen der gegenüberstehenden Teilkörper treten neue freie elektrische Ladungen auf. Die Summe der freien elektrischen Ladungen auf jedem der beiden Teile des Körpers ist Null. Folglich treten die positiven und negativen freien Ladungen in ihre ursprüngliche neutrale Lage zurück, sobald der Isolierkörper aus dem Feld herausgenommen wird.

Daraus ist ein wichtiger Schluss zu ziehen: Man betrachtet also die auf Metalloberflächen auftretenden freien elektrischen Ladungen als wahre elektrische Ladungen. Was die Grösse k_0 oder ε_0 anbelangt, so erhalten dieselben erfahrungsgemäss den Wert «Eins». Die Gl. (8) werden somit in folgender Weise geschrieben:

$$M_{01} = M_1 + M_{0i_1} \qquad M_{02} = M_{0i_2} \tag{10}$$

Ferner hat man:

$$Q_{01} = Q_1 + Q_{0i_1} - Q_{0i_1} \qquad Q_{02} = Q_{0i_2} - Q_{0i_2} \tag{11}$$

Diese Resultate werden verallgemeinert lauten: Die totale wahre elektrische Ladung, die auf der Oberfläche eines im leeren Raume liegenden Metallkörpers sitzt, wird der bereits vorhandenen wahren elektrischen Ladung der Kategorien Q_ξ gleich. Die Dichte der totalen wahren elektrischen Ladung kann aber von der Dichte M_ξ verschiedenen Wert haben.

Mit Rücksicht auf die Beziehungen (10) und durch Anwendung der Gl. (1) und (2) werden die Vektoren $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}_0$ identisch.

Es sei nun der Raum mit einem homogenen und isotropen Isolierkörper ε_3 gefüllt.

Mit Hilfe der Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} m_{13} &= K_3 M_{01} = \frac{1}{\varepsilon_3} M_{01} \\ m_{23} &= K_3 M_{02} = \frac{1}{\varepsilon_3} M_{02} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

und durch die Anwendung der Gl. (1) und (2) oder (1c) und (2c) erhält man:

$$K_3 \mathfrak{D}_3 = \mathfrak{F}_3 \text{ oder } \mathfrak{D}_3 = \varepsilon_3 \mathfrak{F}_3 \tag{13}$$

Die Oberflächendichte m_{13} setzt sich aus der Dichte M_{01} und der Dichte m_{d3} der freien elektrischen Ladung zusammen, die auf der Trennfläche S_{13} des Metallkörpers (1) und Isolierkörpers (ε_3) auftritt. Wir können schreiben:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Für die Trennfläche } S_{13}: \; m_{13} = M_{01} + m_{d3} \\ &\text{Für die Trennfläche } S_{23}: \; m_{23} = M_{02} + m_{d3} \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Daraus ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Für die Trennfläche } S_{13}: \; m_{d3} = -M_{01}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_3}\right) \\ &\text{Für die Trennfläche } S_{23}: \; m_{d3} = -M_{02}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_3}\right) \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Man erhält dasselbe Resultat, wenn im Raume oder in einem homogenen und isotropen Isolierkörper mehrere Metallkörper mit und ohne wahre elektrische Ladungen vorhanden sind.

Die Beziehung $\mathfrak{D} = \varepsilon \mathfrak{F}$ ist also im elektrostatischen Feld der ersten Kategorie immer gültig.

II. Festlegung der Beziehung zwischen $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$ im elektrostatischen Feld der zweiten Kategorie.

Bringt man ins Feld der ersten Kategorie einen Isolierkörper, so unterscheidet man bei der Betrachtung des elektrostatischen Gleichgewichtes zwei Fälle, je nachdem die freie elektrische Ladungsdichte der Metalloberfläche unverändert bleibt oder sich geändert hat.

a) Unveränderte Dichte.

Betrachten wir das in Fig. 1 dargestellte Kraftrohr. Gestützt auf Erfahrung, kann man schreiben:

$$m_{12} = \frac{M_{01}}{\varepsilon_2} \qquad m_{34} = \frac{M_{04}}{\varepsilon_3} \tag{16}$$

Die Beziehungen (16) gelten nur dann, wenn sich das Induktionsrohr mit dem Kraftrohr überlagert.

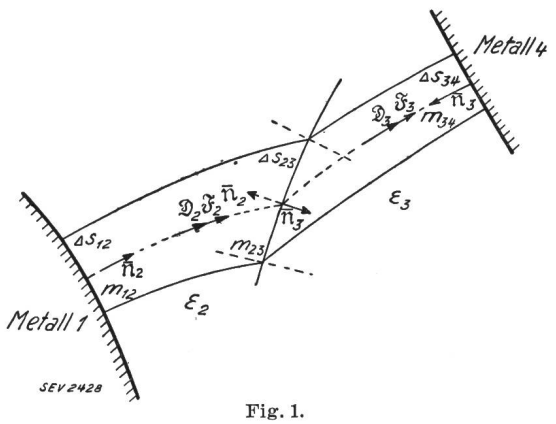

Fig. 1.

Ferner hat man:

$$\left.\begin{aligned} m_{12} &= M_{01} + m_{d2} \\ m_{23} &= m_{d2} + m_{d3} \\ m_{34} &= m_{d3} + M_{04} \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Dabei ist zu bemerken, dass die Grösse m_{d2}, welche in den Gleichungen von m_{12} und m_{23} vorkommt, verschieden sein kann. Für das gegebene Kraftrohr kann man schreiben:

$$\int_{\triangle S_{12}} m_{12}\, dS_{12} + \int_{\triangle S_{23}} m_{23}\, dS_{23} + \int_{\triangle S_{34}} m_{34}\, dS_{34} = 0 \qquad (18)$$

wobei:

$$\int_{\triangle S_{12}} m_{d2}\, dS_{12} = -\int_{\triangle S_{23}} m_{d2}\, dS_{23} \qquad (19a)$$

$$\int_{\triangle S_{23}} m_{d3}\, dS_{23} = -\int_{\triangle S_{34}} m_{d3}\, dS_{34} \qquad (19b)$$

$$\int_{\triangle S_{34}} M_{04}\, dS_{34} = -\int_{\triangle S_{12}} M_{01}\, dS_{12} \qquad (19c)$$

Aus den Gl. (16) und (17) erhält man

$$\left.\begin{aligned} &\text{für die Fläche } \triangle S_{12}\text{: } m_{d2} = -M_{01}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_2}\right) \\ &\text{für die Fläche } \triangle S_{34}\text{: } m_{d3} = -M_{04}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_3}\right) \end{aligned}\right\} (20)$$

Mit Hilfe der Gl. (20) sind wir nun in der Lage, eine Beziehung zwischen den Vektoren $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$ zu ermitteln. Man bildet die Oberflächendivergenz der Vektoren $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$. Für die Metalloberflächen $\triangle S_{12}$ und $\triangle S_{34}$ (Fig. 1) erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} D_{2n_2} &= D_2 = 4\pi M_{01} \\ F_{2n_2} &= F_2 = 4\pi m_{12} = 4\pi \frac{M_{01}}{\varepsilon_2} \\ D_{3n_3} &= D_3 = 4\pi M_{04} \\ F_{3n_3} &= F_3 = 4\pi m_{34} = 4\pi \frac{M_{04}}{\varepsilon_3} \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Aus Gl. (21) ergibt sich:

$$\mathfrak{D}_2 = \varepsilon_2 \mathfrak{F}_2 \text{ und } \mathfrak{D}_3 = \varepsilon_3 \mathfrak{F}_3 \qquad (22)$$

Die Beziehungen (22) sollten auch aus der Bildung der Flächendivergenz der Fläche $\triangle S_{23}$ ermittelt werden können. Mit Hilfe der Gl. (16), (17), (19a), (19b), (19c) und (20) kann man schreiben:

$$\left.\begin{aligned} &\int_{\triangle S_{23}} m_{23}\, dS_{23} = \int_{\triangle S_{12}} M_{01}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_2}\right) dS_{12} \\ &+ \int_{\triangle S_{34}} M_{04}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_3}\right) dS_{34} = \int_{\triangle S_{12}} M_{01}\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - \frac{1}{\varepsilon_2}\right) dS_{12} \end{aligned}\right\} (23)$$

Durch die Einführung der Flächendivergenz folgt:

$$\int_{\triangle S_{12}} M_{01}\, dS_{12} = -\frac{1}{4\pi}\int_{\triangle S_{23}} D_{2n_2}\, dS_{23} = \frac{1}{4\pi}\int_{\triangle S_{23}} D_{3n_3}\, dS_{23} \qquad (24)$$

Für die Fläche $\triangle S_{23}$ erhält man:

$$D_{2n_2} + D_{3n_3} = 0 \text{ und } F_{2n_2} + F_{3n_3} = 4\pi m_{23} \qquad (25)$$

Mit Gl. (24) erhält Gl. (23) folgende Form:

$$\int_{\triangle S_{23}} m_{23}\, dS_{23} = \frac{1}{4\pi}\int_{\triangle S_{23}} D_{3n_3}\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - \frac{1}{\varepsilon_2}\right) dS_{23}$$

Daraus ergibt sich:

$$4\pi m_{23} = D_{3n_3}\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - \frac{1}{\varepsilon_2}\right) \qquad (26)$$

Es ist nun leicht einzusehen, dass mit Rücksicht auf die Ausdrücke:

$$\mathfrak{D}_2 = \varepsilon_2 \mathfrak{F}_2 \text{ und } \mathfrak{D}_3 = \varepsilon_3 \mathfrak{F}_3$$

man aus den Gl. (25) dieselbe Beziehung wie in (26) bekommt.

Daraus schliessen wir, *dass im elektrostatischen Felde zweiter Kategorie bei unveränderter Dichte der elektrischen Ladungen der Metalloberflächen die Beziehung* $\mathfrak{D} = \varepsilon \mathfrak{F}$ *gültig ist.*

Wir gehen nun zum zweiten Fall über:

b) Veränderte Dichte nach Einführung des Isolierkörpers.

Die Ueberlegungen sind dieselben wie in Fall *a)*. Wir beziehen uns auf Fig. 2.

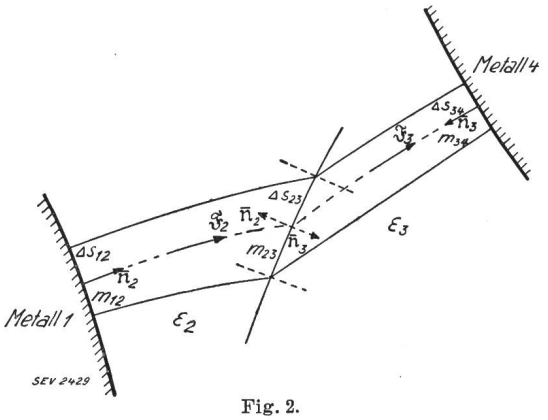

Fig. 2.

Die Gl. (17) erhalten nun folgende Form:

$$\left.\begin{aligned} m_{12} &= (M_{01} + m_1) + m_{d2} \\ m_{23} &= m_{d2} + m_{d3} \\ m_{34} &= m_{d3} + (M_{04} + m_4) \end{aligned}\right\} \qquad (27)$$

worin $(M_{01} + m_1)$ und $(M_{04} + m_4)$ die neuen elektrischen Dichten der Metalloberflächen $\triangle S_{12}$ und $\triangle S_{34}$ darstellen.

Ferner hat man:

$$\int_{S_1} m_1 \, dS_1 = 0 \quad \text{und} \quad \int_{S_4} m_4 \, dS_4 = 0 \qquad (28)$$

S_1, S_4 sind die Oberflächen der Metallkörper 1 und 4. Gl. (18) gilt auch in diesem Fall. Die Gl. (19) erhalten aber folgende Form:

$$\int_{\triangle S_{12}} m_{d2} \, dS_{12} = -\int_{\triangle S_{23}} m_{d2} \, dS_{23} \qquad (28a)$$

$$\int_{\triangle S_{23}} m_{d3} \, dS_{23} = -\int_{\triangle S_{34}} m_{d3} \, dS_{34} \qquad (28b)$$

$$\int_{\triangle S_{34}} (M_{04} + m_4) \, dS_{34} = -\int_{\triangle S_{12}} (M_{01} + m_1) \, dS_{12} \qquad (28c)$$

Wir führen die Flächendivergenz für die Flächen $\triangle S_{12}$ und $\triangle S_{34}$ an:

$$\left.\begin{aligned} D_{2n_2} = D_2 = 4\pi M_{01} \qquad & F_{2n_2} = F_2 = 4\pi m_{12} \\ D_{3n_3} = D_3 = 4\pi M_{04} \qquad & F_{3n_3} = F_3 = 4\pi m_{34} \end{aligned}\right\} \qquad (29)$$

Zur Bildung der Flächendivergenz z. B. des Vektors $\mathfrak{D}_2$ für die Fläche $\triangle S_{12}$ wird nicht die totale Dichte $(M_{01} + m_1)$ der Metalloberfläche $\triangle S_{12}$ in Betracht gezogen, denn die Bedingung, dass $\mathfrak{D}$ in der Metallmasse Null sein muss, wird nur von der Oberflächenverteilung der Dichte M_{01} erfüllt. Die gleiche Ueberlegung wird man auch bei der Bildung der Flächendivergenz des Vektors $\mathfrak{D}_3$ für die Fläche $\triangle S_{34}$ machen. Man soll somit darauf achten, dass das Vektorfeld $\mathfrak{D}$ von der Oberflächenverteilung der Dichte $M_{0\xi}$ abhängig ist.

Wir stellen nun die wichtige Frage, ob die Gl. (16) auch in diesem Fall gültig sein könnten? Zur Beantwortung dieser Frage wird zuerst angenommen, die Gl. (16) seien gültig.

Bei Berücksichtigung der Gl. (16) und (29) erhält die Beziehung zwischen $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$ für die Flächen $\triangle S_{12}$ und $\triangle S_{34}$ folgende Form:

$$\mathfrak{D}_2 = \varepsilon_2 \mathfrak{F}_2 \text{ und } \mathfrak{D}_3 = \varepsilon_3 \mathfrak{F}_3 \qquad (30)$$

Bei der Bildung der Flächendivergenz für die Fläche $\triangle S_{23}$ erhält man mit Hilfe der Gl. (16), (27) und (28) folgendes:

$$\begin{aligned} \int_{\triangle S_{23}} m_{23} \, dS_{23} &= \int_{\triangle S_{12}} M_{01}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_2}\right) dS_{12} + \int_{\triangle S_{12}} m_1 \, dS_{12} \\ &+ \int_{\triangle S_{34}} M_{04}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_3}\right) dS_{34} + \int_{\triangle S_{34}} m_4 \, dS_{34} \\ &= \int_{\triangle S_{12}} (M_{01} + m_1 - m_1)\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_2}\right) dS_{12} \\ &+ \int_{\triangle S_{34}} (M_{04} + m_4 - m_4)\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_3}\right) dS_{34} \\ &+ \int_{\triangle S_{12}} m_1 \, dS_{12} + \int_{\triangle S_{34}} m_4 \, dS_{34} \end{aligned}$$

Mit Rücksicht auf die Beziehung (28c) erhält man:

$$\left.\begin{aligned} \int_{\triangle S_{23}} m_{23} \, dS_{23} &= \int_{\triangle S_{12}} (M_{01} + m_1)\left(\frac{1}{\varepsilon_3} - \frac{1}{\varepsilon_2}\right) dS_{12} \\ &+ \int_{\triangle S_{12}} \frac{m_1}{\varepsilon_2} \, dS_{12} + \int_{\triangle S_{34}} \frac{m_4}{\varepsilon_3} \, dS_{34} = \int_{\triangle S_{12}} M_{01} \\ &\cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_3} - \frac{1}{\varepsilon_2}\right) dS_{12} + \int_{\triangle S_{12}} \frac{m_1}{\varepsilon_3} \, dS_{12} + \int_{\triangle S_{34}} \frac{m_4}{\varepsilon_3} \, dS_{34} \end{aligned}\right\} \qquad (31)$$

Aus dem Ausdruck (31) würden sich die Gl. (30) ergeben, wenn die Bedingungsgleichung

$$\underline{\int_{\triangle S_{12}} m_1 \, dS_{12} + \int_{\triangle S_{34}} m_4 \, dS_{34} = 0} \qquad (32)$$

erfüllt wird. Ist sie erfüllt, so bekommt der Ausdruck (31) die gleiche Form wie Gl. (23). Ferner ersieht man, dass Gl. (28c) unter Berücksichtigung der Gl. (32) folgende Form erhält:

$$\int_{\triangle S_{34}} M_{04} \, dS_{34} = -\int_{\triangle S_{12}} M_{01} \, dS_{12} \qquad (33)$$

eine Beziehung, die mit Gl. (19c) identisch ist.

Wir kommen also zu dem wichtigen Ergebnis, dass im elektrostatischen Felde zweiter Kategorie bei veränderter Dichte der elektrischen Ladung der Metalloberflächen nur dann die Gl. (16) und folglich eine Beziehung von der Form $\mathfrak{D} = \varepsilon\mathfrak{F}$ gelten kann, wenn die Bedingungsgleichung (32) erfüllt ist.

Es ist also von Fall zu Fall zu untersuchen, ob die Bedingungsgleichung (16) erfüllt wird. Ist das der Fall, so fällt das Induktionsrohr mit dem Kraftrohr zusammen. Wenn speziell in den elektrostatischen Feldern dritter Kategorie die Bedingungsgleichung (32) nicht erfüllt ist, dann kann die Beziehung (28c) nicht mehr in die Formen (19c) und (32) zerlegt werden. Das Induktionsrohr fällt dann nicht mehr mit dem Kraftrohr zusammen.

Eine Beziehung zwischen $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$ kann wohl immer festgelegt werden. Man benutzt dazu die allgemeinen Gleichungen (1) und (2) und für die Punkte, die in der Nähe der Körperoberflächen liegen, bestimmt man die Oberflächendivergenzen. Dabei müssen die Oberflächendichten der wahren und freien elektrischen Ladungen bekannt sein. Das Problem ist somit ziemlich schwierig.

III. Festlegung der Beziehung zwischen $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{F}$ im elektrostatischen Felde dritter Kategorie.

Die besprochenen Beziehungen dürften auch für elektrostatische Felder dritter Kategorie anwendbar sein. Die Untersuchung solcher Felder bietet aber gegenüber den vorigen Fällen viel grössere Schwierigkeiten. Man muss dazu erstens die beliebige räumliche und oberflächliche Verteilung der wahren elektrischen Mengen der Isolierkörper und zweitens die totale oberflächliche und räumliche Verteilung der wahren und freien elektrischen Ladungen kennen. Das Problem wurde bis heute nicht gelöst.

Schlussbemerkung.

Gestützt auf die bekannten Grundgleichungen der Elektrostatik wurde gezeigt, dass im elektrostatischen Feld erster Kategorie die Beziehung $\mathfrak{D} = \varepsilon\mathfrak{F}$ immer gültig ist.

Bei den elektrostatischen Feldern zweiter Kategorie hängt die Gültigkeit der Beziehung $\mathfrak{D} = \varepsilon\mathfrak{F}$ von der Bedingungsgleichung (32) ab.

Im elektrostatischen Felde dritter Kategorie bildet der Beweis, ob die Beziehung $\mathfrak{D} = \varepsilon\mathfrak{F}$ immer gültig ist oder nicht, ein neues Problem, welches bis heute noch nicht behandelt worden ist. Es muss betont werden, dass unsere heutigen Kenntnisse über das elektrostatische Feld dritter Kategorie sehr unvollständig sind.

Im Anschluss an die behandelten Fälle der elektrostatischen Felder mögen einige Vorschläge für weitere Arbeiten gemacht werden. Wir verfolgen den behandelten Fall des elektrostatischen Feldes zweiter Kategorie mit Aenderung der Dichte der freien elektrischen Ladungen der Metalloberflächen bei der Einführung eines Isolierkörpers. Es sei angenommen, dass die Bedingungsgleichung (32) erfüllt und folglich die Beziehung $\mathfrak{D} = \varepsilon\mathfrak{F}$ gültig ist. Man behauptet, dass in diesem Falle das Induktionsrohr sich mit dem Kraftrohr deckt.

Wenn man aber Gl. (1) betrachtet, so sieht man, dass das Vektorfeld $\mathfrak{D}$, welches nur von der Grösse und Verteilung der Dichte der oberflächlichen wahren elektrischen Ladungen der Metalle abhängig ist, *ohne Brechung durch die Trennfläche* $\triangle S_{23}$ *der Isolierkörper* ε_2 *und* ε_3 *hindurchgehen sollte.* Wie kommt es, dass an der Trennfläche $\triangle S_{23}$ der Vektor $\mathfrak{D}$ für zwei sehr nahe liegende Punkte P_2 und P_3 an der Trennfläche (siehe Fig. 2) nicht die gleiche Grösse und Richtung und den gleichen Sinn hat? Lässt sich aus dem Ausdruck der Flächendivergenz der Vektoren $\mathfrak{D}_2$ und $\mathfrak{D}_3$ an der Trennfläche $\triangle S_{23}$, welche lautet:

$$D_{2n_2} + D_{3n_3} = 0$$

nicht ersehen, dass die Vektoren $\mathfrak{D}_2$ und $\mathfrak{D}_3$ dieselbe Grösse, Richtung und denselben Sinn haben? Diese Fragen sind sehr wichtig. Wie wir sehen werden, bildet das $\mathfrak{D}$-Vektorfeld, durch die Gleichungen

$$\mathfrak{D}_2 = \varepsilon_2\mathfrak{F}_2 \text{ und } \mathfrak{D}_3 = \varepsilon_3\mathfrak{F}_3$$

gekennzeichnet, nicht dem wirklichen $\mathfrak{D}$-Vektorfeld, sobald die Feldlinien gebrochen werden.

Um zu zeigen, warum es nötig war, ein fiktives $\mathfrak{D}$-Vektorfeld einzuführen, muss man vor allem beweisen, dass die Vektoren $\mathfrak{D}_2$ und $\mathfrak{D}_3$, welche der Beziehung $D_{2n_2} + D_{3n_3} = 0$ unterliegen, gleich gross sind, dieselbe Richtung und denselben Sinn haben. Man betrachtet zu diesem Zweck den allgemeinen Fall einer Trennfläche S_{23} mit einer wahren elektrischen Dichte M_{23}. Die Flächendivergenz des Vektors $\mathfrak{D}$ wird:

$$D_{2n_2} + D_{3n_3} = 4\pi M_{23}$$

Nun kann man den Vektor $\mathfrak{D}$ in zwei Komponenten zerlegen:

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}' + \mathfrak{D}''$$

wobei $\mathfrak{D}'$ den ganzen im Felde vorhandenen wahren elektrischen Ladungen mit Ausnahme der Ladung $\int_{\triangle S_{23}} M_{23}\, dS_{23}$ des Flächenelementes $\triangle S_{23}$ entspricht. Das Flächenelement $\triangle S_{23}$ liegt den sehr benachbarten Punkten P_2 und P_3 gegenüber (Fig. 3a). Der Vektor $\mathfrak{D}''$ entspricht der wahren elektrischen Ladung $\int_{\triangle S_{23}} M_{23}\, dS_{23}$.

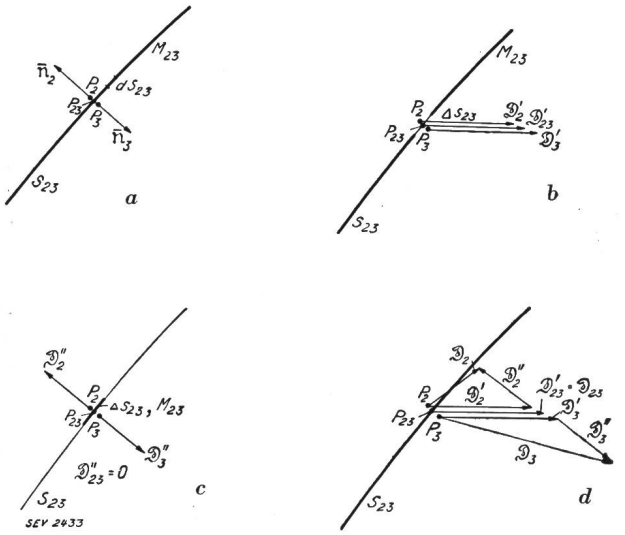

Fig. 3*a—d.*

Mit grosser Annäherung kann man annehmen, dass für die sehr benachbarten Punkte P_2, P_{23} und P_3 die Vektoren $\mathfrak{D}'_2$, $\mathfrak{D}'_{23}$ und $\mathfrak{D}'_3$ dieselbe Grösse und Richtung und denselben Sinn haben (Fig. 3b). Was den Vektor $\mathfrak{D}''$ anbelangt, so besitzen die Vektoren $\mathfrak{D}''_2$ und $\mathfrak{D}''_3$ dieselbe Grösse und Richtung, aber umgekehrten Sinn. Ferner hat man $\mathfrak{D}''_{23} = 0$ (Fig. 3c).

Man hat (Fig. 3d):

$$\mathfrak{D}_2 = \mathfrak{D}'_2 + \mathfrak{D}''_2$$
$$\mathfrak{D}_3 = \mathfrak{D}'_3 + \mathfrak{D}''_3$$
$$\mathfrak{D}_{23} = \mathfrak{D}'_{23}$$

Durch Bildung der Flächendivergenz von $\mathfrak{D}$-Vektoren erhält man:

$$D'_{2n_2} + D'_{3n_3} = 0 \quad \text{und} \quad D''_{2n_2} + D''_{3n_3} = 4\pi M_{23}$$

wobei man im angenommenen Fall schreiben kann:

$$D'_{2n_2} < 0 \qquad D''_{2n_2} > 0$$
$$D'_{3n_3} > 0 \qquad D''_{3n_3} > 0$$

Ferner betehen folgende Beziehungen:

$$D_{2n_2} = D'_{2n_2} + D''_{2n_2} \quad \text{und} \quad D_{3n_3} = D'_{3n_3} + D''_{3n_3}$$

Daraus ergibt sich, dass die plötzliche Aenderung des Vektors $\mathfrak{D}$, welche beim Uebergang des Vektors $\mathfrak{D}$ von Punkt P_2 in Punkt P_3 auftritt, nur auf die plötzliche Aenderung des Vektors $\mathfrak{D}''$ zurückzuführen, d. h. von der auf der Fläche $\triangle S_{23}$ vorhandenen wahren elektrischen Ladung abhängig ist.

Ist z. B. das Medium 2 ein Metall, so ist:

$$D_{2n_2} = D'_{2n_2} + D''_{2n_2} = 0$$

In diesem Fall stehen die Vektoren $\mathfrak{D}'$, $\mathfrak{D}''$ senkrecht auf der Metalloberfläche. Daraus folgt:

$$D'_{3n_3} = D''_{3n_3} = 2\pi M_{23}$$
$$D'_{3n_3} = D'_{23n_3} = D'_{23} = D_{23} = 2\pi M_{23}$$
$$D_{3n_3} = D_3 = 4\pi M_{23}$$

Wir kommen also zu dem Ergebnis, dass, wenn die Beziehung $D_{2n_2} + D_{3n_3} = 0$ erfüllt ist, die Vektoren $\mathfrak{D}_2$ und $\mathfrak{D}_3$ dieselbe Grösse und Richtung und denselben Sinn haben. Daraus folgt also, dass das wahre $\mathfrak{D}$-Vektorfeld mit dem $\mathfrak{D}$-Vektorfeld, welches durch die Beziehung $\mathfrak{D} = \varepsilon\mathfrak{F}$ gekennzeichnet ist, nicht mehr identisch ist.

Es bleibt noch zu zeigen, warum das fiktive $\mathfrak{D}$-Vektorfeld eingeführt wurde. Bei der Bestimmung der Kapazität einer Kraftröhre, bei der Festlegung der Brechungsgesetze usw. muss die Verteilung der wahren elektrischen Ladungen auf den Metalloberflächen bekannt sein. Ist z. B. ein vollständiges Kraftrohr bekannt, d. h. ein solches Kraftrohr, dessen Kraftlinien durch zwei metallische Oberflächen begrenzt sind, so wird bei der Bestimmung der Kapazität usw. verlangt, dass die Grösse der wahren Ladung derjenigen Metallfläche, von der die Kraftlinien ausgehen, bekannt sein muss. Man nimmt somit eine geschlossene Fläche, welche die verlangte unbekannte wahre elektrische Ladung einschliesst, und man bildet das Flächenintegral des wahren Vektors $\mathfrak{D}$ über die ganze geschlossene Fläche. Man erhält:

$$\int_S (\mathfrak{D}\,\mathrm{d}\gamma) = 4\pi \int_{\triangle S_{12}} M_{01}\,\mathrm{d}S_{12}$$

Um das Flächenintegral bilden zu können, muss man die räumliche Verteilung des wahren $\mathfrak{D}$-Vektorfeldes kennen. Dieselbe ist aber unbekannt. Man greift dann zu einem sehr sinnreichen Kunstmittel: *Man hat bewiesen, dass es Fälle gibt, in denen das Oberflächenintegral des Vektors $\mathfrak{F}$ multipliziert mit ε die eingeschlossene wahre Ladung angibt.*

Man bildet also das Integral über die Oberfläche eines Kraftrohres und man erhält, wie wir schon gesehen haben, folgenden Ausdruck:

$$-\int_{\triangle S_{23}} (\mathfrak{F}_2\,\varepsilon_2\,\mathrm{d}\gamma_{23}) = \int_{\triangle S_{23}} (\mathfrak{F}_3\,\varepsilon_3\,\mathrm{d}\gamma_{23}) = 4\pi \int_{\triangle S_{12}} M_{01}\,\mathrm{d}S_{12}$$

Man sieht daraus, dass, wenn die Feldlinien gebrochen sind, bei der Bestimmung der wahren Ladung, das wahre $\mathfrak{D}$-Vektorfeld durch ein fiktives $\mathfrak{D}$-Vektorfeld ersetzt werden kann.

Bei der Behandlung zukünftiger Aufgaben ist, speziell beim elektrostatischen Felde dritter Kategorie, immer zu untersuchen, ob die Beziehung $\mathfrak{D} = \varepsilon\mathfrak{F}$ gültig ist.

Wir sind am Schlusse unserer Betrachtungen angelangt. Durch ein Beispiel werden nun die elektrostatischen Felder erster und zweiter Kategorie erläutert.

Beispiel.

Wir betrachten folgenden Fall eines elektrostatischen Feldes erster Kategorie: Es sei im Felde einer wahren elektrischen Punktladung Q_1 eine Metallkugel vom Radius ϱ_2 vorhanden. Der Raum sei mit einer homogenen und isotropen Isoliermasse von der Dielektrizitätskonstante ε_3 gefüllt.

Man soll bestimmen:

1. Das Potential V_2 der metallischen Kugel;
2. Die oberflächliche Verteilung der Feldstärke und der Dichte der freien elektrischen Ladung der Kugel ϱ_2.

Wir bemerken vor allem, dass die wahre elektrische Ladung Q_1 als Punktladung aufzufassen ist. Dadurch ist das Problem wesentlich einfacher geworden, denn wenn eine elektrische Ladung auf die Oberfläche einer sehr kleinen metallischen Kugel verteilt ist, können die verschiedenen Abstände vom Punkte P zu den Flächenelementen (dS) der Kugel, durch den Abstand zwischen P und dem Mittelpunkt der Kugel ersetzt werden. Infolgedessen werden $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{F}$ und V, die aus den Gl. (1), (2) und (3) bestimmt werden können, *von der oberflächlichen Verteilung der Ladung unabhängig. Diese Grössen hängen damit nur von der Grösse der Ladung ab.*

Fast alle Probleme aus dem Gebiete des elektrostatischen Feldes erster Kategorie werden durch Einführung von Punkt- und Linienladungen, d. h. durch die Methode der elektrischen Bilder gelöst. Damit ist die Kenntnis der Verteilung der wahren und freien elektrischen Ladungen auf den Metalloberflächen nicht mehr nötig.

Bestimmung des Potentials V_2.

Zur Bestimmung des Potentials V_2 im Punkte P wählt man zur Vereinfachung das Zentrum Q_2 der Kugel ϱ_2 aus (Fig. 4).

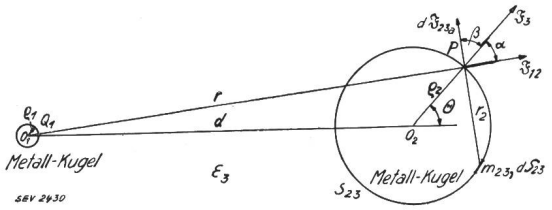

Fig. 4.

Also:

$$\left.\begin{aligned} V_p = V_2 &= \frac{Q_1}{\varepsilon_3 d} + \int_{S_{23}} \frac{m_{23}\, dS_{23}}{\varrho_2} = \frac{Q_1}{\varepsilon_3 d} \\ &+ (q_{i2} - q_{i2}) \frac{1}{\varrho_2} = \frac{Q_1}{\varepsilon_3 d} + (Q_{oi_2} - Q_{oi_2}). \\ \frac{1}{\varepsilon_3 \varrho_2} &= \frac{Q_1}{\varepsilon_3 d} \end{aligned}\right\} \quad (34)$$

Q_{oi2} lässt sich in folgender Weise ermitteln: Man erdet die Metallkugel ϱ_2. Das Potential V_2 wird Null und die wahre elektrische Ladung Q_{oi2} geht zur Erde.

Man hat:

$$V_p = 0 = \frac{Q_1}{\varepsilon_3 d} - \frac{Q_{oi_2}}{\varepsilon_3 \varrho_2}$$

Daraus ergibt sich:

$$Q_{oi2} = \frac{Q_1 \varrho_2}{d}$$

Bestimmung der Feldstärke $\mathfrak{F}_3$ *im Punkte* P *auf der Trennfläche* S_{23}.

Für einen Punkt P auf der Metalloberfläche hat man:

$$F_{3p} = F_{12} \cos\alpha + \int_{S_{23}} dF_{23a} \cos\beta = \frac{Q_1}{\varepsilon_3 r^2} \cos\alpha + \int_{S_{23}} \frac{m_{23}\, dS_{23}}{r_2^2} \cos\beta$$

wobei die Feldstärken $\mathfrak{F}_{12}$ und $\mathfrak{F}_{23a}$ von den freien elektrischen Ladungen $\frac{Q_1}{\varepsilon_3}$ und $q_{i2} - q_{i2}$ im Punkte P erzeugt sind. Für einen Punkt P_a ausserhalb der Kugel, aber sehr nahe von der Oberfläche S_{23}, erhält die Feldstärke $\mathfrak{F}_3$ folgenden Wert:

$$\mathfrak{F}_3 = 2\, \mathfrak{F}_{3p}$$

Durch Einführung der Potentialgleichung in den obigen Ausdruck erhält man:

$$F_3 = \frac{Q_1}{\varepsilon_3 \varrho_2} \left[\frac{1}{d} - \frac{1}{r_3} (d^2 - \varrho_2^2) \right] \quad (36)$$

Bestimmung der Oberflächendichte m_{23} *der freien elektrischen Ladung der Kugel* ϱ_2.

Durch Einführung der Flächendivergenz kann man schreiben:

$$F_{3n3} = F_3 = 4\pi m_{23}$$

Somit:

$$m_{23} = \frac{Q_1}{4\pi \varepsilon_3 \varrho_2} \left[\frac{1}{d} - \frac{1}{r^3} (d^2 - \varrho_2^2) \right] \quad (37)$$

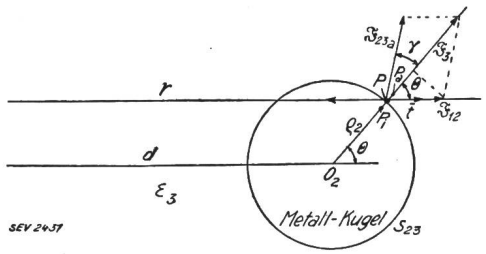

Fig. 5.

Erster Sonderfall.

Wenn die Metallkugel ϱ_2 sich sehr weit von der wahren elektrischen Punktladung Q_1 befindet, dann stellt sich heraus, wie wenn das Feld $\mathfrak{F}_{12}$ gleichförmig wäre (Fig. 5).

$$\text{Man hat: } \mathfrak{F}_{12} = \frac{Q_1}{\varepsilon_3 d^2} \bar{t} \quad (38)$$

Setzt man $r = d + \varrho_2 \cos\Theta$ ein, so erhält der Ausdruck (36) folgende Form:

$$F_3 \cong \frac{Q_1}{\varepsilon_3 \varrho_2} \left[\frac{1}{d} - \frac{d^2}{r^3} \right] = \frac{Q_1}{\varepsilon_3 \varrho_2} \frac{(r-d)(r^2 + rd + d^2}{d^4} = \frac{Q_1}{\varepsilon_3 \varrho_2} \frac{3\, \varrho_2 \cos\Theta}{d^2}$$

$$\text{oder: } F_3 = 3\, F_{12} \cos\Theta \quad (39)$$

Mit $\mathfrak{F}_{23a}$ und $\mathfrak{F}_{23i}$ seien die von den freien elektrischen Ladungen q_{i2} und $-q_{i2}$ in P_a und P_i erzeugten Feldstärken bezeichnet; sie lassen sich wie folgt bestimmen (Fig. 5):

$$F_3 = F_{23} \cos\gamma + F_{12} \cos\Theta = 3\, F_{12} \cos\Theta$$

somit:

$$F_{23an_2} = F_{23a} \cos\gamma = 2\, F_{12} \cos\Theta \quad (40)$$

Andererseits hat man:

$$(F_{23a} \cos\gamma)^2 + (F_{12} \sin\Theta)^2 = F_{23a}^2 \quad (41)$$

Aus den Gl. (40) und (41) ergibt sich:

$$F_{23a} = F_{12} \sqrt{1 + 3 \cos^2\Theta} \quad (42)$$

Mit Rücksicht auf die Bedingung des elektrostatischen Gleichgewichts wird die Feldstärke $\mathfrak{F}_2$ in der Metallmasse Null. Daraus folgt:

$$F_2 = F_{12} + F_{23i} = 0 \quad (43)$$

$$\text{oder } F_{12} = -F_{23i} \quad (44)$$

Zweiter Sonderfall.

An Stelle der Metallkugel ϱ_2 wird eine Isolierkugel ϱ_2 mit der Dielektrizitätskonstante ε_2 eingesetzt. Man erhält damit ein elektrostatisches Feld zweiter Kategorie. *Durch Einführung der Isolierkugel ins Feld hat sich die Oberflächendichte der freien elektrischen Mengen der sehr kleinen Metallkugel* ϱ_1 *geändert.*

Man vernachlässigt aber die Aenderung der Oberflächendichte, denn die Metallkugel ϱ_1 liegt sehr weit von der Isolierkugel ϱ_2 und der Radius ϱ_1 ist so klein, dass die elektrische Ladung Q_1 als

Punktladung betrachtet wird. *Man erkennt somit aus den festgelegten Annahmen, dass in diesem Fall die Beziehung* $\mathfrak{D} = \varepsilon\mathfrak{F}$ *mit grosser Annäherung gültig ist.*

Bei der Ersetzung der Metallkugel durch eine Isolierkugel von gleichem Radius ϱ_2 tritt auf der Trennfläche S_{23} eine solche Oberflächendichte m'_{23} auf, dass im elektrostatischen Gleichgewichtszustande die Feldstärke $\mathfrak{F}'_2$ einen den dielektrischen Eigenschaften der Isolierkugel entsprechenden Wert erhält. Ferner ist die Verteilung von m'_{23} derjenigen der m_{23} gleich.

Wir können also einsetzen: $m'_{23} = \mu m_{23}$. (45)

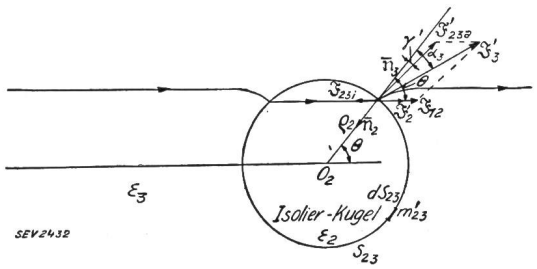

Fig. 6.

Die Aufgabe ist nun, μ zu bestimmen. Man bildet die Flächendivergenz des Vektors $\mathfrak{D}'$ für die Oberfläche S_{23} (Fig. 6):

$$D'_{2n_2} + D'_{3n_3} = 0$$

wobei:

$$D'_{2n_2} = D'_{23in_2} + D_{12in_2} = \varepsilon_2 F'_{2n_2} = \varepsilon_2(\mu F_{23in_2} - F_{12}\cos\Theta)$$

$$D'_{3n_3} = D'_{23an_3} + D_{12an_3} = \varepsilon_3 F'_{3n_3} = \varepsilon_3(\mu F_{23an_3} + F_{12}\cos\Theta)$$

Unter Berücksichtigung der Gl. (40) und (44) erhält man:

$$D'_{2n_2} = \varepsilon_2(\mu F_{12}\cos\Theta - F_{12}\cos\Theta) \qquad (47)$$

$$D'_{3n_3} = \varepsilon_3(\mu 2 F_{12}\cos\Theta + F_{12}\cos\Theta) \qquad (48)$$

Aus den Gl. (46), (47) und (48) lässt sich μ bestimmen

$$\frac{1+2\mu}{1-\mu} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \qquad (49)$$

somit:

$$\mu = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_3} \qquad (50)$$

Als die Kugel ϱ_2 eine Metallkugel war, stand die Feldstärke $\mathfrak{F}_3$ senkrecht zu der Metalloberfläche. Die Feldstärke $\mathfrak{F}'_3$ steht aber auf der Oberfläche des Isolierkörpers nicht mehr senkrecht (Fig. 6). Die Feldlinie erfährt beim Durchgang von der Isoliermasse ε_2 zu der Isoliermasse ε_3 eine Brechung. Durch Anwendung der Brechungsgesetze kann man den Brechungswinkel α_3 bestimmen.

Bestimmung des Brechungswinkels α_3.

Man hat:

$$\mathfrak{F}'_2 \sin\Theta = \mathfrak{F}'_3 \sin\alpha_3$$

$$\varepsilon_2 \mathfrak{F}'_2 \cos\Theta = \varepsilon_3 \mathfrak{F}'_3 \cos\alpha_3$$

Somit:

$$\operatorname{tg}\Theta \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} = \operatorname{tg}\alpha_3$$

Durch dieses Beispiel wurde erläutert, unter welchen Verhältnissen die Beziehung $\mathfrak{D} = \varepsilon\mathfrak{F}$ gültig war.

Technische Mitteilungen. — Communications de nature technique.

Maschennetz-Sicherungen [1]).

621.316.923

Weitgehende Vermaschung der Niederspannungsverteilnetze bringt grosse Vorteile. Diesen stehen jedoch als Nachteil die Vergrösserung der Kurzschlußströme nicht nur in Stationsnähe, sondern im ganzen Verteilnetz, und die Schwierigkeit selektiver Abschaltung schadhafter Netzteile gegenüber.

1. Bisher verwendete Sicherungen.

Bisher wurden zum Schutz von Wechselstrom-Niederspannungsnetzen zumeist Schmelzleiter in Form von Blechstreifen oder Drähten, eingesetzt in Schraubverbindungen oder Griffhalter, verwendet. Diese wurden auf Tafeln vereinigt und in Kabelnetzen oft in die Kabelabzweigkasten unter dem Strassenpflaster mit Deckel und Wasserglocke montiert. Da die BEWAG (Berliner städtische Elektrizitätswerke A.-G.) beabsichtigt, ihre Netze zu vermaschen, wurden vorerst Kurzschlussversuche mit handelsüblichen Sicherungen gemacht. Bei den offenen Schmelzstreifen zeigten sich bei der Abschaltung hoher Ströme starke Lichtbögen, die lange stehen blieben. Versuche an 200-A-Schmelzstreifen mit 20 000 A und 380 V ergaben bei einem nach 5 ms auftretenden Lichtbogen eine Lichtbogendauer von 0,13 s. Eigentliche Stehlichtbögen wurden jedoch erst beim Uebergreifen auf benachbarte Phasen beobachtet, womit dann aber ein Weitergreifen der Störung auf primär nicht betroffene Netzteile verbunden war.

[1]) Freiberger, Elektrizitätswirtschaft, 1931, Nr. 23, S. 651.

Die Gefahr dieses Ueberschlages ist weniger von der Grösse des Kurzschlußstromes als von der verdampften Metallmenge, d. h. vom Querschnitt des Schmelzstreifens abhängig.

Bei Verwendung guter Isoliermaterialien und bei zweckmässiger Konstruktion der Griffhalter, die insbesondere gegen Wegschleudern durch die bei heftigen Kurzschlüssen auftretenden elektrodynamischen Kräfte gesichert werden müssen und keine lockern Verbindungen aufweisen dürfen, können, wenn für feuersichere Phasentrennung gesorgt ist und den Lichtbogengasen freier Abzug gewährt wird, von 1000-A-Sicherungen Kurzschlüsse bis 30 000 A sicher abgeschaltet werden. In Kabelkästen bedingt jedoch diese Phasentrennung kostspielige Aenderungen oder gar Neukonstruktionen, die in bestehenden Netzen schwer einzubauen sind. Andrerseits ist es schwierig, den Gasen freien Abzug zu gewähren; sie führen sogar nicht selten zu eigentlichen Explosionen der Kabelkasten, die infolgedessen den Strassenverkehr gefährden.

2. Verzicht auf die Absicherung, Ausbrennen der Fehlerstelle.

In amerikanischen Großstädten verzichtet man demzufolge heute überhaupt auf jede Absicherung der Verteilnetze und lässt bei Störungen die Fehlerstelle durch den Strom selbst ausbrennen [2]). Versuche der BEWAG ergaben,

[2]) Aemmer, Die zukünftige Energieverteilung in New-York, Bull. SEV 1931, Nr. 2, S. 44.