Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 21 (1930)
Heft: 22

Artikel: Der Transformator in Sparschaltung [Fortsetzung und Schluss]
Autor: Wirz, Emil
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1058282

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN
BULLETIN
ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Generalsekretariat des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke | REDAKTION Zürich 8, Seefeldstr. 301 | Secrétariat général de l'Association Suisse des Electriciens et de l'Union de Centrales Suisses d'électricité

Verlag und Administration | Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G. Zürich 4, Stauffacherquai 36/38 | Editeur et Administration

Nachdruck von Text oder Figuren ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit Quellenangabe gestattet | Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et sans indication des sources

XXI. Jahrgang XXIe Année | Bulletin No. 22 | November II Novembre II 1930

Der Transformator in Sparschaltung.

(Fortsetzung von Seite 704 und Schluss.)

Von Dr.-Ing. *Emil Wirz*, Privatdozent an der E. T. H., Zürich.

621.314.223

Der Kurzschlusszustand.

Beim Kurzschlusszustand schliessen wir bei Primärspeisung die Sekundärklemmen kurz und bei Sekundärspeisung die Primärklemmen und regulieren die Anschlusspannung so ein, dass entweder der sekundäre oder der primäre Vollaststrom in der kurzgeschlossenen Wicklung auftritt. Da in diesem Zustande beim kurzgeschlossenen Teile keine äussere Belastung vorhanden ist, so stellt sich im Eisenkörper nur ein dem Spannungsgefälle der Wicklungen entsprechender Kraftfluss ein, so dass die Eisenverluste vernachlässigbar sind und somit der Kurzschlussverlust ungefähr gleich den Kupferverlusten ist. Wir müssen nun auch bei Kurzschluss die Verhältnisse für beide Fälle 1 und 2 und bei Primär- und Sekundärspeisung untersuchen, damit wir eine Kontrolle über die erhaltenen Beziehungen haben.

a) Primärspeisung.

Fall 1 $w_1 < w_2$: Beim kurzgeschlossenen Spartransformator tritt, wie wir bereits erwähnt haben, nur ein so grosses magnetisches Wechselfeld auf, dass die induzierten EMKe der Wicklungen die Spannungsgefälle derselben zu decken vermögen. Zur Erzeugung dieses erforderlichen Feldes müssen wir einen Leerlaufstrom I_{10k} aufwenden, der sich aus der induzierten EMK der Sekundärwicklung und aus der Impedanz des zugehörigen Wicklungsteiles bestimmen lässt. An den Klemmen der Primärwicklung wird bei Kurzschluss eine EMK E_{1k} induziert und an den Klemmen der Sekundärwicklung eine solche E_{2k}, so dass dann gelten muss:

$$\mathfrak{E}_{1K1} = \mathfrak{E}_{2k1} \cdot \frac{w_1}{w_2} = \mathfrak{E}'_{2K1} \tag{35}$$

Da diese EMK der Sekundärwicklung allein zur Deckung des Spannungsgefälles aufgewendet werden muss, so folgt

$$\mathfrak{E}_{1K1} = \mathfrak{E}'_{2K1} = \mathfrak{J}'_2 \cdot \mathfrak{Z}'_{2R1} \tag{35a}$$

Damit kann nun leicht der Leerlaufstrom I_{10k} bei Kurzschluss aus der Erregeradmittanz y_{1R1} berechnet werden, wenn wir voraussetzen, dass dieselbe vom Leerlauf bis Kurzschluss konstant bleiben wird: Er beträgt:

$$\mathfrak{J}_{10k} = \mathfrak{E}_{1K1} \cdot \mathfrak{Y}_{1R1} = \mathfrak{J}'_2 \cdot \mathfrak{Z}'_{2R1} \cdot \mathfrak{Y}_{1R1} \tag{36}$$

Da sich ferner der primäre Kurzschlusstrom aus dem Erregerstrom I_{10k} und dem auf Primär reduzierten Sekundärstrom I'_2 zusammensetzt, so wird

$$\mathfrak{J}_{1K1} = \mathfrak{J}_{10k} + \mathfrak{J}'_2 \tag{37}$$

Setzen wir Gleichung (36) in Gleichung (37) ein, so wird

$$\mathfrak{J}_{1K1} = \mathfrak{J}'_2 \cdot \mathfrak{Z}'_{2R1} \cdot \mathfrak{Y}_{1R1} + \mathfrak{J}'_2 = \mathfrak{J}'_2 (\mathfrak{Z}'_{2R1} \cdot \mathfrak{Y}_{1R1} + 1) = \mathfrak{J}'_2 \cdot \mathfrak{C}'_{201} \tag{37a}$$

da nach Gleichung (28) $y'_{2R1} = y_{1R1}$ ist und nach Gleichung (29) $\mathfrak{Z}'_{2R1} \cdot \mathfrak{Y}_{2R1} + 1 = \mathfrak{C}'_{201}$ den Uebersetzungsfaktor bei Sekundärspeisung im Fall 1 darstellt. Dieser Uebersetzungsfaktor kann nach Gleichung (30) als Funktion von C'_{101} und C'_{110} ausgedrückt werden, und es gelten daher alle dort erwähnten Gesichtspunkte auch für die Kurzschlussströme. Abgesehen von der Zusammensetzung dieses Uebersetzungsfaktors liegen daher die Stromverhältnisse ganz ähnlich wie beim allgemeinen Transformator.

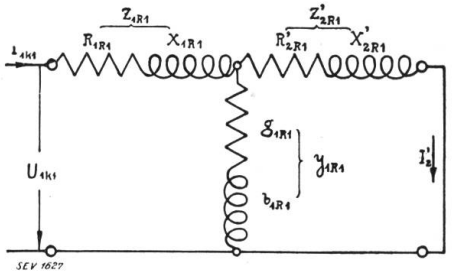

Fig. 10.
Ersatzschaltung des Spartransformators bei Kurzschluss und Primärspeisung für den Fall 1 $w_1 < w_2$.

In Fig. 10 ist die Ersatzschaltung bei Kurzschluss für Fall 1 und Primärspeisung dargestellt. Nach dieser Ersatzschaltung können wir nun auch die Kurzschlussimpedanz ermitteln. Zunächst müssen wir die resultierende Admittanz der parallelen Kreise, des Erregerkreises und des Sekundärkreises bestimmen, die sich aus der Ersatzschaltung Fig. 10 ergibt zu:

$$\mathfrak{Y}_{1P1} = \mathfrak{Y}_{1R1} + \frac{1}{\mathfrak{Z}'_{2R1}} = \frac{\mathfrak{Y}_{1R1} \cdot \mathfrak{Z}'_{2R1} + 1}{\mathfrak{Z}'_{2R1}} = \frac{\mathfrak{C}'_{201}}{\mathfrak{Z}'_{2R1}}. \tag{38}$$

Die Kurzschlussimpedanz ergibt sich dann als Summe aus der primären Wicklungsimpedanz und derjenigen des Parallelkreises zu:

$$\mathfrak{Z}_{1K1} = \mathfrak{Z}_{1R1} + \frac{1}{\mathfrak{Y}_{1P1}} = \mathfrak{Z}_{1R1} + \frac{\mathfrak{Z}'_{2R1}}{\mathfrak{C}'_{201}} = \frac{\mathfrak{Z}_{1R1} \cdot \mathfrak{C}'_{201} + \mathfrak{Z}'_{2R}}{\mathfrak{C}'_{201}}. \tag{39}$$

Wir sehen auch hier bei der Kurzschlussimpedanz, dass die Verhältnisse ganz ähnlich sind wie bei dem allgemeinen Transformator. Den Zähler von Gleichung (39) können wir nun noch etwas umformen, so dass derselbe in die Form übergeht:

$$\mathfrak{Z}_{1R1} \cdot \mathfrak{C}'_{201} + \mathfrak{Z}'_{2R1} = \mathfrak{Z}_{I} \left[\frac{w_2 - w_1}{w_2} \cdot \mathfrak{C}'_{201} + \frac{w_1 (w_2 - w_1)}{w_2^2} \right] + \mathfrak{Z}_{II} \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2. \tag{39a}$$

Damit kann Gleichung (39) der Kurzschlussimpedanz auch in der Form ausgedrückt werden:

$$\mathfrak{Z}_{1K1} = \mathfrak{Z}_{I} \frac{(w_2 \cdot \mathfrak{C}'_{201} + w_1)\,(w_2 - w_1)}{\mathfrak{C}'_{201} \cdot w_2^2} + \mathfrak{Z}_{II} \cdot \frac{w_1^2}{w_2^2 \cdot \mathfrak{C}'_{201}}. \tag{39b}$$

In diesem Fall 1 und bei Primärspeisung ist daher die Kurzschlussimpedanz ausserordentlich stark von den Windungszahlen beider Kreise abhängig. Der Anteil der Wicklungsimpedanz Z_I des Wicklungsteiles I an der gesamten Kurzschlussimpedanz wird offenbar um so kleiner, je mehr sich die Windungszahl w_2 derjenigen von w_1 nähert. Für den Fall $w_2 = w_1$ muss $Z_{II} = 0$ werden, so dass damit auch die Kurzschlussimpedanz verschwindet.

Für praktische Nachrechnungen ist Gleichung (39b) zu umständlich, da der Uebersetzungsfaktor C'_{201} viel Berechnungsarbeit erfordert. Andererseits aber wird $C'_{201} \cong 1$ werden, so dass wir für praktische Nachrechnungen mit hinreichender Genauigkeit für die Kurzschlussimpedanz setzen können:

$$\mathfrak{Z}_{1K1} = \mathfrak{Z}_{I} \cdot \frac{w_2^2 - w_1^2}{w_2^2} + \mathfrak{Z}_{II} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2. \tag{39c}$$

Für diese vereinfachte Beziehung der Kurzschlussimpedanz können wir nun auch die einzelnen Komponenten angeben und erhalten:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{R}_{1K1} &= \mathfrak{R}_{I} \cdot \frac{w_2^2 - w_1^2}{w_2^2} + \mathfrak{R}_{II} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \\ \mathfrak{X}_{1K1} &= \mathfrak{X}_{I} \cdot \frac{w_2^2 - w_1^2}{w_2^2} + \mathfrak{R}_{II} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \end{aligned}\right\} \tag{39d}$$

und schliesslich ist der absolute Wert derselben bestimmt durch:

$$Z_{1K1} = \sqrt{R_{1R1}^2 + X_{1K1}^2}. \tag{39e}$$

Für die Dimensionierung von solchen Spartransformatoren interessiert uns nun noch, welchen Anteil die Wicklungsimpedanzen Z_I und Z_{II} als Funktion des Windungsverhältnisses $\frac{w_2}{w_1}$ an der resultierenden Kurzschlussimpedanz nehmen. Zu diesem Zwecke greifen wir die Windungsfaktoren in Gleichung (39b) und 39c) der Wicklungsimpedanzen heraus und setzen:

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \frac{(w_2 \cdot C'_{201} + w_1)\,(w_2 - w_1)}{w_2^2 \cdot C'_{201}} \cong \frac{w_2^2 - w_1^2}{w_2^2} \\ k_2 &= \frac{w_1^2}{w_2^2 \cdot C'_{201}} \cong \frac{w_1^2}{w_2^2} \end{aligned}\right\} \tag{39f}$$

so dass wir diese $C'_{201} \cong 1$ berechnen können. Auf diese Weise erhalten wir die in Tabelle II berechneten Zahlenwerte k_1 und k_2 als Funktion von $\frac{w_2}{w_1}$ für den Fall 1 $w_1 < w_2$.

Tabelle II.

$\frac{w_2}{w_1}$	1,00	1,50	2,00	3,00	4,00	5,00	10	100
k_1	0	0,355	0,75	0,888	0,9375	0,96	0,99	0,9999
k_2	1,00	0,645	0,25	0,111	0,0625	0,04	0,01	0,0001

In Fig. 11 sind diese Zahlenwerte in Kurvenform aufgetragen; wir müssen dieselben natürlich als Grenzwerte betrachten. Wir erkennen hieraus, dass der Anteil der Wicklungshälfte I an der resultierenden Kurzschlussimpedanz nur innerhalb einer sehr kleinen Grenze praktisch klein gehalten werden kann, dass also, wie wir bereits bei der Innenleistung auseinandergesetzt haben, der Spartransformator nur innerhalb dieser Grenzen wirtschaftlich anwendbar ist.

Multiplizieren wir die Kurzschlussimpedanz der Gleichung (39) oder (39b) mit dem Kurzschlusstrom, so ergibt sich die Kurzschlussspannung für den Fall 1 zu:

$$\mathfrak{U}_{1K1} = \mathfrak{J}_{1R1} \cdot \mathfrak{Z}_{1R1} = \mathfrak{J}_{1R1} \cdot \mathfrak{Z}_{1R1} + \mathfrak{J}_{1R1} \cdot \frac{\mathfrak{Z}'_{2R1}}{\mathfrak{C}'_{201}} = \mathfrak{J}_{1R1} \cdot \mathfrak{Z}_{1R1} \cdot \mathfrak{J}'_2 + \mathfrak{Z}'_{2R1}. \tag{40}$$

Die Kurzschlusspannung setzt sich deshalb wie beim allgemeinen Transformator aus den Spannungsgefällen des Primär- und Sekundärkreises zusammen.

Damit wir das Strom- und Spannungsdiagramm bei Kurzschluss aufstellen können, müssen wir auch die Spannungsgefälle nach den Wicklungshälften zerlegen, da die Impedanz Z'_{2R1} Teile von beiden Wicklungshälften enthält. Durch Zerlegung der Gleichung (40) wird dann:

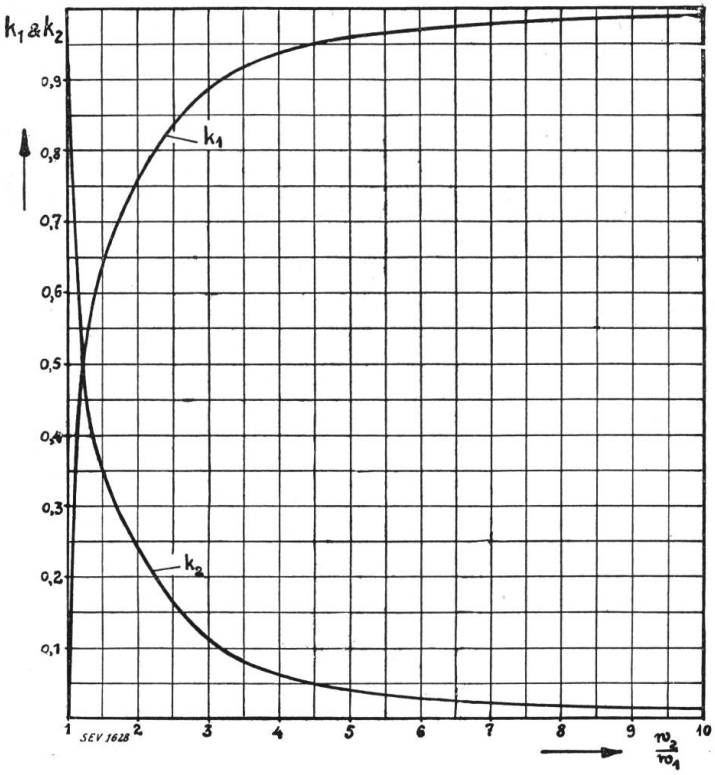

Fig. 11.
Anteilfaktoren k_1 und k_2 der beiden Wicklungshälften I und II an der Kurzschlussimpedanz als Funktion des Windungsverhältnisses $\frac{w_2}{w_1}$ bei Primärspeisung für den Fall 1.

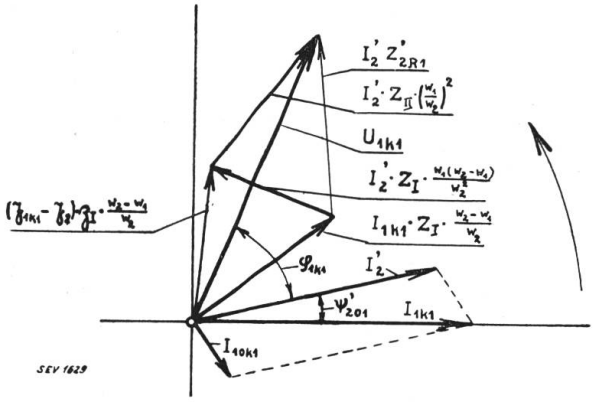

Fig. 12.
Kurzschlussdiagramm bei Primärspeisung des Spartransformators für den Fall 1.

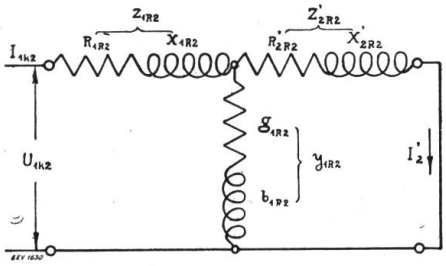

Fig. 13.
Ersatzschaltung des Spartransformators bei Kurzschluss und Primärspeisung für den Fall 2 $w_1 > w_2$.

$$\mathfrak{U}_{1R} = \mathfrak{J}_{1R1} \cdot \frac{w_2 - w_1}{w_2} \cdot \mathfrak{Z}_{I} + \mathfrak{J}'_2 \left[\mathfrak{Z}_{I} \frac{w_1 (w_2 - w_1)}{w_2^2} + \mathfrak{Z}_{II} \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 \right]$$

$$= \frac{w_2 - w_1}{w_2} \cdot \mathfrak{Z}_{I} \left[\mathfrak{J}_{1R1} - \mathfrak{J}_2 \right] + \mathfrak{J}'_2 \cdot \mathfrak{Z}_{II} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 \tag{40a}$$

da $I'_2 \cdot \frac{w_1}{w_2} = -I_2$ ist, weil I_2 stets entgegengesetzte Richtung wie I'_2 bzw. I_{1k} hat. Aus dieser Kurzschlusspannung der Gleichung (40a) und aus dem Kurzschlusstrom der Gleichung (37) können wir nun das vollständige Kurzschlussdiagramm aufstellen (Fig. 12). Abgesehen vom Strom I_2 und der Impedanz Z_{II} beeinflusst in erster Linie das Windungsverhältnis den Wicklungsteil I mit dem Differenzstrom. In gewissen Grenzen wird deshalb die Kurzschlusspannung stets kleiner sein als beim normalen Transformator und gegen diesen wirtschaftliche Vorteile bieten.

Fall 2 $w_1 > w_2$: In diesem Falle bleiben die gleichen Gesichtspunkte bestehen wie im Fall 1, nur dass sich die Impedanzen beider Kreise ändern. Fig. 13 zeigt die Ersatzschaltung. Wir gehen wieder von den induzierten EMKe und dem zugehörigen sekundären Spannungsgefälle bei Kurzschluss aus und erhalten:

$$\mathfrak{E}_{1k2} = \mathfrak{E}'_{2k2} = \mathfrak{J}'_2 \cdot \mathfrak{Z}'_{2R2}. \tag{41}$$

Den Leerlaufstrom bei Kurzschluss berechnen wir im Fall 1:

$$\mathfrak{J}_{10k2} = \mathfrak{E}_{1k2} \cdot \mathfrak{Y}_{1R2} = \mathfrak{J}'_2 \cdot \mathfrak{Z}'_{2R2} \cdot \mathfrak{Y}_{1R2}. \tag{42}$$

Setzen wir diesen Leerlaufstrom in die Stromgleichung bei Kurzschluss ein, so wird für den Kurzschlusstrom

$$\mathfrak{J}_{1k2} = \mathfrak{J}_{10k2} + \mathfrak{J}_2' = \mathfrak{J}_2' \cdot \mathfrak{Z}_{2R2}' \cdot \mathfrak{Y}_{1R2} + \mathfrak{J}_2' = \mathfrak{J}_2' (\mathfrak{Z}_{2R2}' \cdot \mathfrak{Y}_{1R2} + 1) = \mathfrak{J}_2' \cdot \mathfrak{C}_{202}' \tag{43}$$

da nach Gleichung (34a) für den Uebersetzungsfaktor

$$\mathfrak{C}_{202}' = \mathfrak{Y}_{1R2} \cdot \mathfrak{Z}_{2R2}' + 1 = \mathfrak{Y}_{1a} \cdot \mathfrak{Z}_1 + 1 = \mathfrak{C}_{101}'$$

zu setzen ist.

Aus der Ersatzschaltung (Fig. 13) berechnen wir die resultierende Admittanz der Parallelschaltung der Erregeradmittanz y_{1R2} und der sekundären Impedanz Z_{2R2} und erhalten schliesslich:

$$\mathfrak{Y}_{1P2} = \mathfrak{Y}_{1R2} + \frac{1}{\mathfrak{Z}_{2R2}'} = \frac{\mathfrak{Y}_{1R2} \cdot \mathfrak{Z}_{2R2}' + 1}{\mathfrak{Z}_{2R2}'} = \frac{\mathfrak{C}_{202}'}{\mathfrak{Z}_{2R2}'}. \tag{44}$$

Die Kurzschlussimpedanz wird dann:

$$\mathfrak{Z}_{1k2} = \mathfrak{Z}_{1R2} + \frac{1}{\mathfrak{Y}_{1P2}} = \mathfrak{Z}_{1R2} + \frac{\mathfrak{Z}_{2R2}'}{\mathfrak{C}_{202}'} = \frac{\mathfrak{Z}_{1R2} \cdot \mathfrak{C}_{202}' + \mathfrak{Z}_{2R2}'}{\mathfrak{C}_{202}'}. \tag{45}$$

Wie im ersten Falle können wir den Zähler dieses Ausdruckes in die Form überführen:

$$\mathfrak{Z}_{1R2} \cdot \mathfrak{C}_{202}' + \mathfrak{Z}_{2R2}' = \mathfrak{Z}_{I} \frac{w_1 - w_2}{w_2} \left[\mathfrak{C}_{20}' + \frac{w_1}{w} \right] + \mathfrak{Z}_{II} \cdot \mathfrak{C}_{202}'. \tag{45a}$$

Damit erhalten wir für die Kurzschlussimpedanz im Fall 2 und bei Primärspeisung:

$$\mathfrak{Z}_{1k2} = \mathfrak{Z}_{I} \frac{(w_2 \cdot \mathfrak{C}_{202}' + w_1)\,(w_1 - w_2)}{w_2^2 \cdot \mathfrak{C}_{202}'} + \mathfrak{Z}_{II}. \tag{45b}$$

Auch in diesem Falle 2 ist für praktische Berechnungen $C_{202}' \cong 1$ zu setzen, so dass die Kurzschlussimpedanz angenähert in die Form übergeht:

$$\mathfrak{Z}_{1k2} = \mathfrak{Z}_{I} \frac{w_1^2 - w_2^2}{w_2^2} + \mathfrak{Z}_{II}. \tag{45c}$$

Wir können nun auch die Verhältnisse als Funktion der Windungszahlen untersuchen; wir setzen zu diesem Zwecke den Abhängigkeitsfaktor im ersten Glied:

$$k_3 = \frac{(w_2 \cdot \mathfrak{C}_{202}' + w_1)\,(w_1 - w_2)}{w_2 \cdot \mathfrak{C}_{202}'} \cong \frac{w_1^2 - w_2^2}{w_2^2} \tag{45d}$$

Rechnen wir diesen Abhängigkeitsfaktor als Funktion der Windungszahlen $\frac{w_1}{w_2}$ aus, so erhalten wir die Zahlenwerte der Tabelle III.

Tabelle III.

$\frac{w_1}{w_2}$	1,00	1,5	2,00	3,00	4,00	5,00	10,00	100
k_3	0	1,25	3,00	8,00	15,00	24,00	99,00	9999

In Fig. 14 ist dieser Abhängigkeitsfaktor als Funktion von $\frac{w_1}{w_2}$ dargestellt. Im Fall 1 haben sich die beiden Faktoren k_1 und k_2 gegenseitig so ergänzt, dass einer Zunahme von k_1 eine entsprechende Abnahme von k_2 entsprach. Im Fall 2 dagegen ist das Restglied des Wicklungsteiles II direkt unabhängig von der Windungszahl und der vom Primär- und Sekundärkreis beeinflusste Wicklungsteil I nimmt fast mit dem Quadrate des Windungsverhältnisses zu. Aus diesem Grunde wird die Kurzschlussimpedanz im Fall 2 bedeutend ungünstiger

werden als im Fall 1. Diese eigentümliche Erscheinung ist jedoch nicht etwa zufälliger Art, sondern liegt im Transformationsprinzip begründet, da sich die Verhältnisse beim Transformator in der einen Richtung gewissermassen subtrahieren, in der andern Richtung dagegen addieren. Eine ähnliche Erscheinung hat der Verfasser bereits früher beim Kaskadentransformator[4]) gezeigt. Um Fall 2 einwandfrei zu untersuchen, müssten auch bei der Kurzschlussimpedanz die Impedanzen beider Wicklungsteile Z_{I} und Z_{II} betrachtet werden, da sich ja beide ebenfalls in Abhängigkeit des Windungsverhältnisses $\frac{w_1}{w_2}$ verändern. Wir werden jedoch am Schlusse dieser Arbeit bei einem Rechnungsbeispiel darauf zurückkommen. Multiplizieren wir noch Gleichung (45) mit dem primären Kurzschlusstrom, so erhalten wir die Kurzschlusspannung für den Fall 2:

$$\mathfrak{U}_{1k2} = \mathfrak{J}_{1k2} \cdot \mathfrak{Z}_{1k2} = \mathfrak{J}_{1k2} \cdot \mathfrak{Z}_{1R2} + \mathfrak{J}_{1k2} \cdot \frac{\mathfrak{Z}'_{2R2}}{\mathfrak{C}'_{202}} = \mathfrak{Z} \cdot \frac{w_1 - w_2}{w_2} (\mathfrak{J}_{1k2} - \mathfrak{J}_2) + \mathfrak{J}_{1k2} \cdot \mathfrak{Z}_{\mathrm{II}} \quad (46)$$

da wiederum $I'_2 \cdot \frac{w_1}{w_2} = -I_2$ wird, weil Primär- und Sekundärstrom entgegengesetzte Richtung haben. Die Kurzschlusspannung hat auch in diesem Falle die gleiche Form wie im Fall 1. Mit diesen Grössen bei Kurzschluss und Primärspeisung für $w_1 > w_2$

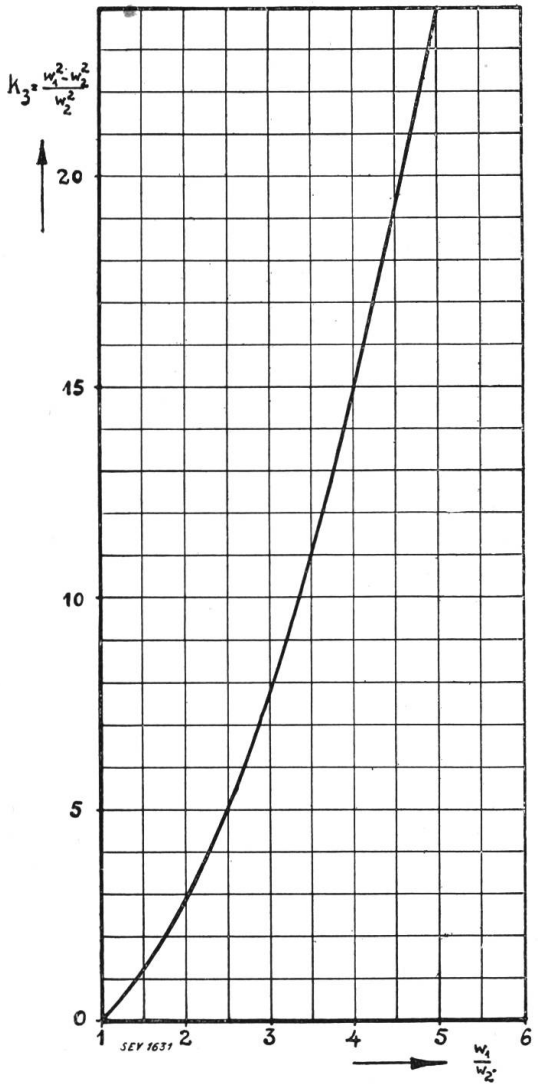

Fig. 14.
Anteilfaktor k_3 der Wicklungshälfte I an der Kurzschlussimpedanz als Funktion des Windungsverhältnisses $\frac{w_1}{w_2}$ bei Primärspeisung für den Fall 2.

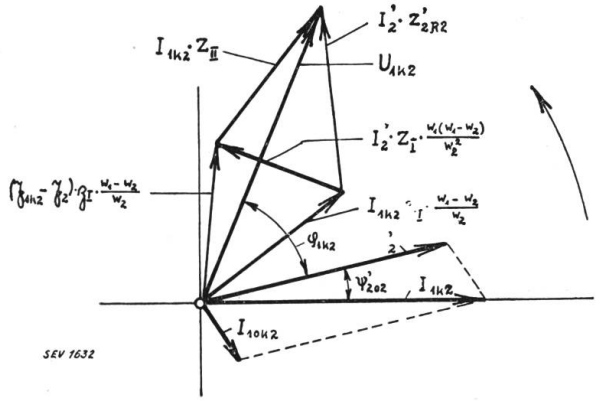

Fig. 15.
Kurzschlussdiagramm bei Primärspeisung des Spartransformators für den Fall 2.

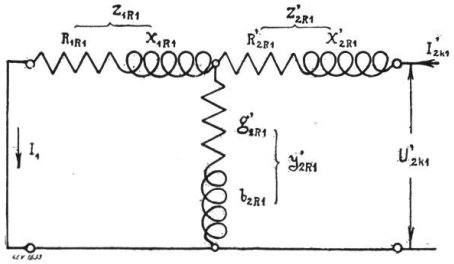

Fig. 16.
Ersatzschaltung des Spartransformators bei Kurzschluss und Sekundärspeisung für den Fall 1.

[4]) Wirz: Transformatoren mit Wicklungen in Kaskadenschaltung, Bull. SEV 1927, No. 5/6 und Kaskadentransformatoren mit ungleichmässig verteilten Wicklungen, Archiv für Elektrotechnik, Bd. XXI 1929, Heft 6.

können wir nun ein vollständiges Diagramm aufstellen (Fig. 15). Dieses Diagramm muss demjenigen im Fall 1 ähnlich sein, nur mit dem Unterschied, dass, wie bereits erwähnt wurde, die Abhängigkeit vom Windungsverhältnis $\frac{w_1}{w_2}$ stärker in Erscheinung tritt. Auch hier kann die Kurzschlusspannung gegenüber derjenigen eines normalen Transformators nur in einem bestimmten Windungsbereiche wirtschaftliche Vorteile bieten. Dieser Windungsbereich wird jedoch im Fall 2 enger begrenzt als im Fall 1, wie die vorstehenden Beziehungen gezeigt haben.

b) Sekundärspeisung.

Fall 1. Fig. 16 zeigt für diesen Fall, $w_1 < w_2$, die Ersatzschaltung. In diesem Falle sind die Primärklemmen kurz geschlossen und auf der Sekundärseite wird die Klemmenspannung so eingestellt, dass primärseitig der Strom $I_1 = I_2'$ entsteht. An den Klemmen beider Wicklungen entstehen dann induzierte EMKe E_{1K1} und E_{2K1}, die den Spannungsgefällen in den Wicklungen das Gleichgewicht halten. Für die Primärwicklung muss daher gelten:

$$\mathfrak{E}_{1k1} = \mathfrak{E}'_{2k1} = \mathfrak{J}_1 \cdot \mathfrak{Z}_{1R1}. \tag{47}$$

Den Leerlaufstrom bei Kurzschluss berechnen wir aus der EMK E'_{2K1} und aus der reduzierten Erregeradmittanz y'_{2R1} bei Sekundärspeisung zu:

$$\mathfrak{J}'_{20k1} = \mathfrak{E}'_{2k1} \cdot \mathfrak{Y}'_{2R1} = \mathfrak{J}_1 \cdot \mathfrak{Z}_{1R1} \cdot \mathfrak{Y}'_{2R1}. \tag{48}$$

Setzen wir diesen Leerlaufstrom bei Kurzschluss in die Bestimmungsgleichung der Kurzschlussströme ein, so wird

$$\mathfrak{J}'_{2k1} = \mathfrak{J}'_{20k1} + \mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_1 \cdot \mathfrak{Z}_{1R1} \cdot \mathfrak{Y}'_{2R1} + \mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_1 (\mathfrak{Z}_{1R1} \cdot \mathfrak{Y}'_{2R1} + 1) = \mathfrak{J}_1 \cdot \mathfrak{C}'_{101} \tag{49}$$

da nach Gleichung (28) $y'_{2R1} = y_{1R1}$ ist. Der Uebersetzungsfaktor bei Kurzschluss und Sekundärspeisung im Fall 1 ist daher auch gleich demjenigen bei Leerlauf und Primärspeisung im Fall 1.

Aus der Ersatzschaltung Fig. 16 ergibt sich für die Parallelschaltung der Impedanz Z_{1R1} und der Erregeradmittanz y'_{2R1} die resultierende Admittanz:

$$\mathfrak{Y}_{1P1} = \mathfrak{Y}'_{2R1} + \frac{1}{\mathfrak{Z}_{1R1}} = \frac{\mathfrak{Y}'_{2R1} \cdot \mathfrak{Z}_{1R1} + 1}{\mathfrak{Z}_{1R1}} = \frac{\mathfrak{C}'_{101}}{\mathfrak{Z}_{1R1}} \tag{50}$$

so dass schliesslich bei Sekundärspeisung im Fall 1 die resultierende Kurzschlussimpedanz wird:

$$\mathfrak{Z}'_{2k1} = \mathfrak{Z}'_{2R1} + \frac{1}{\mathfrak{Y}_{1P1}} = \mathfrak{Z}'_{2R1} + \frac{\mathfrak{Z}_{1R1}}{\mathfrak{C}'_{101}} = \frac{\mathfrak{Z}'_{2R1} \cdot \mathfrak{C}'_{101} + \mathfrak{Z}_{1R1}}{\mathfrak{C}'_{101}}. \tag{51}$$

Den Zähler dieser Beziehung formen wir wieder wie früher um und erhalten:

$$\mathfrak{Z}'_{2R1} \cdot \mathfrak{C}'_{101} + \mathfrak{Z}_{1R1} = \mathfrak{Z}_{I} \frac{(w_2 - w_1)\,(w_1 \cdot \mathfrak{C}'_{101} + w_2)}{w_2^2} + \mathfrak{Z}_{II} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \mathfrak{C}'_{101}. \tag{51a}$$

Setzen wir diesen Wert in Gleichung (51) ein, so erhalten wir die Kurzschlussimpedanz:

$$\mathfrak{Z}'_{2k1} = \mathfrak{Z}_{I} \cdot \frac{(w_2 - w_1)\,(w_1 \cdot \mathfrak{C}'_{101} + w_2)}{w_2^2 \cdot \mathfrak{C}'_{101}} + \mathfrak{Z}_{II} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2. \tag{51b}$$

Diese Kurzschlussimpedanz besitzt ähnliche Form wie in Gleichung (39b), nur dass hierbei der Uebersetzungsfaktor C'_{101} anstelle von C'_{201} getreten ist und ausserdem das Restglied nicht mit dem Uebersetzungsfaktor behaftet ist.

Zur angenäherten Vorausberechnung der Kurzschlussimpedanz können wir auch hier eine Vereinfachung vornehmen, indem wir setzen $C'_{101} \cong 1$, wodurch dann die Kurzschlussimpedanz übergeht in:

$$\mathfrak{Z}'_{2k1} = \mathfrak{Z}_{I} \cdot \frac{w_2^2 - w_1^2}{w_2^2} + \mathfrak{Z}_{II} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2. \tag{51c}$$

Die Abhängigkeitsfaktoren sind dann:

$$\left.\begin{aligned} k_4 &= \frac{(w_2 - w_1)\,(w_1 \cdot \mathfrak{C}'_{101} + w_2)}{w_2^2 \cdot \mathfrak{C}'_{101}} \cong \frac{w_2^2 - w_1^2}{w_2^2} \\ k_5 &= \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \end{aligned}\right\} \tag{51d}$$

also analog wie in Gleichung (39f) für den Fall 1 bei Primärspeisung. Bei der Untersuchung dieser Abhängigkeitsfaktoren als Funktion des Windungsverhältnisses $\frac{w_2}{w_1}$ ergeben sich die gleichen Werte wie in der Tabelle II bei Kurzschluss und Primärspeisung, da für $C'_{101} \cong 1$; $k_4 = k_1$ und $k_5 = k_2$ werden, so dass die Kurven der Fig. 11 auch hier Gültigkeit besitzen.

Multiplizieren wir noch die Kurzschlussimpedanz Z'_{2k1} mit dem Kurzschlusstrom I'_{2k1}, so erhalten wir auch in diesem Falle die Kurzschlusspannung:

$$\mathfrak{U}'_{2k1} = \mathfrak{J}'_{2k1} \cdot \mathfrak{Z}'_{2k1} = \mathfrak{Z}_{I} \frac{w_2 - w_1}{w_2} (\mathfrak{J}_{I} - \mathfrak{J}_{2k1}) + \mathfrak{J}_{2k1} \cdot \mathfrak{Z}_{II} \tag{52}$$

da hier $\frac{w_1}{w_2} \cdot I'_{2k1} = -I_{2k1}$ wird. Das erste Glied dieser Kurzschlusspannung gibt das Spannungsgefälle durch den Differenzstrom im Wicklungsteil I und das zweite Glied das Spannungsgefälle im Wicklungsteil II an. Der Aufbau dieser Beziehung ist daher ganz analog wie bei den früher bestimmten Kurzschlusspannungen. Stellen wir noch für diesen Fall 1 das Kurzschlussdiagramm auf, so ergibt sich das in Fig. 17 aufgezeichnete Diagramm, welches ähnlich wie in den übrigen Fällen aussieht.

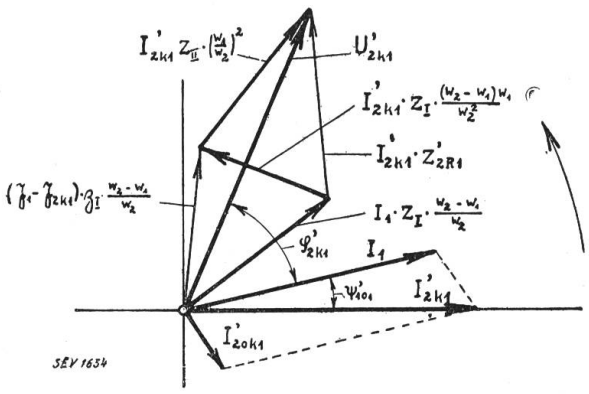

Fig. 17.
Kurzschlussdiagramm bei Sekundärspeisung des Spartransformators für den Fall 1.

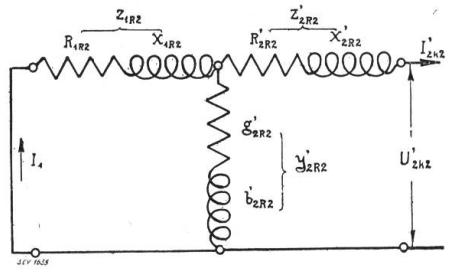

Fig. 18.
Ersatzschaltung des Spartransformators bei Kurzschluss und Sekundärspeisung für den Fall 2.

Fall 2 $w_1 > w_2$: Fig. 18 zeigt die Ersatzschaltung. Für die Primärwicklung ist das Spannungsgefälle bestimmt durch:

$$\mathfrak{E}_{1k2} = \mathfrak{E}'_{2k2} = \mathfrak{J}_{1} \cdot \mathfrak{Z}_{1R2} \tag{53}$$

und der Leerlaufstrom bei Kurzschluss berechnet sich aus der induzierten EMK E'_{2k2} und aus der reduzierten Erregeradmitanz y'_{2R2} zu:

$$\mathfrak{J}'_{20k2} = \mathfrak{E}'_{2k2} \cdot \mathfrak{Y}'_{2R2} = \mathfrak{J}_{1} \cdot \mathfrak{Z}_{1R2} \cdot \mathfrak{Y}'_{2R2}. \tag{54}$$

Mit diesen Bestimmungsgleichungen ergeben sich dann die Ströme bei Sekundärspeisung:

$$\mathfrak{J}'_{2k2} = \mathfrak{J}'_{20k2} + \mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_1 \cdot \mathfrak{Z}_{1R2} \cdot \mathfrak{Y}'_{2R2} + \mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_1 (\mathfrak{Z}_{1R2} \cdot \mathfrak{Y}'_{2R2} + 1) = \mathfrak{J}_1 \cdot \mathfrak{C}'_{102}. \quad (55)$$

Da nach Gleichung (23) $y'_{2R2} = y_{1R2}$ ist, so ist der Uebersetzungsfaktor der Kurzschlussströme bei Sekundärspeisung im Fall 2 auch gleich demjenigen bei Leerlauf und Primärspeisung im Fall 2, da ja die Verhältnisse umkehrbar sind. Aus der Ersatzschaltung Fig. 18 ist nun ferner für die Parallelschaltung der Impedanz Z_{1k2} und der Admittanz y'_{2R2} die resultierende Admittanz:

$$\mathfrak{Y}_{1P2} = \mathfrak{Y}'_{2R2} + \frac{1}{\mathfrak{Z}_{1R2}} = \frac{\mathfrak{Y}'_{2R2} \cdot \mathfrak{Z}_{1R2} + 1}{\mathfrak{Z}_{1R2}} = \frac{\mathfrak{C}'_{102}}{\mathfrak{Z}_{1R2}}. \quad (56)$$

Schliesslich wird die Kurzschlussimpedanz:

$$\mathfrak{Z}'_{2k2} = \mathfrak{Z}'_{2R2} + \frac{1}{\mathfrak{Y}_{1P2}} = \frac{\mathfrak{Z}'_{2R2} \cdot \mathfrak{C}'_{102} + \mathfrak{Z}_{1R2}}{\mathfrak{C}'_{102}}. \quad (57)$$

Formen wir den Zähler der Gleichung (57) noch um, so wird:

$$\mathfrak{Z}'_{2R2} \cdot \mathfrak{C}'_{102} + \mathfrak{Z}_{1R2} = \mathfrak{Z}_{I} \frac{(w_1 - w_2)\,(w_1 \cdot \mathfrak{C}'_{102} + w_2)}{w_2^2} + \mathfrak{Z}_{II}. \quad (57a)$$

Die Kurzschlussimpedanz bei Sekundärspeisung geht dann in die Form über:

$$\mathfrak{Z}'_{2k2} = \mathfrak{Z}_{I} \cdot \frac{(w_1 - w_2)\,(w_1 \cdot \mathfrak{C}'_{102} + w_2)}{w_2^2 \cdot \mathfrak{C}'_{102}} \cdot \mathfrak{Z}_{I} + \mathfrak{Z}_{II} \frac{1}{\mathfrak{C}'_{102}} \quad (57b)$$

Wie wir aus dieser Beziehung erkennen, sind die Anteilfaktoren wieder von derselben Grössenordnung, wie wir dieselben kennen gelernt haben. Setzen wir auch in Gleichung (57b) den Uebersetzungsfaktor $C'_{102} \cong 1$, so wird die Kurzschlussimpedanz wie in Gleichung (45c) angenähert ausgedrückt durch:

$$\mathfrak{Z}'_{2k2} = \mathfrak{Z}_{I} \cdot \frac{w_1^2 - w_2^2}{w_2^2} + \mathfrak{Z}_{II} \quad (57c)$$

Aus Gleichung (57b) ergeben sich nun die Anteilfaktoren zu:

$$\left.\begin{aligned} k_6 &= \frac{(w_1\, C'_{102} + w_2)\,(w_1 - w_2)}{w_2 \cdot C'_{102}} \cong \frac{w_1^2 - w_2^2}{w_2^2} \cong k_3 \\ k_7 &= \frac{1}{C'_{102}} \cong 1 \end{aligned}\right\} \quad (57d)$$

d. h. diese Anteilfaktoren als Funktion des Windungsverhältnisses für $C'_{102} \cong 1$ stimmen mit denjenigen bei Primärspeisung im Fall 2 überein. Wie wir also sehen, sind die Verhältnisse beim Spartransformator stets umkehrbar.

Zum Schlusse ergibt sich auch noch die Kurzschlusspannung, indem wir die Kurzschlussimpedanz Z'_{2k2} mit dem Kurzschlusstrom I'_{2k2} multiplizieren:

$$\mathfrak{U}'_{2k2} = \mathfrak{J}'_{2k2} \cdot \mathfrak{Z}'_{2k2} = \mathfrak{Z}_{I} \cdot \frac{w_1 - w_2}{w_2} (\mathfrak{J}_1 - \mathfrak{J}_{2k2}) + \mathfrak{J}_1 \cdot \mathfrak{Z}_{II} \quad (58)$$

wobei in diesem Falle $\frac{w_1}{w_2} \cdot \mathfrak{J}'_{2k2} = -\mathfrak{J}_{2k2}$ zu setzen ist.

Bei dieser Kurzschlusspannung stellt wieder das erste Glied das durch den Differenzstrom gebildete Spannungsgefälle im Wicklungsteil I und das zweite Glied das Spannungsgefälle des primären Kurzschlusstromes im Wicklungsteil II dar. Auch diese Beziehung ist daher ähnlich wie diejenigen der drei übrigen Fälle. Damit kennen wir alle Beziehungen, die wir für die Berechnung des Leerlauf- und Kurzschlusszustandes notwendig haben, so dass wir durch Superposition aus beiden Zuständen den Belastungszustand ermitteln können. Da jedoch beim Leerlauf-

zustand des Spartransformators in einzelnen Fällen gewisse Unterschiede zwischen den Leerlaufkonstanten unserer Rechnung und denjenigen durch Messung bestehen, so müssen wir diese Unterschiede noch genauer untersuchen, damit wir dieselben untereinander vergleichen können. Gleichzeitig soll dann auch gezeigt werden, wie wir auch durch Messung die Leerlauf- und Kurzschlusskonstanten ermitteln können.

IV. Zusammenhang der Leerlauf- und Kurzschlusskonstanten.

Beim Leerlaufzustand haben wir gesehen, dass beim Spartransformator die Konstanten desjenigen Wicklungsteiles, welcher vom Differenzstrom bei Belastung durchflossen wird, in einem bestimmten Windungsverhältnis reduziert werden muss. Da wir bei allen untersuchten Fällen stets von einer konstanten induzierten EMK E_1 des Wicklungsteiles I ausgehen, so muss daher im Fall 1 für $w_1 < w_2$ nach Gleichung (18) und (19) gelten:

$$E_1 = \frac{I_{10R}}{y_{10R}} = \frac{I_{101}}{y_{101}} = \text{konstant} \tag{59}$$

woraus sich dann ohne weiteres für das Windungsverhältnis zwischen den reduzierten und wirklichen Werten die Beziehung ergibt:

$$\frac{I_{10R}}{I_{101}} = \frac{y_{1R1}}{y_{101}} = \frac{w_2}{w_2 - w_1} \tag{59a}$$

Im Fall 1 bei Primärspeisung sind daher der Leerlaufstrom und die Erregeradmittanz in derselben Weise zu reduzieren, wie die Konstanten des Wicklungsteiles reduziert worden sind, um die wirklichen Werte zu erhalten. Dasselbe gilt für die Leerlaufimpedanz, da auch hier gelten muss:

$$\frac{Z_{101}}{Z_{101w}} = \frac{C'_{101} \cdot y_{1a}}{C'_{101} \cdot y_{1R1}} = \frac{w_2 - w_1}{w_2} \tag{59b}$$

wenn Z_{101w} die wirkliche Leerlaufimpedanz darstellt, da in diesem Falle der Uebersetzungsfaktor unveränderlich ist.

Gehen wir zum Fall 2, so sind die Verhältnisse schon etwas schwieriger auszuwerten, da wir ausser den Erregeradmittanzen auch noch der Grössenordnung nach die Uebersetzungsfaktoren auswerten müssen.

Für diesen Fall 2, $w_1 > w_2$, ist die Erregeradmittanz aus Gleichung (23) bestimmt. Ermitteln wir auf dieselbe Weise die wirkliche Erregeradmittanz y_{1aw}, so wird:

$$y_{1aw} = \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2)^2 + w_2^2} \cdot y_{1a} \tag{60}$$

Damit geht das Verhältnis der Ströme und der Erregeradmittanzen für diesen Fall über in:

$$\frac{\mathfrak{J}_{102}}{\mathfrak{J}_{102w}} = \frac{\mathfrak{Y}_{1R2}}{\mathfrak{Y}_{1aw}} = \frac{(w_1 - w_2)^2 + w_2^2}{(w_1 - w_2)\, w_1} = k_8 \tag{61}$$

d. h. das Verhältnis des reduzierten zum wahren Leerlaufstrom ist deshalb beim Spartransformator eine komplizierte Funktion der Windungszahlen und nur so lange konstant als die Windungszahlen konstant sind. Für sehr kleine Unterschiede in den Windungszahlen w_1 und w_2 wird dieses Verhältnis sehr gross. Umgekehrt wird für sehr grosse Unterschiede dieses Verhältnis immer mehr einem Grenzwert zustreben, um schliesslich bei unendlich grossem Werte den Grenzwert 1 zu erreichen.

Wollen wir nun auch das Verhältnis der Leerlaufimpedanzen wie im Fall 1 ermitteln, so muss sich hierbei der reziproke Wert von Gleichung (61) ergeben. Dass dies tatsächlich der Fall ist, können wir dadurch zeigen, indem wir den Beweis erbringen, dass der reduzierte und der wirkliche Wert des Uebersetzungs-

faktors denselben Wert besitzen. Für diesen Fall ist der Uebersetzungsfaktor durch die Gleichung (24b) bestimmt. Den wirklichen Uebersetzungsfaktor, den wir aus einer Leerlaufmessung erhalten würden, ergibt sich mit Hilfe der Gleichung (60) zu

$$\mathfrak{C}'_{102w} = (\mathfrak{Z}_{I} + \mathfrak{Z}_{II}) \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2)^2 + w_2^2} \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} + 1 \tag{62}$$

Da nun in diesen Uebersetzungsfaktoren die Wicklungsimpedanz Z_{II} durch diejenige von Z_{I} und den Quadraten der zugehörigen Windungszahlen dieser Wicklungsteile ausdrückbar ist, also durch:

$$\mathfrak{Z}_{II} = \mathfrak{Z}_{I} \frac{(w_1 - w_2)^2}{w_2^2} \tag{62a}$$

so ergeben sich schliesslich für diese beiden Uebersetzungsfaktoren die Werte:

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{C}'_{102} &= \frac{w_2}{w_1} \cdot \mathfrak{Z}_{I} \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} + \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2)\, w_1} \cdot \mathfrak{Z}_{II} \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} + 1 = \frac{w_2}{w_1} \cdot \mathfrak{Z}_{I} \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} + \frac{w_1 - w_2}{w_1} \cdot \mathfrak{Z}_{I} \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} \\
&\qquad + 1 = \mathfrak{Z}_{I} \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} + 1 = \mathfrak{C}'_{101} \\
\mathfrak{C}'_{102w} &= (\mathfrak{Z}_{I} + \mathfrak{Z}_{II}) \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2)^2 + w_2^2} + 1 = \mathfrak{Z}_{I} \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} \frac{w_2^2}{(w_1 - w_2)^2 + w_2^2} + \\
&\qquad \mathfrak{Z}_{I} \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} \cdot \frac{(w_1 - w_2)^2}{(w_1 - w_2)^2 + w_2^2} + 1 = \mathfrak{Z}_{I} \cdot \mathfrak{Y}_{Ia} + 1 = \mathfrak{C}'_{101}
\end{aligned}\right\} \tag{62b}$$

d. h. von welcher Seite wir auch speisen, müssen die Uebersetzungsfaktoren bei konstanter Induktion denselben Wert ergeben, ganz gleichgültig, ob die Erregung nur von einem Wicklungsteil I oder von beiden zusammen erzeugt wird. Diese Erkenntnis ist von ausserordentlich grosser Bedeutung für den Spartransformator, da wir dadurch sofort in der Lage sind, alle Uebersetzungsfaktoren auf ihren richtigen Wert nachzuprüfen.

Damit kann nun auch das Verhältnis der reduzierten zur wahren Leerlaufimpedanz bestimmt werden und wir erhalten hierfür:

$$\frac{\mathfrak{Z}_{102}}{\mathfrak{Z}_{102w}} = \frac{\mathfrak{C}'_{102}}{\mathfrak{C}_{102w}} \cdot \frac{\mathfrak{Y}_{1aw}}{\mathfrak{Y}_{1R2}} = \frac{(w_1 - w_2)\, w_1}{(w_1 - w_2)^2 + w_2^2} = \frac{1}{k_8} = k_9 \tag{62c}$$

Da diese Verhältniszahl eine reine Funktion der Windungszahlen beider Kreise ist, so können wir diese als Funktion des Windungsverhältnisses $\frac{w_1}{w_2}$ in Zahlenwerten ausdrücken, so dass wir aus Gleichung (61) und (62c) schliesslich die Tabelle IV erhalten. Wie diese Tabelle und die in Fig. 19 aufgetragenen Kurven

Tabelle IV

$\frac{w_1}{w_2}$	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	10,0
$k_8 = \frac{(w_1 - w_2)^2 + w_2^2}{(w_1 - w_2)\, w_1}$	∞	4,33	2,0714	1,4166	1,1389	1,0000	0,8655	0,834	0,828	0,834	0,850	0,912
$k_9 = \frac{(w_1 - w_2)\, w_1}{(w_1 - w_2)^2 + w_2^2}$	0	0,2307	0,4827	0,7059	0,87805	1,0000	1,1535	1,2000	1,208	1,200	1,1775	1,098

zeigen, ergeben sich im Bereiche 1 bis 2 des Windungsverhältnisses ganz erhebliche Abweichungen zwischen dem reduzierten und dem wahren Leerlaufstrom,

sowie zwischen der reduzierten und der wahren Leerlaufimpedanz, so dass wir bei allen zahlenmässigen Nachrechnungen darauf Rücksicht nehmen müssen. Einen sehr eigentümlichen Verlauf nehmen diese Kurven zwischen den Werten von 2 an aufwärts; diese Umkehrpunkte hängen mit der Wirtschaftlichkeit des Spartransformators eng zusammen.

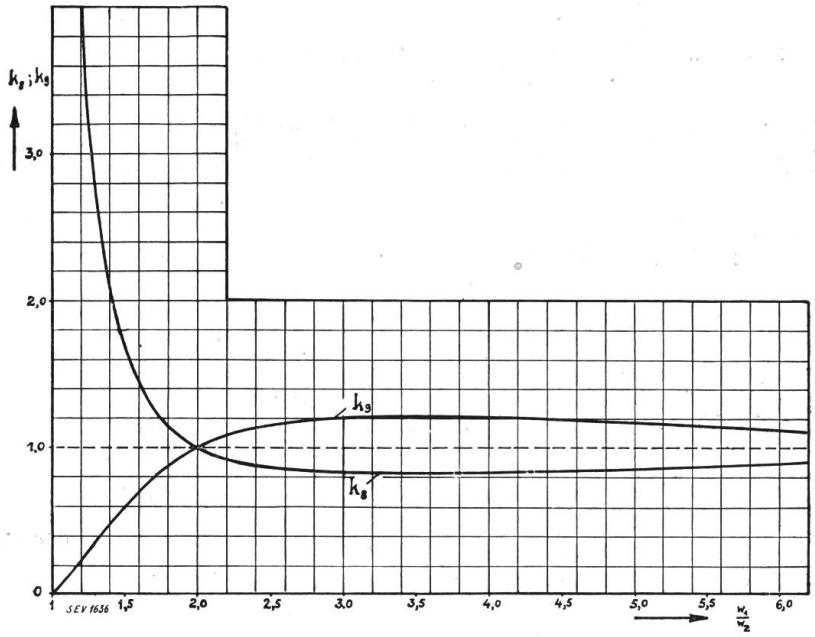

Fig. 19.
Verhältnisfaktoren k_8 und k_9 der Ströme und Leerlaufimpedanzen als Funktion des Windungsverhältnisses $\frac{w_1}{w_2}$.

Bei Sekundärspeisung liegen die Verhältnisse ganz ähnlich; wir müssen nur den Fall 1 untersuchen, da, wie wir früher gesehen haben, der Fall 2 bei Sekundärspeisung mit demjenigen bei Primärspeisung im Fall 1 übereinstimmt. Aus Gleichung (28) ist die auf Primär reduzierte Erregeradmittanz gegeben, so dass wir nur die auf Primär reduzierte wirkliche Erregeradmittanz bestimmen müssen. Für diese gilt aus den beiden sekundären Wicklungsteilen die Beziehung:

$$\mathfrak{Y}'_{2aw1} = \mathfrak{Y}_{1a} \frac{w_1^2}{(w_2 - w_1)^2 + w_1^2} \cdot \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 = \mathfrak{Y}_{1a} \frac{w_2^2}{(w_2 - w_1)^2 + w_1^2} \tag{63}$$

so dass das Verhältnis der Ströme wird:

$$\frac{\mathfrak{J}'_{201}}{\mathfrak{J}'_{201w}} = \frac{\mathfrak{Y}'_{2R1}}{\mathfrak{Y}'_{2aw1}} = \frac{(w_2 - w_1)^2 + w_1^2}{w_2 (w_2 - w_1)} = k_{10} \tag{64}$$

Wir erhalten also eine ähnliche Beziehung wie im Fall 2 bei Primärspeisung, nur dass die Windungszahlen w_1 und w_2 gegeneinander vertauscht sind und wir deshalb bei der zahlenmässigen Auswertung vom Windungsverhältnis $\frac{w_1}{w_2}$ ausgehen müssen. In diesem Falle ist daher k_{10} identisch mit dem Faktor k_8, so dass die Kurven Fig. 18 auch Gültigkeit besitzen, wenn wir an Stelle von $\frac{w_1}{w_2}$ das Windungsverhältnis $\frac{w_2}{w_1}$ setzen.

Da auch hier $C'_{201} = C'_{201w}$ ist, so ergibt sich schliesslich das Verhältnis der Leerlaufimpedanzen für diesen Fall:

$$\frac{\mathfrak{Z}'_{201}}{\mathfrak{Z}'_{201w}} = \frac{\mathfrak{C}'_{201}}{\mathfrak{C}'_{201w}} \cdot \frac{\mathfrak{Y}'_{2aw1}}{\mathfrak{Y}'_{2R1}} = \frac{w_2 (w_2 - w_1)}{(w_2 - w_1)^2 + w_1^2} = k_{11} \tag{65}$$

Auch hier gilt das Gleiche wie bei den Strömen und der Faktor k_{11} ist identisch mit dem Faktor k_9, wenn wir das Windungsverhältnis $\frac{w_1}{w_2}$ durch dasjenige $\frac{w_2}{w_1}$ ersetzen. Wie diese Untersuchung zeigt, können wir nun alle Grössen bei Leerlauf, sowohl durch Rechnung als durch einen Versuch gewonnene, miteinander vergleichen, wodurch alle Beziehungen beim Spartransformator eindeutig bestimmbar sind.

Im folgenden soll nun noch gezeigt werden, wie die Uebersetzungsfaktoren beim Spartransformator experimentell bestimmt werden können. Wie der Leerlauf- und Kurzschlusszustand beim Spartransformator ergeben hat, sind folgende Konstanten erforderlich:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Fall 1:} & \text{Leerlauf:} & \mathfrak{C}'_{101} \text{ und } \mathfrak{Z}_{101} \\ & \text{Kurzschluss:} & \mathfrak{C}'_{201} \text{ und } \mathfrak{Z}_{1k1} \\ \text{Fall 2:} & \text{Leerlauf:} & \mathfrak{C}'_{102} \text{ und } \mathfrak{Z}_{102} \\ & \text{Kurzschluss:} & \mathfrak{C}'_{202} = \mathfrak{C}'_{101} \text{ und } \mathfrak{Z}_{1k2} \end{array}\right\} \tag{66}$$

die in jedem einzelnen Falle durch die folgende Beziehung miteinander verbunden sind

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Fall 1:} & \left(1 - \dfrac{\mathfrak{Z}_{1k1}}{\mathfrak{Z}_{101}}\right) \mathfrak{C}'_{101} \cdot \mathfrak{C}'_{201} = 1 \\ \text{Fall 2:} & \left(1 - \dfrac{\mathfrak{Z}_{1k2}}{\mathfrak{Z}_{102}}\right) \mathfrak{C}'_{102} \cdot \mathfrak{C}'_{202} = 1 \end{array}\right\} \tag{67}$$

Sind drei Konstante bekannt, so kann die zugehörige vierte Konstante aus dieser Beziehung ermittelt werden. Wir können Gleichung (67) noch in einer etwas anderen Form schreiben: Wenn Zähler und Nenner mit dem wahren Kurzschlussstrom $\mathfrak{J}_{kt} = \dfrac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{Z}_{1k1}}$ multipliziert werden, so wird Gleichung (67), Fall 1:

$$\mathfrak{C}'_{101} \cdot \mathfrak{C}'_{201} = \frac{1}{1 - \dfrac{\mathfrak{Z}_{1k1}}{\mathfrak{Z}_{101}}} = \frac{\dfrac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{Z}_{1k1}}}{\dfrac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{Z}_{1k1}} - \dfrac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{Z}_{101}}} = \frac{\mathfrak{J}_{kt}}{\mathfrak{J}_{kt} - \mathfrak{J}_{101}} \tag{67a}$$

Hierin ist I_{kt} der volle Kurzschlusstrom, I_{10} der Leerlaufstrom bei der primären Klemmenspannung U_1, und diese Ströme sind um φ_{1k1} bzw. φ_{101} gegen U_1 verzögert. Durch Strom-, Spannungs- und Leistungsmessung bei Kurzschluss und bei Leerlauf können I_{kt}, φ_{1k1}, I_{101} und φ_{101} gemessen werden. Tragen wir I_{kt} und I_{101} unter φ_{1k1} bzw. φ_{101} gegen U_1 in einem Vektordiagramm (Fig. 20) auf, so ist die geometrische Differenz von I_{kt} und I_{101} die dritte Seite des Dreieckes $\overline{OAB}$. Der Betrag dieses Vektors ist dann aus Gleichung (67a) bestimmt durch:

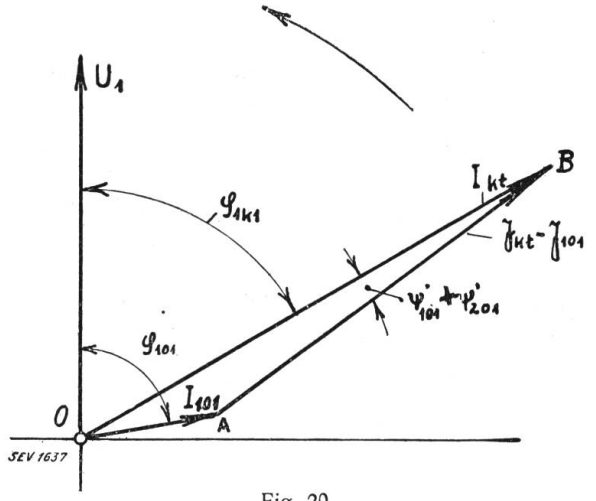

Fig. 20.
Vektordiagramm der Leerlauf- und Kurzschlussströme zur Bestimmung von $C'_{101} \cdot C'_{201}$ und $\psi'_{101} + \psi'_{201}$.

$$C'_{101} \cdot C'_{201} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{I_{kt}}{\sqrt{I_{kt}^2 + I_{101}^2 - 2\, I_{kt} \cdot I_{101} \cdot \cos\,(\varphi_{101} - \varphi_{1k1})}} \tag{67b}$$

oder auch angenähert:

$$C'_{101} \cdot C'_{201} \cong \frac{I_{kt}}{I_{kt} - I_{101} \cdot \cos\,(\varphi_{101} - \varphi_{1k1})} \tag{67c}$$

Der Winkel zwischen $\mathfrak{J}_{kt}$ und $\mathfrak{J}_{kt} - \mathfrak{J}_{101}$ ist $\psi'_{101} + \psi'_{201} = \sphericalangle\, \overline{OBA}$ und wird bestimmt durch:

$$\operatorname{tg}\,(\psi'_{101} + \psi'_{201}) = \frac{I_{101} \cdot \sin\,(\varphi_{101} - \varphi_{1k1})}{I_{kt} - I_{101} \cos\,(\varphi_{101} - \varphi_{1k1})} \tag{67d}$$

Mit diesen Beziehungen kennen wir bereits das Produkt $C'_{101} \cdot C'_{201}$ und die Summe der Winkel $\Psi'_{101} + \Psi'_{201}$, so dass wir die Einzelwerte berechnen können. Zur Trennung des Produktes und der Summe der Winkel können wir die Leerlaufmessung bei Sekundärspeisung verwenden. Führen wir an den sekundären Klemmen eine Spannung U_{201} zu, so ist nach Gleichung (31) der sekundäre Leerlaufstrom bestimmt durch:

$$\mathfrak{J}_{201} = \frac{\mathfrak{U}_{201}}{\mathfrak{Z}_{201}} = \frac{\mathfrak{U}_{201} \cdot \mathfrak{Y}_{2R1}}{\mathfrak{C}'_{201}} \tag{68}$$

worin nach Gleichung (29) die sekundäre Leerlaufimpedanz ist:

$$\mathfrak{Z}_{201} = \frac{\mathfrak{C}'_{201}}{\mathfrak{Y}_{2R1}} \tag{68a}$$

Ersetzen wir hierin die Erregeradmittanz $\mathfrak{Y}_{2R1}$ durch den Uebersetzungsfaktor C'_{101} und die Leerlaufimpedanz Z_{101} bei Primärspeisung Gleichung (17), so ergibt sich schliesslich:

$$\frac{\mathfrak{Z}_{101}}{\mathfrak{Z}_{201}} = \frac{\mathfrak{C}'_{101}}{\mathfrak{C}'_{201}} \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right) \text{ oder auch } \frac{\mathfrak{Z}_{101}}{\mathfrak{Z}'_{201}} = \frac{\mathfrak{C}'_{101}}{\mathfrak{C}'_{201}} \tag{68b}$$

d. h. *das Verhältnis der Beträge Z_{201} und Z_{101} gibt gleichzeitig auch das Verhältnis von C'_{101} und C'_{201} an.* Andererseits aber gibt die Differenz der Leerlaufwinkel bei Primär- und Sekundärspeisung auch die Differenz der Fehlwinkel an, oder:

$$\varphi_{101} - \varphi'_{201} = \psi'_{101} - \psi'_{201} \tag{68c}$$

Damit kann die Trennung der Faktoren C'_{101} und C'_{201} und ihrer Fehlwinkel auf einfache Weise vorgenommen werden. An Stelle der sekundären Leerlaufmessung hätten wir auch die sekundäre Kurzschlussmessung verwenden können und wären damit zu demselben Resultate gelangt. Aus diesen Untersuchungen erkennen wir wieder, dass der Spartransformator sich genau so wie ein normaler Transformator behandeln lässt.

5. Der Belastungszustand.

Wie bereits bekannt ist[5]), kann bei jedem Transformator der Belastungszustand dargestellt werden, indem man die Leerlauf- und Kurzschlusspannungen, oder auch die Leerlauf- und Kurzschlussströme nach dem Superpositionsprinzip addiert, so dass die neuen Grössen die Belastungsspannung und den Belastungsstrom darstellen. Bei Belastung muss daher gelten:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für die Spannung} & \mathfrak{U}_1 = \mathfrak{U}_{101} + \mathfrak{U}_{1k1} \\ \text{für den Strom} & \mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_{101} + \mathfrak{J}_{1k1} \end{array}\right\} \tag{69}$$

Setzen wir die Leerlaufspannungen aus Gleichungen (19) und (27) und die Kurzschlusspannungen aus Gleichungen (40) und (46) in die Spannungsgleichung ein, so ist die Belastungsspannung bestimmt durch:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Fall 1: } \mathfrak{U}_1 = \mathfrak{C}'_{101} \cdot \mathfrak{U}'_2 + \mathfrak{J}_{1k1} \cdot \mathfrak{Z}_{1k1} = \mathfrak{C}'_{101} \cdot \mathfrak{U}'_2 + \mathfrak{J}'_2 \cdot \mathfrak{C}'_{201} \cdot \mathfrak{Z}_{1k1} = \\ \qquad\qquad \mathfrak{U}'_2 \cdot \left(\mathfrak{C}'_{101} + \mathfrak{C}'_{201} \cdot \dfrac{\mathfrak{Z}_{1k1}}{\mathfrak{Z}'_{2A}}\right) \\ \text{Fall 2: } \mathfrak{U}_1 = \mathfrak{C}'_{102} \cdot \mathfrak{U}'_2 + \mathfrak{J}_{1k2} \cdot \mathfrak{Z}'_{1k2} = \mathfrak{C}'_{102} \cdot \mathfrak{U}'_2 + \mathfrak{J}'_2 \cdot \mathfrak{C}'_{202} \cdot \mathfrak{Z}_{1k2} = \\ \qquad\qquad \mathfrak{U}'_2 \cdot \left(\mathfrak{C}'_{102} + \mathfrak{C}'_{202} \cdot \dfrac{\mathfrak{Z}_{1k1}}{\mathfrak{Z}'_{2A}}\right) \end{array}\right\} \tag{69a}$$

wenn Z'_{2A} die auf Primär reduzierte Belastungsimpedanz der Sekundärseite darstellt. Setzen wir ferner den Leerlaufstrom aus Gleichungen (19) und (27) und den Kurz-

[5]) s. auch Bull. SEV 1923, No. 1, S. 25.

schlusstrom aus Gleichungen (37a) und (43) in die zweite der Hauptgleichungen (69) ein, so wird der Belastungsstrom ausgedrückt durch:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad \mathfrak{J}_1 = \frac{\mathfrak{U}_2' \cdot \mathfrak{C}_{101}'}{\mathfrak{Z}_{101}} + \mathfrak{J}_2' \cdot \mathfrak{C}_{201}' = \mathfrak{J}_2' \cdot \left[\frac{\mathfrak{Z}_{2A}'}{\mathfrak{Z}_{101}} \cdot \mathfrak{C}_{101}' + \mathfrak{C}_{201}' \right] \\ &\text{Fall 2:} \quad \mathfrak{J}_1 = \frac{\mathfrak{U}_2' \cdot \mathfrak{C}_{102}'}{\mathfrak{Z}_{102}} + \mathfrak{J}_2' \cdot \mathfrak{C}_{202}' = \mathfrak{J}_2' \cdot \left[\frac{\mathfrak{Z}_{2A}'}{\mathfrak{Z}_{102}} \cdot \mathfrak{C}_{102}' + \mathfrak{C}_{202}' \right] \end{aligned}\right\} \quad (69b)$$

Diese vier Arbeitsgleichungen heissen wir die Hauptgleichungen des Spartransformators; sie sind identisch mit denjenigen des normalen Transformators, nur dass hierbei die Uebersetzungsfaktoren des Spartransformators einzusetzen sind.

Mit diesen Strom- und Spannungsgleichungen bei Belastung können wir nun das sogenannte Superpositionsdiagramm aufstellen (Fig. 21). In diesem Diagramm eilt die Kurzschlussspannung U_{1k1} gegen den Kurzschlusstrom I_{1k1} um den Winkel φ_{1k1} vor, I_{1k1} ist gegen den Sekundärstrom I_2' um den Winkel $(\varphi_2 + \Psi_{201}')$ verzögert, und da ferner U_2' gegen die Leerlaufspannung U_{101} um den Winkel ψ_{101}' voreilt, so eilt die Kurzschlusspannung U_{1k1} gegen U_{101} um den Winkel:

$$\alpha = \varphi_{1k1} - \varphi_2 + \Psi_{101}' - \Psi_{201}' \text{ vor.} \quad (70)$$

Dieser Winkel ist bei konstanter Phasenverschiebung im Sekundärkreise stets eine konstante Grösse und muss notwendigerweise beim Spartransformator stets kleiner als beim normalen Transformator sein, da die Verluste und das Spannungsgefälle entsprechend seinem Aufbau erheblich kleiner sind. Auf dieselbe Weise stellen wir den Winkel zwischen dem Kurzschlusstrom I_{1k1} und den Leerlaufstrom I_{101} auf und erhalten für diesen Winkel:

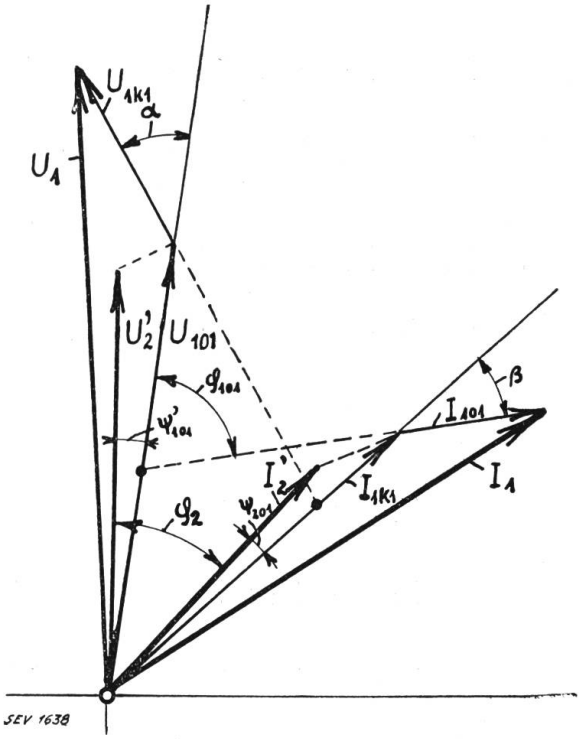

Fig. 21.
Superpositionsdiagramm für die Ströme und Spannungen bei Belastung.

$$\beta = \varphi_{101} - \varphi_2 + \Psi_{101}' - \Psi_{201}', \quad (70a)$$

also wieder bei konstanter Phasenverschiebung φ_2 im Sekundärkreise eine konstante Grösse.

Wie bei Leerlauf und Kurzschluss können wir nun auch für Belastung bei Primarspeisung einen Uebersetzungsfaktor der Spannungen und der Ströme aufstellen. Aus Gleichung (69a) ist der Belastungsübersetzungsfaktor der Spannungen beim Spartransformator bestimmt durch:

$$\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad \mathfrak{C}_{1v1}' = \mathfrak{C}_{101}' + \mathfrak{C}_{201}' \cdot \frac{\mathfrak{Z}_{1k1}}{\mathfrak{Z}_{2A}'} = c_{1v1\alpha}' + j c_{1v1\beta}' = C_{1v1}' \cdot e^{j\psi_{1v1}'} \\ &\text{Fall 2:} \quad \mathfrak{C}_{1v2}' = \mathfrak{C}_{102}' + \mathfrak{C}_{202}' \cdot \frac{\mathfrak{Z}_{1k2}}{\mathfrak{Z}_{2A}'} = c_{1v2\alpha}' + j c_{1v2\beta}' = C_{1v2}' \cdot e^{j\psi_{1v2}'} \end{aligned} \quad (71)$$

und für die Ströme:

$$\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad \mathfrak{C}_{1i1}' = \frac{\mathfrak{Z}_{2A}'}{\mathfrak{Z}_{101}} \mathfrak{C}_{101}' + \mathfrak{C}_{201}' = c_{1i1\alpha}' + j c_{1i1\beta}' = C_{1i1}' \cdot e^{j\psi_{1i1}'} \\ &\text{Fall 2:} \quad \mathfrak{C}_{1i2}' = \frac{\mathfrak{Z}_{2A}'}{\mathfrak{Z}_{102}} \mathfrak{C}_{102}' + \mathfrak{C}_{202}' = c_{1i2\alpha}' + j c_{1i2\beta}' = C_{1i2}' \cdot e^{j\psi_{1i2}'} \end{aligned} \quad (71a)$$

Der Uebersetzungsfaktor der Ströme und Spannungen setzt sich daher zusammen bei der Spannung aus demjenigen bei Leerlauf und aus einem veränderlichen, durch die Kurzschluss- und Belastungsimpedanz gebildeten Teil. Ebenso setzt sich der Uebersetzungsfaktor der Ströme aus demjenigen bei Kurzschluss und aus einem durch die Belastungs- und Leerlaufimpedanz gebildeten, veränderlichen Teil zusammen. Aus diesem Grunde werden sich die Ströme und die Spannungen bei Belastung nicht im gleichen Masse verändern, da die ersteren linear von der Belastung abhängen, die letzteren dagegen stärker als linear abnehmen.

Setzen wir nun noch in Gleichungen (71) und (71a) die einzelnen Komponenten ein, so erhalten wir schliesslich auch die Komponenten dieser Uebersetzungsfaktoren, und zwar für die Spannung:

$$\text{Fall 1:}\quad \begin{cases} c'_{1v1\alpha} = c'_{101\alpha} + \dfrac{1}{Z'^2_{2A}}\{c'_{201\alpha}(R_{1k1}\cdot R'_{2A} + X_{1k1}\cdot X'_{2A}) - c'_{201\beta}(R'_{2A}\cdot X_{1k1} - R_{1k1}\cdot X'_{2A})\} \\ c'_{1v1\beta} = c'_{101\beta} + \dfrac{1}{Z'^2_{2A}}\{c'_{201\beta}(R_{1k1}\cdot R'_{2A} + X_{1k1}\cdot X'_{2A}) + c'_{201\alpha}(R'_{2A}\cdot X_{1k1} - R_{1k1}\cdot X'_{2A})\} \end{cases}$$

$$\text{Fall 2:}\quad \begin{cases} c'_{1v2\alpha} = c'_{102\alpha} + \dfrac{1}{Z'^2_{2A}}\{c'_{202\alpha}(R_{1k2}\cdot R'_{2A} + X_{1k2}\cdot X'_{2A}) - c'_{202\beta}(R'_{2A}\cdot X_{1k2} - R_{1k2}\cdot X'_{2A})\} \\ c'_{1v2\beta} = c'_{102\beta} + \dfrac{1}{Z'^2_{2A}}\{c'_{202\beta}(R_{1k2}\cdot R'_{2A} + X_{1k2}\cdot X'_{2A}) + c'_{202\beta}(R'_{2A}\cdot X_{1k2} - R_{1k2}\cdot X'_{2A})\} \end{cases} \tag{71b}$$

und für die Ströme

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:}\quad \begin{cases} c'_{1i1\alpha} = c'_{201\alpha} + \dfrac{w_2}{w_2 - w_1}\,[R'_{2A}\cdot g_{1a} + X'_{2A}\cdot b_{1a}] \\ c'_{1i1\beta} = c'_{201\beta} + \dfrac{w_2}{w_2 - w_1}\,[X'_{2A}\cdot g_{1a} - R'_{2A}\cdot b_{1a}] \end{cases} \\ &\text{Fall 2:}\quad \begin{cases} c'_{1i2\alpha} = c'_{202\alpha} + \dfrac{w_2}{w_1(w_1 - w_2)}\,[R'_{2A}\cdot g_{1a} + X'_{2A}\cdot b_{1a}] \\ c'_{1i2\beta} = c'_{202\beta} + \dfrac{w_2^2}{w_1(w_1 - w_2)}\,[X'_{2A}\cdot g_{1a} - R'_{2A}\cdot b_{1a}] \end{cases} \end{aligned}\right\} \tag{71c}$$

Wie wir aus diesen Beziehungen erkennen, liegen die Verhältnisse beim Spartransformator bei Belastung sehr kompliziert und es ist deshalb nicht mehr ohne weiteres möglich, aus denselben mit einfachen Mitteln irgendwelche Grenzzustände festzustellen. Aus Gleichungen (71b) und (71c) können wir nun auch die Phasenverschiebung zwischen den Spannungen und den Strömen bestimmen. Diese beträgt: bei den Spannungen

$$\text{Fall 1:}\quad \left\{ \operatorname{tg}\Psi'_{1v1} = \frac{c'_{101\beta} + \dfrac{1}{Z'^2_{2A}}\{c'_{201\beta}(R_{1k1}\cdot R'_{2A} + X_{1k1}\cdot X'_{2A}) + c'_{201\alpha}(R'_{2A}\cdot X_{1k1} - R_{1k1}X'_{2A})\}}{c'_{101\alpha} + \dfrac{1}{Z'^2_{2A}}\{c'_{201\alpha}(R_{1k1}\cdot R'_{2A} + X_{1k1}\cdot X'_{2A}) - c'_{201\beta}(R'_{2A}\cdot X_{1k1} - R_{1k1}X'_{2A})\}} \right.$$

$$\text{Fall 2:}\quad \left\{ \operatorname{tg}\Psi'_{1v2} = \frac{c'_{102\beta} + \dfrac{1}{Z'^2_{2A}}\{c'_{202\beta}(R_{1k2}\cdot R'_{2A} + X_{1k2}\cdot X'_{2A}) + c'_{202\alpha}(R'_{2A}\cdot X_{1k2} - R_{1k2}\cdot X'_{2A})\}}{c'_{102\alpha} + \dfrac{1}{Z'^2_{2A}}\{c'_{202\alpha}(R_{1k2}\cdot R'_{2A} + X_{1k2}\cdot X'_{2A}) - c'_{201\beta}(R'_{2A}\cdot X_{1k2} - R_{1k2}\cdot X'_{2A})\}} \right. \tag{71d}$$

und bei den Strömen

$$\left.\begin{aligned}
&\text{Fall 1:} \qquad \operatorname{tg}\psi'_{1i1} = \frac{c'_{201\beta} + \dfrac{w_2}{w_2 - w_1}\,[X'_{2A}\cdot g_{Ia} - R'_{2A}\cdot b_{Ia}]}{c'_{201\alpha} + \dfrac{w_2}{w_2 - w_1}\,[R'_{2A}\cdot g_{Ia} + X'_{2A}\cdot b_{Ia}]} \\
&\text{Fall 2:} \qquad \operatorname{tg}\Psi'_{1i2} = \frac{c'_{202\beta} + \dfrac{w_2^2}{w_1(w_1 - w_2)}\,[X'_{2A}\cdot g_{Ia} - R'_{2A}\cdot b_{Ia}]}{c'_{202\alpha} + \dfrac{w_2^2}{w_1(w_1 - w_2)}\,[R'_{2A}\cdot g_{Ia} + X'_{2A}\cdot b_{Ia}].}
\end{aligned}\right\} \quad (71e)$$

Wie wir aus diesen Beziehungen erkennen, ist es für die Spannungen sehr schwer, eine Grenzbedingung für die Phasenverschiebung aufzustellen. Im allgemeinen spielt auch diese *Phasenverschiebung der Spannungen* beim Spartransformator praktisch keine wesentliche Rolle, sofern derselbe nur zur Transformierung der Spannungen verwendet wird. Soll er jedoch auch als Spannungswandler Verwendung finden, so muss die Phasenverschiebung der Spannungen annähernd verschwinden, oder aber es muss in diesem Falle der Zähler der Gleichungen (71d) gleich Null sein. Für diesen speziellen Fall müsste daher der Zähler in Bezug auf diese Grenzbedingung untersucht werden, um feststellen zu können, unter welchen Verhältnissen diese Phasenverschiebung verschwindet. Normalerweise kommt jedoch der Spartransformator nicht als Spannungswandler zur Verwendung, da in der Regel gleichzeitig auch eine Trennung der Ober- und Unterspannung verlangt wird. Nur in einem speziellen Falle, nämlich beim Kaskadenspannungswandler, kann diese Phasenverschiebung eine Rolle spielen, da dort die einzelnen Glieder als Spartransformator in Kaskade geschaltet sind.

Bei der *Phasenverschiebung der Ströme*, Gleichung (71e), liegen jedoch die Verhältnisse so, dass wir diese schon mit Rücksicht auf ein einwandfreies Arbeiten des Spartransformators untersuchen müssen. Wie Gleichung (71e) ergibt, verschwindet auch hier die Phasenverschiebung der Ströme, wenn der Zähler verschwindet. Die Ströme sind daher gleich oder entgegengesetzt gerichtet, wenn

$$\left.\begin{aligned}
&\text{Fall 1:} \qquad c'_{201\beta} + \frac{w_2}{w_2 - w_1}\,[X'_{2A}\cdot g_{Ia} - R'_{2A}\cdot b_{Ia}] = 0 \\
&\text{Fall 2:} \qquad c'_{202\beta} + \frac{w_2^2}{w_1(w_1 - w_2)}\,[X'_{2A}\cdot g_{Ia} - R'_{2A}\cdot b_{Ia}] = 0,
\end{aligned}\right\} \quad (72)$$

so dass wir aus dieser Grenzbedingung sofort berechnen können, bei welcher sekundären Belastungsimpedanz als Funktion der sekundären Phasenverschiebung bei gegebenen Dimensionen des Spartransformators dieser Zustand eintreten muss. Dieser Zustand ist gerade von ausserordentlich grosser Bedeutung für die Arbeitsweise des Spartransformators, da nur in diesem Zustande die Durchflutungen beider Wicklungsteile im Gleichgewicht sind, wie wir später bei der Berechnung des Differenzstromes sehen werden.

Rechnen wir nun aus Gleichungen (30) und (34a) bzw. (17b) die Komponenten der Uebersetzungsfaktoren C'_{201} und C'_{202} aus und setzen diese in Gleichung (72) ein, so geht Gleichung (72) über in:

$$\left.\begin{aligned}
&\text{Fall 1:} \quad \left(\frac{w_1}{w_2}X_I + \frac{w_1^2}{(w_2 - w_1)\,w_2}\cdot X_{II}\right) g_{Ia} - \left(\frac{w_1}{w_2}R_I + \frac{w_1^2}{(w_2 - w_1)w_2}\cdot R_{II}\right)\cdot b_{Ia} \\
&\qquad\qquad + \frac{w_2}{w_2 - w_1}X'_{2A}\cdot g_{Ia} - \frac{w_2}{w_2 - w_1}R'_{2A}\cdot b_{Ia} = 0 \\
&\text{Fall 2:} \quad g_{Ia}\cdot X_I - b_{Ia}\cdot R_I + \frac{w_2^2}{w_1(w_1 - w_2)}X'_{2A}\cdot g_{Ia} - \frac{w_2^2}{w_1(w_1 - w_2)}R'_{2A}\cdot b_{Ia} = 0
\end{aligned}\right\} \quad (72a)$$

Ordnen wir diese Beziehungen nach den Erregerkonstanten, so erhalten wir für das Verhältnis dieser Erregerkonstanten:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad \frac{g_{\mathrm{I}a}}{b_{\mathrm{I}a}} = \frac{w_1\,(w_2-w_1)\;R_{\mathrm{I}} + w_1^2\cdot R_{\mathrm{II}} + w_2^2\cdot R'_{2\mathrm{A}}}{w_1\,(w_2-w_1)\;X_{\mathrm{I}} + w_1^2\cdot X_{\mathrm{II}} + w_2^2\cdot X'_{2\mathrm{A}}} \\ &\text{Fall 2:} \quad \frac{g_{\mathrm{I}a}}{b_{\mathrm{I}a}} = \frac{w_1\,(w_1-w_2)\;R_{\mathrm{I}} + w_2^2\cdot R'_{2\mathrm{A}}}{w_1\,(w_1-w_2)\;X_{\mathrm{I}} + w_2^2\cdot X'_{2\mathrm{A}}.} \end{aligned}\right\} \tag{72b}$$

Da wir nun durch eine angenäherte Rechnung die Wicklungsimpedanz Z_{II} durch diejenige von Z_{I} und die zugehörigen Windungszahlen ausdrücken können, oder durch:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad Z_{\mathrm{II}} = Z_{\mathrm{I}}\cdot\frac{(w_2-w_1)^2}{w_1^2} \left\{ R_{\mathrm{II}} = R_{\mathrm{I}}\cdot\frac{(w_2-w_1)^2}{w_1^2};\; X_{\mathrm{II}} = X_{\mathrm{I}}\cdot\frac{(w_2-w_1)^2}{w_1^2} \right. \\ &\text{Fall 2:} \quad Z_{\mathrm{II}} = Z_{\mathrm{I}}\cdot\frac{(w_1-w_2)^2}{w_2^2} \left\{ R_{\mathrm{II}} = R_{\mathrm{I}}\cdot\frac{(w_2-w_2)^2}{w_2^2};\; X_{\mathrm{II}} = X_{\mathrm{I}}\cdot\frac{(w_1-w_2)^2}{w_2^2} \right. \end{aligned}\right\} \tag{72c}$$

und ferner die Belastung durch die Belastungsimpedanz und die Phasenverschiebung ausdrücken, oder:

$$\left.\begin{aligned} R'_{2\mathrm{A}} &= Z'_{2\mathrm{A}}\cdot\cos\varphi_{2\mathrm{A}} \\ X'_{2\mathrm{A}} &= Z'_{2\mathrm{A}}\cdot\sin\varphi_{2\mathrm{A}} \end{aligned}\right\} \tag{72d}$$

so erhalten wir schliesslich für das Verhältnis der Erregerkonstanten:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad \frac{g_{\mathrm{I}a}}{b_{\mathrm{I}a}} = p \cong \frac{(w_2-w_1)\;R_{\mathrm{I}} + w_2\cdot Z'_{2\mathrm{A}}\cos\varphi_{2\mathrm{A}}}{(w_2-w_1)\;X_{\mathrm{I}} + w_2\cdot Z'_{2\mathrm{A}}\sin\varphi_{2\mathrm{A}}} \\ &\text{Fall 2:} \quad \frac{g_{\mathrm{I}a}}{b_{\mathrm{I}a}} = p \cong \frac{w_1\,(w_1-w_2)\,R_{\mathrm{I}} + w_2^2\cdot Z'_{2\mathrm{A}}\cdot\cos\varphi_{2\mathrm{A}}}{w_1\,(w_1-w_2)\,X_{\mathrm{I}} + w_2^2\cdot Z'_{2\mathrm{A}}\cdot\sin\varphi_{2\mathrm{A}}.} \end{aligned}\right\} \tag{72e}$$

Da uns in erster Linie die Belastung interessiert, bei welcher die Ströme phasengleich sind, so ergibt sich angenähert für die Belastungsimpedanz:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad Z'_{2\mathrm{A}} \cong \frac{w_2-w_1}{w_2}\cdot\frac{R_{\mathrm{I}} - p\cdot X_{\mathrm{I}}}{p\cdot\sin\varphi_{2\mathrm{A}} - \cos\varphi_{2\mathrm{A}}} \\ &\text{Fall 2:} \quad Z'_{2\mathrm{A}} \cong \frac{w_1\,(w_1-w_2)}{w_2^2}\cdot\frac{R_{\mathrm{I}} - p\cdot X_{\mathrm{I}}}{p\cdot\sin\varphi_{2\mathrm{A}} - \cos\varphi_{2\mathrm{A}}.} \end{aligned}\right\} \tag{72f}$$

Dieses überraschende Resultat zeigt uns, dass für phasengleiche Ströme nicht nur bei einer bestimmten Belastung die Phasenverschiebung im Belastungskreise eine wichtige Rolle spielt, sondern dass auch das Verhältnis der Erregerkonstanten auf die Wicklungskonstanten abgestimmt werden muss. Soll z. B. ein solcher Spartransformator für eine sehr kleine Phasenverschiebung im Belastungskreise Verwendung finden, so muss einmal das Verhältnis der Erregerkonstanten gross werden, oder aber der Wicklungsteil des Differenzstromes muss mit einer sehr grossen Reaktanz ausgeführt werden. Wird auf diese Erscheinung nicht Rücksicht genommen, so wird im Betriebe der Differenzstrom eine sehr grosse Phasenverschiebung gegenüber dem Primär- und Sekundärstrom auftreten, so dass die Durchflutungen beider Wicklungsteile sich nicht mehr im Gleichgewichte halten und dadurch eine grosse zusätzliche Streuung und als Folge davon ein sehr grosser Spannungsabfall eintritt. Diese Erscheinung wurde bei ausgeführten Spartransformatoren häufig beobachtet, ohne dass diese Erscheinung bisher eindeutig geklärt wurde. Wir erkennen daher, dass ein solcher Spartransformator an ganz bestimmte Bedingungen gebunden ist, wenn derselbe innerhalb einer vorgeschriebenen Phasenverschiebung im Belastungskreise befriedigend arbeiten soll. *Aus diesem Grunde kann der Spartransformator, auch wenn er für eine vorgeschriebene Leistung dimensioniert ist, niemals bei allen Phasenverschiebungen im Belastungskreise befriedigend arbeiten, sondern es werden*

immer Phasenverschiebungen auftreten, bei welchem er infolge zu grosser Streuung versagt. Diese Erscheinung ist sehr wichtig, wenn z. B. ein Kondensator über einen Spartransformator zur Phasenkompensation an ein Netz angeschlossen werden soll.

Mit Hilfe der Komponenten, Gleichungen (71b) und (71c), können nun auch die absoluten Werte der Uebersetzungsfaktoren für die Ströme und Spannungen bei Belastung ermittelt werden; sie betragen
für die Spannungen:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad C'_{1v1} = \sqrt{c'^2_{1v1\alpha} + c'^2_{1v1\beta}} \\ &\text{Fall 2:} \quad C'_{1v2} = \sqrt{c'^2_{1v2\alpha} + c'^2_{1v2\beta}} \end{aligned}\right\} \tag{73}$$

für die Ströme:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad C'_{1i1} = \sqrt{c'^2_{1i1\alpha} + c'^2_{1i1\beta}} \\ &\text{Fall 2:} \quad C'_{1i2} = \sqrt{c'^2_{1i2\alpha} + c'^2_{1i2\beta}} \end{aligned}\right\} \tag{74}$$

Zum Schlusse müssen wir noch den Differenzstrom im Wicklungsteil I berechnen, da auch dieser eine wichtige Rolle spielt. Zu diesem Zwecke gehen wir von Gleichung (7) aus und reduzieren den Sekundärstrom auf primär, und den Primärstrom ersetzen wir durch den Uebersetzungsfaktor C'_{1v} bei Belastung und den reduzierten Sekundärstrom aus Gleichung (71a), so dass der Differenzstrom die Form annimmt:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad \mathfrak{J}_{d1} = \mathfrak{J}_1 - \mathfrak{J}_2 = \mathfrak{J}_1 - \mathfrak{J}'_2 \cdot \frac{w_1}{w_2} = \mathfrak{J}'_2 \cdot \left[\mathfrak{C}'_{1i1} - \frac{w_1}{w_2}\right] = \mathfrak{J}'_2 \cdot \mathfrak{C}'_{1d1} \\ &\text{Fall 2:} \quad \mathfrak{J}_{d2} = \mathfrak{J}_2 - \mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}'_2 \cdot \frac{w_1}{w_2} - \mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}'_2 \cdot \left[\frac{w_1}{w_2} - \mathfrak{C}'_{1i2}\right] = \mathfrak{J}'_2 \cdot \mathfrak{C}'_{1d2} \end{aligned}\right\} \tag{75}$$

Zerlegen wir auch hier den Differenzstrom in zwei Komponenten, so ist mit Hilfe von Gleichung (71c) der Uebersetzungsfaktor des Differenzstromes bei Belastung, wenn wir die Belastungsimpedanz und ihre Phasenverschiebung einführen:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad c'_{1d1\alpha} = c'_{201\alpha} + \frac{w_2}{w_2 - w_1} \cdot z'_{2A}\,(g_{1a} \cdot \cos\varphi_{2A} + b_{1a} \sin\varphi_{2A}) - \frac{w_1}{w_2} \\ &\qquad\qquad\quad c'_{1d1\beta} = c'_{201\beta} + \frac{w_2}{w_2 - w_1} \cdot z'_{2A}\,(g_{1a} \cdot \sin\varphi_{2A} - b_{1a} \cos\varphi_{2A}) \\ &\text{Fall 2:} \quad c'_{1d2\alpha} = \frac{w_1}{w_2} - c'_{202\alpha} - \frac{w_2^2}{w_1(w_1 - w_2)}\, z'_{2A}\,(g_{1a} \cdot \cos\varphi_{2A} + b_{1a} \sin\varphi_{2A}) \\ &\qquad\qquad\quad c'_{1d2\beta} = -\left\{c'_{202\beta} - \frac{w_2^2}{w_1(w_1 - w_2)} \cdot z'_{2A}\,(g_{1a} \sin\varphi_{2A} - b_{1a} \cos\varphi_{2A})\right\} \end{aligned}\right\} \tag{75c}$$

Mit diesen Komponenten finden wir auch die Phasenverschiebung des Differenzstromes zu

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad \operatorname{tg}\psi'_{d1} = \frac{c'_{1d1\beta}}{c_{1d1\alpha}} \\ &\text{Fall 2:} \quad \operatorname{tg}\psi'_{d2} = \frac{c'_{1d2\beta}}{c'_{1d2\alpha}} \end{aligned}\right\} \tag{75b}$$

und schliesslich sind die absoluten Werten des Uebersetzungsfaktors des Differenzstromes:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:} \quad C'_{1d1} = \sqrt{c'^2_{1d1\alpha} + c'^2_{1d1\beta}} \\ &\text{Fall 2:} \quad C'_{1d2} = \sqrt{c'^2_{1d2\alpha} + c'^2_{1d2\beta}} \end{aligned}\right\} \tag{75c}$$

Auch für diesen Differenzstrom gelten dieselben Grenzbedingungen, wie wir sie in Gleichungen (72) bis (72f) aufgestellt haben, da sich der Zähler der Gleichung (75b)

gegenüber der Gleichung (72) in keiner Weise geändert hat. Tatsächlich muss ja auch bei Phasengleichheit der Ströme der Differenzstrom mit den übrigen phasengleich sein.

Wir können nun aber noch eine andere Erscheinung untersuchen, welche mit der Streuung bei nicht phasengleichen Strömen zusammenhängt. Vergrössern wir nämlich die Phasenverschiebung zwischen dem Sekundärstrom und dem Differenzstrom bis auf 90°, so tritt bei dieser Verschiebung der Zustand ein, dass den Amperewindungen des Wicklungsteiles II keine solchen des Wicklungsteiles I gegenüberstehen, da beide zeitlich um 90° gegeneinander verschoben sind. In diesem Falle muss auch die grösste Streuung auftreten, die überhaupt praktisch möglich ist, da der Wicklungsteil I keine wirksame Gegenkraft mehr leistet. Wir können diesen Zustand dadurch zum Ausdruck bringen, dass wir in Gleichung (75b) den Nenner verschwinden lassen; es muss dann gelten:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Fall 1:}\quad c'_{1d1a} = c'_{201a} + \frac{w_2}{w_2 - w_1}\, z'_{2A}\,(g_{1A}\cdot\cos\varphi_{2A} + b_{1a}\cdot\sin\varphi_{2A}) - \frac{w_1}{w_2} = 0.\\ &\text{Fall 2:}\quad c'_{1d2a} = \frac{w_1}{w_2} - c'_{202a} - \frac{w_2^2}{w_1(w_1 - w_2)}\, z'_{2A}(g_{1a}\cdot\cos\varphi_{2A} + b_{1a}\cdot\sin\varphi_{2A}) = 0.\end{aligned}\right\} \quad (75d)$$

Untersuchen wir in dieser Beziehung die einzelnen Faktoren, so ergibt sich, dass dieser Zustand praktisch nicht möglich ist, oder nur dann, wenn der Sekundärseite Energie zugeführt wird. Die Phasenverschiebung zwischen Sekundär- und Differenzstrom kann daher praktisch niemals 90° erreichen, sondern wird stets bei allen praktischen Fällen unter 45° stehen bleiben.

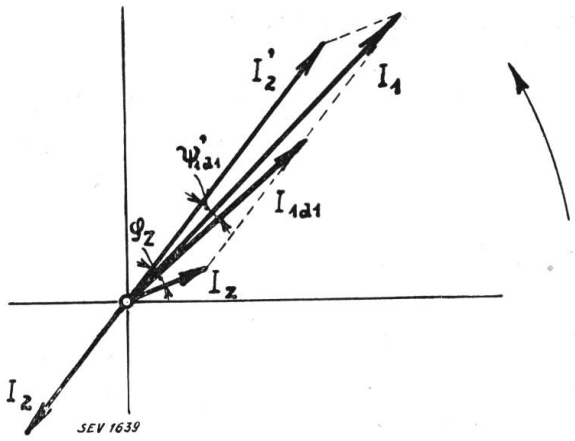

Fig. 22.
Diagramm der Ströme, einschliesslich des Differenzstromes und des zusätzlichen Streustromes.

In Fig. 22 ist noch das Diagramm der Ströme einschliesslich dem Differenzstrom und dem Zusatzstrom aufgezeichnet und wir können daraus mit Hilfe der aufgestellten Beziehungen den Einfluss der Phasenabweichung zwischen dem Sekundärstrom und dem Differenzstrom berechnen. Ist keine Phasenabweichung der Ströme vorhanden, so müssen sich die Durchflutungen der Wicklungsteile I und II gegenseitig im Gleichgewicht halten. Sobald jedoch eine Phasenabweichung der Ströme vorhanden ist, so entstehen in Richtung und senkrecht zum Sekundärstrom Komponenten der Durchflutung, die ausschliesslich auf Streuung gehen. Führen wir diese Rechnung nur für den Fall 1 durch, so ergibt sich der Ueberschuss der Durchflutung in Richtung des Sekundärstromes zu:

$$AW_{za} = (I_2\,(w_2 - w_1) - I'_2\, c'_{1d1a}\cdot w_1)\sqrt{2} = I_2\cdot(w_2\,(1 - c'_{1d1a}) - w_1)\sqrt{2} \quad (76)$$

Andererseits aber bewirkt der phasenverschobene Differenzstrom senkrecht zum Sekundärstrom eine Ueberschussdurchflutung von der Grössenordnung:

$$AW_{z\beta} = I'_2\cdot c'_{1d1\beta}\cdot w_1\cdot\sqrt{2} = I_2\cdot c'_{1d1\beta}\cdot w_2\cdot\sqrt{2} \quad (76a)$$

Diese beiden Komponenten wirken auf den Wicklungsteil I zurück, so dass die resultierende Ueberschussdurchflutung, welche ausschliesslich auf Streuung geht, bestimmt ist durch:

$$AW_{zt} = I_2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{(w_2\,(1 - c'_{1d1a}) - w_1)^2 + (c'_{1d1\beta}\cdot w_2)^2} \quad (76b)$$

Durch diese Ueberschussdurchflutung findet eine Vergrösserung des Primärstromes statt und wir können aus der Windungszahl des Wicklungsteiles I sofort den Anteil des Primärstromes berechnen, welcher für diese vergrösserte Streuung aufgewendet werden muss. Dieser Streustrom ergibt sich aus Gleichung (76b) zu:

$$I_s = \frac{AW_{zt}}{\sqrt{2} \cdot w_1} \tag{77}$$

und er eilt dem reduzierten Sekundärstrom um den Winkel φ_s nach, der aus Gleichung (76) und (76a) sich berechnen lässt aus:

$$\operatorname{tg} \varphi_s = \frac{c'_{1d1\beta} \cdot w_2}{w_2 (1 - c'_{1d1a}) - w_1} \tag{77a}$$

Dieser Streustrom wird offenbar um so grösser, je grösser die Ueberschussdurchflutung wird und hängt daher in erster Linie von der Festlegung der Wicklungsabmessungen und von denjenigen des Eisenkörpers ab. Es ist daher beim Spartransformator keinesfalls gleichgültig, wie wir diese Abmessungen festlegen, sondern wir werden stets vom Betriebszustand des Belastungskreises ausgehen müssen und darnach die Wicklungs- und Eisenabmessungen festlegen, wenn die Streuung klein sein soll, wie bereits in Gleichungen (72) bis (72f) gezeigt wurde. Wie die Rechnung ergibt, ist im allgemeinen der Spartransformator viel empfindlicher als der normale Transformator und alle diese Erscheinungen sind bisher noch von keiner Seite rechnungsgemäss festgelegt worden, obschon der Spartransformator in der Praxis zu vielen und schweren Misserfolgen geführt haben muss, was nur auf Unkenntnis dieser Verhältnisse zurückgeführt werden kann. Durch die Vergrösserung der Streuung wird natürlich auch der Differenzstrom im Wicklungsteil I vergrössert, wodurch der Spannungsabfall und auch der Kupferverlust vergrössert wird. Diese Vergrösserung des Kupferverlustes kann gelegentlich so grosse Werte erreichen, dass die Temperatur des Wicklungsteiles I unzulässig hohe Werte erlangt und damit einen Dauerbetrieb unmöglich macht. Würden wir einen Spartransformator entsprechend den aufgestellten Beziehungen umdimensionieren, so ergibt sich bei gleichen Kupferquerschnitten eine Vergrösserung des Kupfergewichtes, jedoch vermag diese Gewichtszunahme praktisch die Vorteile des Spartransformators gegenüber demjenigen mit getrennten Wicklungen nicht wesentlich zu beeinflussen, so lange das Verhältnis der Spannungen noch im Bereiche der Wirtschaftlichkeit desselben liegt.

6. Berechnungsbeispiel.

Zum Schlusse soll noch an einem Berechnungsbeispiel gezeigt werden, wie die Verhältnisse beim Spartransformator liegen, insbesondere wie sich der Differenzstrom und seine Phasenverschiebung mit der Phasenverschiebung im Sekundärkreise ändert. Wir betrachten einen Spartransformator für eine Durchgangsleistung von 3 kVA bei einer Primärspannung von 220 V und einer Sekundärspannung von 500 V. Der Transformator sei als Manteltype ausgeführt und die Wicklung bestehe aus zwei übereinander gewickelten runden Spulen, wovon die innere Spule den Differenzstrom führe. Der Sekundärkreis habe eine Windungszahl $w_2 = 480$ und der Primärkreis $w_1 = 205$. Die Eisenbeanspruchung betrage im Kern $B = 11\,250$ und in den Jochen 10 500 und 10 170, so dass der Eisenkörper sehr schwach beansprucht ist. Die Eisenverluste betragen $W_{eit} = 48{,}5$ W und für den ganzen magnetischen Kreis ist eine Amperewindungszahl $AW_t = 369$ erforderlich. Aus diesen Werten ergaben sich für die Erregerkonstanten die Werte:
$g_{Ia} = 0{,}001$ und $b_{Ia} = 0{,}0058$ oder auch das Verhältnis beider nach Gleichung (72e)

$$p = \frac{g_{Ia}}{b_{Ia}} = 0{,}1725.$$

Für die Wicklungskonstanten ergeben sich die Werte für die innere Wicklung der Widerstand $R_I = 0{,}232$ Ohm und die Reaktanz $X_I = 0{,}01754$ Ohm und für die äussere Wicklung der Widerstand $R_{II} = 0{,}747$ Ohm und die Reaktanz $X_{II} = 0{,}03$ Ohm. Damit können wir aus Gleichungen (17b) bis (17d) die Phasenabweichung der Leerlaufspannungen berechnen und erhalten für diese den Wert $\psi'_{101} = 0^0\ 4'\ 33{,}4''$ und der Uebersetzungsfaktor der Leerlaufspannungen wird $C'_{101} = 1{,}000373$. Diese Leerlaufspannungen sind daher nur äusserst wenig voneinander verschoben. Auf dieselbe Weise berechnen wir aus Gleichung (30) die Phasenabweichung der Kurzschlussströme und erhalten $\psi'_{201} = 0^0\ 3'\ 54''$ und der Uebersetzungsfaktor der Kurzschlussströme wird $C'_{201} = 1{,}000435$. Auch diese Ströme sind nur sehr wenig voneinander phasenverschoben und weichen nur ungefähr in der Grössenordnung wie die Leerlaufspannungen voneinander ab. Da bei einem solchen Spartransformator die Phasenabweichung der Spannungen bei Vollast keine Bedeutung hat, so berechnen wir hier nur die Phasenabweichung des Differenzstromes vom Sekundärstrom, da dieselbe in Abhängigkeit der sekundären Phasenverschiebung Aufschluss über die Streuungsverhältnisse gewährt. In Fig. 23 sind die Resultate dieser Rechnung in Kurvenform dargestellt und es ist auch gleichzeitig als Funktion der sekundären Phasenverschiebung die Belastungsimpedanz Z'_{2A} angegeben, bei welcher der Differenzstrom phasengleich mit dem Sekundärstrom wird. Wie diese Kurven der Fig. 23 zunächst ergeben, ist die Phasenabweichung des Differenzstromes gegenüber dem Sekundärstrom bei -10^0 kapazitiver Belastung am grössten mit ca. $-1^0\ 41'$. Bei zunehmender kapazitiver sekundärer Phasenverschiebung nimmt der Phasenwinkel des Differenzstromes stetig ab und ebenso bei induktiver sekundärer Phasenverschiebung erreicht er bei ca. 80^0 den Wert 0^0 und kehrt seine Richtung von negativer zu positiver Seite um. Der Differenzstrom selbst erreicht seinen kleinsten Wert bei grosser kapazitiver Phasenverschiebung und wird am grössten bei grosser induktiver Phasenverschiebung, d. h. für $\psi_{1a1} = 0^0$ wird der Differenzstrom ein Maximum. Diese Erscheinung hängt offenbar sehr stark mit den Erregerkonstanten des magnetischen Kreises zusammen, denn je grösser die Suszeptanz b_{1a} wird, desto grösser wird die Phasenverschiebung des Differenzstromes und desto näher rückt der Punkt $\psi_{1d1} = 0^0$ der 90^0-Phase bei induktiver Belastung. Je stärker wir daher den Spartransformator sättigen, desto grösser muss der Differenzstrom

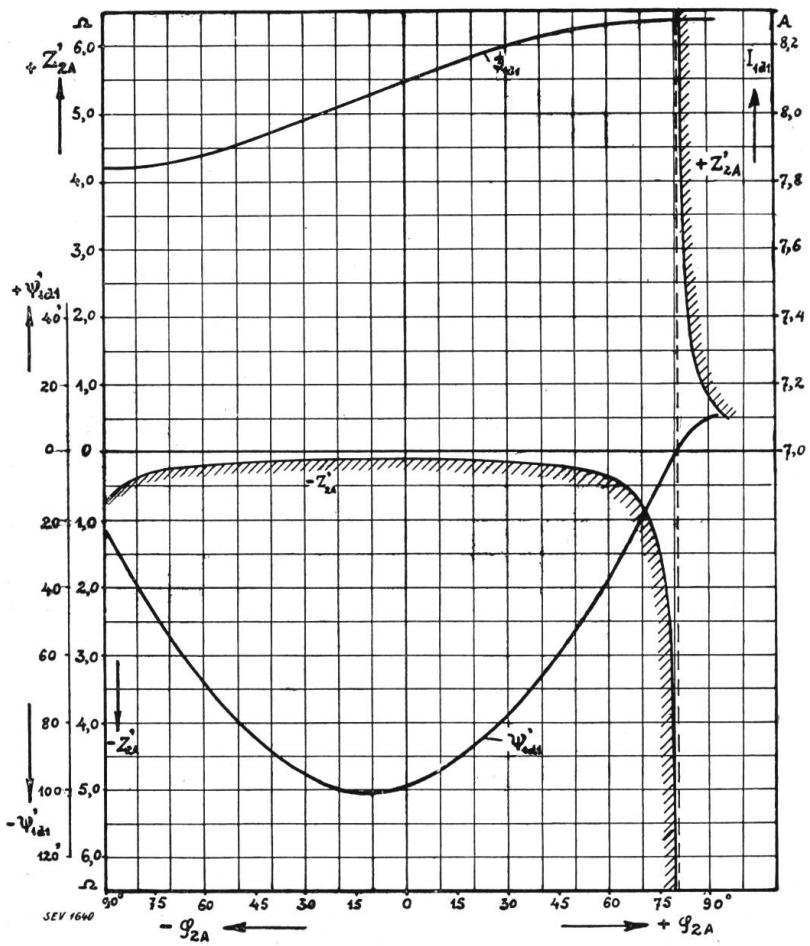

Fig. 23.
Differenzstrom und seine Phasenverschiebung als Funktion der sekundären Phasenverschiebung, sowie Belastungsimpedanz für phasengleiche Ströme.

und seine Phasenverschiebung werden und desto stärker macht sich die sekundäre Phasenverschiebung bemerkbar. Die Sättigung des Eisenkörpers spielt daher beim Spartransformator eine viel wichtigere Rolle wie beim normalen Transformator, da dieselbe in erster Linie die Phasenlage des Differenzstromes und damit die Streuung beeinflusst. Im allgemeinen braucht man jedoch beim einphasigen Spartransformator in Bezug auf den Differenzstrom nicht ängstlich zu sein, so lange die Eisenbeanspruchung nicht allzuweit getrieben wird, da hierbei nur die Streuung vergrössert wird und diese nur dann schädliche Einflüsse mit sich bringt, wenn massive Metallteile in diese Streufelder zu liegen kommen. Bei Drehstrom-Spartransformatoren liegen die Verhältnisse wesentlich komplizierter, da einmal die Streufelder eine ungleichmässige magnetische Beanspruchung der drei Säulen hervorbringen können und zweitens bei ungleicher Belastung der drei Phasen stets Zusatzfelder auftreten, die eine starke Vergrösserung des Differenzstromes mit sich bringen. Es würde jedoch den Rahmen dieser Arbeit weit übersteigen, wenn wir auch diese Erscheinungen beim Drehstrom-Spartransformator eingehend untersuchen wollten.

Zum Schlusse können wir für das Berechnungsbeispiel aus Gleichungen (76) bis (77) die Grösse des Streustromes berechnen. Für $\cos\varphi_{2A} = 1$ oder $\varphi_{2A} = 0^0$ sind die Streuamperewindungen in Richtung des Sekundärstromes aus Gleichung (76) $AW_{za} = -12{,}57$ und aus Gleichung (76a) ist die senkrechte Komponente $AW_{z\beta} = -14{,}03$, so dass die resultierenden Streuamperewindungen $AW_{zt} = 18{,}82$ sind. Daraus ist dann der Streustrom, welcher aus dem Primärnetz entnommen wird, aus Gleichung (77) $I_z = 0{,}65$ A und seine Phasenverschiebung gegen den Sekundärstrom ist $\operatorname{tg}\varphi_s = 1{,}1165$ oder $\varphi_s = +48^0\ 19{,}2'$. In diesem Falle muss daher die Streuung sehr gering sein.

Würden wir noch die Verhältnisse untersuchen, wenn wir die Windungszahlen w_1 und w_2 gegeneinander vertauschen würden, also wenn $w_1 > w_2$ ist, so würden sich ähnliche Verhältnisse ergeben, nur dass in diesem Falle der Phasenwinkel ψ_{1d1} des Differenzstromes seine Richtung umkehrt.

Damit haben wir beim einphasigen Spartransformator die grundlegenden Beziehungen aufgestellt, die für dessen Berechnung notwendig sind.

Blindleistungs- oder cos φ-Messung im Kraftwerksbetrieb?

Von *A. Kleiner*, Oberingenieur
der Kraftwerke Oberhasli A.-G., Innertkirchen.

621.311.1.00.4:621.3.01°.1

Es wird ausgeführt, dass Begriff und Messung der Blindleistung gegenüber derjenigen des cos φ viele Vorteile hat und der Vorschlag gemacht, allgemein den Begriff der Blindleistung zu gebrauchen und denjenigen der Phasenverschiebung auf das rein theoretische Gebiet zu beschränken.

L'auteur explique que la notion et la mesure de la puissance réactive présentent bien des avantages en regard de celles du cos φ; il propose d'utiliser généralement la notion de «puissance réactive» et de restreindre celle du cos φ au domaine purement théorique.

Der Betriebszustand eines Wechselstromkreises ist bekanntlich ausser durch Strom, Spannung und Leistung noch durch die Phasenverschiebung zwischen den beiden erstern bestimmt. Zu der normalen Schalttafelausrüstung eines Generators, Motors oder einer abgehenden Leitung gehört daher neben den Instrumenten für Strom, Spannung, Frequenz und Wirkleistung ein Instrument, nach welchem die Phasenverschiebung, oder bei einer Maschine der Erregungszustand beurteilt werden kann.

Da die Leistung $= I \cdot U \cdot \cos\varphi$ ist, so lag es nahe, Instrumente zu schaffen, die diesen $\cos\varphi$ direkt anzeigen und die Stromkreise mit einem solchen $\cos\varphi$-Zeiger auszurüsten. Durch einfache Division mit diesem „Leistungsfaktor" kann man dann auf die „Scheinleistung" (in kVA) schliessen, d. h. das in der Gleichstromtechnik als Leistung bekannte Produkt $I \cdot U$, durch das ja auch scheinbar die Belastbarkeit von Maschinen und Apparaten ausgedrückt wird.