

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 18 (1927)  
**Heft:** 12

**Artikel:** Die dritten Harmonischen bei Dreiphasen-Kerntransformatoren  
**Autor:** Nolen, H.G.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1058651>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

prüfung ergab, bezogen auf die Einheit des Anschlusswertes und die ganze Dauer der Ausstellung, für die Bekleidungsbranche 294 kWh,  
 Textilabteilung 278 „  
 Wohnkultur 292 „

so dass mit kleinem Fehler pro kW Anschlusswert der Beleuchtung Fr. 50.— verrechnet werden konnte. Die Abrechnung ergab auch keine Schwierigkeiten und keine Beanstandungen.

## Die dritten Harmonischen bei Dreiphasen-Kerntransformatoren.<sup>1)</sup>

Von Dr. ing. H. G. Nolen, Nijmegen, Holland.

621.314.1

*Der Autor stellt zunächst theoretische Uebergelungen über die Grösse der bei Dreiphasen-Kerntransformatoren zu erwartenden dritten Harmonischen auf, und zeigt an Hand von Messergebnissen an einem 75 kVA Transformator, dass diese dritte Harmonische und die zusätzlichen Verluste ausserhalb des Kernes bei richtig bemessenen Transformatoren nicht jene gefährlich hohen Werte annimmt, mit denen Vidmar in einer Veröffentlichung in der Zeitschrift „Elektrotechnik und Maschinenbau“ rechnen zu müssen glaubt.*

*L'auteur présente d'abord quelques considérations théoriques sur l'amplitude probable du troisième harmonique, dans les transformateurs triphasés à noyau. En se basant sur les résultats de mesures faites sur un transformateur de 75 kVA, il montre que ce troisième harmonique, de même que les pertes additionnelles en dehors du noyau, n'atteignent pas dans les transformateurs correctement dimensionnés, les valeurs dangereuses que Vidmar estime devoir prendre en considération dans un article du périodique „Elektrotechnik und Maschinenbau“.*

Man findet in der Literatur mehrere Arbeiten über die bei Dreiphasen-Kerntransformatoren auftretenden dritten Harmonischen in den Phasenspannungen, Leerlaufströmen und Feldern. Meistens ist nur die theoretische Seite des Problems beleuchtet worden; man hat jedoch nur sehr unvollkommen untersucht, welche praktische Bedeutung diesen Oberwellen beizumessen ist. Die Folgen dieser Versäumnis sind nicht ausgeblieben: Man weiss überhaupt nicht recht, welche Werte diese Harmonischen bei Dreiphasen-Kerntransformatoren erreichen; man hat die Wichtigkeit der vom dritten Oberfelde ausserhalb des Kernes hervorgerufenen zusätzlichen Verluste überschätzt; man hat nicht genügend erkannt, dass der Einfluss der Induktion auf die Erscheinungen bei den Dreiphasen-Kerntransformatoren sich grundsätzlich unterscheidet von dem bei Einphasentransformatoren oder Manteltransformatoren.

Ich möchte versuchen, diese Lücken auszufüllen, und werde mich hier auf den wichtigsten Fall, mit in Stern geschalteten Wicklungen beschränken; ausserdem werde ich in der Hauptsache nur die Erscheinungen bei Dreiphasen-Transformatoren besprechen.

Die Folgen der Unsymmetrie des Kernes werde ich hier vernachlässigen, sie sind theoretisch zwar sehr interessant, praktisch hat die Unsymmetrie nur sehr geringe Bedeutung, zumal den wichtigen Erscheinungen der dritten Oberwellen gegenüber.

Wir nehmen an, dass sich auf dem Transformator Kern kein Ausgleichstrom dritter Frequenz ausbilden kann, dass also keine in Dreieck geschaltete Wicklung oder keine Verbindung der Sternpunkte mit andern Maschinen- oder Transformatorensternpunkten besteht. Die Summe  $e_u + e_v + e_w$  der Augenblickswerte der drei Phasenspannungen ist dann das Dreifache des Augenblickswertes der sogenannten Sternpunktspannung  $e_s$ ;  $e_s$  ist der Spannungsunterschied zwischen dem Transformatorensternpunkt und dem Sternpunkt eines völlig symmetrischen Systems derselben verketteten Spannungen, ohne dreifache Harmonische. Bei einem symmetrischen Transformator kann die Summe  $e_u + e_v + e_w$  und also auch die Spannung  $e_s$  nur

<sup>1)</sup> Diese Arbeit ist dem dritten Kapitel meiner Dissertation entnommen: „Transformatorvelden“ erschienen bei J. Waltmann, Jr. Delft, 1925.

dreifache Oberwellen enthalten. Wir betrachten ausschliesslich die wichtigsten dieser Oberwellen;  $e_s$  ist dann eine Spannung dritter Frequenz, sie ist der dritten Harmonischen der Phasenspannung  $e_3$  gleich.  $e_s = e_3$ .

Nun ist:

$$e_u + e_v + e_w = -C \frac{d(\Phi_u + \Phi_v + \Phi_w)}{dt}.$$

Die Summe der drei Kernkraftflüsse muss jedoch bei einem normalen Kerntransformator immer dem totalen Kraftfluss in der Luft  $\Phi e$  gleich sein, also ist:

$$3 e_s = e_u + e_v + e_w = -c \frac{d \Phi e}{dt} = 3 e_3.$$

Eine Sternpunktspannung und eine dritte Oberspannung können also bei den Kerntransformatoren mit drei Schenkeln überhaupt nur existieren, wenn ein resultierender Luftkraftfluss da ist. Wäre die Luft magnetisch undurchlässig, so würde eine solche Spannung nicht bestehen und die dritten Oberfelder und dritten Oberspannungen würden verschwinden. Nennen wir den Transformator mit magnetisch undurchlässiger Luft einen *idealen Transformator*, so würden also bei einem idealen Transformator gar keine dritten Oberwellen hervorgerufen werden, alle Ströme, Spannungen und Kraftflüsse würden symmetrische Systeme sein ohne dritte Oberwellen.

Es ist eben die magnetische Leitfähigkeit der Luft, die diese an sich idealen Erscheinungen zerstört. Warum bilden sich in der nicht undurchlässigen Luft magnetische Kraftflüsse? Integriert man die dritte Harmonische der magnetischen Kraft einer Linie entlang, die nur durch einen Kern hindurch geht und sich in der Luft schliesst, so muss das totale Linienintegral null sein, weil die umschlungenen Amperewindungen keine dritten Oberwellen enthalten. Der Anteil an diesem Integral, der vom Wege im Kern geliefert wird, ist jedoch von null verschieden; es muss also auch in der Luft eine magnetische Kraft dreifacher Frequenz existieren. Besitzt die Luft eine gewisse magnetische Leitfähigkeit, so müssen sich also auch Induktionsröhren in der Luft ausbilden. Da diese Röhren immer geschlossen sein müssen, wird auch der Kraftfluss im Kern eine gewisse dritte harmonische Komponente enthalten müssen, die Kraftflüsse können nicht mehr sinusförmig bleiben.

Infolge dieser Komponente wird die dritte Oberwelle der magnetischen Kraft im Kern etwas verkleinert werden, auch die dritte Oberwelle der Induktion wird also wieder etwas geschwächt usw. Es wird sich eine gewisse Gleichgewichtslage ergeben, die dadurch bestimmt ist, dass das Linienintegral der dritten Oberwelle der magnetischen Kraft einer geschlossenen Linie entlang immer null sein muss, *es soll also immer die für die Luftfelder dritter Frequenz bedingte magnetische Kraft dieser selben Frequenz derjenigen gleich sein, die bei der im Kern auftretenden Induktion für einen Kern aufgebracht werden muss.*

Da die Luft keine Sättigungserscheinungen aufweist, kann man diese Ergebnisse auch in folgender Form aufstellen:

*In der Luft entsteht eine Induktion dritter Frequenz, die dem Linienintegral der dritten Harmonischen der magnetischen Kraft einem Kern entlang proportional ist.*

Wenn die Induktion im Kerne gesteigert und das Eisen allmählich gesättigt wird, wächst die magnetische Kraft sehr schnell an; das Verhältnis der dritten Oberwelle dieser Kraft zur Grundwelle wird ausserdem grösser; die dritte harmonische, magnetische Kraft steigt also noch schneller an als zum Beispiel der Leerlaufstrom. Die Luftinduktion bleibt dieser Harmonischen annähernd proportional (nur die ausserhalb des Kernes sich in eventuellen Eisenteilen schliessenden Induktionsröhren sind in geringem Masse einer gewissen Sättigung ausgesetzt); *es wächst also der Kraftfluss dritter Frequenz in der Luft mit jeder Zunahme der Induktion oberhalb der Sättigungsgrenze viel mehr als proportional an.* Die dritte Oberspannung jedoch wird von diesem Luftkraftfluss bestimmt. Während also die verkettete Spannung und die Kerninduktion langsam ansteigen, wächst die dritte Oberspannung

noch schneller als die magnetische Kraft! *Trägt man in einem rechtwinkligen Koordinatensystem die dritte Oberspannung als Funktion der verketteten Spannung auf, dann entsteht eine Kurve, die wie eine übertriebene Sättigungskurve aussieht.*

Diese Eigentümlichkeit ist ganz charakteristisch für die Dreiphasen-Kerntransformatoren. Bei anderen Transformatortypen, wo die Induktionslinien dritter und Grundfrequenz alle denselben Weg nehmen, wie bei den Manteltransformatoren und Einphasentransformatoren, ist die Abhängigkeit der dritten Oberspannung von der verketteten Spannung eine völlig andere. Es besteht hier schon bei ziemlich niedriger Induktion eine bedeutende dritte Oberspannung, die jedoch bei steigender Induktion nur ziemlich langsam anwächst.

Es wurde z. B. bei den Induktionen der Grundfrequenz 8550, 13250, 15800 und 18650 für eine Gruppe Einphasen-Transformatoren eine dritte Oberspannung von 47,2, 55,3, 60, 64 % der Spannung der Grundfrequenz gemessen; bei einem Dreiphasen-Kerntransformator jedoch wurden bei denselben Induktionen die Zahlen 0,3–3,3–9,5–21 gefunden.

*Bei den Einphasengruppen<sup>2)</sup> ist eine bedeutende dritte Oberspannung bei Stern-Stern-Schaltung bei wirtschaftlich möglichen Induktionen gar nicht zu vermeiden, bei Dreiphasen-Kerntransformatoren ist sie jedoch nur bei sehr hohen Induktionen zu befürchten.*

Das schnelle Anwachsen des Kraftflusses dritter Frequenz in der Luft oberhalb der Sättigungsgrenze des Kernbleches hat die weitere wichtige Folge, dass die Luftkraftröhren ihre Bahn teilweise durch Eisenteile nehmen und in diesen Teilen zusätzliche Verluste hervorrufen. Es ist über diese Verluste nicht viel bekannt, *Vidmar<sup>3)</sup>* hat jedoch sehr alarmierende Mitteilungen über diese Verluste gemacht. Er schrieb sogar von der Erscheinung der zusätzlichen Verluste im Kasten: „Sie hat manch einen Konstrukteur zur Verzweiflung getrieben, manch einen sonst tadellosen Transformator unbrauchbar gemacht“. Wenn diese Verluste uns wirklich so gefährden, dann sollen wir sie doch recht eingehend untersuchen! Wir können erwarten, dass diese Verluste zumal bei hohen Kerninduktionen zu befürchten sein werden, weil eben dann der Kraftfluss ausserhalb des Kernes bedeutend wird. Wo liegt die Gefahrgrenze, mit welchen Verlusten muss praktisch gerechnet werden?

Eine zuverlässige Antwort auf diese Fragen wird man am besten auf experimentellem Weg erhalten können. Berechnungsmethoden sind hier ziemlich aussichtslos.

Es wurden Versuche an einem 75 kVA Transformator angestellt<sup>4)</sup>, dessen Primärwicklung in Stern geschaltet war und dessen sekundäre Wicklung man in Dreieck oder Stern schalten oder ganz offen lassen konnte. Für die Erscheinungen im primären Teil und für die magnetischen Felder sind die beiden letzteren Schaltungen natürlich gleichwertig.

Ziel der Versuche war, bei verschiedenen Induktionen die sekundären Ausgleichströme bei Dreieck-Schaltung und die dritten Oberspannungen und zusätzlichen Verluste bei Stern-Stern-Schaltung zu bestimmen; den Einfluss der Konstruktionsteile ausserhalb des Kernes und jenen des Kastens auf die Spannungen und Verluste festzustellen und eine Methode zu finden, diese Spannungen und Verluste für andere Transformatoren mit Hilfe einfach ausführbarer Messungen zu berechnen.

Der Transformator hatte einen ziemlich guten magnetischen Schluss ausserhalb des Kernes: vier Winkeleisen  $35 \times 35$ , mit denen der Transformatorkörper am Deckel aufgehängt war, die bis zum unteren Joch verlängert waren und vier  $\frac{5}{8}$ " Bolzen mit denen der Kern vertikal zusammengedrückt war (Fig. 1). Bei den meisten Transformatoren fehlen diese Winkeleisen oder sie sind nicht neben den Kernen

<sup>2)</sup> Diesen Namen habe ich für diejenigen Transformatorentypen eingeführt, bei denen Kraftlinien, die nur mit einer Phase gekuppelt sind, sich völlig im Blechkörper schliessen können.

<sup>3)</sup> E. u. M. 1923 p. 333.

<sup>4)</sup> Die Versuche wurden im Prüffeld der *Transformatorenfabrik Willem Smit en Co., Nijmegen, Holland.* ausgeführt.

verlängert, sondern reichen nur bis zum oberen Joch herab. Wir können also erwarten, dass bei dem Versuchstransformator gewiss für die Oberspannungen und Verluste Werte gefunden werden, die nicht unter den für die meisten Dreiphasen-Kerntransformatoren anderer Konstruktion gültigen Werten liegen. Der Kasten war aus 1 mm starkem Wellblech hergestellt, die Wellen waren 50 mm tief.

Es wurden immer drei Versuchsreihen durchgeführt: a) ohne Kasten und ohne die eisernen Konstruktionsteile ausserhalb des Kernes (also ohne die  $\frac{5}{8}$ " Bolzen und die Winkel-eisen), b) mit den normalen Konstruktionsteilen, ohne den Kasten, c) in normalem Zustande im Kasten. Die Messungen, die unter diesen drei Versuchsbedingungen vorgenommen wurden, sind mit a, b, c bezeichnet. Es werden auch Kraftflüsse der Grundfrequenz in der Luft entstehen. Diese sind nur sehr klein, es werden von diesen Flüssen keine wesentlichen Verluste ausserhalb des Kernes hervorgerufen, wie aus Verlustmessungen bei Dreieckschaltung der Wicklung hervorgeht, es ergeben sich dabei dieselben Leerlauf-Verluste für die Anordnungen a, b und c.

Wir können also alle zusätzlichen Verluste ausserhalb des Kernes, die bei Stern-Schaltung gemessen werden, den dritten Oberwellen des Kraftflusses zuschreiben.

Die Primärspannung war fast genau sinusförmig, die drei primären verketteten Spannungen waren einander gleich. Die Spannung, die im offenen sekundären Dreieck gemessen werden kann, ist das Dreifache der Sternpunktspannung, die bei Stern-Schaltung auftreten würde, sie ist also – weil wir die Unsymmetrie vernachlässigen können – das dreifache der dritten Oberspannung einer Phase. Die Grundharmonische der Phasenspannung ist der  $\sqrt{3}$  Teil der primären verketteten Spannung. Wird die sekundär gemessene Spannung auf den Primärstromkreis umgerechnet, so gibt uns die Messung direkt das Verhältnis  $\frac{E_3}{E_1}$  der dritten Oberwelle zur Grundwelle der Phasenspannung.

Die Verhältnisse  $\frac{E_3}{E_1} \times 100$  sind in Fig. 2 als Funktion der Maximalinduktion der Grundfrequenz aufgetragen. Letztere kann aus der verketteten Spannung berechnet werden. Bei Induktionen bis 11000 Gauss ist die dritte Oberspannung nur sehr unwesentlich, bei 13000 Gauss beträgt sie noch immer nur 2,2 bis 3% der Grundharmonischen, oberhalb der Sättigungsgrenze wachsen die Oberwellen rasch an, sie bleiben jedoch auch bei ausserordentlich hoher Induktion noch weit kleiner als bei anderen Typen bei mässiger Induktion. Die dritten Oberspannungen werden von den Eisenteilen und der Kastenwand etwas vergrössert, bei  $B_{m1} = 15000$  Gauss, z. B. etwa um 15%, bzw. 20%, also insgesamt um etwa 38%. Der Einfluss dieser

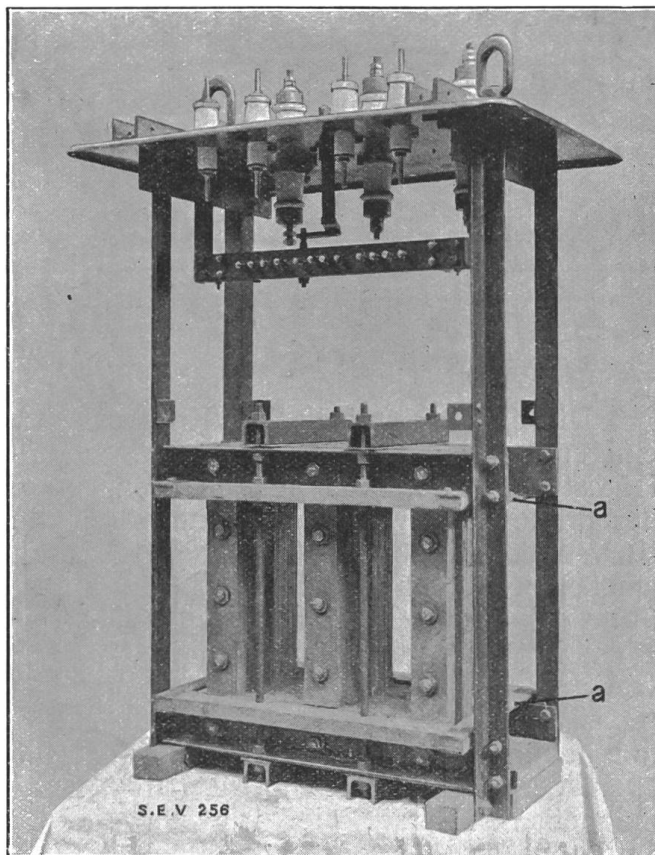


Fig. 1.

Eisenteile ist also nicht überwiegend, trotz des ziemlich guten magnetischen Schlusses, der von den Bolzen und Winkeleisen geboten wird.

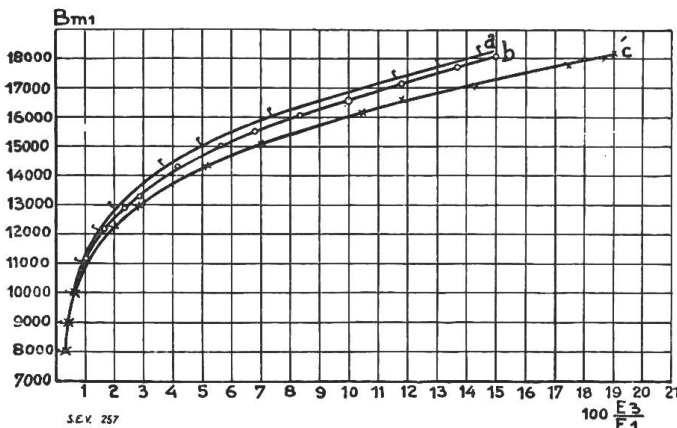


Fig. 2.

Die dritte Oberwelle des Kraftflusses reduziert die Maximalinduktion im Kerne einigermassen. Will man wissen, welche dritten Oberspannungen zu gewissen Höchstwerten der Induktion gehören, so muss man also die um die Maximalwerte der dritten Oberwelle reduzierten Induktionen auftragen. Man erhält dann die Kurven der Fig. 3. Diese reduzierten Induktionen, die ich mit  $B_m$  bezeichnet habe,

sind eben deshalb wichtig, weil die dritte Harmonische der magnetischen Kraft im Kern hauptsächlich von dem wirklichen, also von dem reduzierten Maximalwert der Induktion abhängig ist. Es war nun eben diese dritte Harmonische der magnetischen Kraft, die, wie wir betont haben, die Stärke der Luftfelder und also auch jene der dritten Oberspannungen und der zusätzlichen Verluste bestimmt.

Die Kurven der Fig. 2 und 3 zeigen recht deutlich, dass die dritten Oberspannungen bei den Dreiphasen-Kerntransformatoren beim Ueberschreiten der Sättigungsgrenze schnell heranwachsen, wie es nach den früher angeführten Ueberlegungen zu erwarten war.

In den Fig. 4 und 5 sind die Leerlaufverluste<sup>5)</sup> bei den Anordnungen a, b und c in Abhängigkeit der Maximalinduktion der Grundfrequenz  $B_{m1}$  bzw. der reduzierten Maximalinduktion  $B_m$  aufgetragen. In beiden Figuren sind ausserdem die Verluste bei sekundärer Dreieckschaltung und eine Kurve  $W_B = W_{10000} \left( \frac{B}{10000} \right)^2$  aufgetragen.

Die letzte Kurve gibt also die Verluste wieder, welche aus denen bei 10000 Gauss folgen würden, wenn die Verluste mit dem Quadrat der Induktion anstiegen.

Will man die zusätzlichen Verluste der verschiedenen Anordnungen vergleichen, so muss man dem Umstand Rechnung tragen, dass bei derselben Maximalinduktion der Grundfrequenz  $B_{m1}$  die wirklichen Maxima der Induktion in den Fällen a, b und c verschieden sind und also auch die Verluste im Kernblech selbst verschieden sind. Man muss also die Verluste bei der reduzierten Induktion  $B_m$  (Fig. 5) miteinander vergleichen, wenn man die zusätzlichen Verluste in den Konstruktionsteilen und in

Es wurde noch untersucht, ob die Rahmen, die zur Unterstützung der Spulen dienen und die mit den Eisenstücken a auf den Flach-eisen der Joch aufliegen (Fig. 1), einen elektrischen Kurzschluss für den aus dem Kern tretenden Kraftfluss dritter Frequenz darstellen. Es stellte sich heraus, dass nur sehr geringe Unterschiede zwischen den Messresultaten bei geschlossenem oder geöffnetem Kurzschlussweg auftraten. Die Rahmen spielen also bei diesen Erscheinungen keine Rolle.

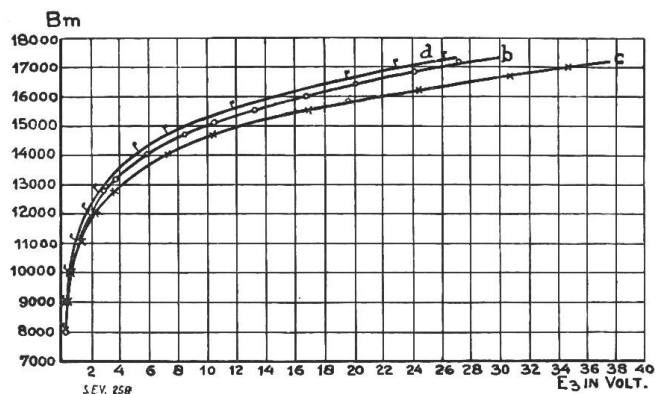


Fig. 3.

<sup>5)</sup> Es sind bei allen diesen Werten die Kupferverluste in der Wicklung von den totalen Verlusten abgezogen.

der Kastenwand bestimmen will. Will man hingegen wissen, wie die Leerlaufverluste bei einer gewissen verketteten Spannung durch die Eisenteile und dem Kasten vergrößert werden, so muss man die Verluste bei gleichem  $B_{m1}$  (Fig. 4) gegeneinander halten.

Es ist merkwürdig, dass die Verluste auch beim Transformator mit Dreieckschaltung so vielschneller als quadratisch ansteigen, sobald die Sättigung einsetzt. Es ist hier nicht die Stelle, auf diese wichtige Erscheinung näher einzugehen. Sie muss meines Erachtens den zusätzlichen Verlusten in den Pressplatten der Joche und Kerne und in den Bolzen zugeschrieben werden. Alle diese Verluste müssen eben bei der Sättigung schnell zunehmen, weil die magnetischen Kraftflüsse in diesen Teilen von der magnetischen Kraft im Kern abhängig sind.

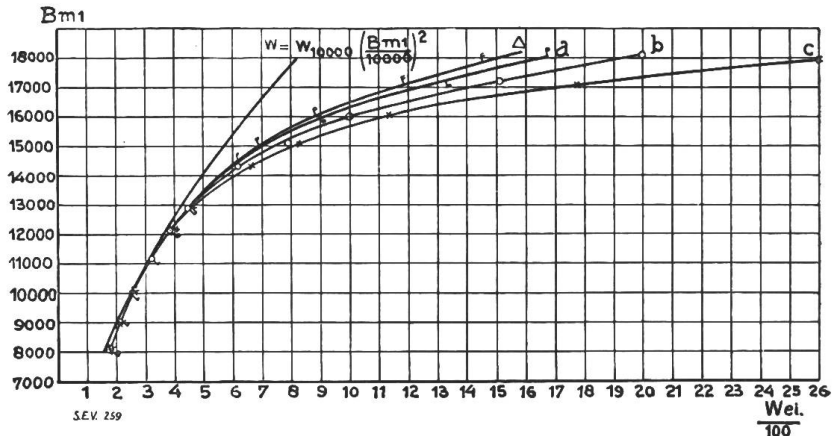


Fig. 4.

Der Unterschied zwischen den Verlustkurven a und b (Fig. 5) gibt die Verluste in den Konstruktionsteilen ausserhalb des Kernes, jener zwischen b und c, die Verluste in der Kastenwand.

Alle diese zusätzlichen Verluste wachsen schnell an, wenn der Kern gesättigt wird. Wir konnten gewiss diese Erscheinung erwarten,

diese Verluste werden ja mit einer Potenz der Kraftflussstärke ausserhalb des Kernes steigen, die grösser als eins ist, sie werden also auch schneller anwachsen als die Spannungen, welche von diesen Kraftflüssen induziert werden. Die Verlustkurven müssen also noch stärker ausgesprochenen Sättigungscharakter besitzen als die Kurven der dritten Oberspannungen.

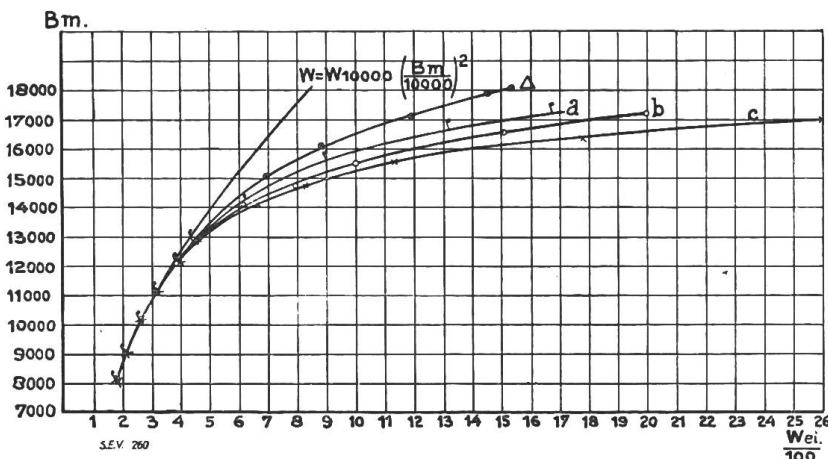


Fig. 5.

Es ist aus diesen Verlustkurven ersichtlich, dass die zusätzlichen Verluste nur sehr geringe Werte besitzen, wenn man unterhalb einer gewissen Grenze der Induktion bleibt, die man bei guten Transformatoren dieser Grösse doch nicht überschreiten wird, damit man keine unzulässigen Leerlaufströme erhält. Bei einer Induktion  $B_{m1} = 13000$  z. B. sind die Leerlaufverluste bei den Anordnungen a, b und c: 450 – 455 – 465, bei einer reduzierten Induktion  $B_m = 13000$  : 464 – 471 – 483. Die Unterschiede, die den zusätzlichen Verlusten in den Eisenteilen ausserhalb des Kernes, bzw. im Kasten gleich sein müssen, sind bei dieser schon ziemlich hohen Induktion also noch gering. Bei schlechtem Blech mit niedrigem Sättigungswert würden allerdings diese Verluste bei einer solchen Induktion schon grösser sein können. Bei normalem Blech werden die zusätzlichen Ver-

luste bei etwa 15000 Gauss Kerninduktion erheblich, bei richtig bemessenen Transformatoren dieser Grösse würde man jedoch nicht mit dieser Induktion rechnen. Bei einigen verschieden grossen Transformatoren derselben Konstruktion wurden noch Messungen ausserhalb und im Kasten angestellt. Es ergab sich z. B. bei einem 5 und 10 kVA Transformator für  $B_{m1} = 11500$  bzw. 12500 kein Unterschied. Bei einem 50 kVA Transformator und  $B_{m1} = 12500$  ein sehr geringer Unterschied; bei  $B_{m1} = 15000$  jedoch 4% Unterschied; bei einem 150 kVA Transformator bei 13500 Gauss 2%, bei 15500 Gauss 10%.

Die zusätzlichen Leerlaufverluste würden bei ganz kleinen Transformatoren einen grösseren Prozentsatz der normalen Eisenverluste ausmachen, wenn bei diesen dieselbe Induktion wie bei den grossen Transformatoren zugelassen würde. Bei richtig bemessenen, kleinen Transformatoren wird jedoch eine niedrigere Induktion genommen, damit der Leerlaufstrom nicht zu gross wird; es sind darum auch bei diesen kleineren Typen bedeutende zusätzliche Verluste nicht zu befürchten.

Es ist meistens nicht möglich, bei einem Transformator eine der Wicklungen in Dreieck zu schalten und am offenen Dreieck die dritte Oberspannung zu messen. Deshalb wurde eine Methode gesucht, diese Spannung aus anderen Messungen, die einfach vorzunehmen sind, zu berechnen.

Wir greifen zurück auf unseren Satz, dass die Luftfelder bei Stern-Stern-Schaltung von der über einem Kern integrierten dritten Harmonischen der magnetischen Kraft bestimmt werden. Denken wir uns nun bei einer gewissen Maximalinduktion, die Wicklung in Dreieck geschaltet, so verschwindet der Luftkraftfluss fast völlig und es wird die magnetomotorische Kraft der dritten harmonischen Amperewindungen eines Kernes dem Linienintegral der dritten Harmonischen der magnetischen Kraft gleich. Bei demselben Maximalwert der Induktion können wir jedoch diese magnetische Kraft ohne erhebliche Fehler derjenigen bei der Sternschaltung gleichsetzen. *Der bei Dreieck-Schaltung gefundene Ausgleichstrom ist also ein Mass für die bei Stern-Schaltung auftretende dritte Harmonische der magnetischen Kraft, die ihrerseits wieder die Grösse der Luftfelder bei Stern-Schaltung bestimmte.*

Denken wir uns nun den Kern nicht normal magnetisiert, sondern alle drei Phasen von dem gleichen Strom durchflossen, der dem Ausgleichstrom  $i_3$  der Dreieck-Schaltung gleich ist, so entstehen nur Kraftflüsse, die sich in der Luft schliessen und die also im Kern nur eine geringe Induktion hervorbringen. Nimmt man das Linienintegral der magnetischen Kraft einer der Linien durch Kern und Luft entlang, dann kann der Teil dieses Integrals, der auf dem Wege im Kerne gewonnen wird, gegenüber demjenigen auf dem Luftwege vernachlässigt werden. Es ist also die magnetomotorische Kraft der Amperewindungen eines Kernes wieder dem Linienintegral der magnetischen Kraft in der Luft gleich. Fliessen nun in der Wicklung dieselben Ströme  $i_3$ , welche die Grösse der Luftfelder bei Stern-Schaltung bestimmten, so werden also bei unserer Hilfsschaltung genau dieselben Kraftflüsse in der Luft entstehen, wie beim Stern-geschalteten, normal magnetisierten Transformator.

Diese Erkenntnis ermöglicht es, durch ziemlich einfache Messungen die Grösse der dritten Oberspannung auf indirektem Wege zu finden.

Das Verhältnis zwischen der dritten Harmonischen und dem Reste des Magnetisierungsstromes ist nur von der Blechqualität abhängig. Wenn man dieses Verhältnis ein für allemal bestimmt hat, dann braucht man also nur den Magnetisierungsstrom zu messen und kann man daraus den Strom  $i_3$  berechnen. Nennen wir die Messungen, bei denen nur drei einander gleiche Ströme den Phasen zugeführt werden, *Luftfeldmessungen*, dann braucht man also beim berechneten Wert  $i_3$  nur eine solche Messung auszuführen, um die normalen dritten harmonischen Luftkraftflüsse zu bestimmen. Die bei einer solchen Messung gefundene Spannung ist dann die gesuchte dritte Oberspannung.

In Fig. 6 ist der Strom  $i_3$  und das Verhältnis  $\frac{i_3}{i_m}$  in Abhängigkeit der Maximalinduktion aufgetragen. Der Strom  $i_3$  wurde im sekundären Dreieck gemessen,

$i_m$  ist der Rest des Magnetisierungsstromes, der an der Stern-geschalteten Primärseite gemessen wurde;  $i_3$  ist auf den Primärstromkreis reduziert.

Die Luftfeldmessung kann sehr einfach in folgender Weise ausgeführt werden: man schaltet die drei Phasenklempen der Niederspannungswicklung parallel und führt den Strom zwischen dieser gemeinschaftlichen Klemme und dem Sternpunkt zu. Solche Messungen wurden auch von anderer Seite ausgeführt.

Ich möchte jedoch speziell darauf hinweisen, dass es unzulässig ist, die aus einer Luftfeldmessung bei einer gewissen Stromstärke und Frequenz gefundene Spannung für andere Ströme und Frequenzen proportional den Verhältnissen der Ströme und Frequenzen umzurechnen. Der magnetische Widerstand des Luftfeldes ist nicht konstant. Der Luftkraftfluss schliesst sich auch teilweise durch Eisen; bei grösseren Stromstärken werden die Eisenteile Sättigungserscheinungen zeigen, ausserdem wird der Kraftfluss bei höheren Frequenzen weniger tief in die Eisenteile eindringen; der Kraftfluss wird also bei höheren Frequenzen kleiner werden.

Bei den Stromstärken 75 und 100 A wurden die Spannungen in Abhängigkeit der Frequenz gemessen. Die Messungen konnten bis 100 Per./s ausgeführt werden, die Werte bis 150 Per./s sind extrapoliert. Die Resultate sind aus Fig. 7 ersichtlich.

Die Spannungen wachsen sehr viel langsamer als die Frequenz. Bei 100 A ist z. B. die Spannung bei 50 Per./s und Anordnung c: 17 V, bei 150 Per./s ist sie nicht 51 V, sondern nur 38 V. Man würde also für die dritten Oberspannungen viel zu hohe Werte bekommen, wenn man diese Spannungen aus den Messungen bei 50 Per./s proportional der Frequenz umrechnete!

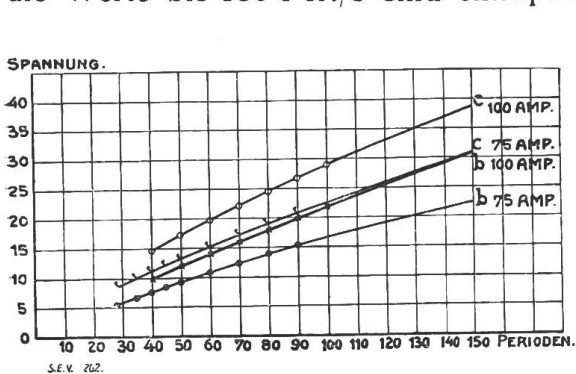


Fig. 7.

Spannung von 30,8, bzw. 38,3 V. Die dritten Oberströme 25 und 33,3 A pro Phase gehören gemäss Fig. 6 zu den Induktionen 16600 und 17000 gauss. Sucht man nun in Fig. 3 die zu diesen Maximalwerten der Induktion gehörigen dritten Oberspannungen, so findet man 21,4 und 29,2 V bei b und 28,4 bzw. 37,5 V bei c. Die Uebereinstimmung zwischen den direkt gemessenen Werten und den aus den Resultaten der Luftfeldmessung berechneten Werten ist vollkommen genügend. Man kann also die angegebene Berechnungsmethode mit Hilfe der Luftfeldmessung sehr gut verwenden. Zweitens bringt die gefundene Uebereinstimmung gewissermassen den Beweis für die Richtigkeit unserer theoretischen Ueberlegungen.

Wir können die Methode der Luftfeldmessung auch zur Berechnung der zusätzlichen Verluste heranziehen. In Fig. 8 sind die bei diesen Messungen gefundenen Verluste in Abhängigkeit der Stromstärke und in Fig. 9 als Funktion der Frequenz aufgetragen.

Diese letzte Figur zeigt uns die wichtige Tatsache, dass die Verluste in den Konstruktionsteilen und in der Kastenwand gar nicht in derselben Weise mit der

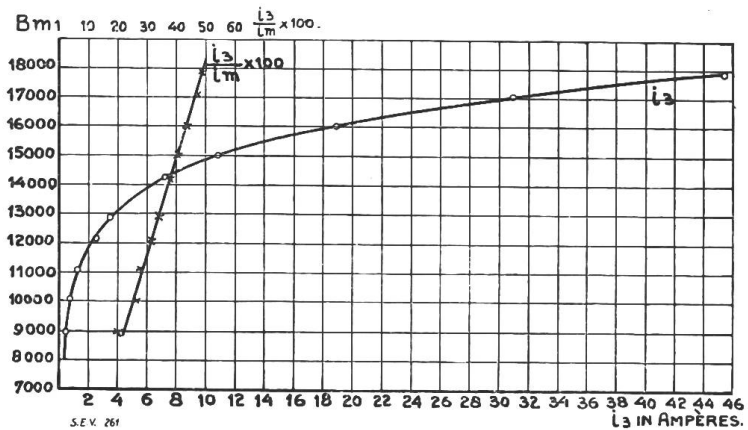


Fig. 6.

Frequenz anwachsen wie in Blechkernen! Ich fand z. B.:

$$w_b = C_b v^{0,64}, w_c = C_c v^{0,81},$$

während in Blechkörpern die Hysterisis und Wirbelstromverluste mit der ersten bzw. zweiten Potenz der Frequenz ansteigen. Der Unterschied ist natürlich der geringeren Eindringungstiefe bei höheren Frequenzen zuzuschreiben<sup>6)</sup>. Wenn man die bei 50 Per./s gefundenen Verluste auf 150 Per/s in der für Blechkörper üblichen Weise umrechnet, so findet man also viel zu hohe zusätzliche Verluste.

Mit Hilfe der Kurven kann aus der Luftfeldmessung der zusätzliche Verlust berech-

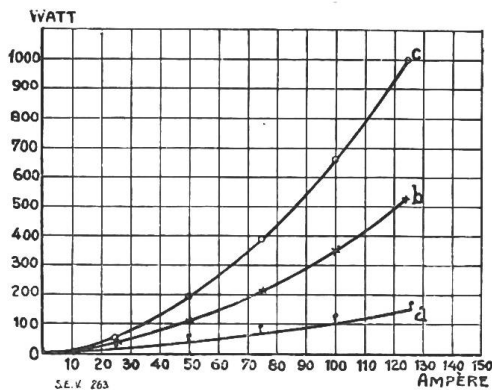


Fig. 8.

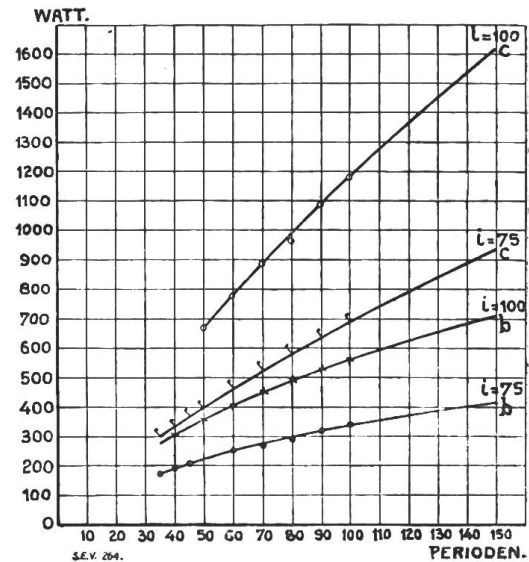


Fig. 9.

net werden. Berechnet man diesen Verlust aus den Kurvenscharen *b* und *c* bei einer bestimmten Stromstärke  $i_3$  und 150 Per./s, so muss der Unterschied zwischen diesen Verlustwerten dem Unterschied zwischen den Leerlaufverlusten des Stern-Stern geschalteten Transformators im Zustand *b* und *c* bei der zu  $i_3$  gehörigen reduzierten Induktion gleich sein.

Es sind die auf diese Weise berechneten Verluste und die direkt gemessenen Leerlaufverluste in Tabelle I zusammengefasst. Die Uebereinstimmung der beiden Werte  $b - c$  kann befriedigend genannt werden.

Tabelle I.

$B_m$	$i_3$	Watt - Luftfeldmessung			Watt - Leerlaufmessung		
		<i>b</i>	<i>c</i>	$b - c$	<i>b</i>	<i>c</i>	$b - c$
13000	3,8	12	26	14	471	483	12
14000	6,3	40	73	33	630	660	30
14500	8,2	68	112	44	725	775	50
15000	10,9	116	194	78	850	930	80
15500	14,2	180	338	158	980	1130	150
16000	18,7	264	556	292	1190	1460	270
16500	24,0	400	870	470	1510	1980	470
17000	30,2	600	1300	700	1900	2600	700

Man wird vielleicht fragen, wie es möglich sei, dass *Vidmar* solche ausserordentlich hohen zusätzlichen Verluste fand.

*Vidmar* stellte seine Versuche bei einem Transformator an, der ziemlich klein war (20 kVA) und eine sehr hohe Induktion hatte (15300). Es kann bei einem solchen Transformator ein ausserordentlich grosser Leerlaufstrom erwartet werden; der wirklich gemessene Strom war vielleicht noch grösser, nämlich 30% des Voll-

<sup>6)</sup> *Rosenberg* fand in seiner Arbeit E. u. M. 1923, p. 317, für Eisenteile eine Potenz 0,5.

laststromes. Es ist also wahrscheinlich der Kern dieses Transformators aus Blechen mit sehr niedriger Sättigungsgrenze hergestellt gewesen. Ich habe im vorigen gezeigt, dass eben unter diesen Umständen grosse zusätzliche Verluste auftreten; es kann jedoch ein 20 kVA Transformator mit 30% Leerlaufstrom nicht wie ein sonst tadellos konstruierter Transformator angesehen werden und es ist nicht zulässig, aus einem solchen Beispiel einen Schluss für die normalen Transformatoren zu ziehen.

Dass *Vidmar* aus seinen Berechnungen sehr hohe Werte der zusätzlichen Verluste ableitet, kann uns kaum wundern; es haften diesen Berechnungen grosse Fehler an und sie sind teilweise auf unzulässigen Voraussetzungen gegründet. Der Kraftfluss, der sich ausserhalb des Kernes schliesst, wird aus den Amperewindungen dritter Frequenz des Kernes und dem magnetischen Widerstand des Luftfeldes berechnet. Letzterer Widerstand wird einfach berechnet wie der Widerstand eines Luftfeldes, das aus einem Würfel austritt (der Würfel ist ein aus dem Joche geschnittenes Stück). Erstens treten gewiss die Krafröhren auf ganz andere Weise aus dem Kern, wie ich nachher noch kurz zeigen will; zweitens werden auf diese Weise die wichtigen Erscheinungen, die wir vorher kennen gelernt haben: der Einfluss der Eisenteile und der Kastenwand, die Sättigung dieser Teile, die Abhängigkeit der Kraftflüsse von der Frequenz ausser Betracht gelassen.

Nun wird die Kastenwand einfach als eine kurzgeschlossene Windung betrachtet, die völlig mit diesem selber schon auf irrtümliche Weise berechneten Kraftfluss gekuppelt ist. Diese Auffassung würde jedoch nur gültig sein für diejenigen Krafröhren des Luftfeldes, die die Kastenwand ganz durchsetzten. Solche Röhren gibt es aber gar nicht. Man kann dies z. B. beweisen, indem man Eisenteile ausserhalb des Kastens anbringt, diese ändern die Resultate der Leerlauf- oder der Luftfeldmessungen in keiner Weise. Man kann sogar bei 150 Per./s nicht erwarten, dass Krafröhren bis zu grosser Tiefe in die Kastenwand eindringen werden. Es schliesst sich wohl ein Teil des Luftfeldes durch die Kastenwand, dieses Feld wird aber hauptsächlich an der Innenseite konzentriert sein und nur die ganz innen liegenden Lagen der Kastenwand werden also teilweise mit einem Teil des Luftfeldes gekuppelt sein. Berechnet man die Stärke des Stromes in der Kastenwand der nach der Auffassung *Vidmars* fließen müsste, um die Verluste seines Beispiels hervorzu- bringen, so kommt man zu dem ausserordentlich hohen Wert von etwa 440 A. Man wird doch kaum annehmen können, dass dieser Strom wirklich im Kasten zirkuliert.

Die Verluste in der Kastenwand sind vielmehr örtliche Wirbelstrom- und Hysterisisverluste, welche sich nicht in einfacher Weise berechnen lassen. Erhöht man diese Verluste, indem man Luftfeldmessungen mit hohem Strom oder Leerlaufmessungen bei sehr grosser Induktion vornimmt, so kann man beim Behälter ohne Oel sehr leicht die Wahrheit dieser Behauptung konstatieren: der Kasten erwärmt sich ganz örtlich, zumal dort, wo er den Spulen am nächsten liegt. Dass ein einfacher Kurzschlussstrom nach der Auffassung *Vidmars* im Kasten nicht besteht, kann auch noch dadurch bewiesen werden, dass man die Wand an einigen Stellen der ganzen Höhe nach aufschneidet. Ich baute z. B. die aus mehreren Stücken zusammengesetzte Wand ganz um den Kern herum, so dass die einzelnen Teile einander sehr nahe kamen, ohne einander zu berühren. Es wurden jedoch unter diesen Umständen genau dieselben Messresultate gefunden wie bei dem völlig geschweissten Kasten.

Ich möchte noch einige Worte über das Austreten der Krafröhren aus dem Kerne sagen. Es wurden auf verschiedene Weise Windungen angebracht, die das Feld, wenn es auf der von *Vidmar* beschriebenen Weise aus dem Kern heraustrat, zum grössten Teil kurzschliessen würden. In Fig. 1 sieht man, wie die Rahmen, welche die Spulen stützen sollen, mit Eisenstücken *a* versehen sind. Wenn man diese Stücke mit den Pressplatten des Joches verbindet, werden alle Krafröhren, die an den Seitenflächen oder der Oberseite des Joches austreten, kurzgeschlossen.

Man kann jedoch kaum einen Unterschied in den Messungen finden, wenn die Eisenstücke isoliert oder verbunden sind. Auch speziell angebrachte Kupferwindungen, die, etwa auf der Höhe der Jochunterseite, die drei Kerne gemeinschaftlich umschlingen, sind nicht imstande, die Resultate merklich zu ändern. Weitaus der grössere Teil des Luftfeldes scheint direkt zwischen der Unterseite des oberen und der oberen Seite des unteren Joches zu verlaufen, oder direkt oberhalb der Spulen aus den Kernen auszutreten. In der Luft breiten sich die Kraftröhren aus und schliessen sich teilweise auch durch Bolzen, Winkeleisen und Kastenwand. Es scheint mir aussichtslos, eine Berechnung des Widerstandes des Luftfeldes aufzustellen, es ist besser, die empirischen Ergebnisse zuverlässiger Messungen zu verwenden.

## Mathematische Grundlagen der „verlustlosen“ Tourenregelung, Compoundierung und Kompensierung von Drehstromasynchronmotoren unter besonderer Berücksichtigung der Kaskadenschaltungen mit Drehstromkommutatormaschinen.

Von Dr. Ing. *Dreyfus*, Västerås.

(Mitteilung aus dem Versuchsfeld der A. S. E. A., Västerås.

621.313.6

*Für die meisten Kaskadenschaltungen von Drehstromasynchronmotoren mit Drehstromkommutatormaschinen werden folgende Arbeitseigenschaften gefordert: 1. Die Drehzahl soll innerhalb eines gewissen Bereiches verstellbar sein. 2. Die Drehzahlcharakteristik soll der eines Nebenschlussmotors ohne oder mit Compoundierung entsprechen. 3. Das Aggregat soll sich bei Leerlauf selbst erregen, event. sogar einen voreilenden Erregerstrom an das Netz abgeben. 4. Womöglich soll auf allen Tourenstufen die wattlose Komponente des Vollaststromes verschwinden oder sogar kapazitiv ausfallen. 5. Das Aggregat soll eine hohe Ueberlastbarkeit besitzen.*

*Unter Berücksichtigung dieser Forderungen gelangt der Verfasser zu einer recht umfassenden analytischen Theorie der Tourenregelung von Drehstrommotoren. An Hand der SSW- und ASEA-Kaskade wird gezeigt, wie man die Forderungen der Theorie praktisch verwirklichen kann.*

*On demande à la plupart des schémas en cascade des moteurs asynchrones triphasés avec commutatrices triphasées les propriétés suivantes: 1° Le nombre de tours doit pouvoir varier dans certaines limites; 2° la caractéristique du nombre de tours doit correspondre à celle d'un moteur-shunt, avec ou sans enroulement compound; 3° l'aggrégat doit être auto-exciteur à vide et même pouvoir rendre au réseau un courant d'excitation décalé en avant; 4° la composante déwattée du courant à pleine charge doit, si possible, disparaître pour n'importe quel nombre de tours, ou même devenir capacitive; 5° l'aggrégat doit supporter de fortes surcharges.*

*En tenant compte de ces conditions l'auteur arrive à une vaste théorie analytique du réglage du nombre de tours des moteurs à courant triphasé. Il montre ensuite comment on peut réaliser pratiquement les exigences de la théorie au moyen du schéma en cascade type SSW et ASEA.*

Im allgemeinen ist man geneigt zu glauben, dass die Theorie der Kaskadenschaltungen von Drehstrommotoren mit Drehstromkommutatormaschinen grosse rechnerische Schwierigkeiten bereiten müsse. Für manche ältere Schaltungen trifft dies auch sicherlich zu. Indessen haben diese Schwierigkeiten zum guten Teil ihren Grund in gewissen Unvollkommenheiten, welche man in modernen Kaskadenschaltungen mehr und mehr zu vermeiden sucht. Kann man daher auch nicht leicht eine Theorie aufstellen, welche beliebige Kaskadenschaltungen umfasst, so kann man doch unter Verzicht auf alles nebensächliche Beiwerk die Theorie einer „idealen Kaskadenschaltung“ entwickeln, d. h. einer Kaskadenschaltung, welche das Höchstmass des überhaupt Erreichbaren erreicht. Dabei darf man nicht denken, dass diese „ideale Schaltung“ in der Praxis überhaupt nicht oder nur durch sehr kostspielige Anordnungen verwirklicht werden könnte. Vielmehr liegt die Sache so, dass sogar mehrere der bekannten Schaltungen zu dieser „idealen Schaltung“ umgebaut werden können, sobald nur die Bedingungen hierfür bekannt sind.

Das Ungewöhnliche der im folgenden entwickelten Theorie besteht darin, dass sie nicht von einer bestimmten Schaltung ausgeht und zeigt, welche Betriebskurven und Eigenschaften dieser Schaltung zukommen, sondern dass sie umgekehrt die Betriebseigenschaften vorschreibt und durch Rechnung zu Schaltungen gelangt,