

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 18 (1927)
Heft: 4

Artikel: Erwärmung von Leitern bei kurzen Belastungszeiten und bei Kurzschlägen
Autor: Gut, G. / Grünberg, Leo M.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1058620>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 21.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

E. Schlussbemerkungen.

Die im zweiten Teil dieser Arbeit behandelten Pendelungserscheinungen stellen im allgemeinen keine Beeinträchtigung des Betriebes dar. Es sei aber darauf hingewiesen, dass in solchen Fällen die Einrichtung eines Differential-Schutz-Systems an den Leitungen nicht möglich ist.

Ein weiterer Fall, bei dem durch die Beeinflussung von der benachbarten Drehstromleitung her ungünstige Wirkungen erzielt würden, sei anhand der Fig. 8 kurz skizziert. Man denke sich das Kraftwerk Siebnen mit dem Albula-Werk ursprünglich nur über die A-Leitungen verbunden. Die B-Leitungen seien erst später zur Verminderung der Uebertragungsverluste hinzugekommen und es würde die eine nun nach Fig. 8 von einer fremden Gesellschaft betrieben. Dann könnte es sehr gut möglich sein, dass diese Leitung auf die andere B-Leitung impedanzvermehrend wirkt, wodurch dann der Zweck dieser Leitung, auf die A-Leitungen entlastend zu wirken, nicht in dem Verhältnis erreicht werden könnte, wie es dem Materialaufwand entspricht. Dies würde in dem betrachteten Beispiel besonders dann deutlich merkbar werden, wenn das Albula-Werk mit einigen Generatoren getrennt auf B_2 , mit den übrigen auf B_1 , A_1 und A_2 arbeiten würde.

In allen Fällen, wo solche Beeinflussungen befürchtet werden müssen, dürfte sich mit Rücksicht auf die grossen auf dem Spiel stehenden Summen eine Kontrolle der zusätzlichen Impedanzen empfehlen.

Erwärmung von Leitern bei kurzen Belastungszeiten und bei Kurzschlüssen.

Von G. Gut, Baden und Leo M. Grünberg, Zürich.

Die Verfasser beschreiben Berechnungsmethoden und stellen Kurven auf zur Ermittlung der Uebertemperatur bei kurzzeitigen Belastungen von Leitern. Speziell werden behandelt: Erwärmung bei Belastung mit konstanter Stromstärke, ferner Erwärmung bei Kurzschlüssen und Erwärmung bei Anschluss des Leiters an eine konstante Spannung. Der Zweck der Arbeit ist, dem praktisch tätigen Ingenieur Hilfsmittel zu geben zur einfachen Lösung dieser Art von Erwärmungsproblemen.

Les auteurs décrivent des méthodes de calcul et dressent des courbes pour déterminer la différence de température que présentent vis-à-vis du milieu ambiant des conducteurs soumis à des surcharges de courte durée. Ils traitent en particulier les cas suivants: échauffement sous charge de courant d'intensité constante, échauffement lors de courts-circuits, échauffement lorsque le conducteur est soumis à une tension constante. Le but de cette étude est de mettre à la portée de l'ingénieur un moyen simple de résoudre les problèmes d'échauffement qu'il rencontrera dans la pratique.

Der in den letzten Jahren auch bei uns mehr und mehr stattfindende Zusammenschluss einzelner Kraftwerke zum Zwecke des Parallelarbeitens bzw. des gegenseitigen Energieaustausches, rückte das Bedürfnis nach grossen Maschineneinheiten stark in den Vordergrund. Die Grundbelastung eines Netzes soll mit wenigen solch grosser Einheiten gehalten werden können, weil dadurch der Gesamtwirkungsgrad einer Anlage bedeutend wächst. Der Bau von so grossen Maschinen hat jedoch nicht nur den Maschinenkonstrukteur vor grosse Aufgaben gestellt, sondern auch der Apparatebauer musste damit Schritt halten. Die von den Oelschaltern zu bewältigenden Abschaltleistungen vervielfachten sich; im gleichen Masse steigerten sich die Beanspruchungen auch aller andern Apparate bei Kurzschluss. Während man sich bis anhin jedoch meistens auf die Berechnung der mechanischen Kurzschlussbeanspruchungen beschränkte, wurden die elektrothermischen Wirkungen oft nur mangelhaft nadgerechnet, trotzdem deren Einfluss auf die Lebensdauer des beanspruchten Apparates oder der Maschine ein bedeutender sein kann. Beträgt auch, wie es fast immer der Fall ist, die Dauer des Kurzschlusses bis zu seiner Abschaltung nur wenige Sekunden, d. h. nur einen Bruchteil der thermischen Zeitkonstante der beanspruchten Leiter, so genügt diese Zeit dennoch, um vielfach die

Erwärmung derselben bis in die Gegend der maximal zulässigen Uebertemperatur und darüber hinaufzutreiben. Die bis anhin zur Berechnung der Erwärmung bei kurzzeitigen Belastungen verwendeten Formeln liefern zudem, speziell bei höhern Temperaturen, unrichtige Werte, wie weiter unten gezeigt werden soll.

Bei der Berechnung der Erwärmung von Leitern bei kurzzeitigen Belastungen und bei Kurzschlüssen sind folgende Punkte besonders zu berücksichtigen:

1. Dass infolge der im Vergleich mit den thermischen Zeitkonstanten sehr kurzen Belastungsdauer praktisch sämtliche erzeugte Wärme im Körper verbleibt und aufgespeichert wird, d. h. die Wärmeabgabe an die Umgebung in der Rechnung vernachlässigt werden darf.
2. Dass der spezifische Leiterwiderstand und die spez. Wärme eines Körpers keine Konstanten sind, sondern mit der Temperatur variieren, und dass ihre Änderung zur Berechnung der Erwärmung deshalb keinesfalls ausser Acht gelassen werden darf, da hieraus bedeutende Fehler resultieren können.
3. Dass der Kurzschlusstrom in Leitungsnetzen und Kraftwerken keinen konstanten Wert darstellt, sondern dass er vielmehr von einem Anfangswert I_{ka} auf den Wert des Dauerkurzschlusstromes I_{kd} abklingt.

Im folgenden werden mit Rücksicht auf diese drei Gesichtspunkte Formeln und Kurven zur Berechnung der Uebertemperatur von Leitern bei kurzzeitigen Belastungen und Kurzschlüssen aufgestellt, und zwar in Abschnitt A unter Annahme eines konstanten, in Abschnitt B unter Annahme eines abklingenden Belastungsstromes. (Kurzschlusstrom).

Abschnitt C behandelt das Problem der kurzzeitigen Erwärmung von Leitern bei Anschluss derselben an eine konstante Spannung; er unterscheidet sich von A dadurch, dass hier der anfänglich fliessende Strom entsprechend der Widerstandszunahme des Leiters infolge Temperaturanstieg abnimmt und damit auch die erzeugte Wärmemenge allmählich zurückgeht.

Bei der Aufstellung der Kurven wurde das spezielle Augenmerk darauf gerichtet, dem in der Praxis stehenden Ingenieur ein einfaches Hilfsmittel zur Behandlung solcher Probleme zu schaffen und damit einem längst bestehenden Bedürfnis Rechnung zu tragen.

A. Erwärmung von Leitern bei kurzzeitiger Belastung mit konstanter Stromstärke.

Erklärung der verwendeten Symbole:

G	= Gewicht des Leiters in kg.
l	= Länge des Leiters in m.
q	= Querschnitt des Leiters in mm^2 .
c	= Spezifische Wärme des Leiters in $\text{kg cal/kg und } ^\circ\text{C}$.
ϱ	= Spezifischer Widerstand des Leiters in $\text{Ohm/m und } \text{mm}^2$.
τ	= Thermische Zeitkonstante des Leiters in sec.
ϑ_a	= Temperatur des Leiters vor Belastung in $^\circ\text{C}$.
ϑ	= Erreichte Uebertemperatur nach der Belastung in $^\circ\text{C}$.
F	= Oberfläche des Leiters in cm^2 .
a'	= Ausstrahlungs- und Wärmeableitungskoeffizient des betreffenden Leiters, in $\text{Watt/cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$.
t	= Belastungsdauer in sec.
a, β	= Koeffizienten der Änderung des spezifischen Widerstandes mit der Temperatur.
a_c, β_c	= Koeffizienten der Änderung der spezifischen Wärme c mit der Temperatur.
γ	= Spezifisches Gewicht in kg/dm^3 .
W	= Erzeugte Wärmemenge in kg Kal/sec .

Die allgemeine Erwärmungsgleichung lautet¹⁾:

$$G c d\vartheta = W dt - (\vartheta - \vartheta_a) F a' dt.$$

Wärmekapazität = eingeleitete Wärme – Wärmeverlust.

Ist die Belastungszeit t gegenüber der Zeitkonstanten τ des Körpers sehr klein, ca. 10%, so ist der Wärmeverlust für die Rechnung vernachlässigbar, d. h. die Erwärmungsgleichung lautet dann noch:

$$G c d\vartheta = W dt,$$

oder wenn man für $G = \frac{l q}{1000} \gamma$,

$$\text{und für } W = \frac{I^2 R}{4189} = \frac{I^2 \varrho l}{4189 q},$$

setzt:

$$\frac{l q}{1000} \gamma c d\vartheta = \frac{I^2 \varrho l}{4189 q} dt. \quad (1)$$

Dividiert man die Gleichung durch l und löst nach $d\vartheta$ auf, so erhält man:

$$d\vartheta = \frac{I^2}{q^2} \frac{\varrho}{4,189 \gamma c} dt. \quad (2)$$

Der Ausdruck $\frac{I}{q}$ ist gleichbedeutend mit der Stromdichte σ , des fernern kann man $4,189 \gamma c = k$ setzen und k definieren als die spez. Wärme ausgedrückt in Joule pro cm³ und °C; es ist daher:

$$d\vartheta = \sigma^2 \frac{\varrho}{k} dt. \quad (3)$$

Unter der Annahme eines Mittelwertes von ϱ , z. B. für Kupfer $\varrho = 0,0217$ entsprechend einer Uebertemperatur von 60°C und eines mit ϑ unveränderlichen k , ergibt die Integration von Gleichung (3):

$$\vartheta = \sigma^2 t \frac{\varrho}{k} \quad (4)$$

eine Formel, die für hohe Temperaturen viel zu kleine Werte ergibt, vergl. Fig. 1, Kurve 1.

Besser ist folgende empirische Formel:

$$\vartheta = \frac{\sigma^2 t \varrho}{k - \sigma^2 t \varrho \frac{a}{2}}.$$

Die hiermit errechneten Uebertemperaturen sind jedoch im allgemeinen etwas zu hoch. (Vergleiche Fig. 1, Kurve 2). Die Ungenauigkeiten der beiden oben erwähnten Formeln röhren daher, dass eben der spez. Widerstand eines Materials selbst eine Funktion der Temperatur ist, gemäss der Gleichung²⁾:

$$\varrho_{\vartheta + 20} = \varrho_{20} (1 + a \vartheta + \beta \vartheta^2)$$

¹⁾ Siehe auch G. Gut. Ein neues graphisches Verfahren zur Vorausbestimmung der Erwärmung elektr. Maschinen und Apparate für intermittierende Betriebe, einschl. Bahnen, Bulletin S.E.V. 1918, S. 35.

²⁾ In der E. T. Z. 1916, Heft 44, weist L. Binder schon auf diesen Umstand hin und leitet unter der Annahme der Variabilität von ϱ eine unserer Schlussgleichung (9) ähnliche Formel ab, aber die nach dieser Gleichung errechneten Werte liegen, da die Veränderlichkeit von c nicht berücksichtigt wird, zu hoch. (Vergleiche Fig. 1, Kurve 3).

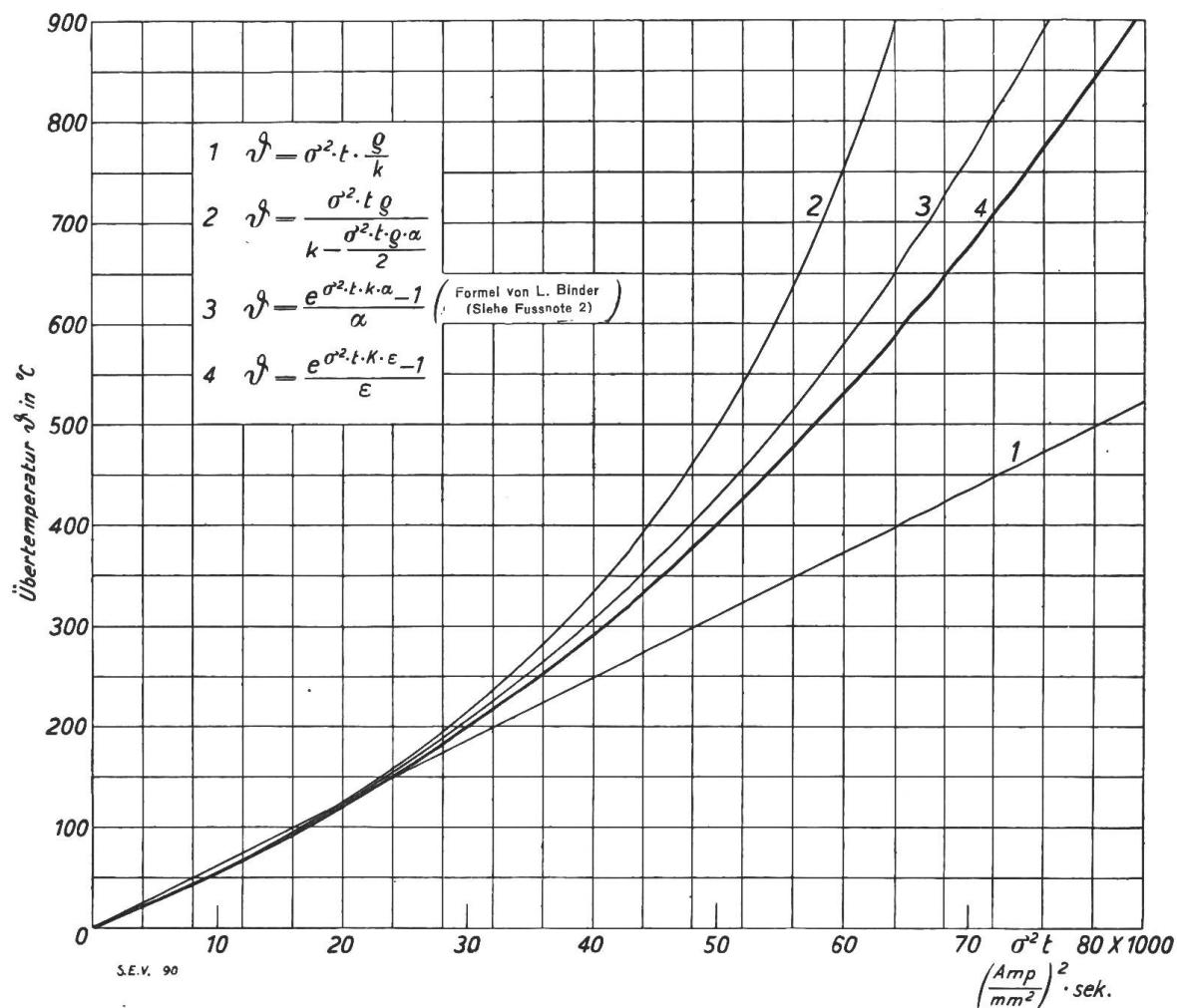


Fig. 1.

Vergleich einiger Formeln zur Berechnung der Uebertemperatur bei kurzzeitiger Belastung von Kupferleitern.

Aber nicht nur der spez. Widerstand, sondern auch die spez. Wärme c bzw. k ist von der Temperatur abhängig, wobei man setzen kann³⁾:

$$k_{\vartheta+20} = k_{20} (1 + \alpha_c \vartheta + \beta_c \vartheta^2), \quad \text{hierin sind } \alpha_c, \beta_c \text{ die Temperaturkoeffizienten der spezifischen Wärme } c.$$

Berücksichtigt man in Gleichung (3) diese Veränderlichkeit von ϱ und k , so erhält man:

$$d\vartheta = \sigma^2 \frac{\varrho_{20}}{k_{20}} \frac{1 + \alpha \vartheta + \beta \vartheta^2}{1 + \alpha_c \vartheta + \beta_c \vartheta^2} dt. \quad (5)$$

Diese Differentialgleichung kann durch Zerlegen in Partialbrüche gelöst werden; die Lösung wird jedoch sehr unhandlich und es ist statt dessen folgender Weg vorzuziehen:

Man zeichnet die Kurven $\varrho = f(\vartheta)$ und $k = f(\vartheta)$ auf und errechnet daraus die Quotientenkurve $\frac{\varrho}{k} = f(\vartheta)$. Man erhält auf diese Weise eine in den meisten Fällen schwach gekrümmte Linie, welche mit guter Annäherung durch eine Gerade von der Form:

³⁾ Erstmals wurden Kurven, welche die Veränderlichkeit der spez. Wärme und des spez. Widerstandes berücksichtigen, für Kupfer von Dr. F. Fabinger, Prag, aufgestellt. E. und M. 1926, Heft 8.

$$\left(\frac{\varrho}{k}\right)_{\vartheta+20} = \left(\frac{\varrho}{k}\right)_{20} (1 + \varepsilon \vartheta). \quad (6)$$

ersetzt werden kann. Der Einfachheit halber wollen wir im weitern für den Ausdruck $\frac{\varrho}{k}$ den Wert K setzen, d. h.:

$$K_{\vartheta+20} = K_{20} (1 + \varepsilon \vartheta). \quad (6a)$$

In nachstehender Tabelle 1 sind für verschiedene Materialien die für die Rechnung benötigten Konstanten aufgeführt.

Setzt man Gleichung (6a) in Gleichung (5) ein, so wird:

$$d\vartheta = \sigma^2 K_{20} (1 + \varepsilon \vartheta) dt. \quad (7)$$

$$\frac{d\vartheta}{1 + \varepsilon \vartheta} = \sigma^2 K_{20} dt. \quad (7a)$$

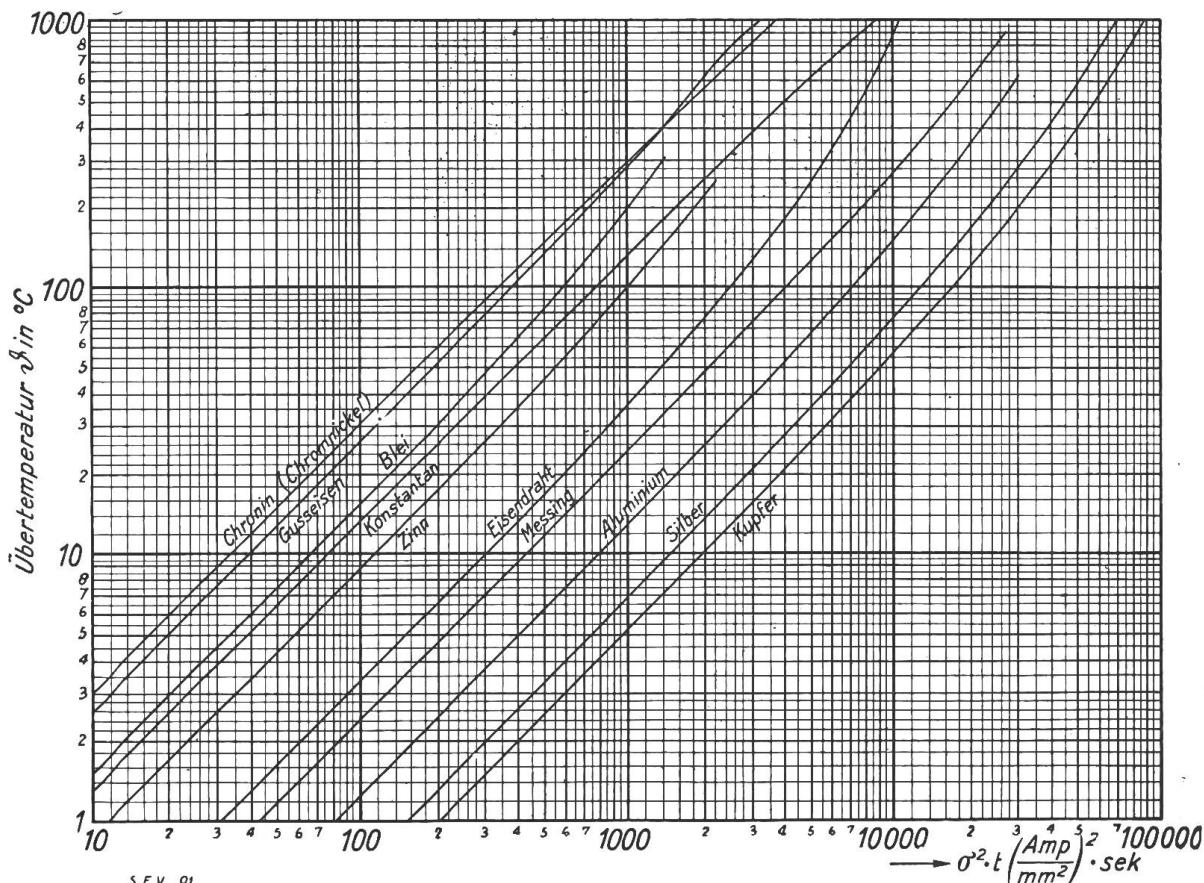
Gleichung (7a) integriert und mit ε multipliziert ergibt:

$$\ln (1 + \varepsilon \vartheta) = \sigma^2 t K_{20} \varepsilon + C, \quad (8)$$

worin C zu Null wird. Die Potenzierung mit $e = 2,71828$ = Basis der nat. Logarithmen, führt zu:

$$\vartheta = \frac{e^{\sigma^2 t K_{20} \varepsilon} - 1}{\varepsilon}. \quad (9)$$

In Gleichung (9) sind noch 3 Variable enthalten, nämlich σ^2 , t und ϱ ; die zwei Variablen σ^2 und t können zusammengefasst werden. Dadurch ist es möglich, für



Kurven zur Ermittlung der Uebertemperatur von verschiedenen Leitermaterialien bei kurzzeitiger Belastung mit konstanter Stromstärke.

jedes Leitermaterial eine Kurve aufzuzeichnen $\vartheta = f(\sigma^2 t)$; hieraus kann nun ohne weiteres für eine beliebige Stromdichte und Belastungsdauer die entstehende Ueber-temperatur gerednet werden (Fig. 2).

Bei verschiedenen Materialien, wie z. B. Gusseisen, zeigt es sich, dass die Kurve $K = f(\vartheta)$ stärker gekrümmmt ist und deshalb nicht ohne zu grosse Einbusse an Genauigkeit durch eine Gerade ersetzt werden kann. In diesen Fällen kann man sich so helfen, dass man die Kurve in mehrere gerade Teilstücke zerlegt und diese über ihren Gültigkeitsbereich als Grundlagen zur Bestimmung der Integrationskurve einsetzt.

Spezialfälle. Zur Ableitung der Gleichung (9) wurde angenommen, dass die Temperaturkoeffizienten des spez. Widerstandes ϱ und der spez. Wärme k positiver Natur sind. Dies trifft jedoch nicht immer zu. Es können vielmehr folgende praktisch mögliche Fälle unterschieden werden:

1. Die Temperaturkoeffizienten α und β von ϱ sind negativ. Dies ist bei Materialien, wie Kohle, Graphit und deren Kompositionen der Fall.
2. Die Widerstandsänderung in Abhängigkeit von der Temperatur ist positiv, jedoch nur gering im Verhältnis zur Änderung der spez. Wärme. Als Beispiel für ein solches Material sei Chromnickeldraht (Chronin) genannt.
3. Die Widerstandsänderung in Abhängigkeit von der Temperatur ist Null, während diejenige von der spez. Wärme, wie in den Fällen 1 und 2, positiv bleibt.

In allen drei Fällen hat die Kurve $K = f(\vartheta)$ einen abfallenden Charakter, d. h. ihre Formel lautet:

$$K_{\vartheta+20} = K_{20} (1 - \varepsilon \vartheta). \quad (10)$$

Die Differentialgleichung (7) lautet daher nun:

$$d\vartheta = \sigma^2 K_{20} (1 - \varepsilon \vartheta) dt \quad (11)$$

und entsprechend die Integration und Auflösung nach ϑ :

$$\vartheta = \frac{1 - e^{-\sigma^2 t K_{20} \varepsilon}}{\varepsilon}. \quad (12)$$

Für den dritten der oben genannten Spezialfälle, welcher z. B. für Konstantan zutrifft, lässt sich aus der Grundgleichung (5) eine besondere Erwärmungsgleichung ableiten.

Die abgeänderte Gleichung (5) lautet:

$$d\vartheta = \sigma^2 \frac{\varrho}{k_{20}(1 + \alpha_c \vartheta)} dt = \sigma^2 K_{20} \frac{1}{1 + \alpha_c \vartheta} dt. \quad {}^4) \quad (13)$$

Durch Umstellung und Integration von Gleichung (13) erhält man:

$$\vartheta = \frac{\sqrt{1 + 2 \alpha_c K_{20} \sigma^2 t} - 1}{\alpha_c}. \quad (14)$$

Für Konstantan ist $\varrho = 0,49$ Ohm/m, mm^2 , $\gamma = 8,96$, $K = 0,132$, $\alpha_c = 0,0003$, welche Werte, in Formel (14) eingesetzt, die Kurve in Fig. 2 ergeben.

Mit Hilfe der drei Gleichungen (9), (12), (14) ist es möglich, für jedes Material die Erwärmungskurve $\vartheta = f(\sigma^2 t)$ für kurzzeitige Belastungen aufzustellen. In Fig. 2 sind diese Kurven für verschiedenartige Leiter dargestellt; der Rechnungsgang hiermit soll nachstehend an einem Beispiel erläutert werden.

Beispiel 1:

Ein Kupferdraht von 2 mm Durchmesser soll während 3 sec mit 220 A belastet werden. Man berechne die entstehende Endübertemperatur ϑ .

⁴⁾ Es wurde dabei in Gleichung (5) im Interesse einer einfachen Schlussformel nur der erste Temperaturkoeffizient von k , nämlich α_c berücksichtigt; der dabei begangene Fehler ist praktisch unbedeutend und kann vernachlässigt werden.

Der Drahtquerschnitt beträgt $q = 3,14 \text{ mm}^2$, daraus errechnet sich die Stromdichte zu $\sigma = \frac{220}{3,14} = 70 \text{ A/mm}^2$ und $\sigma^2 t = 70^2 \cdot 3 = 14700 \frac{\text{A}^2 \text{ sec}}{\text{mm}^4}$.

Aus Fig. 2 (Kupfer) liest man für den Wert $\sigma^2 t = 14700$ eine Uebertemperatur $\vartheta = 86^\circ \text{C}$ ab.

Die in Fig. 2 dargestellten Kurven wurden aufgestellt für eine Ausgangstemperatur von 20°C ; hatte der Körper bereits vor Eintritt der kurzzeitigen Belastung eine andere Eigentemperatur (Betriebstemperatur), so ist eine kleine Umrechnung vorzunehmen, wie anhand des nachstehenden Beispiels gezeigt werden soll.

Beispiel 2:

Die Spule eines Ueberstromrelais ist direkt an einen Stromwandler von 5 A Sekundärstrom angeschlossen. Drahtquerschnitt $q = 3,14 \text{ mm}^2$, $d = 2 \text{ mm}$, die normale Betriebstemperatur betrage 60°C , die Spule werde nun während 5 sec infolge Kurzschluss im Netz mit dem 15-fachen Strom, d.h. mit 75 A gespiesen. (Der Einfachheit halber sei hier angenommen, das Relais befindet sich in einem von den Generatoren weit entfernten Netzteil, in welchem bei Kurzschluss ein Abklingen des Stromes infolge der grossen Impedanz des Kreises nicht bemerkbar ist. (Unterstation, Felderschalter)).

Bei 75 A beträgt die Stromdichte $\sigma = \frac{75}{3,14} = 23,9 \text{ A/mm}^2$, mithin ist bei 5 sec Ueberlastungszeit: $\sigma^2 t = 23,9^2 \cdot 5 = 2850 \left(\frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right)^2 \text{ sec}$.

Wenn, wie in Fig. 2 angenommen, die Ausgangstemperatur 20°C sein soll, so entspricht also die normale Betriebstemperatur von 60°C schon einer Uebertemperatur von $\vartheta' = 60 - 20 = 40^\circ \text{C}$.

Fig. 2 zeigt für eine Uebertemperatur $\vartheta' = 40^\circ \text{C}$ ein $\sigma^2 t = 7300$ (Material Kupfer); dieses $\sigma^2 t$ wäre also notwendig, um den Draht von seiner Ausgangstemperatur von 20°C auf 60°C zu bringen (kurzzeitige Belastung). Folglich wird jetzt das totale $\sigma^2 t$:

$$\sigma^2 t = 7300 + 2850 = 10150 \left(\frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right)^2 \text{ sec.}$$

Hiefür wird nun die nach der Ueberlastung erreichte Uebertemperatur $\vartheta = 58^\circ \text{C}$ abgelesen, d. h. die Spule erwärmt sich infolge des Netzkurzschlusses nur um $\vartheta = 58 - 40 = 18^\circ \text{C}$ über die normale Betriebstemperatur, d. h. sie wird total $58 + 20 = 78^\circ \text{C}$ warm.

Um einen Ueberblick zu erhalten, welche Belastungsdauer noch als „kurzzeitig“ angesehen werden darf, seien einige approximative Grössen von thermischen Zeitkonstanten gegeben. Für Relaisspulen, Auslösespulen usw. variiert die Zeitkonstante je nach Ausführungsart bzw. Verhältnis des Wickelraums zur abkühlenden Oberfläche ungefähr:

$$\tau = 500 \div 2000 \text{ sec.}$$

Für frei ausgespannte Drähte und Erwärmungen bis ca. 100°C kann nach folgender Näherungsformel gerechnet werden:

$$\tau_{100} = 6 k d^{2/3} \quad (k = 4,189 \gamma c).$$

Für Temperaturen von ca. 200° wird:

$$\tau_{200} = 5 k d^{2/3}.$$

An Wasserwiderständen, speziell an Wasseranlassern, welche eine sehr grosse Wärmekapazität haben, tritt der Fall von kurzzeitiger Belastung oft auf und es ist daher von Interesse, auch für Wasser eine Formel zur Ermittlung der Endüber temperatur aufzustellen. Nach Messungen, welche in den Laboratorien der A.-G. Brown,

Boveri & Co. in Baden durchgeführt wurden, kann die prozentuale Widerstandsänderung in Abhängigkeit der Temperatur und bezogen auf eine Anfangstemperatur von $\vartheta_a = 20^\circ\text{C}$, wie folgt berechnet werden:

$$\text{Proz. Widerstand} = \frac{50}{\vartheta + 50} 100, \quad (15)$$

wo ϑ = Uebertemperatur und der Widerstand bei 20°C zu 100% gesetzt wird.

Die spez. Wärme des Wassers kann zwischen 0 und 100°C als konstant angesehen werden; es ist nach Tabelle 1: $k = 4,189$.

Setzt man Gleichung (15) für die Widerstandsabnahme in die Differentialgleichung (5) ein, so heisst diese jetzt:

$$d\vartheta = \sigma^2 \frac{\rho_{20}}{k} \frac{50}{\vartheta + 50} dt,$$

oder auch:

$$d\vartheta = \sigma^2 \frac{\rho_{20}}{4,189} \frac{50}{(\vartheta + 50)} dt. \quad (16)$$

Die Integration von Gleichung (16) führt zu dem Endresultat:

$$\vartheta = 10 \sqrt{25 + \frac{\rho_{20}}{4,189} \sigma^2 t} - 50. \quad (17)$$

Die therm. Zeitkonstanten der Wasserwiderstände betragen in der Regel infolge der grossen Wärmekapazität mehrere Stunden. Für die näherungsweise Bestimmung gibt die empirische Formel (18) gute Werte:

$$\tau = 4189 \cdot \frac{V}{F} \text{ sec}, \quad (18)$$

worin V = Volumen in cm^3 ,
 F = Oberfläche in cm^2 .

Als kurzzeitig kann eine Erwärmung angesehen werden, solange die Belastungszeit den Wert 10% der thermetischen Zeitkonstante nicht übersteigt; geht die Belastungsdauer höher, so darf die Wärmeabgabe des Leiters an seine Umgebung nicht mehr vernachlässigt werden, d. h. die Erwärmung muss vermittelst der Berechnungsmethoden für dauernde, bzw. intermittierende Belastung bestimmt werden.

B. Erwärmung von Leitern bei Kurzschlüssen.

Tritt in einem Kraftwerk an den Generatoren ein Kurzschluss auf, so hat der Kurzschlusstrom einen Verlauf, wie ihn Fig. 3 zeigt.

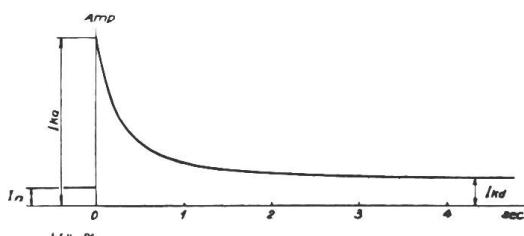


Fig. 3.
Verlauf des Kurzschlusstromes.
 I_n = Normalstrom.
 I_{ko} = Stosskurzschlusstrom.
 I_{kd} = Dauerkurzschlusstrom.

Der im Moment des Kurzschliessens auftretende asymmetrische „Anfangskurzschlusstrom“ oder „Stosskurzschlusstrom“ kann je nach Maschinentyp, Schaltmoment und Impedanz des Kurzschlusstromkreises einen etwa 20fachen Wert des normalen Vollaststromes erreichen. Fig. 3 zeigt ferner, dass der Kurzschlusstrom sehr rasch an Grösse abnimmt und schon nach wenigen Sekunden auf den Wert des Dauerkurzschlusstromes abgeklungen ist; dieser ist bei einem direkten Klemmenkurzschluss des Generators noch ca. $2 \div 3$ mal grösser als

der Vollaststrom. Da die Erwärmung eines Leiters nach dem Jouleschen Gesetz mit dem Quadrate der Stromstärke wächst, so ist leicht ersichtlich, dass bei Kurzschluss diese Veränderlichkeit des Stromes in der Rechnung berücksichtigt werden muss.

Der Anfangskurzschlusstrom setzt sich im Allgemeinen aus 2 Stromteilen zusammen, dem Wechsel- und dem Gleichstromglied; dabei tritt der Gleichstromanteil nur im Falle des asymmetrischen Kurzschlusses auf und wird ein Maximum, wenn im Kurzschlussmoment der Augenblickswert der Generatorenspannung durch Null geht. Dieser Maximalwert ist gleich gross wie der Scheitelwert des Wechselstromgliedes. Der Gleichstromanteil nimmt sehr rasch ab und ist schon nach einem Bruchteil einer Sekunde verschwunden.

Da in einem Dreiphasen-Stromsystem im Kurzschluss stets in mindestens zwei Phasen Asymmetrie auftritt, so soll dieselbe in den nachstehenden Berechnungen Berücksichtigung finden.

Da der Uebergang von Normalbetrieb auf Kurzschluss nicht sprunghaft erfolgen kann, stellt man sich denselben so vor, wie Fig. 4 zeigt. Die erste Amplitude des Wechselstromanteils und der Gleichstromanteil liegen einander entgegengesetzt und erst bei der zweiten Amplitude des ersten addieren sie sich zum totalen maximalen Anfangskurzschlusstrom. Inzwischen ist jedoch der Gleichstromanteil bereits auf ca. 80% des Anfangswertes abgeklungen. Für die Erwärmungsrechnung kommt jedoch nicht der Scheitelwert, sondern der Effektivwert des Wechselstromes in Frage, so dass mit Bezug hierauf der eigentliche Anfangskurzschlusstrom sich bestimmt:

$$I_{ka} = \sqrt{I_{kaw}^2 + (I_{kg} 0,8)^2} = \sqrt{I_{kaw}^2 + (\sqrt{2} I_{kaw} 0,8)^2}$$

$$I_{ka} = I_{kaw} \sqrt{[1 + (0,8\sqrt{2})^2]} \parallel I_{ka} = 1,51 I_{kaw}. \quad (19)$$

Hierin bedeutet:

- I_{ka} = Anfangskurzschlusstrom in A (Effektivwert).
- I_{kaw} = Wechselstromanteil des Anfangskurzschlusstromes in A.
- I_{kg} = Gleichstromanteil in A.
- $\sqrt{2}$ = Scheitelfaktor, unter Annahme sinoidalen Verlaufes der Wechselstromkurve.

Ferner bedeutet in den nachfolgenden Ableitungen:

- i_k = Momentanwert des Kurzschlusstromes.
- I_{kd} = Dauerkurzschlusstrom in A.
- m = $\frac{I_{ka}}{I_{kd}}$.
- t = Zeit bis zur Unterbrechung des Kurzschlusses in sec.
- τ = Abklingungszeitkonstante der Ersatzkurve in sec.
- κ = Proportionalitätsfaktor des Dauerkurzschlusstromes, abhängig von m und $\frac{t}{\tau}$.

Die Berechnung soll so vorgenommen werden, dass der abklingende Kurzschlusstrom seinem Wärmewerte nach durch eine Exponentialfunktion mit der Ab-

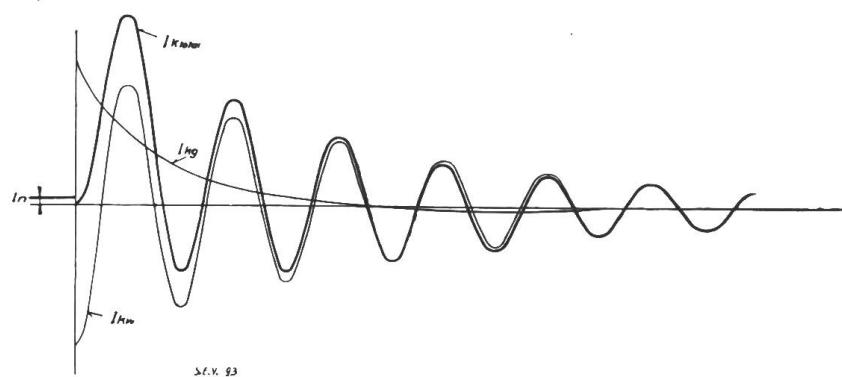


Fig. 4.
Asymmetrischer Kurzschluss. Zusammensetzung von Gleich- und Wechselstromanteil zum totalen Kurzschlusstrom.

I_n = Normalstrom bei vollbelasteter Maschine. I_{kw} = Wechselstromanteil des Kurzschlusstromes.
 I_{kg} = Gleichstromanteil des Kurzschluss-Stromes. $I_{k\text{total}}$ = Totaler Kurzschlusstrom.

klingungskonstante τ ersetzt wird; ferner soll dieser Wärmewert der Exponentialkurve ausgedrückt werden durch ein Vielfaches κ , des Dauerkurzschlusstromes I_{kd} , fliessend während der Kurzschlusszeit t ; d. h. es wird versucht, an Stelle des abklingenden Kurzschlusstromes einen konstanten Wert von der Grösse κI_{kd} zu setzen. Dadurch ist es dann möglich, das ganze Problem auf ein solches für Erwärmung mit konstanter Stromstärke zurückzuführen, für welches die Formeln unter Abschnitt A dieser Arbeit aufgestellt wurden.

Unter der Annahme einer Exponentialkurve für das Abklingen des Kurzschlussstromes gilt in jedem Augenblick:

$$i_k = I_{kd} + (I_{ka} - I_{kd}) e^{-t/\tau}. \quad (20)$$

$$i_k = I_{kd} + (mI_{kd} - I_{kd}) e^{-t/\tau} = I_{kd} [1 + (m-1) e^{-t/\tau}].$$

Die Formel für die kurzzeitige Erwärmung $\vartheta = \frac{e^{\sigma^2 t K \varepsilon} - 1}{\varepsilon}$ verlangt eine konstante Stromdichte σ ; wir müssen daher die Gleichung (20) integrieren, bezw. den quadratischen Mittelwert I_k suchen:

$$I_k^2 t = \int_0^t i_k^2 dt = \int_0^t I_{kd}^2 [1 + 2(m-1) e^{-t/\tau} + (m-1)^2 e^{-2t/\tau}] dt,$$

$$I_k = I_{kd} \sqrt{\frac{1}{t} [t + 2\tau(m-1)(1-e^{-t/\tau}) + \frac{\tau(m-1)^2}{2}(1-e^{-2t/\tau})]}.$$

Diese Gleichung kann noch etwas umgeformt werden:

$$I_k = I_{kd} \sqrt{\frac{t}{\tau} \left[\frac{\tau}{t} + 2(m-1)(1-e^{-t/\tau}) + \frac{(m-1)^2}{2}(1-e^{-2t/\tau}) \right]}. \quad (21)$$

Die Zeitkonstante wurde ausgeklammert; durch diese Massnahme kommen nirgends in der Gleichung t und τ allein vor, sondern nur ihre Quotienten. Es ist daher möglich, die Gleichung in allgemeiner Form darzustellen mit m als Parameter.

Der quadratische Mittelwert I_k wird also erhalten durch Multiplikation des Dauerkurzschlusstromes mit einem Koeffizienten κ .

Es ist also: $I_k = I_{kd} \kappa, \quad (22)$

$$\text{wo: } \kappa = \frac{I_k}{I_{kd}} = \sqrt{1 + \frac{\tau}{t} \left[2(m-1)(1-e^{-t/\tau}) + \frac{(m-1)^2}{2}(1-e^{-2t/\tau}) \right]}. \quad (23)$$

In Fig. 5 ist der Proportionalitätsfaktor κ in Funktion von $\frac{t}{\tau}$ mit m als Parameter aufgetragen. Er kann somit für Berechnungen direkt dieser Figur entnommen werden.

Die Zeitkonstante τ der Ersatzkurve muss als Erfahrungswert eingesetzt werden; aus zahlreichen Oszillogrammen wurde ihr Wert ermittelt, er beträgt im Mittel:

für Schenkelpolmaschinen: $\tau = 0,2 \div 0,3$ sec,
für Turbomaschinen: $\tau = 0,1 \div 0,2$ sec,

wobei der obere Wert für Maschinen grosser Leistung gilt.

Die Formel (21) setzt ferner die Kenntnis des Verhältnisses $m = \frac{I_{ka}}{I_{kd}}$ voraus.

Sind die Werte für die Impedanzen bei Stosskurzschluss- bzw. Dauerkurzschlussstrom einer Maschine nicht aus Versuchen oder Berechnungen bekannt, so kann man dieselben nach den Richtlinien des S.E.V. für die Wahl der Schalter in Wechselstromhochspannungsanlagen wie folgt berechnen:⁵⁾

⁵⁾ Richtlinien für die Wahl der Schalter in Wechselstromhochspannungsanlagen S.E.V. 1924. (Siehe auch Bulletin S.E.V. 1924, Heft 5).

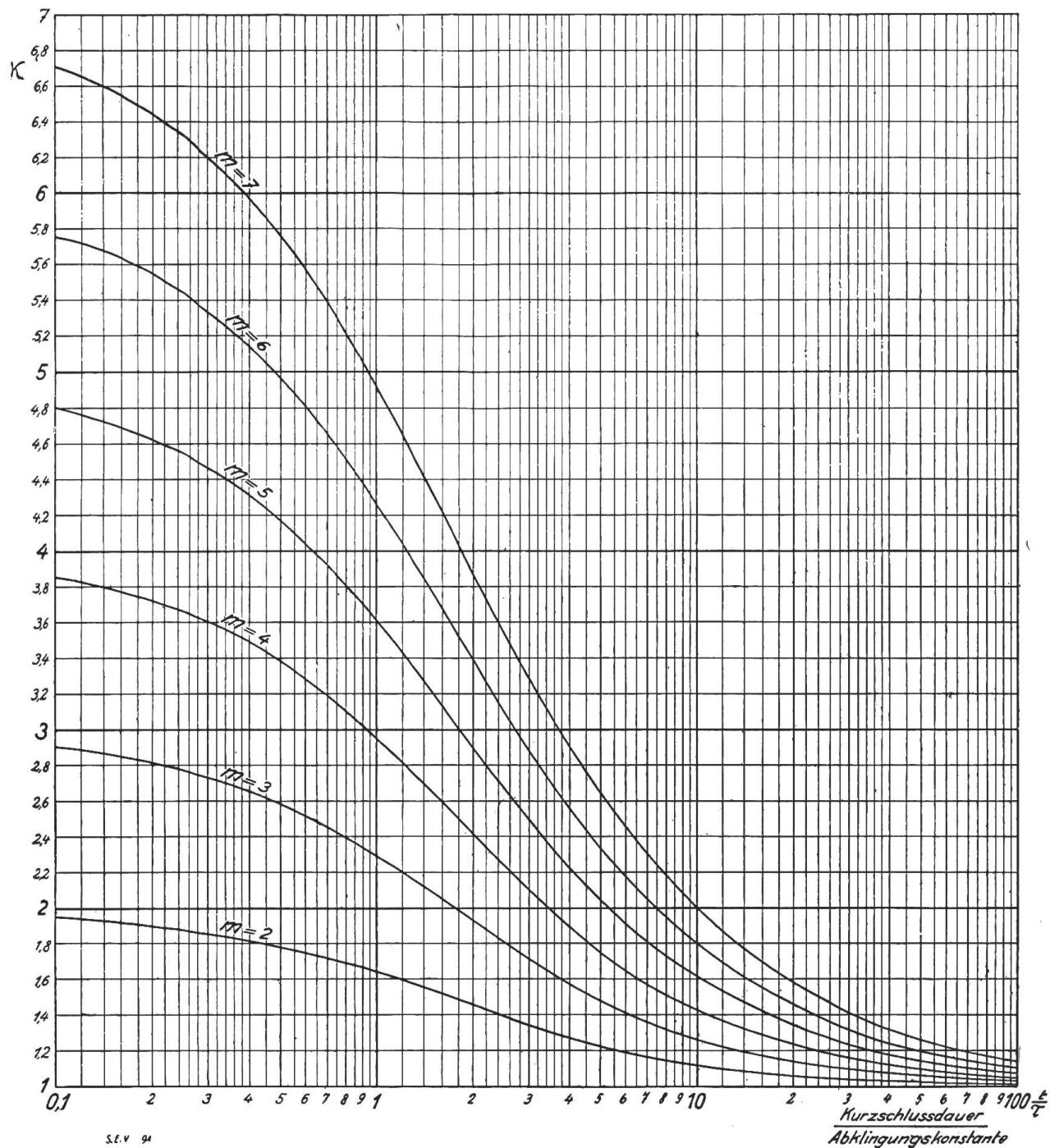


Fig. 5.
Korrekturfaktor \times zur Berücksichtigung des Abklingens des Kurzschlusstromes.

$$Z_a = \frac{V^2 1000}{1,51 m_a P}, \quad Z_d = \frac{V^2 1000}{m_d P}. \quad (24)$$

Hierin bedeuten:

Z_a = Impedanz des Generators im Belastungsmoment vor dem Eintritt des Kurzschlusses.

m_a = $\frac{\text{Wechselstromanteil des Stosskurzschlusstromes in A}}{\text{Normalstrom in A}}$.

V = Betriebsspannung zwischen den Aussenleitern in kV.

P = Normalleistung der Maschine in kVA.

$$\begin{aligned} 1,51 &= \text{Koeffizient zur Berücksichtigung des Gleichstromanteils.} \\ Z_d &= \text{Impedanz des Generators bei Dauerkurzschluss.} \\ m_d &= \frac{\text{Dauerkurzschlusstrom in A}}{\text{Normalstrom in A}}. \end{aligned}$$

Die Werte für m_a und m_d können aus nachstehender Tabelle II entnommen werden.

Bei Transformatoren und Drosselpulsen wird gewöhnlich der induktive Spannungsabfall ε bei Normalstrom in Prozent der Nennspannung angegeben; dafür lässt sich setzen $m = \frac{100}{\varepsilon}$, worauf mittels Formel (24) ebenfalls Z bestimmbar ist.

Für einen Kurzschlusskreis, bestehend aus einem Generator mit Z_{aG} , einem Transformator mit Z_T und einem Leitungsstück mit Z_1 , wird somit:

$$Z_{atot} = Z_{aG} + Z_T + Z_1. \quad (25)$$

Arbeiten mehrere Generatoren gemeinsam auf eine Kurzschlussstelle hin, so ergibt sich ihre totale Impedanz zu:

$$Z_G = \frac{1}{\frac{1}{Z_{G_1}} + \frac{1}{Z_{G_2}} + \frac{1}{Z_{G_3}} + \dots} \quad (26)$$

Gleicherweise wird die Kurzschlussimpedanz ermittelt für parallel arbeitende Transformatoren, Drosselpulsen oder Leitungsstücke.

Wenn die parallel arbeitenden Einheiten gleicher Type und Grösse sind, so berechnet man mit Vorteil gerade ihre Gesamtimpedanz, indem man in Gleichung (24) für P die Summenleistung derselben einsetzt.

Der Kurzschlussstrom wird nach folgender Formel berechnet:

$$I_{ka} = \frac{E}{\sqrt{3} Z_a}; \quad I_{kd} = \frac{E}{\sqrt{3} Z_d}. \quad (27)$$

Tritt unterwegs in der Kurzschlussbahn eine Transformation der Betriebsspannung ein, so sind die Impedanzen entsprechend umzurechnen; dabei ist zu berücksichtigen, dass sich die Impedanzen mit dem Quadrate der Spannungen ändern:

$$Z_2 = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 Z_1. \quad (28)$$

Der Stosskurzschlusstrom hat für eine gegebene Strombahn eine bestimmte Grösse und ist sowohl für dreiphasigen als auch für zweiphasigen Kurzschluss gleich; bei Kurzschluss einer Phase gegen Nullpunkt oder bei einphasigem Erdschluss in Stromsystemen mit geerdetem Nullpunkt, wird der Strom ca. $1,2 \div 1,5$ mal so gross als bei dreiphasigem Kurzschluss. Dieser Umstand wurde ebenfalls in Tabelle II berücksichtigt.

Nachdem man nun nach Gleichung (27) I_{ka} und I_{kd} bestimmt hat, kann man auch das Verhältnis $m = \frac{I_{ka}}{I_{kd}}$ ermitteln. Sobald jetzt noch die Dauer des Kurzschlusses, bzw. die Zeit bis zum Auslösen der Oelschalter bekannt ist, ist es möglich, aus Fig. 5 den Koeffizienten κ abzulesen.

Wir berechnen daher jetzt die Erwärmung für den konstanten Strom κI_{kd} und die Zeit t ; in Analogie zu Abschnitt A erhalten wir also:

$$\sigma = \frac{\kappa I_{kd}}{q}, \quad (29)$$

$$\vartheta = \frac{e^{\sigma^2 t K_{20} \varepsilon} - 1}{\varepsilon}, \quad (30)$$

welche Erwärmung ebenfalls aus den Kurven in Fig. 2 berechenbar ist.

Beispiel 3:

In einem Wasserkraftwerk sind 4 Einheiten von Dreiphasengeneratoren zu je 29 000 kVA installiert. Die Generatoren sind direkt mit den zugehörigen Transformatoren zu einer Schaltgruppe vereint. Fig. 6 zeigt die Schaltung des Kraftwerkes.

Generatordaten: Leistung 29 000 kVA, 12 000 V, $\cos \varphi$ 0,8, 50 Per. Die Verhältniszahlen m_a und m_d sind nicht direkt bekannt; hingegen kennt man aus einem Oszillogramm den Anfangswert des Stromes bei asymmetrischem Kurzschluss, $I_a = 17000$ A, ferner den Effektivwert des Dauerkurzschlusstromes $I_{kd} = 2900$ A. Bei der Aufnahme des Oszillogrammes war der Generator vor Eintreten des Kurzschlusses auf normale Spannung von 12000 V und Vollast 29 000 kVA erregt.

Transformatoren: Uebersetzungsverhältnis $\frac{12 \text{ kV}}{132 \text{ kV}}$, Kurzschlussimpedanz $\varepsilon = 10\%$.

Zur Versorgung der umliegenden Dörfer und zur Deckung des Eigenkraftbedarfes der Zentrale kann wahlweise von einem der 4 Generatoren über eine Hilfssammelschiene Energie entnommen werden; diese Anzapfung soll für max. 1600 kVA bemessen sein. Als Schutz gegen Kurzschlüsse ist in diese Leitung eine Drosselpule D_1 mit 5% Spannungsabfall eingebaut.

Die Eigenverbrauchstransformatoren sind für je 300 kVA, 12 000/380 V bemessen; über die abgehenden Leitungen f_1 und f_2 gehen normalerweise je 500 kVA bei 12 000 V.

A) Kurzschluss in der Leitung bei F_1 .

Sämtliche 4 Generatoren arbeiten über ihren Transformator auf die Kurzschlusstelle. Die fehlerhafte Stelle werde nach 10 sec vom Kraftwerk abgetrennt.

I. Stoßkurzschlussstrom.

a) **Generatoren.** Laut Oszillogramm beträgt der Scheitelwert des asymmetrischen Kurschlusstromes 17 000 A. Rechnet man mit sinusförmigem Verlauf der Spannungskurve, so wird der Effektivwert des Wechselstromanteils:

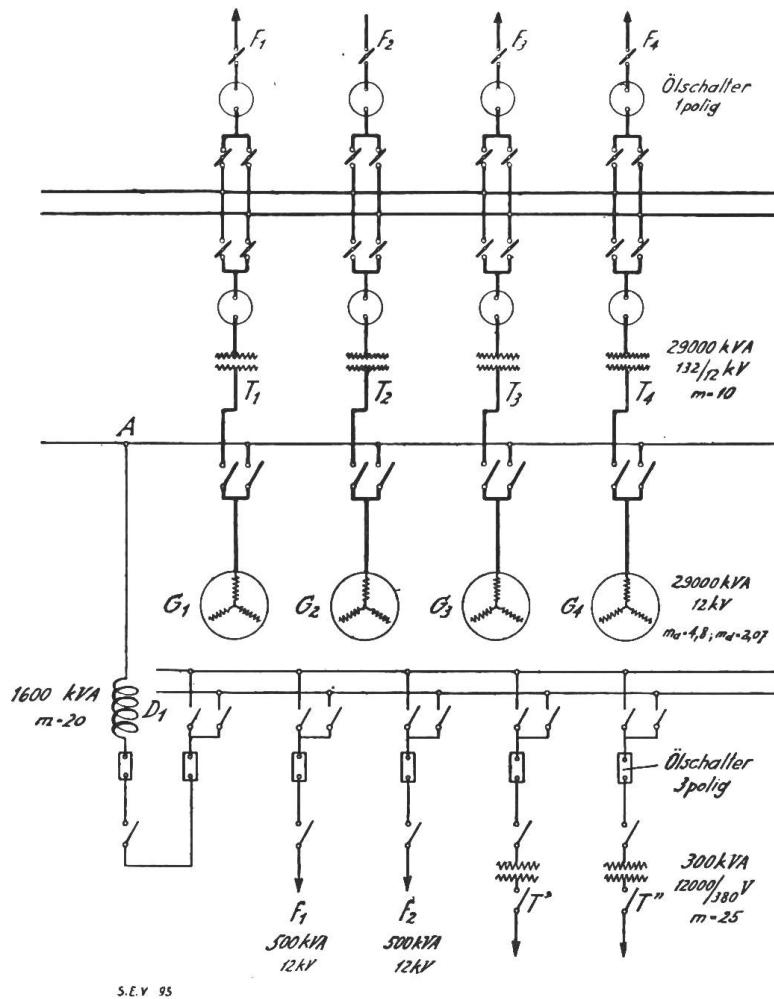


Fig. 6.
Schaltungsschema einer Zentrale.

$$I_{\text{kaw}} = \frac{17\,000}{1,8 \cdot \sqrt{2}} 6\,700 \text{ A.}$$

Der Vollaststrom I_n eines Generators beträgt:

$$I_n = \frac{29\,000}{12 \cdot \sqrt{3}} = 1400 \text{ A.}$$

Somit errechnet sich der Wert:

$$m_a = \frac{I_{\text{kaw}}}{I_n} = \frac{6\,700}{1\,400} = 4,8.$$

Die Impedanz der 4 Generatoren soll direkt bezogen auf die Oberspannung der Transformatoren 132 kV, gerechnet werden:

$$Z_{\text{aG}} = \frac{V^2 1\,000}{1,51 m_a P} = \frac{132^2 \cdot 1\,000}{4 \cdot 1,51 \cdot 4,8 \cdot 29\,000} = 20,7 \text{ Ohm.}$$

b) *Transformatoren $T_1 - T_4$.* Die prozentuale Kurzschlussspannung eines Transformators beträgt $\varepsilon = 10\%$, daher wird:

$$m = \frac{100}{\varepsilon} = \frac{100}{10} = 10$$

und die totale Impedanz aller 4 Transformatoren:

$$Z_T = \frac{132^2 \cdot 1\,000}{10 \cdot 4 \cdot 29\,000} = 15 \text{ Ohm.}$$

c) *Totalen Impedanz der Kurzschlussbahn und Stosskurzschlusstrom.* Die totale Impedanz der Kurzschlussbahn setzt sich zusammen aus:

$$Z_a = Z_{\text{aG}} + Z_T = 20,7 + 15 = 35,7 \text{ Ohm.}$$

Hieraus den Stosskurzschlusstrom ermittelt, gibt:

$$I_{\text{ka}} = \frac{132 \cdot 1\,000}{\sqrt{3} \cdot 35,7} = 2130 \text{ A.}$$

II. Dauer kurzschlussstrom.

Der Dauerkurzschlusstrom eines Generators gemessen bei Klemmenkurzschluss und Vollasterregung beträgt laut Oszillogramm 2900 A oder:

$$m_d = \frac{I_{\text{kd}}}{I_n} = \frac{2900}{1\,400} = 2,07$$

$$\text{und hieraus: } Z_{\text{dG}} = \frac{132^2 \cdot 1\,000}{2,07 \cdot 4 \cdot 29\,000} = 72,5 \text{ Ohm.}$$

Da die Kurzschlussimpedanz der Transformatoren unverändert bleibt, so wird jetzt:

$$Z_d = Z_{\text{dG}} + Z_T = 72,5 + 15 = 87,5 \text{ Ohm}$$

und der Dauerkurzschlusstrom:

$$I_{\text{kd}} = \frac{132 \cdot 1\,000}{\sqrt{3} \cdot 87,5} = 870 \text{ A.}$$

*III. Berechnung der Uebertemperatur der abgehenden Leitung
in der Leitung bei F_1 .*

Jede der 4 Leitungen $F_1 - F_4$ sei berechnet für die Fortleitung von 29 000 kVA, d. h. für einen Nennstrom von:

$$I = \frac{29\,000}{132 \cdot \sqrt{3}} = 127 \text{ A.}$$

Rechnet man mit einer normalen Strombelastung von $\sigma_n = 2,0 \text{ A/mm}^2$ für die in F_1 abgehende Leitung, so folgt daraus als Querschnitt der Kupferleitungen:

$$q = \frac{I_n}{\sigma} = \frac{127}{2} = \text{ca. } 65 \text{ mm}^2.$$

$$\text{Für den Dauerkurzschluss ist } \sigma = \frac{870 \text{ A}}{65 \text{ mm}^2} = 13,4 \text{ A/mm}^2.$$

Zur Ermittlung des Korrektionsfaktors κ bestimmen wir zuerst:

$$m = \frac{I_{ka}}{I_{kd}} = \frac{2130}{870} = 2,45.$$

Die Abklingungskonstante der Generatoren wird zu $\tau = 0,3 \text{ sec}$ angenommen; dann beträgt bei 10 sekundlicher Kurzschlussdauer $\frac{t}{\tau} = \frac{10}{0,3} = 33,3$.

Für $m = 2,45$ und $\frac{t}{\tau} = 33,3$ zeigt Fig. 5 einen Faktor $\kappa = 1,06$, folglich $(\kappa \cdot \sigma)^2 \cdot t = (1,06 \cdot 13,4)^2 \cdot 10 = 2\,010 \left(\frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right)^2 \text{ sec.}$

Diese Zahl $= 2\,010 \left(\frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right)^2 \text{ sec}$ entspricht laut Fig. 2 (Kurve: Kupfer) einer Uebertemperatur von:

$$\vartheta = 10,4^\circ \text{ C.}$$

Der Kurzschlusstrom ist also in thermischer Hinsicht für die Leistung F_1 nicht gefährlich. Bedeutend mehr gefährdet ist die Leitung f_1 , welche nur für eine Leistung von 500 kVA dimensioniert ist.

Beispiel 4:

Kurzschluss in der Leitung bei f_1 , Kurzschlussdauer 3 sec. Generator G_1 arbeitet direkt über die 12 kV Sammelschiene und die Drosselspule D_1 auf die Kurzschlussstelle. Da jedoch Generator G_1 normalerweise auch Energie über seinen Transformator T_1 abgibt und so mit den 3 anderen Aggregaten der Zentrale gekuppelt ist, so arbeiten jetzt im Kurzschluss die Generatoren $G_2 \div G_4$ über ihre Transformatoren auf die 132 kV Sammelschienen und von da über T_1 und die Drosselspule D_1 zur Kurzschlussstelle.

I. Stosskurzschlusstrom.

Die Impedanzen werden auf die an den Hilfssammelschienen herrschende Spannung von 12 kV bezogen.

$$\text{Generator } G_1: \quad Z_{aG1} = \frac{12^2 \cdot 1000}{1,51 \cdot 4,8 \cdot 29000} = 0,685 \text{ Ohm.}$$

$$\text{Generator } G_2 \div G_4: \quad Z_{aG2-4} = \frac{12^2 \cdot 1000}{1,51 \cdot 4,8 \cdot 3 \cdot 29000} = 0,228 \text{ Ohm.}$$

$$\text{Transformatoren } T_2 \div T_4: \quad m = 10, \quad Z_{T2-4} = \frac{12^2 \cdot 1000}{10 \cdot 3 \cdot 29000} = 0,1653 \text{ Ohm.}$$

$$\text{Transformator } T_1: \quad Z_{T1} = \frac{12^2 \cdot 1000}{10 \cdot 29000} = 0,496 \text{ Ohm.}$$

Die Anfangs-Impedanz des Kurzschlusszweiges $G_{2-4} \div T_{2-4} \div T_1 \div A$ beträgt:

$$Z'_a = 0,228 + 0,1653 + 0,496 = 0,8893 \text{ Ohm,}$$

und die Anfangsimpedanz im Punkte A :

$$Z_{aA} = \frac{Z'_a \cdot Z_{aG1}}{Z'_a + Z_{aG1}} = \frac{0,8893 \cdot 0,685}{1,5743} = 0,3865 \text{ Ohm.}$$

Drosselpule D_1 . Diese ist für einen induktiven Spannungsabfall von $\varepsilon = 5\%$ bei 1600 kVA Durchgangsleistung berechnet.

$$m_{D1} = \frac{100}{5} = 20 \quad Z_{D1} = \frac{12^2 \cdot 1000}{20 \cdot 1600} = 4,5 \text{ Ohm.}$$

In der Leitung bei f_1 wird somit die Anfangsimpedanz:

$$Z_{af1} = Z_{aA} + Z_D = 0,3865 + 4,5 = 4,8865 \text{ Ohm}$$

und der Stosskurzschlusstrom:

$$I_{ka} = \frac{12000}{\sqrt{3} \cdot 4,8865} = 1420 \text{ A.}$$

II. Dauerkurzschlusstrom.

$$\text{Generator } G_1: \quad m_d = 2,07, \quad Z_{dG1} = \frac{12^2 \cdot 1000}{2,07 \cdot 29000} = 2,40 \text{ Ohm.}$$

$$\text{Generator } G_2 - G_4: \quad Z_{dG2-4} = \frac{12^2 \cdot 1000}{2,07 \cdot 3 \cdot 29000} = 0,80 \text{ Ohm.}$$

Die Impedanzen der Transformatoren T_1 und $T_2 \div T_4$ ändern sich nicht, so dass jetzt die Impedanz des Kurzschlusszweiges $G_{d2-4} \div T_{2-4} \div T_1 \div A$ beträgt:

$$Z'_d = 0,800 + 0,1653 + 0,496 = 1,4613 \text{ Ohm,}$$

$$\text{und im Punkte } A \quad Z_{dA} = \frac{2,40 \cdot 1,4613}{2,40 + 1,4613} = 0,908 \text{ Ohm.}$$

Die Impedanz der Drosselpule bleibt ebenfalls unverändert $Z_D = 4,5 \text{ Ohm}$, somit $Z_{df1} = 0,908 + 4,5 = 5,408 \text{ Ohm}$, und der Dauerkurzschlusstrom:

$$I_{kd} = \frac{12000}{\sqrt{3} \cdot 5,408} = 1280 \text{ A.}$$

III. Berechnung der Uebertemperatur der abgehenden Leitung bei f.

Bei einer Uebertragungsleistung von 500 kVA beträgt der Nennstrom in der Leitung f_1 :

$$I_n = \frac{500}{12 \cdot \sqrt{3}} = 24 \text{ A.}$$

Wenn wiederum mit einer Stromdichte $\sigma_n = 2 \text{ A/mm}^2$ bei Normalbetrieb gerechnet wird, so ergibt sich ein Leiterquerschnitt von 12 mm^2 :

$$m = \frac{I_{ka}}{I_{kd}} = \frac{1420}{1280} = 1,11 ,$$

$$\frac{t}{\tau} = \frac{3 \text{ sec}}{0,3 \text{ sec}} = 10$$

Für diese Werte lässt sich aus Fig. 5 ein $\kappa = 1,07$ ablesen.

Bei Dauerkurzschluss wird $\sigma = \frac{1280}{12} = 106,5 \text{ A/mm}^2$, folglich ist:

$$(\kappa \cdot \sigma)^2 \cdot t = (1,07 \cdot 106,5)^2 \cdot 3 = 39000 \left(\frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right)^2 \text{ sec}$$

was nach Fig. 2 eine Erwärmung von $\vartheta = 285^\circ \text{ C}$ zur Folge hat.

In diesem Beispiel tritt der hohe Schutzwert der Drosselspule D klar zu Tage, da ihre Impedanz gegenüber denjenigen der Generatoren und Transformatoren um ein Vielfaches überwiegt (4,5 Ohm gegen 0,908 Ohm), deswegen macht sich auch der Unterschied zwischen Anfangsimpedanz und Impedanz im Dauerkurzschluss der Generatoren nicht mehr sehr bemerkbar ($m = 1,11$); dieser wäre bedeutend grösser, wenn der Kurzschluss beispielsweise bei A stattfinden würde:

$$(m = \frac{0,908}{0,3865} = 2,35).$$

C. Kurzzeitige Belastung von Leitern bei Anschluss an konstante Spannung.

Dieser Fall ist in der Praxis ziemlich häufig anzutreffen, so beispielsweise bei Einschaltspulen und Prüfwiderständen, er unterscheidet sich von dem in Abschnitt A beschriebenen dadurch, dass hier nicht die Stromstärke bzw. die Stromdichte, sondern die dem Leiter aufgedrückte Spannung konstant gehalten wird. Mit wachsender Uebertemperatur vergrössert sich der Leiterwiderstand gemäss:

$$R_{\vartheta+20} = R_{20} (1 + \alpha \vartheta + \beta \vartheta^2).$$

Die Steigerung des Widerstandes hat eine entsprechende Reduktion des Stromes zur Folge, dementsprechend sinkt auch die erzeugte Wärmemenge. Bei gleicher Grösse der anfänglichen Stromdichte wird daher jetzt eine kleinere Endübertemperatur erreicht als bei Fall A.

Gleich wie früher stellen wir wieder auf:

$$W dt = G c d\vartheta = \frac{V^2 dt}{4189 R} ,$$

$$\frac{V^2 dt}{\frac{1}{q} \frac{4189}{q}} = \frac{10 l \gamma q}{10000} c d\vartheta ,$$

$$\frac{V^2}{l^2 \varrho} \frac{dt}{4189} = \frac{\gamma}{1000} c d\vartheta,$$

$$d\vartheta = \frac{V^2}{l^2} \frac{1}{4,189 \varrho c \gamma} dt = \left(\frac{V}{l} \right)^2 \frac{1}{\varrho k} dt. \quad (31)$$

Der spez. Widerstand ϱ und die spez. Wärme k sind von der Temperatur abhängig und zwar werde wie früher gesetzt:

$$\varrho_{\vartheta+20} = \varrho_{20} (1 + \alpha \vartheta + \beta \vartheta^2), \quad k_{\vartheta+20} = k_{20} (1 + \alpha_c \vartheta + \beta_c \vartheta^2).$$

Diese beiden Variablen in Gleichung (31) eingeführt, ergeben:

$$d\vartheta = \left(\frac{V}{l} \right)^2 \frac{1}{\varrho_{20} k_{20} (1 + \alpha \vartheta + \beta \vartheta^2) (1 + \alpha_c \vartheta + \beta_c \vartheta^2)} dt,$$

$$d\vartheta (1 + \alpha \vartheta + \beta \vartheta^2) (1 + \alpha_c \vartheta + \beta_c \vartheta^2) = \left(\frac{V}{l} \right)^2 \frac{dt}{\varrho_{20} k_{20}}. \quad (32)$$

Der Einfachheit halber wird ähnlich wie in Abchnitt A die Produktenkurve $\varrho k = f(\vartheta)$ ausgerechnet und aufgezeichnet. Aus dieser Kurve werden nun 2 neue Temperaturkoeffizienten ε und η gesucht.

$$d\vartheta (1 + \varepsilon \vartheta + \eta \vartheta^2) = \left(\frac{V}{l} \right)^2 \frac{dt}{\varrho_{20} k_{20}}.$$

Die Integration dieser Gleichung führt zu:

$$\left[\frac{\eta}{3} \vartheta^3 + \frac{\varepsilon}{2} \vartheta^2 + \vartheta \right] \varrho_{20} k_{20} = \left(\frac{V}{l} \right)^2 t. \quad (33)$$

Vermittelst dieser Gleichung 33 lässt sich für ein bestimmtes Leitermaterial eine der in Fig. 2 dargestellten analogen Kurve konstruieren, $\vartheta = f \left[\left(\frac{V}{l} \right)^2 t \right]$. Fig. 7 zeigt einige solcher Kurven für verschiedene Materialien; hier ist hingegen anstatt wie früher die Stromdichte σ , die Grösse $\left(\frac{E}{l} \right) = \frac{\text{Volt}}{\text{Meter}}$ die Variable; der Leiterquerschnitt ist ganz aus der Berechnung ausgeschieden, statt dessen ist die Leiterlänge aufgetreten.

Beispiel 5:

Die Einschaltspule eines Magnetfernantriebes habe folgende Daten: 1100 Windungen, Kupferdraht 2,3/2,6 Durchmesser, Drahlänge 565 m, Widerstand bei 20°C , 2,43 Ohm.

Wie lange kann diese Spule mit 220 V Gleichstrom belastet werden, wenn die max. Uebertemperatur ϑ , 60°C nicht übersteigen darf?

Die Kurve für Kupferdraht in Fig. 7 gibt für $\vartheta = 60^\circ \text{C}$ den Wert $\left(\frac{V}{l} \right)^2 t = 4$:

$$t = \frac{4}{\left(\frac{V}{l} \right)^2} \text{ sec},$$

$$\frac{V}{l} = \frac{220}{565} = 0,39, \quad t = \frac{4}{(0,39)^2} = 26 \text{ sec}.$$

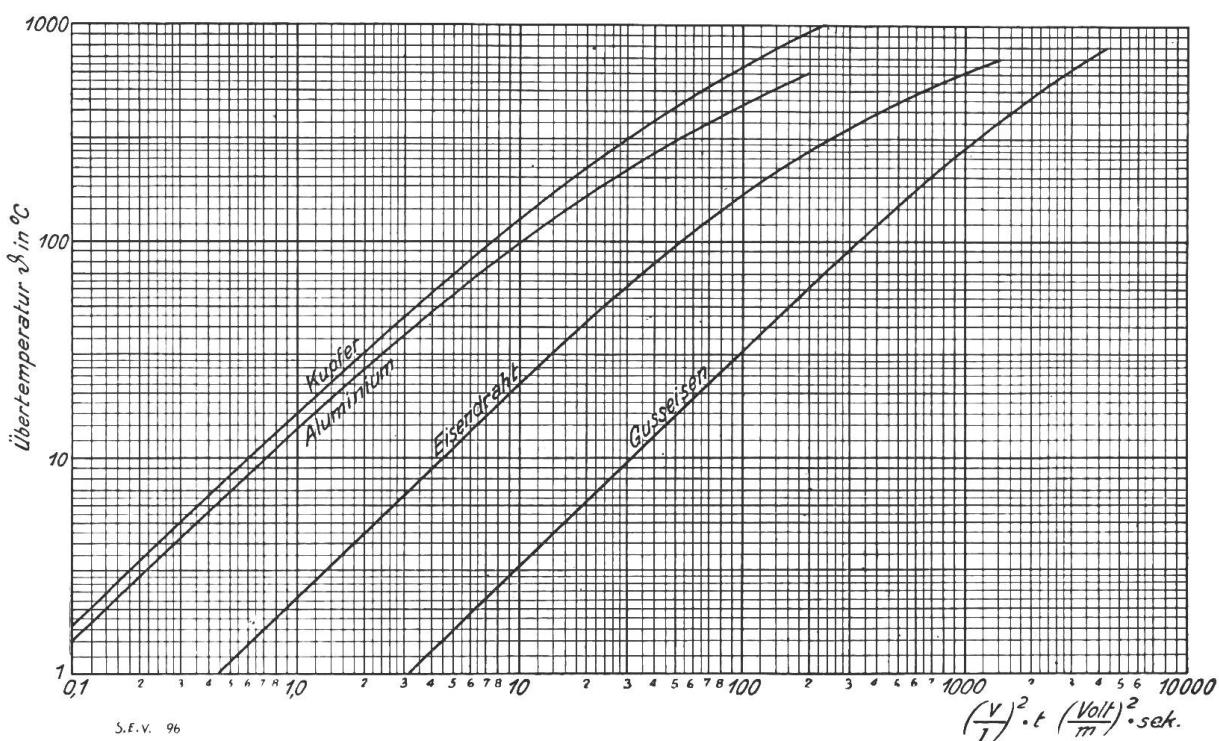


Fig. 7.

Kurven zur Ermittlung der Uebertemperatur von verschiedenen Leitermaterialien bei kurzzeitiger ohmscher Belastung mit konstanter Spannung.

Nun beträgt die Dauer einer Einschaltung des Magnetferntriebes ca. 0,5 sec, d. h. es könnten mit dieser Spule hintereinander $\frac{26}{0,5} = 52$ Schaltungen vorgenommen werden, bis die Uebertemperatur $\vartheta = 60^{\circ}\text{C}$ erreicht ist.

Die vorstehend abgeleiteten Gleichungen gelten nur für Gleichstrom und für Wechselstromkreise mit rein Ohmscher Belastung; dies letztere wird jedoch in den wenigsten Fällen auftreten, vielmehr ist bei kurzzeitigem Anschluss an konstante Wechselspannung wohl immer mit einer induktiven Belastung zu rechnen. Dieser Impedanz zufolge ändert sich der Strom nicht mehr direkt proportional mit dem Ohmschen Widerstande, was einen andern Verlauf der $(\frac{V}{l})^2 \cdot t$ - Kurve bedingt.

Es gilt wieder wie oben:

$$G c d \vartheta = \frac{I^2 R}{4189} dt, \text{ wo } I = \frac{V}{Z},$$

$$\text{und } Z = \sqrt{R_{20}^2 (1 + \alpha \vartheta + \beta \vartheta^2)^2 + \omega^2 L^2}.$$

Wir drücken nun die Induktanz des Leiters L in Vielfachen des Ohmschen Widerstandes bei der Ausgangstemperatur $\vartheta_a = 20^{\circ}\text{C}$ aus, d. h.:

$$\omega L = n R_{20}.$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Ausgangsgleichung ein und berücksichtigt zugleich auch die Temperaturveränderlichkeit von c wie früher, so erhält man schliesslich die Differentialgleichung (34):

$$d \vartheta \frac{[(1 + \alpha \vartheta + \beta \vartheta^2)^2 + n^2]}{1 + \alpha \vartheta + \beta \vartheta^2} \frac{[1 + \alpha_c \vartheta + \beta_c \vartheta^2]}{dt} = \left(\frac{V}{l} \right)^2 \quad (34)$$

In dieser Gleichung ist also als neue Variable die Verhältniszahl n erschienen.

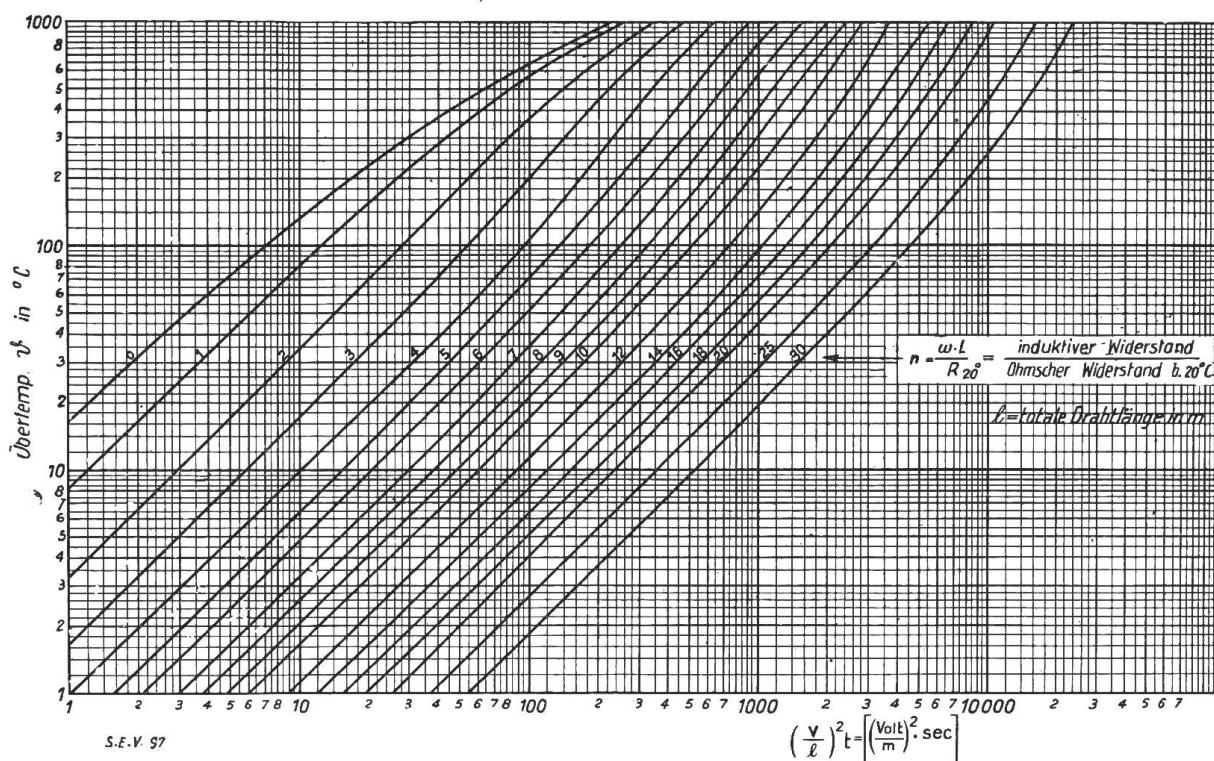


Fig. 8.

Kurven zur Ermittlung der Uebertemperatur
von Spulen aus Cu-Draht bei kurzzeitiger induktiver Belastung und konstanter Spannung.
Ausgangstemperatur = 20°C .
(ρ für Cu, bei 20°C = $0,0175 \Omega/\text{m u. mm}^2$).

Zur Lösung behandeln wir n als Parameter, und zeichnen dementsprechend die Integrations-Kurven auf: $\vartheta = f \left(\frac{V}{l} \right)^2 t$, für $n = 1, 2, 4, 5$ usw. Dies wird in Fig. 8 für das Material Kupfer dargestellt, das wohl in den weitaus meisten Fällen als Leiter für induktive Belastungen in Betracht kommt. $\rho_{20} = 0,0175$ für Kupfer.

Konstanten für diverse Leitermaterialien.

Tabelle I.

Material	Schmelzpunkt $^\circ\text{C}$	Spez.-Gew. γ	ρ_{20}	k_{20}	k_{200}	k_{500}	$K = \frac{\rho_{20}}{k_{20}}$	c	Gültig für Bereich
Kupfer	1083	8,9	0,0175	3,430	3,590	3,91	0,00512	0,00341 0,000944	20- 530°C $530-1000^\circ\text{C}$
Silber	960	10,36	0,0163	2,415	2,43	2,67	0,0067	0,0032	
Aluminium.	659	2,7	0,029	2,38	2,63	2,93	0,0124	0,00262	
Zink	419	7,18	0,064	2,76	2,98	—	0,0231	0,0028	
Zinn	232	7,3	0,142	1,66	1,86	—	0,0855	0,003	
Gusseisen	ca. 1100	7,25	0,900	3,45	3,66	4,14	0,260	0,000723 0,000443 0,000276	20-270 $^\circ\text{C}$ 270-590 $^\circ\text{C}$ 590-735 $^\circ\text{C}$
Blei	327	11,3	0,210	1,44	1,56	—	0,146	0,00348	
Eisendraht.	ca. 1400	7,8	0,120	3,72	3,93	4,45	0,0323	0,0052 0,00314	20-300 $^\circ\text{C}$ 300-740 $^\circ\text{C}$
Messing (60% Cu + 40% Zn)	ca. 900	8,21	0,075	3,17	3,35	3,69	0,0236	0,000915	
Konstantan	ca. 1200	8,96	0,49	3,72	3,92	4,26	0,132	-0,00024	
Chromnickel (61% Ni + 20% Cr + 19% Fe)	1450	8,15	1,11	3,64	4,14	4,50	0,306	0,000523 0,00000935	20- 320°C $320-1000^\circ\text{C}$
Wasser	0	1,0	variabel	4,189	—	—	—	—	

*Kurzschlusstrom von
Generatoren mit über ca. 1000 kVA Leistung, im Verhältnis zum Normalstrom, bei Vollasterregung.
Nach Richtlinien für die Wahl der Schalter in Wechselstrom-Hochspannungsanlagen. S. E. V. 1924.*

Tabelle II.

	Wechsel- stromanteil des Anfangs-Kurz- schlusstromes gleich Normalstrom mal	Dauer-Kurzschlusstrom gleich Normalstrom mal
Allpoliger Kurzschluss	5 — 10	3 — 1,8
Zweipoliger Kurzschluss	5 — 10	3,5 — 2,8
Einpoliger Kurzschluss zwischen einer Phase und Nullpunkt	6 — 12	4,5 — 4
(Erdschluss bei geerdetem Nullpunkt)		

Der Rechnungsgang gestaltet sich analog wie für rein Ohmsche Belastung, mit dem Unterschiede, dass jetzt mit derjenigen Kurve gearbeitet wird, welche dem vorhandenen n entspricht.

Nachtrag zum Aufsatz „Probleme der Elektropathologie“¹⁾.

Von Dr. med. F. Schwyzter, Kastanienbaum.

Im Anschluss an meinen Vortrag über Starkstromtod (geholt am 3. April, publiziert im Bulletin vom Juni 1925) habe ich den Wunsch ausgesprochen, es möchte der V.S.E. eine Kommission von Aerzten und Ingenieuren mit dem Studium der Rettungsaktion bei elektrischen Herz- und Hirnbeschädigungen beauftragen. Die Kommission sollte die bisher gemachten Behandlungsvorschläge prüfen, eventuell verbessern und dann in einer an die Aerzte gerichteten Publikation den besten Behandlungsmodus (nach den momentanen Kenntnissen) empfehlen. Auch die allererste Hilfsaktion durch die Laien wäre zu prüfen und das Empfehlenswerte in einer Vorschrift zusammenzufassen.

Zur ersten Sitzung der Kommission, um ihre Arbeit möglichst zu fördern, habe ich eine kleine Einleitung geschrieben (erster Teil meines Aufsatzes „Probleme“), wodurch das Verständnis zwischen Aerzten und Ingenieuren erleichtert werden sollte. Für eine zweite Sitzung habe ich versucht (zweiter Teil meines Aufsatzes), die Probleme und Möglichkeiten der Behandlung der erwähnten Verletzten zusammenzufassen; daher habe ich absichtlich etwas weiter ausgeholt und mich nicht bloss an sehr begangene Pfade gehalten. Die Kommission wird ja bestimmen, wie weit sie auf Möglichkeiten eintreten will und was sie eventuell zur genaueren Ausarbeitung empfehlen kann. Zur Empfehlung an die Laien und an die Aerzteschaft wird ihr augenblicklich wohl nur das bleiben, was schon geübt und geprüft ist, oder von der Kommission verbessert werden kann.

Die Kommission kann für das Rettungswesen und allgemein für den Ausbau der Elektrobiologie sehr viel tun, wenn sie erklärt, dass die Lehre von den Licht- und Kraftströmen und ihrem Einfluss auf die lebenden Zellen, Organismen und Tiere ein wichtiges Lehrfach für den medizinischen Unterricht bilde. Und ferner, indem sie den Elektrointeressenten andeutet, wie in der Rettungsfrage Fortschritte erzielt werden könnten. Nur durch methodische Experimentalarbeiten durch Physiologen, Aerzte, Chirurgen und Biologen aller Art, zum Teil in Zusammenarbeit mit Elektroingenieuren, können die Schwierigkeiten überwunden werden. Am besten

¹⁾ Siehe Bulletin 1926, No. 11; Separatabzüge sind zum Preise von Fr. 1.50 (Nichtmitglieder Fr. 2.—) beim Generalsekretariat des S.E.V. und V.S.E., Seefeldstr. 301, Zürich 1, erhältlich.