

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 15 (1924)  
**Heft:** 6

**Artikel:** Die Ungenauigkeit des Kreisdiagrammes des allgemeinen Transformators und ein Versuch zur Korrektur [Fortsetzung und Schluss]  
**Autor:** Breitfeld, C.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1057072>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Lungern) ont pu satisfaire leur clientèle, sans que les autorités aient eu besoin d'intervenir pour décréter des restrictions, permet de prétendre que les moyens d'accumulation d'énergie, moyens électriques et moyens hydrauliques (c'est-à-dire accumulateurs électriques et bassins de retenue) permettent de parer aux déficits instantanés de la puissance hydraulique tant que le point  $B$  de la courbe  $ABC$  ne tombe pas en-dessous du point  $B_0$ .

Il est probable que cette possibilité existerait encore si le point  $B$  tombait en-dessous du point  $B_0$  et si l'on voulait avoir recours à toutes les réserves thermiques (56 600 kW) dont en 1921 une petite partie seulement a été mise à contribution. Cela est d'autant plus probable que nous disposons aujourd'hui de moyens de secours (Amsteg et la ligne de la Gemmi, Lungern et les Bündner Kraftwerke) qui n'existaient pas alors. Il est en tous les cas hors de doute que, tant que les besoins de la clientèle suisse n'auront pas augmenté très considérablement, les centrales seront pour longtemps à l'abri de tout déficit dès qu'elles pourront puiser directement ou indirectement dans le grand réservoir de puissance (100 000 kW) que va constituer l'installation du Wäggital.

Les relevés exécutés par l'office fédéral des eaux démontrent que dans une année moyenne le minimum d'énergie disponible est encore de 34 % supérieur au minimum constaté pendant l'année exceptionnelle 1921, ce qui revient à dire que dans une année moyenne la courbe  $ABC$  passe, non pas par le point  $B_0$ , mais par le point  $B$  correspondant à une puissance de 290 000 kW.

La surface comprise entre la courbe  $ABC$  et la courbe  $EF$  représente l'énergie disponible pour les clients qui, d'après contrat, doivent s'attendre à subir des restrictions, entre autres les clients situés hors de nos frontières.

Quand on pense que l'énergie exportée n'a pas atteint le quart de l'énergie utilisée en Suisse et que l'on considère l'écart entre l'ordonnée  $OB$  pendant une année moyenne et l'ordonnée  $OB_0$  dans une année d'extrême sécheresse, on comprend pourquoi une fourniture, promise pour l'été seulement, peut se transformer, plusieurs années de suite, en une fourniture presque constante pendant toute l'année. Cela est arrivé ces deux dernières années pour l'énergie d'exportation.

## Die Ungenauigkeiten des Kreisdiagrammes des allgemeinen Transformators und ein Versuch zu ihrer Korrektur.

Von Dr. C. Breitfeld,  
Professor an der Deutschen Technischen Hochschule in Prag.  
(Fortsetzung und Schluss.)

*Nachdem der Autor im ersten Teil dieser Arbeit<sup>1)</sup> ein neues Kreisdiagramm entwickelt hat, zeigt er im vorliegenden Teil derselben, dass die Bezugslinien für die Zusatzverluste, die Nutzleistung und das Drehmoment in Wahrheit keine „Geraden“, sondern Kurven sind, die angenähert durch neue Gerade ersetzt werden können, deren Konstruktion angegeben wird.*

*Zum Schlusse wird anhand dieser Theorie die genaue Konstruktion des Diagrammes aus Leerlauf-, Kurzschluss- und Widerstandsmessung gegeben.*

<sup>1)</sup> Siehe Bulletin 1924, No. 4, Seite 133 u. ff.

*Après avoir développé dans la première partie de son travail<sup>1)</sup> un nouveau diagramme vectoriel, l'auteur démontre que les lignes de repère des pertes additionnelles, la puissance utile et le couple ne sont en réalité pas des droites, mais des courbes; ces courbes peuvent avec quelque approximation être remplacées par des droites dont la construction est indiquée.*

*En se basant sur cette théorie, l'auteur indique, pour terminer, la construction exacte du diagramme résultant des essais de marche à vide, de marche en court-circuit et de la mesure des résistances.*

<sup>1)</sup> Voir Bulletin 1924, No. 4, page 133 et suivantes

### 3. Die Leistung.

Betrachtet man den leerlaufenden Transformator, so ist die Gleichung des primären Stromkreises gegeben durch:

$$i_0 r_1 + L_1 \frac{d|i_0|}{dt} = e_1,$$

woraus sich die Gesamtleistung  $P_0$  ergibt mit

$$P_0 = E_1 I_0 \cos \varphi_0 = I_0^2 r_1 + \omega L_1 \sin \nu I_0^2. \quad (45)$$

Die Gesamtleistung besteht andererseits aus dem Kupferverlust und „allen übrigen“ Verlusten; das sind die Hysteresis- und Wirbelstrom, sowie die mechanischen Reibungsverluste. Soll also Gleichung (45) richtig interpretiert werden, so muss das zweite Glied rechts diese sämtlichen Zusatzverluste darstellen. Da wir, wie eingangs bemerkt,  $L_1$  und  $\nu$  als konstant ansehen müssen, so ist der gesamte Zusatzverlust dem Quadrate der magnetisierenden Stromstärke proportional.

Für einen beliebigen Belastungszustand ist die Gesamtleistung gegeben durch:

$$P = E_1 I_1 \cos \varphi_1.$$

Aus den Gleichungen (20) und (21) die Werte für  $I_1$  und  $\cos \varphi_1$  eingesetzt, ergibt sich:

$$P = \frac{E_1^2}{\omega L_1} \frac{n_x}{N_x} \frac{A(\xi_x + \sin \nu) + B \cos \nu}{n_x N_x}$$

oder:

$$P = \frac{E_1^2}{\omega L_1} \frac{1}{N_x^2} \left\{ [\xi_1 \xi_x + (\xi_1 + \xi_x) \sin \nu - \tau \cos 2\nu] (\xi_x + \sin \nu) + [(\xi_1 + \xi_x) \cos \nu + \tau \sin 2\nu] \cos \nu \right\}$$

$$= \frac{E_1^2}{\omega L_1} \frac{1}{N_x^2} \left\{ \xi_1 (1 + \xi_x^2 + 2 \xi_x \sin \nu) + \xi_x (1 - \tau) + \sin \nu (\xi_x^2 + 2 \xi_x \tau \sin \nu + \tau) \right\}$$

$$P = \frac{E_1^2}{\omega L_1} \frac{n_x^2}{N_x^2} \xi_1 + \frac{E_1^2}{\omega L_1} \frac{1}{N_x^2} \xi_x (1 - \tau) + \frac{E_1^2}{\omega L_1} \frac{1}{N_x^2} \sin \nu (\xi_x^2 + 2 \xi_x \tau \sin \nu + \tau) \quad (46a)$$

$$P = \underbrace{\frac{E_1^2}{\omega^2 L_1^2} \frac{n_x^2}{N_x^2} r_1}_I + \underbrace{\frac{E_1^2}{\omega^2 L_1 L_2} \frac{1}{N_x^2} (r_2 + r_b) (1 - \tau)}_{II} + \underbrace{\frac{E_1^2}{\omega L_1} \frac{1}{N_x^2} \sin \nu (\xi_x^2 + 2 \xi_x \tau \sin \nu + \tau)}_{III} \quad (46)$$

Von den drei Gliedern rechts ist nun:

$$I = I_1^2 r_1 \text{ d. i. der primäre Kupferverlust.}$$

Die Gesamtleistung im Sekundärkreis ist:

$$r_x I_2^2 = r_x I_1^2 \frac{M}{L_2^2} \frac{1}{n_x^2} = r_x \frac{E_1^2}{\omega^2 L_1^2} \frac{n_x^2}{N_x^2} \frac{M^2}{L_2^2} \frac{1}{n_x^2} =$$

$$= r_x \frac{E_1^2}{\omega^2 L_1^2} \frac{1}{N_x^2} \frac{(1 - \tau) L_1 L_2}{L_2^2} = r_x \frac{E_1^2}{\omega^2 L_1 L_2} \frac{1}{N_x^2} (1 - \tau)$$

$$= (r_2 + r_b) \frac{E_1^2}{\omega^2 L_1 L_2} \frac{1}{N_x^2} (1 - \tau) = II. \quad (46b)$$

d. i. der sekundäre Kupferverlust plus der Nutzleistung. Es ist also Glied II die gesamte Sekundärleistung. Somit kann Glied III nichts anderes sein, als die sämtlichen Zusatzverluste.

Wir können III in der Form schreiben:

$$III = \frac{E_1^2}{\omega^2 L_1^2} \frac{1}{n_1^2} \omega L_1 \sin \nu n_1^2 \frac{\xi_x^2 + 2 \xi_x \tau \sin \nu + \tau}{N_x^2}$$

$$= I_0^2 \omega L_1 \sin \nu \frac{n_1^2 (\xi_x^2 + 2 \xi_x \tau \sin \nu + \tau)}{N_x^2}.$$

Den Bruch entwickelt erhalten wir:

$$\frac{\zeta_x^2 + 2\zeta_x \tau \sin \nu + \tau + \zeta_1^2 \zeta_x^2 + 2\zeta_1^2 \zeta_x \tau \sin \nu + \zeta_1^2 \tau + 2\zeta_1 \zeta_x^2 \sin \nu + 4\zeta_1 \zeta_x \tau \sin^2 \nu + 2\zeta_1 \tau \sin \nu}{(\zeta_1 + \zeta_x)^2 + \tau^2 + \zeta_1^2 \zeta_x^2 - 2\zeta_1 \zeta_x \tau \cos 2\nu + 2(\zeta_1 + \zeta_x)(\zeta_1 \zeta_x + \tau) \sin \nu}$$

oder wenn wir umformen:

$$\frac{\tau^2 + \zeta_x^2 + \zeta_1^2 \zeta_x^2 + 2(\zeta_1 + \zeta_x)(\zeta_1 \zeta_x + \tau) \sin \nu + 2\zeta_1 \zeta_x \sin^2 \nu (1 + \tau) + \tau^2 + \zeta_x^2 + \zeta_1^2 \zeta_x^2 + 2(\zeta_1 + \zeta_x)(\zeta_1 \zeta_x + \tau) \sin \nu + 2\zeta_1 \zeta_x \sin^2 \nu (1 + \tau) + [ \zeta_1^2 \tau - 2\zeta_1 \zeta_x \sin \nu (1 - \tau) (\zeta_1 + \sin \nu) ]}{+ [ \zeta_1^2 + 2\zeta_1 \zeta_x \cos^2 \nu (1 - \tau) ]} = G.$$

Es wird also:

$$III = I_0^2 G \omega L_1 \sin \nu.$$

Da, wie ersichtlich,  $G$  von 1 verschieden ist, so geht daraus hervor, dass die Zusatzverluste nicht konstant sind. Wenn wir nun  $I_0^2 G$  mit  $I_m^2$ , (siehe 41a) dem Quadrate des Differenzstromes, vergleichen und  $I_0^2 G$  als verlusterzeugenden Strom  $I_v^2$  nennen, so ist:

$$\frac{I_m^2}{I_v^2} = \frac{F - \zeta_1^2 \zeta_x \sin \nu (1 - \tau)}{F - 2\zeta_1 \zeta_x \sin \nu (1 - \tau) (\zeta_1 + \sin \nu)}.$$

Mit Rücksicht auf die Beschaffenheit der Funktion  $F$  ist ersichtlich, dass wir einen geringen Fehler begehen, wenn wir

$$I_m = I_v \quad \text{setzen.}$$

D. h. wir setzen die Zusatzverluste proportional dem Quadrate des Differenzstromes.

$$\text{Also:} \quad III = I_m^2 \omega L_1 \sin \nu. \quad (47)$$

Den Differenzstrom aber können wir für jeden Belastungspunkt dem Diagramm entnehmen.

Für einen beliebigen Betriebspunkt  $A$  ist nun die Gesamtleistung im Diagramm durch die Strecke  $Aa$  gegeben, wodurch der Wattmasstab festgelegt ist. Will man auf dieser Linie die Einzelleistungen nach Gleichung (46) angeben, so kann zunächst Glied III berechnet werden. Nach Gleichung (47) ist dies leicht.  $\omega L_1 \sin \nu$  ist eine durch die Messungen bekannte Konstante.  $I_m$  aber erhält man, indem man die Linie  $AA_0$  zieht, in  $A$  einsetzt und mit  $AA_0$  den kleinen Kreis durchschneidet, wodurch man Punkt  $B$  erhält.  $\overline{OB}$  aber ist gleich  $I_m$ . Die Leistung  $I_m^2 \omega L_1 \sin \nu$  wird nun im Wattmasstab von  $a$  nach oben aufgetragen, wodurch Punkt  $b$  erhalten wird. Führt man diese Konstruktion für den ganzen Belastungsbereich aus, so ergibt sich die strich-punktiert gezeichnete, geschlossene Kurve, die also den Zusatzverlust im gesamten Betriebsbereiche wiedergibt.

Diese Kurve hat sechs interessante Punkte. Das sind die beiden Grenzpunkte  $F$  und  $G$  links und rechts, die den kleinsten und grössten Kreisabszissen entsprechen. Sie sind leicht zu ermitteln: Man zieht den horizontalen Durchmesser durch  $M$  und erhält die Betriebspunkte  $F'$  und  $G'$ . Dann nimmt man  $F'A_0$  und  $G'A_0$  in den Zirkel und durchschneidet, in  $F'$  und  $G'$  einsetzend den kleinen Kreis, so die Punkte  $A_f$  und  $A_g$  erhaltend.  $OA_f$  und  $OA_g$  sind dann die Differenzströme die für die Zusatzverluste in den Betriebspunkten  $F'$  und  $G'$  massgebend sind. Es ist also:

$$a_f F = \overline{OA_f}^2 \omega L_1 \sin \nu; \quad a_g G = \overline{OA_g}^2 \omega L_1 \sin \nu. \quad (48)$$

Ferner sind es die Punkte des Minimums und Maximums der Zusatzverluste. Sie ergeben sich aus der Figur folgendermassen: Man zieht den Strahl  $OC$ , dieser schneidet den kleinen Kreis in den Punkten  $H$  und  $K$ . Es ist also  $OH$  der Minimal-OK der Maximal-Differenzstrom. Die Betriebspunkte, die auf dem grossen Kreise

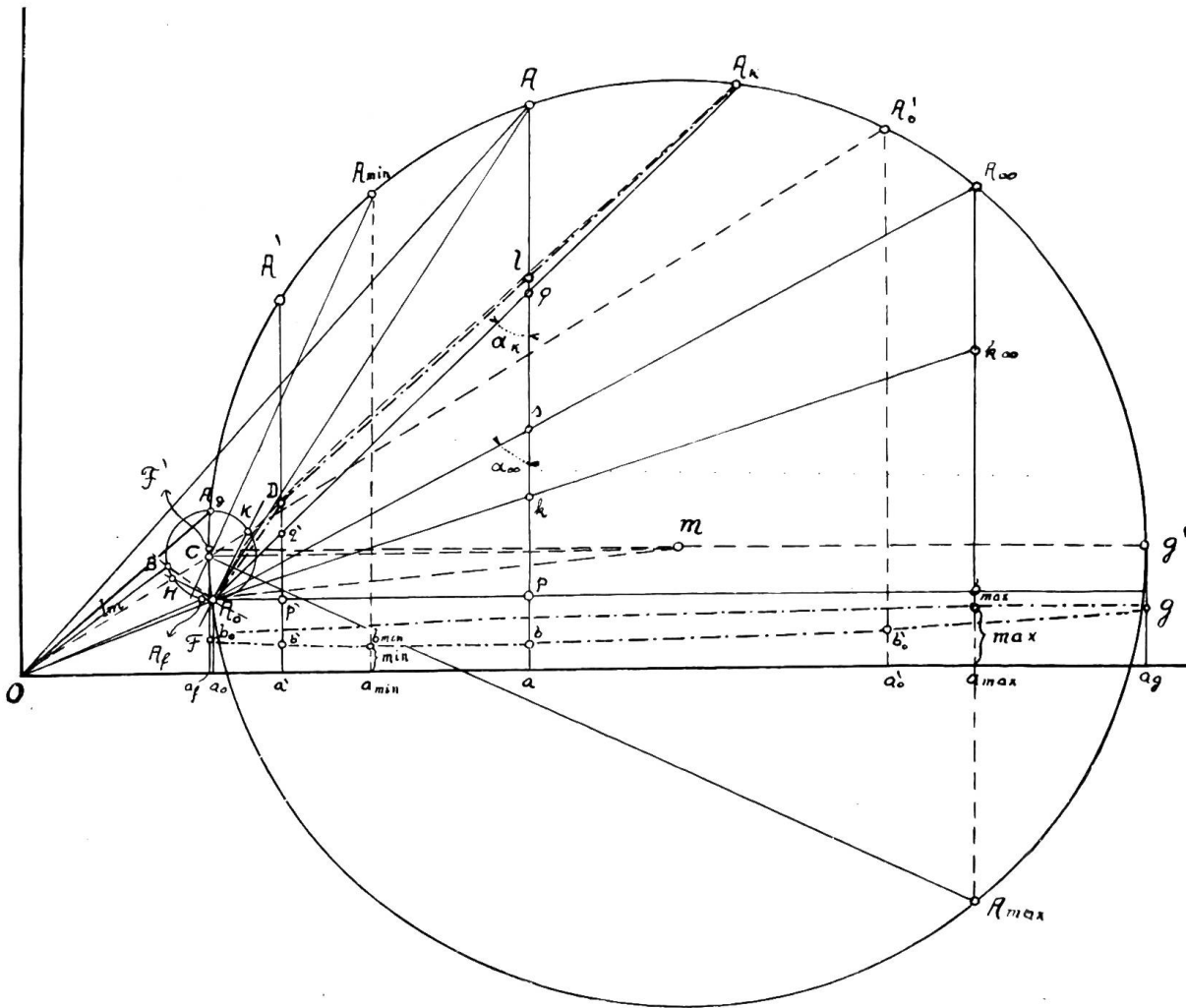


Fig. 6.

hierzu gehören, ergeben sich, indem man  $HA_0$  zieht, von  $C$  die Senkrechte hierauf fällt und deren Schnittpunkt  $A_{\min}$  mit dem grossen Kreise sucht. Der Betriebspunkt  $A_{\min}$  hat dann die kleinsten Zusatzverluste (Strecke  $a_{\min} b_{\min}$ ). Er liegt im Motorbereich. Ebenso ergibt sich  $CA_{\max}$  als Senkrechte auf  $A_0K$  und somit  $a_{\max} b_{\max}$  als maximaler Zusatzverlust. Es ist also:

$$a_{\min} b_{\min} = \overline{OH}^2 \omega L_1 \sin \nu; \quad a_{\max} b_{\max} = \overline{OK}^2 \omega L_1 \sin \nu. \quad (49)$$

Endlich fragen wir noch nach dem Leerlauf-Zusatzverluste und jenem Betriebspunkte bei dem der Zusatzverlust derselbe wie bei Leerlauf ist. Dieser ergibt sich durch Verlängerung des Strahles  $OC$  bis zum Schnitt mit dem grossen Kreise, in  $A_0'$ . Es ist dann

$$a_0 b_0 = a'_0 b'_0 = \overline{OA_0'}^2 \omega L_1 \sin \nu. \quad (50)$$

Man sieht, dass die Fläche, welche die beiden Kurvenäste  $Fb_{\max}G$  und  $Fb_{\min}G$  einschliessen, nur von dem Radius des kleinen Kreises abhängt. Wird dieser Null, so geht die Kurve über in die Horizontale durch  $b_0$ , welcher Punkt aber dann wegen  $\zeta_1 = 0$ , also  $r_1 = 0$  nach  $A_0$  rückt.

Das Stück  $Ab$  unserer Ordinate für einen beliebigen Betriebspunkt, entspricht also der Summe der Glieder  $I$  und  $II$ , d.i. nach (46) und (46b):

$$Ab = \frac{E_1^2}{\omega^2 L_1^2} \frac{n_x^2}{N_x^2} r_1 + \frac{E_1^2}{\omega^2 L_1 L_2} \frac{1 - \tau}{N_x^2} r_2 + \frac{E_1^2}{\omega^2 L_1 L_2} \frac{1 - \tau}{N_x^2} r_b. \quad (51)$$

Dabei stellen die zwei ersten Glieder rechts die Kupferverluste, das letzte Glied die Nutzleistung dar. Zur Trennung dieser beiden Grössen im Diagramm wird bekanntlich die Linie  $A_0 A_k$  benützt. Wir wollen die Zulässigkeit dieser Art der Trennung untersuchen. Zu diesem Zwecke ziehen wir die Horizontale durch  $A_0$ ; diese schneidet die Ordinate eines beliebigen Betriebspunktes  $A$  in  $p$ . Der Schnittpunkt dieser Ordinate mit der Linie  $A_0 A_k$  sei  $q$ . Dann ist:

$$a q = a p + p q = I_0 \cos \varphi_0 + A_0 p \cotg a_k.$$

Den Wert für  $\cotg a_k$  entnehmen wir Gleichung (38), indem wir dort  $\zeta_x = \zeta_2$  setzen; und  $A_0 p = I_1 \sin \varphi_1 - I_0 \sin \varphi_0$ . Es ist also:

$$A_0 p \cotg a_k = (I_1 \sin \varphi_1 - I_0 \sin \varphi_0) \frac{\zeta_1 (1 + \tau) + \sin \nu (\tau + \zeta_1^2 + 2 \zeta_1 \zeta_2) + \zeta_2 (1 - \zeta_1^2 \cos 2 \nu)}{\cos \nu \{ \tau - \zeta_1^2 - 2 \zeta_1 \zeta_2 (1 + \zeta_1 \sin \nu) \}}$$

Die Ausführung dieser sehr langwierigen Rechnung ergibt:

$$\begin{aligned} a q = & \frac{E_1}{\omega L_1} \frac{1}{N_x^2} \{ n_x^2 \zeta_1 + \zeta_2 (1 - \tau) \} - \\ & - \frac{E_1}{\omega L_1} \frac{1}{N_x^2} \frac{2 \zeta_1 (1 - \tau) \{ (\zeta_x - \zeta_2) (\zeta_1 + \zeta_2 + \tau \sin \nu) + \zeta_1 \zeta_2 \zeta_x \sin \nu \}}{\tau - \zeta_1^2 - 2 \zeta_1 \zeta_2 - 2 \zeta_1^2 \zeta_2 \sin \nu} + \\ & + \frac{E_1}{\omega L_1} \frac{1}{N_x^2} \sin \nu (\zeta_x^2 + 2 \zeta_x \tau \sin \nu + \tau). \end{aligned} \quad (52a)$$

Multiplizieren wir diese Gleichung mit  $E_1$ , um vom Ampere- auf den Wattmassstab überzugehen, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} E_1 a q = & \frac{E_1^2}{\omega^2 L_1^2} \frac{n_x^2}{N_x^2} r_1 + \\ & + \frac{E_1^2}{\omega^2 L_1 L_2} \frac{1 - \tau}{N_x^2} r_2 - \frac{E_1^2}{\omega L_1} \frac{1}{N_x^2} \frac{2 \zeta_1 (1 - \tau) \{ (\zeta_x - \zeta_2) (\zeta_1 + \zeta_2 + \tau \sin \nu) + \zeta_1 \zeta_2 \zeta_x \sin \nu \}}{\tau - \zeta_1^2 - 2 \zeta_1 \zeta_2 - 2 \zeta_1^2 \zeta_2 \sin \nu} + \\ & + \frac{E_1^2}{\omega L_1} \frac{1}{N_x^2} \sin \nu (\zeta_x^2 + 2 \zeta_x \tau \sin \nu + \tau). \end{aligned} \quad (52)$$

Das letzte Glied rechts ist nun, wie der Vergleich mit Gleichung (46) lehrt, der Zusatzverlust und die beiden ersten Glieder sind nach Gleichung (51) der Kupferverlust. Es misst also in unserer Figur die Strecke  $bq$  nicht exakt den Kupferverlust, sondern:

$$E_1 b q = \text{Kupferverlust} - \frac{E_1^2}{\omega L_1} \frac{1}{N_x^2} \frac{2 \zeta_1 (1 - \tau) \{ (\zeta_x - \zeta_2) (\zeta_1 + \zeta_2 + \tau \sin \nu) + \zeta_1 \zeta_2 \zeta_x \sin \nu \}}{\tau - \zeta_1^2 - 2 \zeta_1 \zeta_2 - 2 \zeta_1^2 \zeta_2 \sin \nu}.$$

Es ist also  $E_1 b q$  gleich dem Kupferverlust minus einem Korrektionsgliede. Nennen wir  $P_{cu}$  den Kupferverlust, so ist mit Bezug auf Gleichung (52a)

$$E_1 b q = P_{cu} \left\{ 1 - \frac{2 \zeta_1 (1 - \tau) [(\zeta_x - \zeta_2) (\zeta_1 + \zeta_2 + \tau \sin \nu) + \zeta_1 \zeta_2 \zeta_x \sin \nu]}{[(1 + \zeta_x^2 + 2 \zeta_x \sin \nu) \zeta_1 + \zeta_2 (1 - \tau)] (\tau - \zeta_1^2 - 2 \zeta_1 \zeta_2 - 2 \zeta_1^2 \zeta_2 \sin \nu)} \right\} \quad (53)$$

Dieses Korrektionsglied ist eine komplizierte Funktion von:

$$\zeta_x = \frac{r_2 + r_b}{\omega L_2}$$

also von  $r_b$ , dem Belastungswiderstande.

Es ist Null für

$$1. \quad \zeta_x = \infty \quad \text{also für Leerlauf}$$

und für: 
$$2. \quad \zeta_x = \frac{\zeta_2}{1 + \frac{\zeta_1 \zeta_2 \sin \nu}{\zeta_1 + \zeta_2 + \tau \sin \nu}} \quad \text{also für einen}$$

Belastungspunkt, der in nächster Nähe des Kurzschlusses in der Generatorzone liegt, denn es ist jetzt  $\zeta_x < \zeta_2$ . Dazwischen liegen zwei Maxima.

Wir setzen:

$$\begin{aligned} 2\zeta_1(1-\tau)(\zeta_1+\zeta_2+\tau\sin\nu+\zeta_1\zeta_2\sin\nu) &= a; & 2\zeta_1(1-\tau)(\zeta_1+\zeta_2+\tau\sin\nu)\zeta_2 &= b \\ \zeta_1(\tau-\zeta_1^2-2\zeta_1\zeta_2-2\zeta_1^2\zeta_2\sin\nu) &= c; & 2\zeta_1\sin\nu(\tau-\zeta_1^2-2\zeta_1\zeta_2-2\zeta_1^2\zeta_2\sin\nu) &= f \\ (\zeta_1+\zeta_2-\zeta_2\tau)(\tau-\zeta_1^2-2\zeta_1\zeta_2-2\zeta_1^2\zeta_2\sin\nu) &= g. \end{aligned}$$

Nennen wir das Korrektionsglied  $K$ , so ist dieses:

$$K = \frac{\zeta_x a - b}{\zeta_x^2 c + \zeta_x f + g} \quad (54)$$

und somit

$$\frac{dK}{d\zeta_x} = 0 \quad \text{wenn:} \quad \zeta_x = \frac{b}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \frac{g}{c} + \frac{b}{a} \frac{f}{c}}. \quad (55a)$$

Wir können nun, mit erlaubter Annäherung, im Ausdruck für  $a$  die Grösse  $\zeta_1 \zeta_2 \sin \nu$  gegenüber der Summe der drei anderen Glieder vernachlässigen.

Dann wird:

$$\frac{b}{a} = \zeta_2; \quad \frac{g}{c} = \frac{\zeta_1 + \zeta_2(1-\tau)}{\zeta_1}; \quad \frac{b}{a} \frac{f}{c} = 2\zeta_2 \sin \nu$$

oder: 
$$\zeta_x = \zeta_2 \pm \sqrt{1 + \zeta_2^2 + 2\zeta_2 \sin \nu + \frac{\zeta_2}{\zeta_1}(1-\tau)}. \quad (55)$$

D. h.: In der Motorzone wird der Maximalwert des Korrektionsgliedes erreicht für:

$$\zeta'_x = \zeta_2 + \sqrt{1 + \zeta_2^2 + 2\zeta_2 \sin \nu + \frac{\zeta_2}{\zeta_1}(1-\tau)}. \quad (55a)$$

Für einen untersuchten sehr schlechten Motor ergab sich z. B.:

$$\zeta_1 = 0,0343; \quad \zeta_2 = 0,0729; \quad \sin \nu = 0,0369; \quad \tau = 0,227$$

somit:

$$\begin{aligned} a &= 0,053(0,1156 + 0,00009) = 0,00613 \\ b &= 0,053 \cdot 0,1156 \cdot 0,0729 = 0,000447 \\ c &= 0,00758 \\ f &= 0,000559 \\ g &= 0,0200 \end{aligned}$$

somit:  $\zeta'_x = 1,70$

und daher:

$$K_{\max} = \frac{1,70 \cdot 0,00613 - 0,0004}{2,89 \cdot 0,00758 + 1,7 \cdot 0,000559 + 0,200} = \frac{0,00998}{0,0429} = 0,232.$$

Drückt man also den Kupferverlust durch die Strecke  $bq$  aus, so begeht man bei diesem Motor einen maximalen Fehler von 23,2%.

Die wahre Leistungslinie ist nicht die Gerade  $A_0 A_k$ , sondern eine Kurve, die sich nach obigen Angaben konstruieren lässt und den, in der Fig. 7 gezeichneten



Es stellt also in der Fig. 6 die Strecke  $\overline{bs}$  nicht den primären Kupferverlust dar, sondern sie stellt den primären Kupferverlust plus einem Korrektionsgliede dar.



Nennen wir  $P_{\text{icu}}$  den primären Kupferverlust, und setzen wir für  $n_x^2$  und  $n_1^2$  im Nenner die Werte ein, so können wir wieder schreiben:

$$E_1 \overline{b s} = P_{\text{icu}} \left[ 1 + \frac{(1 - \tau) \{ \tau \sin \nu (1 - \tau) - n_1^2 2 \zeta_1 \zeta_x (\zeta_1 + \tau \sin \nu) \}}{(1 + \zeta_x^2 + 2 \zeta_x \sin \nu) \zeta_1 (\tau - \zeta_1^2) (1 + \zeta_1^2 + 2 \zeta_1 \sin \nu)} \right]$$

oder: 
$$E_1 \overline{b s} = P_{\text{icu}} [1 + K_1]$$

nur wenn  $K_1 = 0$  ist, misst die Strecke  $\overline{b s}$  „exakt“ den Primärverlust.

Das ist der Fall:

1. für Leerlauf d. h.  $\zeta_x = \infty$
2. für  $\tau \sin \nu (1 - \tau) = n_1^2 2 \zeta_1 \zeta_x (\zeta_1 + \tau \sin \nu)$

oder für: 
$$\zeta_{x1} = \frac{\tau \sin \nu (1 - \tau)}{2 \zeta_1 (\tau \sin \nu + \zeta_1) n_1^2} \quad (57a)$$

Ist  $\zeta_x < \zeta_{x1}$  so ist das Korrektionsglied  $K_1$  positiv; d. h. die Strecke  $\overline{b s}$  misst *mehr* als den Primärverlust. Ist  $\zeta_x > \zeta_{x1}$  so ist das Korrektionsglied  $K_1$  negativ; d. h. die Strecke  $\overline{b s}$  misst *weniger* als den Primärverlust.

Setzen wir wieder:

$$\begin{aligned} n_1^2 (1 - \tau) 2 \zeta_1 (\zeta_1 + \tau \sin \nu) &= a_1 ; & (1 - \tau)^2 \tau \sin \nu &= b_1 \\ n_1^2 \zeta_1 (\tau - \zeta_1^2) &= c_1 ; & 2 \sin \nu n_1^2 \zeta_1 (\tau - \zeta_1^2) &= f_1 \end{aligned}$$

so wird: 
$$K_1 = \frac{b_1 - a_1 \zeta_x}{\zeta_x^2 c_1 + \zeta_x f_1 + c_1} \quad (57)$$

und somit:

$$\frac{d K_1}{d \zeta_x} = \Theta ; \quad \text{wenn: } \zeta''_x = \frac{b_1}{a_1} \pm \sqrt{1 + \left(\frac{b_1}{a_1}\right)^2 + \frac{b_1}{a_1} \frac{f_1}{c_1}}$$

oder wegen:

$$\frac{f_1}{c_1} = 2 \sin \nu ; \quad \text{wenn: } \zeta''_x = \frac{b_1}{a_1} \pm \sqrt{1 + \left(\frac{b_1}{a_1}\right)^2 + 2 \frac{b_1}{a_1} \sin \nu} .$$

Für den bereits erwähnten Motor ist:

$$a_1 = 0,00227 ; \quad b_1 = 0,00501 ; \quad c_1 = 0,00779 ; \quad f_1 = 0,000576 ;$$

somit: 
$$\zeta''_x = 2,20 \pm 2,45$$

oder: 
$$\zeta''_{x1} = 4,65 ; \quad \zeta''_{x2} = -0,25 .$$

Nach Gleichung (57a) ist:

$$\zeta_{x1} = \frac{b_1}{a_1} = 2,20 .$$

Der Belastungszustand der diesem Werte  $\zeta_{x1}$  entspricht, liegt schon in der Nähe des Leerlaufes.

Aus  $\zeta_x = \zeta_2 + \zeta_b$  folgt  $\zeta_b = \zeta_x - \zeta_2 = 2,20 - 0,0729 = 2,13$

oder: 
$$\zeta_b = \zeta_2 \frac{2,13}{0,0729} = 29,2 \zeta_2 ; \quad \text{oder } r_b = 29,2 r_2 .$$

Unser Fall 2 entspricht also einem Belastungswiderstand, der 29mal so gross ist als der Sekundärwiderstand. Der entsprechende Kreispunkt liegt in der Nähe

von  $A_0$ . Noch näher an  $A_0$  liegt daher der Punkt, der dem Maximum von  $K_1$  in der Motorzone entspricht, denn er ist bestimmt durch  $\zeta''_{x1} > \zeta_{x1}$ .

Fragen wir nach dem Maximum von  $K_1$  für diesen Zustand, so ist:

$$K_1 \zeta''_{x1} = \frac{b_1 - a_1 \zeta''_{x1}}{\zeta''_{x1}^2 c_1 + \zeta''_{x1} f_1 + c_1} = -0,031$$

d. h.: für diesen Motor erreicht das Korrektionsglied in der Betriebszone

$$\zeta_x = \infty \quad \text{bis} \quad \zeta_x = \zeta_{x1}$$

den Maximalwert von 3%. Drückt man in dieser Zone den primären Kupferverlust durch die Strecke  $bs$  aus, so begeht man bei diesem Motor einen maximalen Fehler von 3%, der also gering ist. Dieses spezielle Resultat wird allgemein anwendbar, wenn man den Ausdruck für  $K_1 \zeta''_{x1}$  näher betrachtet.

Mit Rücksicht auf die Grössenordnung der Konstanten ist:

$$\zeta''_{x1} \cong 2 \frac{b_1}{a_1}$$

und ebenso:

$$K_1 \zeta''_{x1} \cong \frac{b_1 - a_1 \zeta''_{x1}}{\zeta''_{x1}^2 c_1} \cong - \frac{b_1}{4 \left( \frac{b_1}{a_1} \right)^2 c_1} \cong - \frac{1}{4} \frac{a_1^2}{b_1 c_1}.$$

Das ist aber immer eine, im Vergleich zur Einheit, sehr kleine Grösse.

*In der Betriebszone:  $\zeta_x = \infty$  bis  $\zeta_x = \zeta_{x1}$  misst also die Strecke  $bs$  den primären Kupferverlust mit genügender Genauigkeit.*

Nun lassen wir  $\zeta_x$  kleiner werden als  $\zeta_{x1}$  und endlich auf Null abnehmen. Dann wird für  $\zeta_x = 0$  oder für  $r_b = -r_2$  nach Gleichung (57).

$$K_1 \zeta_{x0} = \frac{b_1}{c_1} = \frac{(1 - \tau)^2 \tau \sin \nu}{n_1^2 \zeta_1 (\tau - \zeta_1^2)}.$$

Dieser Quotient kann aber infolge der Grössenordnung von Zähler und Nenner sehr namhafte Werte annehmen.

Es ist: 
$$n_1^2 = 1 + \zeta_1^2 + 2 \zeta_1 \sin \nu \cong 1; \quad \tau - \zeta_1^2 \cong \tau$$

und daher: 
$$K_1 \zeta_{x0} \cong \frac{(1 - \tau)^2 \sin \nu}{\zeta_1}.$$

Sind also  $\sin \nu$  und  $\zeta_1$  von gleicher Grössenordnung, wie es z. B. bei dem untersuchten Motor der Fall ist, so erhält  $K_1 \zeta_{x0}$  die Grössenordnung von  $(1 - \tau)^2$ .

Für diesen Motor ist:

$$K_1 \zeta_{x0} = \frac{b_1}{c_1} = \frac{0,00501}{0,00779} = 0,643.$$

D. h.: für den Betriebspunkt  $A_\infty$  ist:

$$E_1 \overline{A_\infty b_\infty} = P_{1\infty_{cu}} \{1 + 0,643\} = 1,643 P_{1\infty_{cu}}.$$

Drückt man den primären Kupferverlust durch die Strecke  $A_\infty b_\infty$  aus, so begeht man einen Fehler von rund 60%.



Das Drehmoment in mkg für einen beliebigen Belastungszustand, charakterisiert durch den Punkt  $A$  ist gegeben durch:

$$M_{\text{mkg}} = \frac{\overline{A k} \text{ (Watt)}}{9,81 \frac{\pi n_0}{30}}$$

wobei  $n_0$  die synchrone Tourenzahl ist.

Die sogenannte „Drehmomentenlinie“ ist also, dieser Theorie zufolge, nicht durch  $A_0 A_\infty$  sondern durch  $A_0 k_\infty$  gegeben.

#### Die Schlüpfung.

Die Schlüpfung  $s$  ergibt sich aus dem Verhältnis  $\frac{k l}{k A}$ .

Denn es ist:  $I_2^2 r_2 = E_1 \overline{k l}$ ;  $I_2^2 (r_2 + r_b) = I_2^2 r_x = E_1 \overline{k A}$

somit:  $\frac{r_2}{r_x} = \frac{k l}{k A}$ ; und da:  $r_x = r_2 \frac{f}{f_s}$

so ist:  $\frac{f_s}{f} 100 = s \% = \frac{k l}{k A} 100$ .

Nehmen wir nun eine beliebige Ordinate  $A a$  heraus, so ist:

$\overline{a b}$  = Zusatzverlust.

$\overline{b k}$  = Primärer Kupferverlust.

$\overline{k l}$  = Sekundärer Kupferverlust.

$\overline{l A}$  = Nutzleistung.

$\overline{A k}$  = Drehmoment.

#### Zusammenfassung.

Wir wollen nun die, vielleicht wenig übersichtlichen, Ergebnisse zusammenfassen und die Konstruktion des Kreisdiagrammes auf Grund der Leerlauf-Kurzschluss- und Widerstandsmessungen durchführen.

Gegeben:  $E_1$ , die konstant gehaltene Primärspannung und  $f$ , die Frequenz.

Gemessen:  $I_0$  und  $\cos \varphi_0$  (Leerlauf);  $I_k$  und  $\cos \varphi_k$  (Kurzschluss);  $r_1$  und  $r_2$  die primären und sekundären Widerstände.

Zu berechnen sind:

$$\cos \nu \text{ aus Gleichung (27)} \quad \cos \nu = \frac{E_1 \sin \varphi_0}{\sqrt{E_1^2 + r_1^2 I_0^2 - 2 E_1 I_0 r_1 \cos \varphi_0}}$$

$$\omega L_1 \text{ aus Gleichung (26)} \quad \omega L_1 = \frac{\sqrt{E_1^2 + r_1^2 I_0^2 - 2 E_1 r_1 I_0 \cos \varphi_0}}{I_0}$$

$$\zeta_1 \text{ aus:} \quad \zeta_1 = \frac{r_1}{\omega L_1}$$

$$L_1 \text{ aus:} \quad L_1 = \frac{\omega L_1}{2 \pi f}$$

$$I_{0i}, \text{ den ideellen Leerlaufstrom aus Gleichung (28)} \quad I_{0i} = \frac{E_1}{\omega L_1}$$



$$\eta = \frac{1}{2} \frac{E_1}{\omega L_1} \frac{2 \zeta_1 \cos \nu + \tau \sin 2 \nu}{\cos \nu \{\zeta_1^2 + \tau (1 + 2 \zeta_1 \sin \nu)\}}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{E_1}{\omega L_1} \frac{1 + \tau \cos 2 \nu}{\cos \nu \{\zeta_1^2 + \tau (1 + 2 \zeta_1 \sin \nu)\}}$$

$$\varrho = \frac{1}{2} \frac{E_1}{\omega L_1} \frac{1 - \tau}{\cos \nu \{\zeta_1^2 + \tau (1 + 2 \zeta_1 \sin \nu)\}}.$$

Nun folgt die Konstruktion des Kreises nach Fig. 3. Wir berechnen ferner nach Gleichung (31) den Winkel  $\varphi_\infty$  aus:

$$\operatorname{tg} \varphi_\infty = \frac{\tau \cos \nu}{\zeta_1 + \tau \sin \nu},$$

ziehen unter dem Winkel  $\varphi_\infty$  den Strahl aus 0 und gewinnen den Punkt  $A_\infty$ .

Den Masstab für den Primärstrom haben wir angenommen. Um den Masstab für den Sekundärstrom zu gewinnen, brauchen wir die Grösse  $M$ , den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion.

Wir berechnen dazu nach Gleichung (36) das  $\zeta_2$  aus:

$$\zeta_2 = \frac{\tau \sin 2 \nu - \operatorname{tg} \varphi_k (1 - \tau \cos 2 \nu + 2 \zeta_1 \sin \nu) + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \varphi_k \{1 - 2 \tau +$$

$$+ \tau^2 \cos^2 2 \nu - 4 \zeta_1 \cos^2 \nu (\zeta_1 + 2 \tau \sin \nu)\} + 4 \tau \operatorname{tg} \varphi_k \cos \nu \cos 2 \nu (\zeta_1 + \tau \sin \nu) + \tau^2 \sin^2 2 \nu}}{2 \operatorname{tg} \varphi_k (\zeta_1 + \sin \nu)}$$

somit:

$$L_2 = \frac{r_2}{\omega \zeta_2}$$

und nach Gleichung (37):

$$M = \sqrt{L_1 L_2 (1 - \tau)}$$

und finden nach Gleichung (35) für einen beliebigen Belastungspunkt:

$$I_2 = \overline{A_0 A} \frac{L}{M} \sqrt{1 + \zeta_1^2 + 2 \zeta_1 \sin \nu}.$$

Nun fragen wir nach dem konstanten Phasenfehler des Sekundärstromes.

Dieser ( $\angle \beta$ ) ergibt sich aus Gleichung (40) mit:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\zeta_1 \cos \nu}{1 + \zeta_1 \sin \nu}.$$

und der Radius  $\varrho_1$  des kleinen Kreises, auf welchem der Endpunkt des Sekundärstromes wandert, folgt aus Gleichung (41b) mit:

$$\varrho_1 \cong \varrho \frac{\zeta_1}{\sqrt{1 + \frac{\zeta_1^2}{2} + \zeta_1 \sin \nu}}.$$

*Konstruktion des kleinen Kreises:* Ziehe  $A_0 M$ , in  $M$  unter dem Winkel  $\beta$  gegen  $A_0 M$  geneigt, einen Strahl, welcher den grossen Kreis in  $C$ , dem Mittelpunkte des kleinen Kreises schneidet. Dann ist:

$$\varrho_1 = \overline{C A_0}.$$

*Spannungsmaßstab:*

$$\overline{OA_k} = \text{konstant gehaltene Primärspannung} = E_1.$$

Für einen beliebigen Belastungspunkt  $A$  ist:

$\overline{AA_k} = E_2' =$  auf den Primärkreis reduzierte Sekundärspannung; und die wahre Sekundärspannung ist:

$$E_2 = \overline{AA_k} \frac{L_2}{M} \sqrt{1 + \zeta_2^2 + 2 \zeta_2 \sin \nu}$$

$\overline{A_0 A_k} = E_{2,0} =$  sekundäre Leerlaufspannung (reduziert auf den Primärkreis).

Der Abfall der Sekundärspannung für einen Belastungspunkt  $A$  ist:

$$\varepsilon = \frac{\overline{A_0 A_k} - \overline{AA_k}}{\overline{A_0 A_k}} 100 \text{ in Prozent.}$$

### Die Bezugslinien.

#### 1. Die Linie der Zusatzverluste $P_z$ .

Nach Gleichung (47) ist der Zusatzverlust dem Quadrate des Differenzstromes  $I_m$  proportional. Es ist:

$$P_z = I_m^2 \omega L_1 \sin \nu.$$

Zur Konstruktion von  $I_m$  für einen beliebigen Belastungspunkt  $A$ , ziehe man  $A_0 A$ , setze in  $A$  ein und beschreibe mit  $A_0 A$  als Radius den kleinen Kreis in  $B$ ; dann ist:  $I_m = \overline{OB}$ .

Nun ziehe man die Ordinate  $Aa$  des Punktes  $A$  und trage  $I_m^2 \omega L_1 \sin \nu$  im Wattmaßstabe, der durch  $A_k a_k$  gegeben ist, auf, so ergibt sich Punkt  $b$ , und es ist:

$$ab = P_z.$$

#### 2. Die Leistungslinie.

Wir berechnen nach Gleichung (55a):

$$\zeta'_x = \zeta_2 + \sqrt{1 + \zeta_1^2 + 2 \zeta_1 \sin \nu + \frac{\zeta_2}{\zeta_1} (1 - \tau)}$$

gehen mit diesem Werte in Gleichung (20) und berechnen das zugehörige  $I_1$  aus:

$$I_1' = \frac{E_1}{\omega L_1} \sqrt{\frac{1 + \zeta_x'^2 + 2 \zeta_x' \sin \nu}{\zeta_1^2 \zeta_x'^2 + (\zeta_1 + \zeta_x')^2 + \tau^2 - 2 \zeta_1 \zeta_x' \tau \cos 2\nu + 2 (\zeta_1 + \zeta_x') (\zeta_1 \zeta_x' + \tau) \sin \nu}}$$

Mit diesem  $I_1'$  (im Ampere-Maßstab) setzen wir in 0 ein und durchschneiden den grossen Kreis in der Motorzone in  $A'$ ; dann ist  $A'$  der Belastungspunkt, der dem Maximalfehler der Linie  $A_0 A_x$  entspricht. Wir ziehen die Ordinate  $A'a'$ .

Nun rechnen wir nach Seite 274 die Konstanten  $a, b, c, f, g$  und hieraus das Korrektionsglied:

$$K = \frac{\zeta'_x a - b}{\zeta_x'^2 c + \zeta'_x f + g}.$$

Dann ist der gesamte Kupferverlust im Belastungspunkte  $A'$  nach Gleichung (53):

$$P_{cu} = \frac{b' q'}{1 - K}.$$



Die Länge  $\frac{b' q'}{1-K}$  von  $b'$  nach oben aufgetragen, ergibt den Punkt  $D$ .

Dann ist der Linienzug  $A_0 D A_k$  die „bessere“ Bezugslinie für die Nutzleistungen, als die Gerade  $A_0 A_k$ .

### 3. Die Drehmomentenlinie.

Ziehen wir die Ordinate  $A_\infty a_\infty$ , so schneidet diese die  $P_z$ -Linie im Punkte  $b_\infty$ . Nun berechnen wir nach Seite 276:

$$b_1 = (1 - \tau)^2 \tau \sin \nu$$

$$c_1 = (1 + \xi_1^2 + 2 \xi_1 \sin \nu) \xi_1 (\tau - \xi_1^2)$$

und bilden:

$$K_1 \xi_{x0} = \frac{b_1}{c_1}.$$

Dann ist der primäre Kupferverlust für  $\xi_x = 0$

$$P_{1\infty cu} = \frac{\overline{A_\infty b_\infty}}{1 + K_1 \xi_{x0}}.$$

Die Länge  $\frac{A_\infty b_\infty}{1 + K_1 \xi_{x0}}$  von  $b_\infty$  nach oben aufgetragen, ergibt den Punkt  $k_\infty$  und  $A_0 k_\infty$  die „bessere“ Drehmomentenlinie, als  $A_0 A_\infty$ .

### 4. Die Schlüpfung.

Die prozentuale Schlüpfung  $s$  in irgend einem Betriebspunkte ist das Verhältnis des Ordinatenabschnittes zwischen den beiden Bezugslinien zu dem Abschnitt, der das Drehmoment darstellt.

$$s = \frac{k l}{k A} 100 \text{ in Prozent.}$$

Den Anlass zu dieser Untersuchung gab die Tatsache, dass bei mehreren untersuchten kleinen Motoren ( $\frac{1}{2} \div 8$  PS) die, aus dem Kreisdiagramm konstruierten Betriebskurven, mit den durch Bremsung gewonnenen, nur sehr roh übereinstimmten. Besonders die Drehmomente ergaben sich aus dem Diagramm immer als zu klein. Konstruiert man das Diagramm nach den obigen Angaben, so ist die Uebereinstimmung eine bedeutend bessere; natürlich entspricht auch diese Theorie der Wahrheit nicht genau.

Wenn man aber dem Kreisdiagramm überhaupt eine theoretische Berechtigung zuerkennt, dann führen konsequente mathematische Schlüsse zu den gegebenen Resultaten, die zum mindesten über die Ungenauigkeiten des Diagrammes einigen Aufschluss geben.

## Eine neue Methode zur Berechnung von Freileitungen.

Von E. Regli, Ing., Bern.

Der Verfasser behandelt, unter strenger Anlehnung an die Kettenlinie, eine neue Berechnungsmethode für Freileitungen, welche auf der Eigenschaft der Aehnlichkeit von Kettenlinien unter sich beruht und hauptsächlich für extreme Fälle (grosser Höhenunterschied der Aufhängepunkte) Anwendung finden kann.

L'auteur expose une nouvelle méthode pour le calcul de résistance nécessaire d'un fil tendu. Cette méthode est basée sur le fait que toutes les chaînettes sont semblables et convient surtout pour les cas où les deux points d'attaches sont placés à un niveau très différents.