

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 14 (1923)
Heft: 11

Artikel: Spannungsverteilung und Temperatur im Dielektrikum von Einleiterkabeln
Autor: Schait, Huldreich
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1057604>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 29.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Spannungsverteilung und Temperatur im Dielektrikum von Einleiterkabeln.

Von Dr. Huldreich Schait, Dipl. Elektro-Ingenieur, Zürich.

Der Autor untersucht auf experimentelle und rechnerische Weise den Einfluss der Temperatur, der Spannung und der Frequenz auf die Spannungsverteilung im Dielektrikum eines Kabels. Er zeigt, dass die übliche Rechnungsweise zur Bestimmung dieser Spannungsverteilung ungenau ist und gibt neue Formeln an, welche der Tatsache Rechnung tragen, dass die Dielektrizitätskonstante keine wirkliche Konstante ist und dass jedes Dielektrikum elektrische Leitfähigkeit besitzt.

Ferner wird auf den physikalischen Vorgang beim Durchschlag fester Isolierstoffe eingetreten und die Sicherheit gegen Durchschlag bestimmt.

L'auteur examine à l'aide d'expériences et par le calcul l'influence de la température, de la tension et de la fréquence sur la répartition de la tension dans le diélectrique d'un câble.

Il démontre que le mode actuel de déterminer cette répartition n'est pas exact et il donne de nouvelles formules qui tiennent compte du fait que la constante diélectrique n'est pas une véritable constante et du fait que chaque diélectrique possède aussi une certaine conductibilité.

Il étudie en outre le phénomène du percement d'un isolant solide et détermine le coefficient de sûreté.

Einleitung.

In der Kabeltechnik berechnet man die Spannungsbeanspruchung der Isolation von Einleiterkabeln nach der Formel:

$$\frac{dV}{dr} = \frac{V}{r \lg \frac{r_2}{r_1}}$$

Dabei bedeutet $\frac{dV}{dr}$ den Spannungsgradienten, V die Spannung zwischen dem Leiter und dem Bleimantel, r_1 den Aussenradius des Leiters und r_2 den Innenradius des Bleimantels. Die Entstehung dieser Gleichung geht auf das von J. C. Maxwell geschriebene Werk „A Treatise on Electricity and Magnetism“ vom Jahre 1873 zurück. In Band I, Art. 126, berechnet Maxwell auf Grund der Potentialgleichung von Laplace die Spannungsverteilung zwischen zwei koaxialen Zylindern und gewinnt dabei diese Formel. O’Gorman, unterstützt von J. Swinburne, war der erste, welcher diese Formel auf Einleiterkabel übertrug. Dies geht aus einer Veröffentlichung O’Gormans im „Journal of the Institution of Electrical Engineers“ des Jahres 1901, Band XXX, Seite 608, betitelt „Insulation on Cables“, hervor.

Maxwell dachte sich zwischen den koaxialen Zylindern ein homogenes und verlustfreies Dielektrikum, dessen Dielektrizitätskonstante als eine tatsächliche Konstante anzusehen ist. Die von ihm aufgestellte Formel enthält deshalb keine den Stoff des Mediums charakterisierende Materialkonstante. O’Gorman unterliess es, zu untersuchen, ob diese Annahme für die Kabelisolation gemacht werden darf.

Die Isolation von Starkstromkabeln wird heute ohne Ausnahme aus imprägniertem Papier, das möglichst kompakt den Leiter umgibt, hergestellt. Die so gebildete Isolierhülle kann zur Berechnung der Spannungsverteilung als homogen angesehen werden. Das Kabeldielektrikum ist bekannterweise mit Verlusten, die der Leitfähigkeit, sowie der dielektrischen Nachwirkung zuzuschreiben sind, behaftet. Die Materialkonstanten des Isolierstoffes können Spannungs-, Frequenz- und Temperaturabhängigkeit besitzen. In der vorliegenden Arbeit wird die Spannungsverteilung in Einleiterkabeln unter praktischer Berücksichtigung der wirklichen Verhältnisse bestimmt.

Die Leitfähigkeit der Kabelisolation im Bereich der Betriebsspannungen ist sehr klein, im Gebiete der Durchschlagsspannung aber sehr gross. Daraus ergibt sich, dass die Kabelhülle mit steigender Spannung ihre dielektrischen Eigenschaften immer mehr verliert und diejenigen eines Halbleiters annimmt. Da es in der Kabeltechnik vor allem wichtig ist, die Spannungsbeanspruchung in einem Kabel bei seiner Normalspannung, sowie bei seiner Durchschlagsspannung zu kennen, und da das soeben genannte Verhalten der Kabelisolation bei diesen Spannungen eine wesent-

liche Vereinfachung der Aufgabe gestattet, erschien es angezeigt, sich bei der Berechnung der Spannungsverteilung auf diese zwei praktisch interessanten Fälle zu beschränken.

Sieht man nämlich von dem geringfügigen Leistungsstrom, sowie von dem kleinen Kapazitätsstrom des Kabels bei Normalspannung ab, dann kann man zwischen Leiter und Bleimantel ein elektrostatisches Feld annehmen. Die Elektrostatik kennt als Materialkonstante nur die Dielektrizitätskonstante. Diese war auf Spannungs-, Frequenz- und Temperaturabhängigkeit zu untersuchen. Die Temperaturbeeinflussung war zu prüfen, weil das im Betrieb stehende Kabel drei Wärmequellen, die ein Temperaturgefälle im Dielektrikum erzeugen, aufweist. Diese Quellen sind: Die Joulesche Wärme des Leiters (Betriebsstromwärme), diejenige des Bleimantels (Wirbelstromwärme) und endlich diejenige der Isolation (dielektrische Stromwärme). Die beiden zuletzt genannten Wärmequellen tragen im normalen Betriebe wenig zur Bildung des Temperaturgefälles zwischen Leiter und Bleimantel bei und wurden daher in diesem Falle nicht berücksichtigt. Um die Temperaturverteilung in der Kabelisolation berechnen zu können, musste der spezifische Wärmewiderstand des Isoliermaterials sowie dessen Beeinflussung durch die Temperatur bestimmt werden. Da die Leitfähigkeit nicht nur mit steigender Spannung, sondern auch mit wachsender Temperatur zunimmt, war im weitern zu untersuchen, bis zu welcher Temperatur die oben erwähnte Vernachlässigung der Leitfähigkeit als zulässig erscheint.

Wird ein Kabel mit einer Spannung, die in der Nähe seiner Durchschlagsspannung liegt, beansprucht, dann geht es infolge der nunmehr hohen Leitfähigkeit des Isoliermaterials nicht mehr an, in demselben ein elektrostatisches Feld anzunehmen. Es erweist sich dann als zutreffend, die Spannungsverteilung in der Isolierhülle nach dem ohmschen Gesetz, wie es für Halbleiter gebräuchlich ist, zu berechnen. Die Materialkonstante, in diesem Falle die Leitfähigkeit, musste auf Spannungs-, Frequenz- und Temperaturabhängigkeit untersucht werden. Das Temperaturgefälle zwischen Leiter und Bleimantel wird nun in der Hauptsache durch die Stromwärme der Isolation bedingt, und musste dementsprechend berechnet werden.

In der Elektrotechnik ist es üblich, ein mit Verlusten behaftetes Dielektrikum durch eine reine Kapazität mit parallel geschaltetem Widerstande schematisch zu ersetzen. Dass dieses Ersatzschema zur Berechnung der Spannungsverteilung in einer Kabelisolation nicht verwendet werden darf, wird im rechnerischen Teil dieser Arbeit begründet.

An dieser Stelle danke ich Herrn Prof. Dr. W. Kummer für das rege Interesse, das er stets dieser Arbeit entgegenbrachte, und für seine Bemühungen, experimentelle Untersuchungen, die des Mitwirkens der Kabelindustrie bedurften, zu ermöglichen. Herrn Prof. Dr. P. Debye, Direktor des physikalischen Institutes der E. T. H., und Herrn Ingenieur W. Dübi, Direktor der Kabelwerke Brugg A.-G., danke ich für die freundliche Ueberlassung von Laboratorien, Apparaten und Versuchsmaterial. Ebenso danke ich dem Laboratoriums-Ingenieur des Kabelwerkes, Herrn E. Schneberger, für seine Mitwirkung bei den Versuchen.

I. Die experimentellen Untersuchungen.

1. Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten.

a) Gleichstromversuch bei Niederspannung.

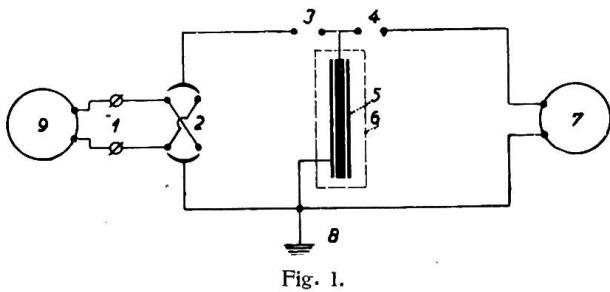
a) Entladung des Kabels auf ein Galvanometer.

Dieser Versuch wurde im physikalischen Institut der Eidgenössischen Technischen Hochschule ausgeführt. Die Versuchsanordnung zeigt Fig. 1.

Der Versuch wurde an Kabelstücken von nur 208 cm Länge ausgeführt, was gestattete, mit einer kleinen Heizeinrichtung auszukommen. Die Heizung war eine elektrische Widerstandsheizung und befand sich in einer mit Asbest ausgekleideten Holzkiste. Der Heizdraht verlief in der Längsrichtung der Kiste und war gleichmäßig um das Kabel herum angeordnet. Dies sicherte eine konstante Temperatur

längs des Kabels. Vor jeder Messung wurde der gewünschte Temperaturpunkt mindestens 10 Stunden lang innegehalten, damit das Kabel durch und durch die mit Thermo metern abgelesene Kistenraumtemperatur besitze. Im Laufe der Messungen zeigte sich, dass ein dickeres Kabel nach ca. 3 Stunden, ein dünneres nach ca. 2 Stunden gleichmässig durchwärmte war, was aus den dann konstanten Galvanometerausschlägen hervorging. Es sei gleich hier gesagt, dass ein mehrtägiges Belassen auf eine und derselben Temperatur keine Änderung des Galvanometerausschlages bewirkte.

Das Kabel wurde mit der Gleichstromquelle ca. eine Minute lang geladen, dann von derselben abgetrennt und darauf über das Galvanometer entladen. Der Galvanometerausschlag ist der Kapazität des Kabels proportional, insofern die Spannung konstant gehalten wird. Dieser Schaltvorgang wurde anfänglich mit einer von Hand zu betätigenden Wippe vorgenommen; dabei erwies sich die Einrichtung infolge der Beeinflussung des Galvanometerausschlages durch die bei Handbetätigung sich ergebenden variablen Schaltzeiten als unbrauchbar. Der Einbau eines Helmholtzpendels an Stelle der Wippe sicherte eine stets gleiche Schaltgeschwindigkeit und gestattete, die Schaltzeiten sehr kurz zu halten. Bei geschlossener Stellung von Kontakt 3 und offener Stellung von Kontakt 4 des Pendels ging die Ladung des Kabels vor sich. Eine



Die in dieser Fig. verwendeten Ziffern haben folgende Bedeutung:

1 Gleichstromquelle	5 Kabel
2 Wippe	6 Heizkiste
3 Öffnungskontakt des Helmholtz-	7 Spiegelgalvanometer
4 Schliesskontakt	8 Erde
pendels	9 Voltmeter

elektrische Auslösevorrichtung brachte das Pendel zum Fallen. Beim Durchgang desselben durch seine vertikale Lage wurde Kontakt 3 geöffnet und mit einer zeitlichen Nachheilung Kontakt 4 geschlossen. Im Schliessenmoment dieses Kontaktes entlud sich das Kabel auf den Galvanometerkreis. Die zeitliche Nachheilung ergibt sich mit hinreichender Genauigkeit aus der Gleichung

$$t = \frac{s}{\sqrt{2 g l}}$$

Darin bedeutet t die Nacheilzeit, s den Weg, den das Pendel nach dem Öffnen von Kontakt 3 bis zum Schliessen des Kontaktes 4 durchläuft, g die Erdbeschleunigung und l die Pendellänge. Der Weg s konnte mit einer Mikrometer schraube zwischen 2 und 35 mm variiert werden. Die Kontaktöffnung des Schliesskontakte betrug 2 mm, die Pendellänge 40 cm. Dem Wegminimum entspricht eine Zeit von 0,0007 sec., dem Wegmaximum eine solche von 0,013 sec. Bei allen Wegeinstellungen zwischen 2 und 35 mm waren die Galvanometerausschläge dieselben; daraus folgt, dass das Kabel trotz seiner unvollkommenen Isolationsfähigkeit in einer Zeit von 0,013 sec., noch keine merkbare Ladungsmenge verloren. Auch bei Temperaturen des Kabels von ca. 70° C ergab sich für alle möglichen Wegeinstellungen die Konstanz der Galvanometerausschläge. Während der Versuche war der Weg s stets auf

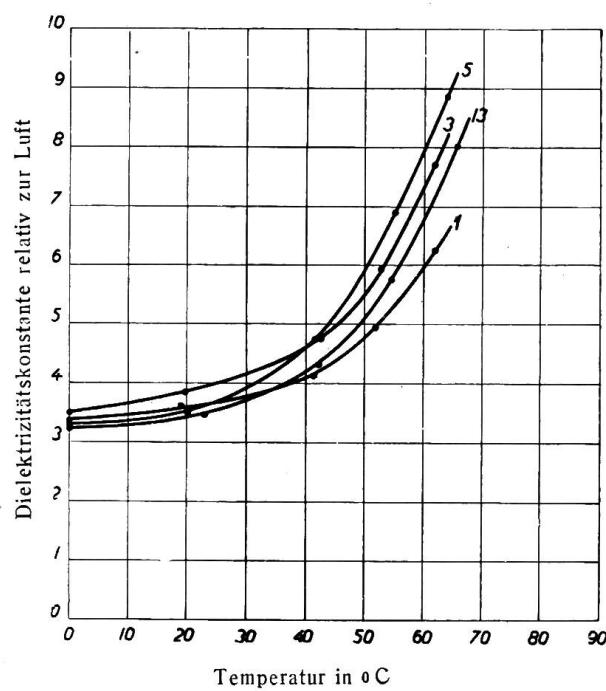


Fig. 2

Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der Temperatur für das Dielektrikum der Kabel Nr. 1, 3, 5 und 13, bei Gleichstrom.

2 mm eingestellt, was gerade der Kontaktöffnung des Schliesskontaktes gleichkommt. Die stromführenden Pendelbestandteile waren durch Bernstein und die Leitungsführungen der Versuchsanordnung durch Paraffin gegen Erde abgestützt. Die Leitungseinführungen in die Heizkiste bestanden aus Quarz. Das Heraustropfen der Kabelmasse aus den Kabeln wurde durch Anbringen von Metallkappen mit Gummidurchführungen an die Kabelenden vermieden. Dieselbe Massnahme verhinderte das Eindringen von Eiswasser bei der Messung mit 0° C; das Kabelende mit der Zuleitung zur Kabelseele wurde mittels einer Lehmschicht vom Eise getrennt. Die Wippe 2 diente zur Stromwendung, da sowohl der links- als auch der rechtsseitige Galvanometerausschlag beobachtet wurde. Die Kapazität der Zuleitung konnte wegen ihrer Kleinheit vernachlässigt werden, wie auch die Restladungen der Kabel. Die Kabelausdehnung infolge der Erwärmung war praktisch gleich Null; dies erlaubt, die Dielektrizitätskonstante als das Verhältnis der gemessenen Kapazität zur Kapazität des kalten und mit Luft als Dielektrikum gedachten Kabels aufzufassen. Den Galvanometerausschlag eichte man mit einer Normalkapazität von Siemens & Halske, welche als kleinsten Wert 0,001 μF aufwies. Die Messung mittels Gleichstrom erfolgte für jede Versuchstype an zwei Exemplaren, um von Zufälligkeiten in der Fabrikation möglichst frei zu sein. Die gefundenen Ungleichheiten in der Kapazität der zusammengehörenden Stücke blieben im Bereich der Messfehler, weshalb die mit geraden Nummern bezeichneten Kontrollstücke in den folgenden Tabellen nicht aufgeführt werden.

Die Daten der untersuchten Kabel sind aus folgender Zusammenstellung zu entnehmen:

Tabelle I

Kabel-No.	Betriebs spannung kV	Nenn strom A	Seel- querschnitt mm ²	Seeldurch- messer mm	Isolations- dicke mm	Papier- dicke mm	Durch- messer über Blei mm	Kabel- länge cm
1	30	350	135	15	12	0,15	46	208
3	15	350	100	13	10	0,20	38	208
5	8	120	50	9,3	4	0,10	20,5	208
13	6	80	16	4,5	5	0,15	18	208

Die in der Tabelle fehlenden ungeraden Kabelnummern beziehen sich auf Kabel, die sich von den aufgeführten entweder durch die Papierdicke oder dann durch den Fabrikationsgang unterscheiden. Da weder die Papierdicke noch die Art der Fabrikation einen wesentlichen Einfluss auf den Verlauf der Dielektrizitätskonstanten zeitigte, wurden auch die Messresultate dieser Kabelausführungen weggelassen. Die Messwerte der in obiger Zusammenstellung enthaltenen Kabeltypen enthält die folgende Tabelle II. Die in letzterer aufgeführten Kapazitätswerte wurden je nach der Grösse des Galvanometerausschlages mit Spannungen von 36 bis 154 Volt gemessen. Letzterer betrug 180 mm bei 154 Volt und 0,001 μF .

Tabelle II

Kabel No. 1.			Kabel No. 3.			Kabel No. 5.			Kabel No. 13.		
Temperatur °C	Kapa- zität $10^{-3} \mu F$	Dielek- trizitäts- konstante 1	Tempe- ratur °C	Kapa- zität $10^{-3} \mu F$	Dielek- trizitäts- konstante 1	Tempe- ratur °C	Kapa- zität $10^{-3} \mu F$	Dielek- trizitäts- konstante 1	Tempe- ratur °C	Kapa- zität $10^{-3} \mu F$	Dielek- trizitäts- konstante 1
0	0,406	3,35	0	0,431	3,50	0	0,619	3,31	0	0,319	3,22
9	0,437	3,62	19,5	0,471	3,83	20	0,659	3,53	23	0,342	3,46
41,5	0,498	4,12	42,5	0,587	4,77	41,5	0,880	4,71	42	0,425	4,29
52	0,597	4,93	52,5	0,731	5,94	55	1,283	6,87	54,5	0,569	5,75
62	0,758	6,26	62	0,984	7,71	64	1,657	8,85	65,5	0,791	7,99

Fig. 2 veranschaulicht den Verlauf der Dielektrizitätskonstanten in Funktion der Temperatur.

b) Ladung des Kabels über ein Galvanometer.

Dieser Versuch wurde im Laboratorium der Kabelwerke Brugg A.-G. ausgeführt. Fig. 3 stellt die Versuchsanordnung dar.

Bei der Feststellung der Dielektrizitätskonstanten nach Fig. 3 mittels erster Galvanometerausschläge kam nur noch die Kabeltype No. 3 zur Verwendung. Die Versuchslänge dieses Kabels betrug 400 cm und wurde zwecks Erwärmung in einen Metallkübel, der mit Oel gefüllt war, verbracht.

Mit einem ins Oel versenkten elektrischen Heizwiderstand konnten die gewünschten Temperaturen eingestellt werden. Damit beim Erhitzen ein Heraustreten der Imprägniermasse nicht stattfinden kann, wurden die Kabelenden aufgebogen und den zum Oelbad hervortretenden Enden die Bleimäntel abgenommen. Die angegebenen 400 cm bezogen sich auf die unverletzte Kabellänge. Die Messung erfolgte mittels Gleichstromkapazität von Siemens & Halske vorgenommen. Die ermittelten Kapazitätswerte enthalten Tabelle III, auch zeigt sie die aus letzteren berechneten Dielektrizitätskonstanten.

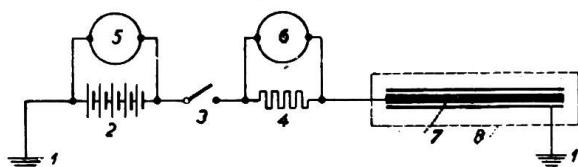


Fig. 3

Die in dieser Fig. verwendeten Ziffern haben folgende Bedeutung:

1 Erde	5 Voltmeter
2 Gleichstromquelle	6 Spiegelgalvanometer
3 Schalter	7 Kabel
4 Shunt	8 Oelbad

bei 300 Volt, die Eichung des Galvanometerausschlages wurde mit einer Normalkapazität von Siemens & Halske vorgenommen. Die ermittelten Kapazitätswerte enthalten Tabelle III, auch zeigt sie die aus letzteren berechneten Dielektrizitätskonstanten.

Tabelle III

Kabel No. 3		
Temperatur °C	Kapazität $10^{-3} \mu F$	Dielektrizitätskonstante $\epsilon \frac{10^{-12}}{0.9} \left(\frac{\text{sec}}{\text{cm}} \right)^2$
11	0,83	3,51
29	0,93	3,94
50	1,39	5,90
65	2,20	9,30
90	4,72	20,0

Der graphische Verlauf der Dielektrizitätskonstanten mit der Temperatur ist in Fig. 4 wiedergegeben.

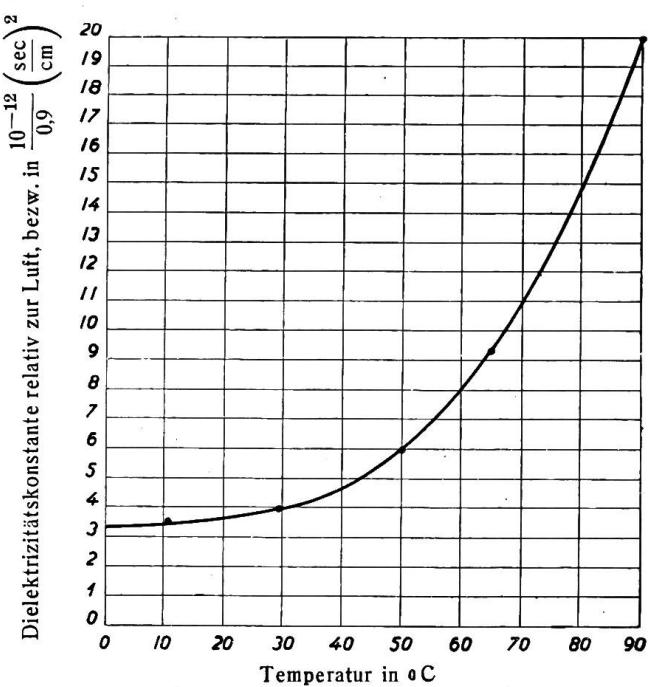
b) Wechselstromversuche.

Sämtliche Wechselstromversuche wurden in den Laboratorien der Kabelwerke Brugg A.-G. ausgeführt.

a) Periodenzahl 800 bei Niederspannung.

Bei der Untersuchung kam die von Max Wien¹⁾ für Kapazitäts- und Ableitungsmessungen ausgearbeitete Wheatstonebrücke zur Anwendung, die in Fig. 5 zu ersehen ist.

Das Versuchskabel, sowie die Einrichtung, dasselbe zu erwärmen, wurden vom vorhergehenden Versuch übernommen. Die Stromquelle 1 lieferte Wechselstrom von 800 Perioden, welcher von einem mit einer Elektronenröhre angeregten Schwingungskreise erzeugt wurde. Jeder der reaktanzfreien Widerstände 2 war auf 1000 Ohm eingestellt. Der ebenfalls reaktanzfreie Widerstand 3 konnte in den Grenzen von 0



Verlauf der Dielektrizitätskonstanten in Funktion der Temperatur für das Dielektrikum von Kabel No. 3 bei Gleichstrom.

¹⁾ M. Wien, Wied. Ann. 44, 1891, S. 689.

bis 10 000 Ohm geändert werden. Die variable Kapazität 4 war gebildet aus Glimmerkondensatoren mit parallel liegendem Luftkondensator und erlaubte eine Kapazitätsregulierung von $60 \cdot 10^{-6} \mu F$ bis zu $0,999 \mu F$. Telefon und Widerstände waren Fabrikate von Siemens & Halske, der Schwingungskreis und die Kondensatoren solche von Sullivan, in London. — Bei Gleichgewicht der Brücke besteht die Proportion:

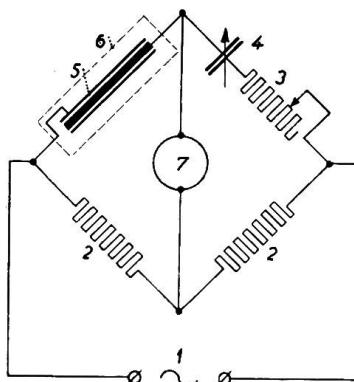


Fig. 5.

Die in dieser Fig. vorkommenden Ziffern bedeuten:

- 1 Wechselstromquelle von 10 Volt
- 2 und 3 ohmsche Widerstände
- 4 Kondensator von variabler Kapazität
- 5 Kabel
- 6 Heizvorrichtung
- 7 Telefon

Die bei den verschiedenen Kabeltemperaturen gemessenen Kapazitätswerte, sowie die sich daraus ergebenen Dielektrizitätskonstanten sind in Tab. IV aufgeführt.

Fig. 6 zeigt den Verlauf der Dielektrizitätskonstanten in Funktion der Temperatur.

β) Periodenzahl 50, bei Hochspannung.

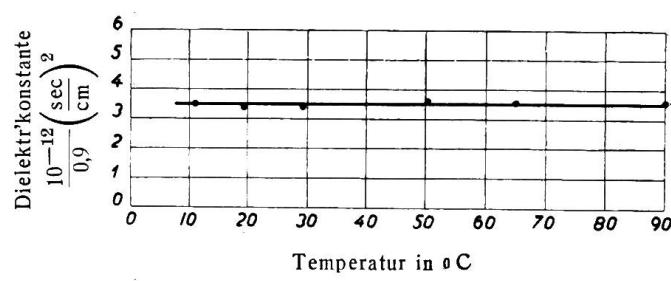
Eine von H. Schering²⁾ angegebene Brückenmethode, die speziell für Hochspannungsmessungen ausgedacht ist, kam bei diesem Versuch zur Anwendung. Da bei den später aufgeführten Verlustmessungen diese Methode wiederkehrt, so sei dann an jener Stelle die Apparatur, die Präparation der Kabelenden, die Abschirmmassnahmen und andere wichtige Einzelheiten beschrieben. Auch soll das Schema und die Gleichungen erst an dieser Stelle besprochen werden. Hier seien nur die Resultate wiedergegeben, die in Tabelle V zusammengestellt und in Fig. 7 graphisch dargestellt sind.

γ) Periodenzahl $16\frac{2}{3}$ bei Hochspannung.

Die Versuchsanordnung war, bis auf das Nullinstrument, dieselbe wie unter 1 b), β. Während bei den Untersuchungen mit einer Wechselstromquelle von der Frequenz 50 ein Vibrationsgalvanometer in die Messbrücke eingeschaltet wurde, diente zum Versuche mit einer Wechselstromquelle von $16\frac{2}{3}$ Perioden ein Saitengalvanometer zur Festlegung des Brückengleichgewichtes. Diese Änderung wurde vorgenommen, da das verwendete Vibrationsgalvanometer für $16\frac{2}{3}$ Perioden keine Resonanzlage besass.

Tabelle IV

Kabel No. 3		
Temperatur °C	Kapazität $10^{-3} \mu F$	Dielektrizitätskonstante $\epsilon \cdot 10^{-12} \left(\frac{\text{sec}}{0,9 \text{ cm}} \right)^2$
11	0,86	3,50
19	0,84	3,41
29	0,83	3,38
50	0,87	3,54
65	0,87	3,54
90	0,88	3,58



Dielektrizitätskonstante der Kabelisolierung bei verschiedenen Temperaturen derselben von Kabel No. 3 bei Wechselstrom und 800 Per.

²⁾ H. Schering, Zeitschrift für Instrumentenkunde 40, 1920, S. 124.

Die Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten bei der Frequenz $16\frac{2}{3}$ zeigte die gleichen Resultate wie bei der Frequenz 50. Die in Fig. 7 veranschaulichten Versuchsergebnisse sind deshalb auch für die Frequenz $16\frac{2}{3}$ als zutreffend festgestellt.

Tabelle V

Temperatur °C	Kabel No. 3			
	Messspannung 30 kV		Messspannung 45 kV	
	Kapazität $10^{-3} \mu F$	Dielektr'konstante $\epsilon \frac{10^{-12}}{0,9} (\text{sec/cm})^2$	Kapazität $10^{-3} \mu F$	Dielektr'konstante $\epsilon \frac{10^{-12}}{0,9} (\text{sec/cm})^2$
11	0,814	3,45	0,876	3,71
29	0,832	3,53	0,876	3,71
50	0,845	3,58	0,890	3,77
65	0,845	3,58	0,890	3,77
90	0,863	3,66	0,915	3,88

bleibende Ausschläge zu beobachten waren und wobei die Eichung des Galvanometers über einen Vergleichswiderstand von 100 000 Ohm erfolgte. Die Messung wurde wiederum in Brugg am Kabel No. 3 mit der Länge von 400 cm vorgenommen. Die

dabei ermittelten Leitfähigkeiten sind aus Tabelle VI zu ersehen. Die bezüglichen Werte wurden aus demjenigen Galvanometerausschlag berechnet, der sich nach einer Minute Stromdurchgang durch das Kabel dielektrikum einstellte.

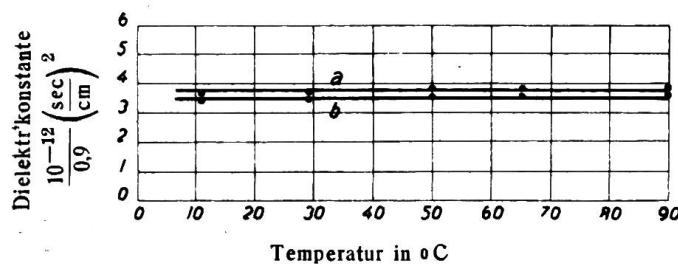


Fig. 7

Dielektrizitätskonstante der Kabelisolation bei verschiedenen Temperaturen derselben von Kabel No. 3 bei Wechselstrom, 50 Perioden und den Messspannungen 45 kV, Kurve a, und 30 kV, Kurve b.

Fig. 8 zeigt den Verlauf der Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur.

b) Wechselstromversuch bei Hochspannung.

Die unter 1 b) erwähnte Messbrücke diente zu dieser Untersuchung. Es sei nun hier, wie vorgesehen, auf die Beschreibung der Methode eingetreten. Fig. 9 zeigt die Anordnung schematisch.

Der Kondensator C_L muss verlustfrei sein. Zu diesem Zwecke wurde ein Zylinderkondensator mit Luft als Dielektrikum gebaut. Der äussere Zylinder, der an beiden Enden zu Trichtern erweitert war, erhielt den nicht geerdeten Pol des Transformators. Der innere Zylinder wurde koaxial in den äusseren Zylinder gestellt und war in drei Zylinder unterteilt. Während die beiden äusseren Zylinder dieser Unterteilung an Erde lagen, war der mittlere Zylinder von Erde isoliert. Damit wollte man ein möglichst gleichförmiges elektrisches Feld im Luftkondensator schaffen. Das Auftreten von Sprühverlusten wurde durch Auslaufen der Zylinder in Wulste und Kugelflächen vermieden. Das Verhältnis der Radien des äusseren und des inneren Zylinders betrug e , die Basis der natürlichen Logarithmen. In diesem Falle ist die Kapazität in cm gerade gleich der halben Länge des inneren mittleren Zylinders, die bei der vorliegenden Konstruktion 40 cm ausmacht. Im Dunkeln zeigte dieser Luftkondensator bei 100 kV Spannung noch kein Glimmen. Mit dem Messtisch, der die reaktanzfreien Widerstände R_1 und R_2 und die variable Kapazität C_V trug, ging

Temperatur °C	Kabel No. 3	
	Leitfähigkeit der Versuchslänge 10^{-12} Ohm	Leitfähigkeit pro cm 10^{-12} Ohm
11	6,0	0,0150
29	11,1	0,0278
50	32,6	0,0815
65	114	0,285
90	835	2,09

man, um die Kapazität der Leitungen möglichst klein zu halten, bis auf ca. 3 m an die Hochspannung heran. Damit jedoch die Messapparate auf dem Tische durch die elektrischen Felder der Hochspannung führenden Teile nicht beeinflusst wurden, umgab ein feinmaschiges geerdetes Drahtgewebe den Messtisch. Die Zuleitungen zu letzterem verliefen in weiten geerdeten Bleirohren. Parallel zu den Widerständen R_1 und R_2 lagen Funkenstrecken, um bei einem eventuellen Durchschlag der Hochspannung die Apparate zu erden. R_1 und R_2 konnten in den Grenzen von 0 bis 11110 Ohm variiert werden. C_V erlaubte Kapazitätswerte von 0,0001 μF einzustellen. Die Apparate waren Fabrikate von Siemens & Halske, das Vibrationsgalvanometer, welches bei der Frequenz 50 und 500 Ohm Widerstand pro ein Mikroampere 60 mm Ausschlag auf 1 m Skalenabstand gab, war ein

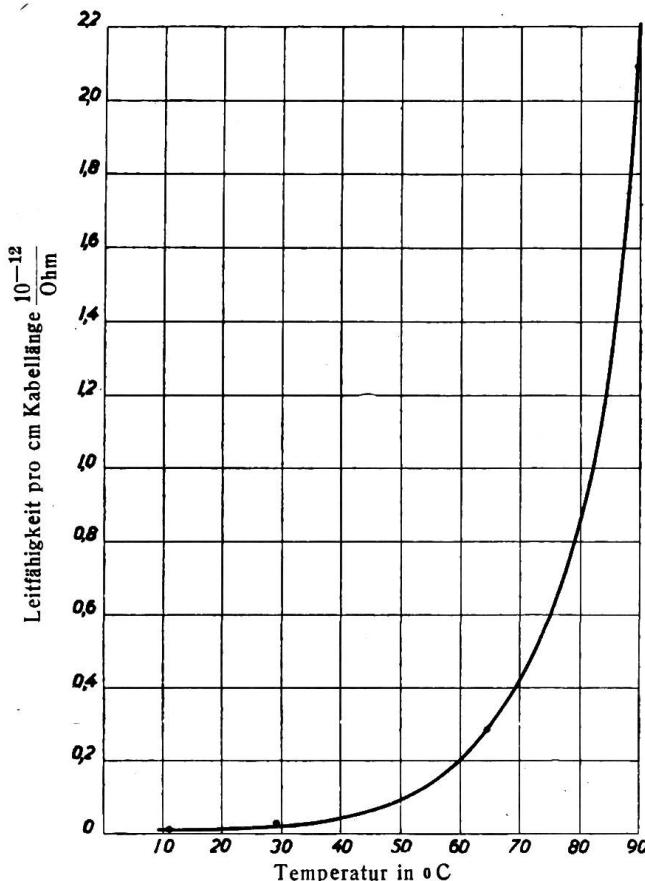


Fig. 8

Leitfähigkeit in Funktion der Temperatur des Dielektrikums von Kabel No. 3 bei 300 Volt Gleichstrom.

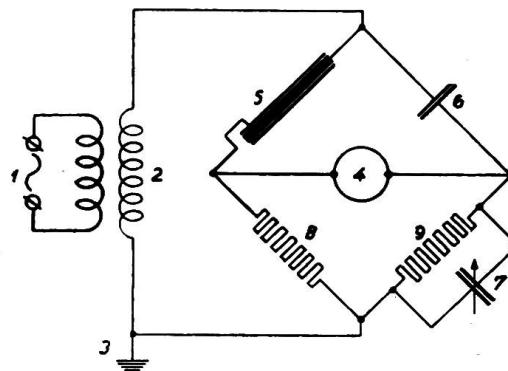


Fig. 9

Die verwendeten Ziffern bedeuten:

1 Wechselstromquelle, 50 Perioden

2 Transformator $\frac{625}{150\,000}$ Volt

3 Erde

4 Vibrationsgalvanometer

5 Kabel (C_k)

6 Luftkondensator (C_L)

7 Variabler Kondensator (C_V)

8 (R_1) u. 9 (R_2) Ohmsche Widerstände

Fabrikat der Firma „The Cambridge and Paul Instrument Company“, in London.

Zur Vermeidung der Oberflächenentladungen an den Kabelenden wurden die auf 1 m Länge des Bleimantels entblößten Enden in Hartpapierrohre verlegt und letztere mit Kabelmasse ausgegossen. Zur Abfuhr allfälliger Kriechfunken wurde an den Enden des Bleimantels je ein 4 cm langer Ring abgetrennt, der geerdet wurde. Die Länge des Kabels mit unversehrtem Bleimantel betrug 400 cm. Die Untersuchung wurde nur an der Kabeltype No. 3 vorgenommen, wofür folgende Begründung in Betracht fällt. Die beschriebene Messbrücke gestattete genaue Messungen bis hinunter zu 30 kV. Die Kabel No. 5 und 13, die Betriebsspannungen von 6 und 8 kV besitzen, schieden somit aus. Das Kabel No. 1 mit einer Betriebsspannung von 30 kV hätte eine sehr kostspielige Heizeinrichtung bedingt, deren Beschaffung sich nicht rechtfertigte, da die Fabrikation der Kabel No. 1, 3, 5 und 13 aus einem und demselben Fabrikationsgang hervorging und somit wesentlich verschiedene Messresultate nicht zu erwarten waren.

Was die Theorie der Scheringschen Messbrücke anbelangt, so sei hier auf die betreffende Literatur³⁾ hingewiesen. Die Relation:

$$C_k = C_L \frac{R_2}{R_1}$$

³⁾ A. Semm, Verlustmessungen bei Hochspannung. Archiv für Elektrotechnik 9, 1920, S. 30.

diente uns im Abschnitte 1 *b), β)* zur Berechnung der Kapazitätswerte der Tabelle IV. Der Ausdruck:

$$W_D = \frac{V^2}{R_1} \frac{C_L}{C_v} \sin^2 \delta$$

stellt nun die Verluste im Kabeldielektrikum dar, wobei V die angelegte Spannung und δ den Verlustwinkel im Brückenzweig des Kabels bedeuten. Die Beziehung

$\operatorname{tg} \delta = -R_2 C_v \omega$ gestattet die Berechnung des Verlustwinkels. Für kleine Winkel, was im vorliegenden Fall zutrifft, kann $\operatorname{tg} \delta = \sin \delta$ gesetzt werden. Der Phasenwinkel φ im Kabeldielektrikum ist das Komplement des Winkels δ . Die folgende Zusammenstellung (links von Tabelle VI) orientiert über die beim Brückengleichgewicht abgelesenen Apparateeinstellungen.

Aus obigen Daten lassen sich der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ des Kabels, sowie dessen Verluste zu den in der Tabelle VII aufgeführten Werten berechnen. Fig. 10 zeigt graphisch den Verlauf dieser Werte über der Temperatur.

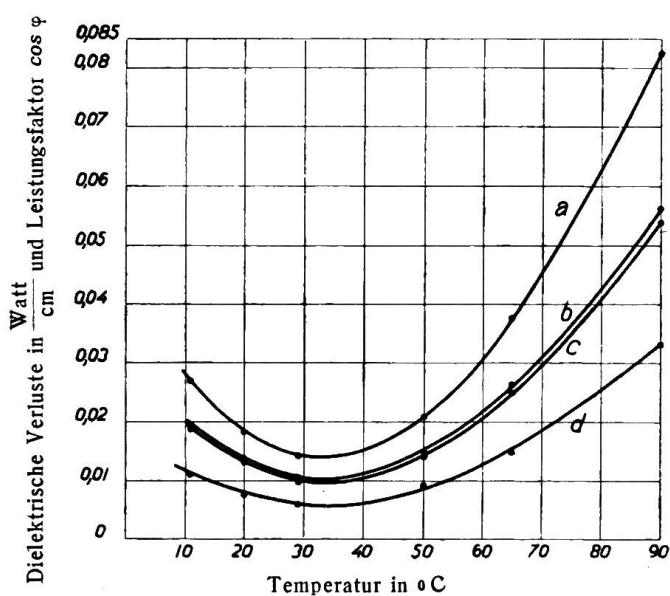


Fig. 10

Dielektrische Verluste und Leistungsfaktor im Dielektrikum vom Kabel No. 3

- Kurve a: Verluste bei 45 kV,
- „ b: $\cos \varphi$ bei 45 kV,
- „ c: $\cos \varphi$ bei 30 kV,
- „ d: Verluste bei 30 kV.

Die Untersuchung wurde an den Kabeln No. 1, 3, 5 und 13 durchgeführt. Während des Versuches war das zu untersuchende Kabel frei im Raum horizontal aufgehängt. Bei Beginn der Versuche zeigte sich, dass ein nicht unwesentlicher Teil

3. Temperaturabhängigkeit des Wärmewiderstandes.

a) Elektrische Heizung.

Dieser Versuch wurde im Laboratorium der Kabelwerke Brugg A.-G. ausgeführt. Die Versuchsanordnung gibt Fig. 11 wieder.

Tabelle VII

Tempe- ratur °C	Kabel No. 3						Kabel No. 3			
	Messspannung 30 kV			Messspannung 45 kV			Messspannung 30 kV		Messspannung 45 kV	
	R_1 Ohm	R_2 Ohm	C_v μF	R_1 Ohm	R_2 Ohm	C_v μF	$\cos \varphi$	Verluste Watt cm	$\cos \varphi$	Verluste Watt cm
11	218	4000	0,015	203	4000	0,0155	0,019	0,0111	0,0195	0,0270
20	174	3190	0,013	164	3190	0,0135	0,013	0,0075	0,0135	0,0185
29	170	3180	0,010	161	3180	0,0105	0,010	0,0059	0,0105	0,0139
50	210	4000	0,011	200	4000	0,0115	0,014	0,0085	0,0145	0,0205
65	105	2000	0,040	100	2000	0,042	0,025	0,0149	0,0265	0,0375
90	103	2000	0,086	97	2000	0,090	0,054	0,0331	0,0565	0,0825

der im Kabel erzeugten Wärmemenge durch den an letzteres angeschlossenen Stromtransformator abgeführt wurde. Durch die Verkleinerung des Leiterquerschnittes der Kabelenden, die sich infolgedessen etwas über die allgemeine Leitertemperatur erwärmt, wurde diese Erscheinung behoben. Damit die wärmeren Kabelenden die Messung nicht beeinflussten, wurden die Versuchskabel möglichst lang genommen

und die Thermoelemente in der Mitte der Kabelstücke angebracht; Kabel No. 5 und 13 waren je 26 m, Kabel No. 1 und 3 je 14 m lang. Die Thermoelemente bestanden aus Kupfer und Konstantan. Das Millivoltmeter besass eine in Grad Celsius geeichte Skala.

Für verschiedene Stromstärken wurde der stationäre Wärmezustand abgewartet, der sich nach ca. 3 Stunden einstellte, und darauf die Temperaturen von Leiter und Bleimantel abgelesen. Die Messdaten finden sich in Tabelle VIII.

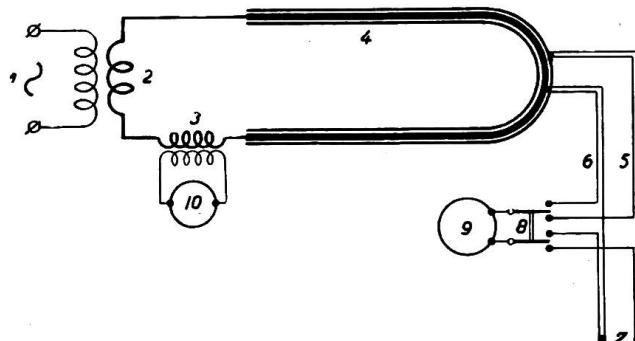


Fig. 11.

Die Ziffernhinweise haben folgende Bedeutung:

1 Stromquelle, 250 Volt, 50 Perioden	5 Thermoelement im Bleimantel	8 Umschalter
2 Stromtransformator	6 Thermoelement in der Kabelseele	9 Millivoltmeter
3 Messwandler	7 Thermoelement in der Luft	10 Ampermeter
4 Kabel		

Tabelle VIII

Kabel No.	Leiter- strom Ampere	Stromwärme Watt cm	Uebertemperatur		Temperatur- Differenz °C	Temperatur	
			Mantel °C	Leiter °C		des Raumes °C	des Leiters °C
1 ¹⁾	0	0	0	0	0	5	5
	274	0,10	6	15,5	9,5	6	21,5
	400	0,23	13,5	35,5	22	6,5	42
	480	0,36	22	57	35	7	64
3	0	0	0	0	0	6	6
	260	0,125	10	20,5	10,5	7	27,5
	340	0,228	18	37,5	19,5	7,5	45
	440	0,424	34	69,5	35,5	8	77,5
5	0	0	0	0	0	6,5	6,5
	105	0,068	11	15	4	8	23
	164	0,182	30	40,5	10,5	10	50,5
	200	0,295	48	65	17	10,5	75,5
13	0	0	0	0	0	6	6
	73	0,06	10	16,5	6,5	7,5	24
	102	0,126	21	34,5	13,5	7,5	42
	129	0,222	37	60	23	7,5	67,5

¹⁾ Dieses Kabel hatte 14 mm Isolationsdicke, während das früher genannte Kabel No. 1 12 mm Isolationsdicke besass.

Zur Berechnung der in letzter Tabelle aufgeführten Stromwärme wurden folgende Konstanten verwendet:

spezifischer Widerstand des Kupfers bei 15°C = 0,0175 Ohm/m und mm^2 ,

spezifischer Widerstand des Aluminiums bei 15°C = 0,03 Ohm/m und mm^2 ,

Temperaturkoeffizient des Kupfers 0,004 pro 1°C ,

Temperaturkoeffizient des Aluminiums 0,0037 pro 1°C .

In den Fig. 12 und 13 sind die Messdaten graphisch aufgetragen.

Die Fig. 12 und 13 zeigen, dass die Temperaturdifferenz zwischen Kabelseele und Bleimantel proportional der in dem Leiter produzierten Wärmemenge W_s ist.

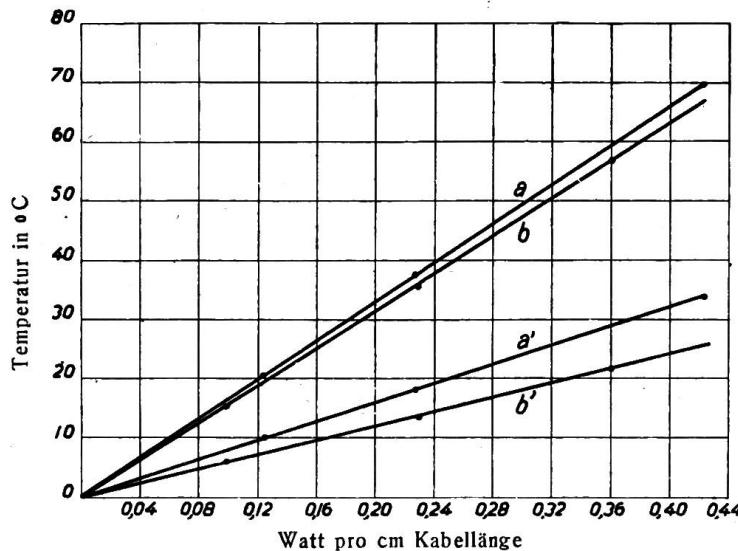


Fig. 12.

Uebertemperaturen der Kabel No. 1 und 3 in Funktion der in der Kabelseele produzierten Stromwärme.

- Kurve a : Leiterübertemperatur von Kabel No. 3,
- " b : Leiterübertemperatur von Kabel No. 1,
- " a' : Mantelübertemperatur von Kabel No. 3,
- " b' : Mantelübertemperatur von Kabel No. 1.

Bedeutet t_1 die Temperatur der Kabelseele, t_2 diejenige des Bleimantels, r_1 den Radius des Leiters, r_2 denjenigen bis unter den Mantel und σ den spezifischen Wärme-widerstand, dann drückt sich die Temperaturdifferenz aus durch

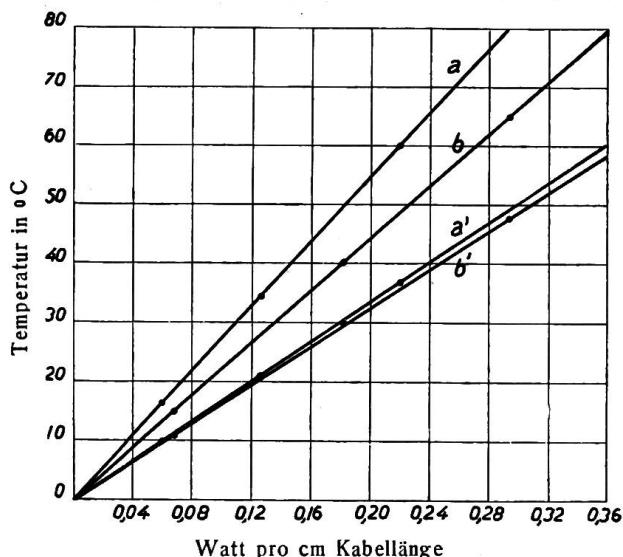


Fig. 13.

Uebertemperaturen der Kabel Nr. 5 und 13 in Funktion der in der Kabelseele produzierten Stromwärme.

- Kurve a : Leiterübertemperatur von Kabel No. 13,
- " b : Leiterübertemperatur von Kabel No. 5,
- " a' : Mantelübertemperatur von Kabel No. 13,
- " b' : Mantelübertemperatur von Kabel No. 5.

insofern σ unabhängig ist von der Temperatur. Letzteres trifft zu in-folge der oben genannten Proportionalität zwischen Temperaturdiffe-renz und Wärmemenge W_s ; deshalb kann diese Gleichung zur Bestim-mung des Wertes von σ verwendet werden.

Tabelle IX enthält die Werte von σ für die untersuchten Kabel.

Tabelle IX

Kabel No.	Spezifisch. Wärme-widerstand in Watt/cm und 10^6	Mittelwert des Wärmewiderst.
1	580	
3	565	
5	580	
13	575	575

b) Dampfheizung.

Diese Untersuchung wurde im physikalischen Institut der Eidgenössischen Tech-nischen Hochschule durchgeführt. Die benutzte Methode geht aus Fig. 14 hervor.

Bei diesem Versuche wurde Kabel No. 1 verwendet. Die Länge des Bleimantels betrug 54 cm, die Leiterlänge 69 cm, von diesen ragten je 6 cm ins Kalorimeter. Der Kabelmantel wurde mittels des Dampfzylinders 2 auf 100° C gehalten.

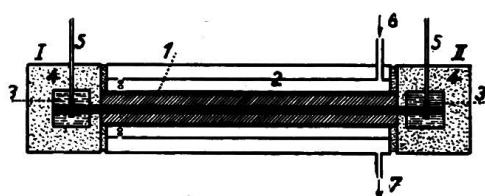


Fig. 14.

Die benutzten Ziffern haben folgende Bedeutung:

1 Kabel	4 Wärmeisolation	7 Dampfableitung
2 Dampfzylinder	5 Thermometer	I } Kalorimeter
3 Kalorimeter	6 Dampfzuleitung	II } links u. rechts

Die Kalorimeter 3 bestanden aus Messingblech und enthielten je 80 cm³ destilliertes Wasser. Ihre Wärmeisolation bestand aus einer mit Kabok angefüllten Holzkiste 4. Die erhaltenen Thermometerablesungen sind in den folgenden Tabellen X und XI zusammengestellt:

Tabelle X

Zeit Min.	Temperatur im		Temperatur- Zuwachs °C
	Kalorimeter I °C	Kalorimeter II °C	
0	30,0	30,0	
3	33,8	33,8	3,8
6	37,3	37,3	3,5
9	40,2	40,2	3,3
12	43,7	43,7	3,1
15	46,6	46,6	2,9
18	49,3	49,3	2,7
21	51,8	51,8	2,5
24	54,1	54,1	2,3
27	56,2	56,2	2,1
30	58,1	58,1	1,9
33	59,8	59,8	1,7
36	61,4	61,4	1,6
39	62,8	62,8	1,4
42	64,1	64,1	1,3
45	65,3	65,3	1,2
48	66,4	66,4	1,1
51	67,4	67,4	1,0
54	68,4	68,4	1,0
57	69,3	69,3	0,9
60	70,2	70,2	0,9
66	71,9	71,9	1,7
72	73,3	73,3	1,4
78	74,5	74,5	1,2
84	75,5	75,5	1,0
90	76,4	76,4	0,9
96	77,3	77,3	0,9
102	78,1	78,1	0,8
108	78,9	78,9	0,8
114	79,5	79,5	0,6

Tabelle XI

Zeit Min.	Temperatur im Kalorimeter II °C	Temperatur- Abnahme °C
	80,0	
	77,8	2,2
	75,7	2,1
	73,7	2,0
	71,7	2,0
	69,8	1,9
	67,9	1,9
	66,1	1,8
	64,3	1,8
	62,5	1,8
	60,8	1,7
	59,1	1,7
	57,4	1,7
	55,7	1,7
	54,1	1,6
	52,5	1,6
	50,9	1,6
	49,3	1,6
	47,8	1,5
	46,3	1,5
	44,8	1,5
	43,3	1,5
	41,8	1,5
	40,4	1,4
	39,0	1,4
	37,6	1,4
	36,2	1,4
	34,9	1,3
	33,6	1,3
	32,3	1,3
	31,0	1,3

Kalorimeterabkühlung zufolge der Wärmeverluste von 6 zu 6 Minuten

Die Wärmemenge, die die Kabelisolation durchsetzte, wurde aufgenommen von:

Tabelle XII

Stoff	Quantum in kg	Spez. Wärme	kg cal/1° C
Wasser	0,160	1	0,160
Kupfer	0,880	0,094	
Lötzinn	0,030	0,044	
Messing	0,135	0,092	
Kabelmasse zwischen den verseilten Leitern . . .	0,029	0,5	0,015

Ein weiterer Teil der Wärme wurde durch die Kalorimeter nach aussen abgegeben. Der dreiminutliche Temperaturzuwachs muss daher nach Massgabe der Kalorimeterverluste korrigiert werden. Es sei nun für sechs verschiedene Temperaturen der Kabelseele der spezifische Wärmewiderstand σ berechnet, wozu folgende Daten dienen:

Tabelle XIII

Kabelseele- Temperatur ° C	Temp.-Differenz Seele-Mantel ° C	Temperaturzunahme der Kalorimeter innert 3 Minuten	
		mit Verlust ° C	ohne Verlust ° C
31,9	68,1	3,8	4,45
42,2	57,8	3,1	3,85
50,6	49,4	2,5	3,3
60,6	39,4	1,6	2,5
70,7	29,3	0,9	1,9
79,2	20,8	0,3	1,4

Für obige sechs Temperaturdifferenzen ergeben sich folgende, in Watt ausgedrückte Wärmemengen pro Zeiteinheit:

Tabelle XIV

Temp.-Differenz Seele-Mantel ° C	Durch das Kabel getretene kg/cal innert:		Durch das Kabel beförderte Watt auf die Länge:	
	3 Min.	1 Sek.	54 cm	1 cm
68,1	1,210	0,00672	28,2	0,522
57,8	1,047	0,00582	24,4	0,452
49,4	0,897	0,00498	20,9	0,388
39,4	0,680	0,00378	15,9	0,295
29,3	0,517	0,00287	12,3	0,223
20,8	0,381	0,00211	8,85	0,164

Aus Tabelle XIV ist zu ersehen, dass zwischen der Temperaturdifferenz: Seele-Mantel und der durch die Kabelisolation beförderten Wärme in Watt annähernd Proportionalität besteht. Die von der Proportionalität un wesentlichen Abweichungen liegen im Bereich der Messfehler. Wiederum kann gefolgert werden, dass der spezifische Wärmewiderstand von der Temperatur in den Grenzen von 0 bis 100 ° C unabhängig ist. Auf gleiche Art gerechnet wie unter a), ergeben sich die in der Tabelle XV zusammengestellten Werte für σ .

Der Mittelwert des aus Tabelle IX entnommenen spezifischen Wärmewiderstandes ist nicht un wesentlich kleiner als derjenige nach Tabelle XV. Dies erklärt sich aus folgendem: Um während des Dampfversuches ein Ausfliessen der Kabel-

masse, das einen Wärmeverlust bewirkt hätte, möglichst zu vermeiden, wurde das Kabelstück vor dem Versuche erwärmt, wodurch etwas Kabelmasse verloren ging.

Tabelle XV

Kabel No. 1		
Temp.-Differenz Seele-Mantel °C	Spezif. Wärmewiderstand Watt per cm u. 1 °C	Mittelwert σ Watt per cm u. 1 °C
68,1	775	
57,8	765	
49,4	755	770
39,4	790	
29,3	780	
20,8	755	

Da nun nichtimprägniertes Papier einen höhern Wärmewiderstand als die Kabelmasse besitzt, folgt, dass σ beim Versuch mit Dampfheizung höher ausfallen musste, als beim Versuch mit elektrischer Heizung.

II. Die Auswertung der Versuchsergebnisse.

1. Die Spannungsbeanspruchung im Gleichstromkabel bei Normalspannung.

Aus der Kurve in Fig. 8 ist zu ersehen, dass die Leitfähigkeit der untersuchten Kabeldielektrika bei Spannungen die kleiner, gleich oder un wesentlich höher als die Normalspannung des Kabels sind, sehr klein ist, sofern die Temperatur des Dielektrikums ca. 100 °C nicht übersteigt. Vom praktischen Standpunkte aus erscheint es deshalb als angezeigt, zwecks Erleichterung der Berechnung der Spannungsverteilung, von der geringen Leitfähigkeit abzusehen und die Kabelisolation als die Hintereinanderschaltung von lauter Elementaryzylindern, die reine Kapazitäten darstellen, aufzufassen.

In Fig. 15 bedeute: r_1 den Aussenradius des Leiters in cm und t_1 die Temperatur daselbst in °C, r_2 den Innenradius des Bleimantels und t_2 die Temperatur daselbst, r resp. t den Radius, resp. die Temperatur eines Elementaryzylinders. Die Kabellänge betrage 1 cm. Der dielektrische Widerstand des Elementaryzylinders wird ausgedrückt durch:

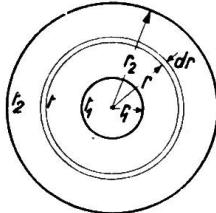


Fig. 15

Kabelquerschnitt.

$$\frac{4\pi}{\epsilon} \frac{dr}{2\pi r} = 2 \frac{dr}{r\epsilon},$$

wo ϵ die Dielektrizitätskonstante des Isolierstoffes bedeutet.

Zwischen Leiter und Bleimantel integriert, ergibt sich:

$$\text{Dielektrischer Widerstand} = 2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r\epsilon}.$$

ϵ verbleibt im Integral, da es zufolge seiner Temperaturabhängigkeit (siehe Fig. 2 und 4), und wegen des Vorhandenseins eines Temperaturgefälles zwischen Leiter und Bleimantel, eine Funktion des Radius r ist.

Der Induktionsfluss im Kabeldielektrikum stellt sich dar durch:

$$\frac{V}{2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r\epsilon}} = \frac{dV}{dr} \frac{2\pi r\epsilon}{4\pi},$$

wo V die Spannung zwischen Leiter und Bleimantel ist. Es folgt nun, gültig für alle Massysteme:

$$\frac{dV}{dr} = \frac{V}{r \epsilon \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r \epsilon}} \quad (1)$$

als Gleichung für die Spannungsverteilung in der Kabelisolation. Es soll nun durch eine weitere Gleichung die Temperaturverteilung zwischen Leiter und Bleimantel festgelegt werden. Als Wärmequelle sei nur, wie in der Einleitung bereits auseinandergesetzt wurde, die Joulesche Wärme des Leiters (Betriebsstromwärme) in Berücksichtigung gezogen.

Fließt durch den Leiter, dessen Widerstand bei der Temperatur t_1 $^{\circ}$ C pro 1 cm Länge R Ohm betrage, ein Strom von I Ampere, dann ergibt sich die pro 1 cm Leiterlänge erzeugte Wärmemenge W in Watt zu:

$$W = I^2 R.$$

Da bei praktischen Kabellängen die Wärmeabfuhr in axialer Richtung klein ist, tritt die Wärmemenge W fast restlos radial durch die Isolation nach aussen. Mit hinreichender Genauigkeit darf daher gemäss Fig. 15 folgender Ansatz gemacht werden:

$$W = -\frac{2\pi}{\sigma} r \frac{dt}{dr}.$$

Dabei bedeutet σ den spezifischen Wärmewiderstand der Isolation in Watt pro cm und Grad Celsius, und ist, gemäss den Untersuchungen im Abschnitt I, 3, eine in den Grenzen von 0 bis 100° C von der Temperatur unabhängige Grösse; die Integration obigen Ausdruckes liefert daher:

$$t_1 - t = W \frac{\sigma}{2\pi} \lg \frac{r_1}{r} \quad (2)$$

als Gleichung für die gesuchte Temperaturverteilung.

Es handelt sich nun darum, ϵ in Gleichung (1) durch r auszudrücken. Dies wird erreicht durch die analytische Einkleidung der (ϵ, t) Kurve einerseits und der Verwendung der Gleichung (2) anderseits. ϵ schmiegt sich der folgenden t Funktion an:

$$\epsilon = \epsilon_0 e^{at}.$$

Hierin sind: ϵ_0 die Dielektrizitätskonstante bei 0° C, e die Basis der natürlichen Logarithmen und a eine Konstante; a liegt zwischen 0,01 und 0,02, je nach dem betrachteten Temperaturbereich. Für Temperaturen von 0 bis 50° C eignet sich $a = 0,01$, für Temperaturen über 50° C erscheint $a = 0,02$ dem Verlauf der Kurve besser angepasst. Eliminiert man zunächst die Temperatur t in Gleichung (2) mittels dieser (ϵ, t) Funktion, darauf ϵ in Gleichung (1) durch seine Abhängigkeit vom Radius r , dann gewinnt man die endgültige Form der Gleichung der Spannungsverteilung, welche lautet:

$$\frac{dV}{dr} = \frac{a \sigma W V}{2\pi \left[e^{\frac{a \sigma W}{2\pi} \lg r_2} - e^{\frac{a \sigma W}{2\pi} \lg r_1} \right]} \cdot \frac{e^{\frac{a \sigma W}{2\pi} \lg r}}{r}. \quad (3)$$

Diese Gleichung ist leichter verständlich, wenn man zuerst den Spezialfall $\frac{a \sigma W}{2\pi} = 1$ betrachtet; die Gleichung (3) geht dann über in:

$$\frac{dV}{dr} = \frac{V}{r_2 - r_1}$$

und besagt, dass die Spannungsverteilung in diesem Spezialfalle homogen ist. Man sieht also, dass prinzipiell bei einer bestimmten, vom Kabelleiter entwickelten Wärme-

menge W , die gleichförmige Spannungsbeanspruchung in der Kabelisolation erreicht werden kann. Ob dieses bestimmte W in praktischen Bereichen liegt, soll im folgenden beurteilt werden.

a sei zu 0,02 festgelegt, σ beträgt nach den früheren Untersuchungen 575 Watt/cm und 1°C , hiermit wird W gleich 0,546 Watt per 1 cm Kabellänge, was bei dem Kabel No. 3 einem Leiterstrom von 490 Ampere entspricht, der also nicht übermäßig von seinem 350 Ampere betragenden Normalstrom entfernt ist. Es sei jedoch bemerkt, dass für das soeben berechnete Beispiel die LeiterTemperatur schon ca. 80°C beträgt. Immerhin ist zu erkennen, dass die Spannungsverteilung im Kabeldielektrikum auch bei weniger hoch liegenden Temperaturen des Leiters ganz beträchtlich anders ausfällt, als mittels der sonst üblichen Gradientenformel:

$$\frac{dV}{dr} = \frac{V}{r \lg \frac{r_2}{r_1}}$$

Um eine gute Einsicht über den Einfluss der Stromwärme des Kabelleiters auf die Spannungsbeanspruchung in der Kabelisolation zu erhalten, sei für die untersuchten Kabel No. 1, 3, 5 und 13 der maximale Spannungsgradient in Funktion des den Leiter durchfliessenden Stromes gegeben. Die bezügliche Rechnung könnte ohne weiteres nach Gleichung (3) erfolgen, jedoch soll die gestellte Aufgabe auf graphischem Wege, der bei dieser Gelegenheit seine Erörterung findet, gelöst werden.

Zuerst ist das Temperaturgefälle zwischen Leiter und Bleimantel aufzuzeichnen; dazu dient Gleichung (2). Letztere erfordert die Annahme der Temperatur t_1 , sowie die Kenntnis der Wärmemenge, die bei einer vorliegenden Raumtemperatur notwendig ist, um den Leiter auf t_1° zu bringen. Ist die Temperatur t_1 angenommen, dann ist aus Figuren, wie 14 und 15, die erforderliche Wärmeleitung zu entnehmen. Die ermittelte (t, r) Kurve, vereint mit der (ε, t) Kurve, ergibt eine (ε, r) Kurve. Es ist nun das Produkt $\varepsilon \cdot r$ und dessen reziproker Wert, wie es Gleichung (1) vorschreibt, in Abhängigkeit des Radius r zu zeichnen. Die Ausplanimetrierung der Kurve $\frac{1}{\varepsilon \cdot r}$ liefert den Integralwert von Gleichung (1), während das gleichzeitig feststellbare Minimum der (ε, r) Kurve in diese Gleichung eingesetzt wird, wobei der Maximalwert des Spannungsgradienten aus ihr hervorgeht. Aus der Aufzeichnung der (ε, r) Kurve ist gleichzeitig noch ersichtlich, in welchem Abstand r vom Kabelzentrum das gesuchte Maximum der Spannungsbeanspruchung liegt. Die gesuchte Kurve der Abhängigkeit des maximalen Spannungsgradienten vom Leiterstrom kann jedoch erst gezeichnet werden, wenn der soeben beschriebene graphische Weg für verschiedene Leitertemperaturen t_1 durchgeführt worden ist.

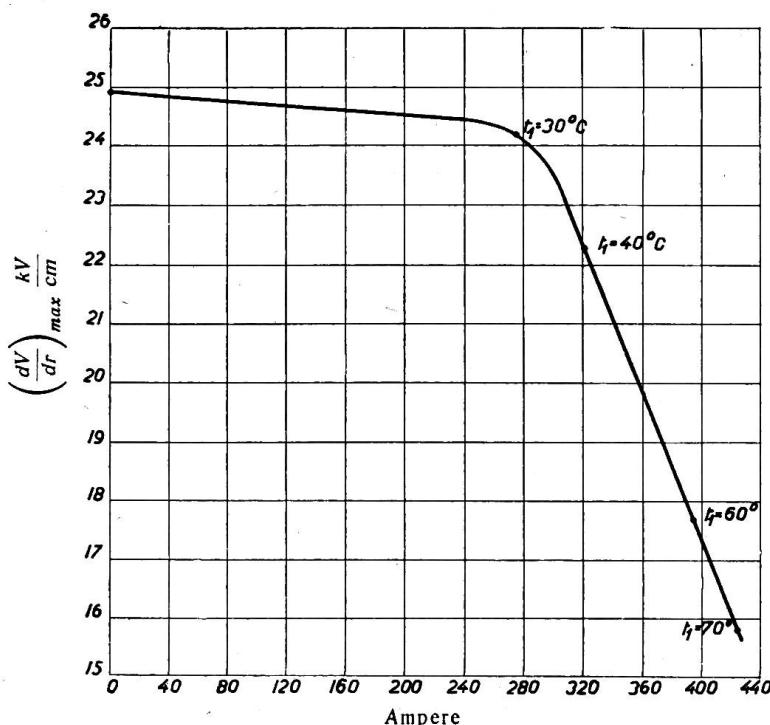


Fig. 16

Maximaler Spannungsgradient in Funktion des Leiterstromes von Kabel No. 3 bei Gleichstrom. Bei homogener Spannungsverteilung beträgt der Gradient 15 KV/cm. t_1 bedeutet die LeiterTemperatur, die Raumtemperatur ist 7°C . Bei $t_1 = 30, 40$ und 50°C liegt der maximale Gradient an der Leiteroberfläche entsprechend einem Radius $r_1 = 0,65$ cm. Der Mantelradius beträgt $r_2 = 1,65$ cm. Bei $t_1 = 70^{\circ}\text{C}$ liegt der maximale Gradient bei $r = 0,85$ cm.

In vorliegendem Beispiel wurde die Rechnung für die Temperaturen $t_1 = 30, 40, 60$ und 70°C durchgeführt und eine Raumtemperatur von 7°C benutzt. Die grosse Zahl der bei dieser Rechnung entstandenen Kurven sollen hier aus Platzgründen nicht wiedergegeben werden, sondern in den Fig. 16, 17 und 18 nur die Kurven der endgültigen Resultate.

Das Knie, das die Kurven der Fig. 16 bis 18 in der Gegend der LeiterTemperatur $t_1 = 30^\circ\text{C}$ aufweisen, entspricht dem Knie der Kurven in Fig. 2, an dem die Dielektrizitätskonstante wiederum von ca. 30°C an eine verstärkte Abhängigkeit von der Temperatur erfährt. Das untere Knie in Fig. 18 für Kabel No. 5 röhrt her von dem aus Fig. 2 zu ersehenden geradlinigen Verlauf der entsprechenden Dielektrizitätskonstanten von ca. 55°C an. Auf solche Einzelheiten im Verlaufe der Dielektrizitätskonstanten nimmt natürlich der zur Aufstellung der Gleichung (3) benutzte Ansatz $\varepsilon = \varepsilon_0 e^{at}$ keine Rücksicht, was jedoch den Wert der Gleichung (3) nicht wesentlich beeinträchtigt, da letztere auf möglichst einfache Art den Charakter der Temperaturbeeinflussung in bezug auf die Spannungsverteilung praktisch genau genug zum Ausdruck bringt.

Maximaler Spannungsgradient in Funktion des Leiterstromes von Kabel No. 1 bei Gleichstrom. Bei homogener Spannungsverteilung beträgt der Gradient 25 KV/cm. t_1 bedeutet die LeiterTemperatur, die Raumtemperatur ist 7°C . Der maximale Gradient liegt für die Temperaturen $t_1 = 40^\circ\text{C}$ und 60°C an der Leiteroberfläche entsprechend einem Radius $r_1 = 0,75\text{ cm}$. Der Mantelradius r_2 ist $1,95\text{ cm}$. Bei $t_1 = 70^\circ\text{C}$ ist der maximale Gradient bei $r = 0,95\text{ cm}$.

Wenn bei der Aufstellung der Gleichung zur Berechnung der Spannungsverteilung die Beeinflussung der Dielektrizitätskonstanten durch die Spannung nicht zur Sprache kam, so geschah es, weil bei den experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit keine nennenswerte Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der Spannung konstatiert wurde, was übrigens an andern Kabelfabrikaten auch schon festgestellt wurde.

2. Die Spannungsbeanspruchung im Wechselstromkabel bei Normalspannung.

Die eingangs des vorigen Abschnittes gemachten Vereinfachungen bezüglich der Berechnung der Spannungsverteilung in der Kabelisolation haben zu-

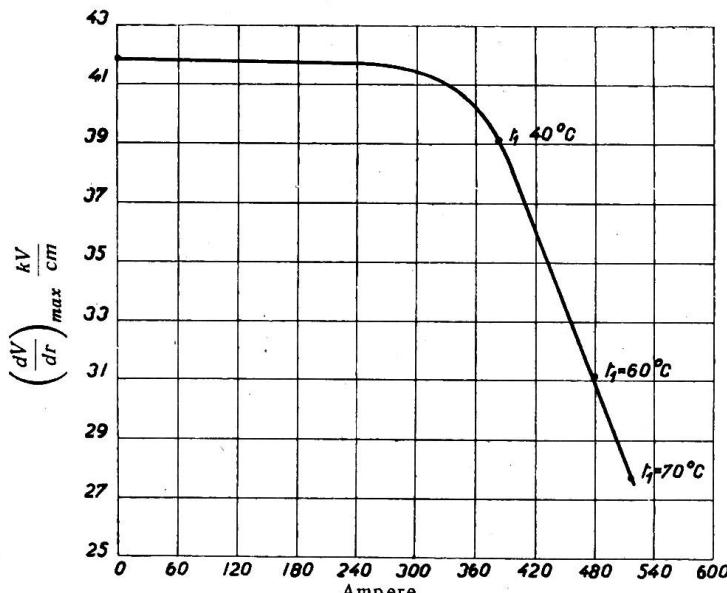


Fig. 17

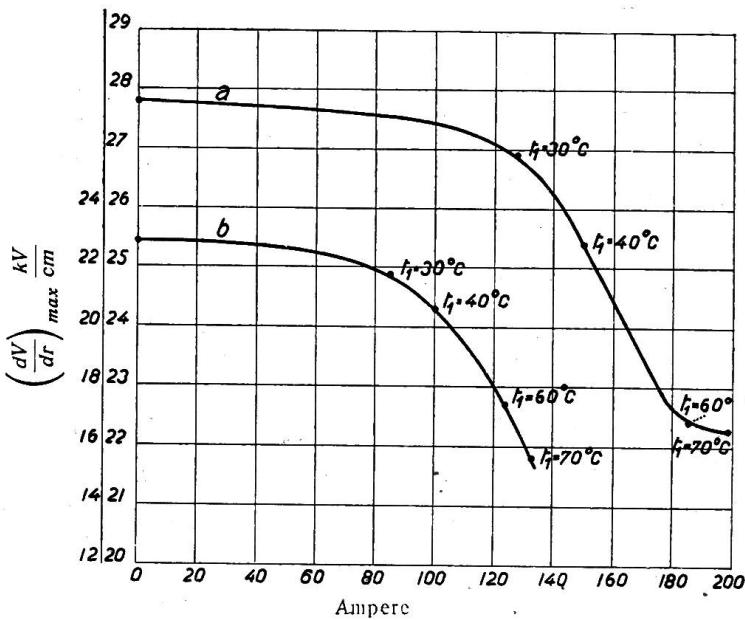


Fig. 18

Maximaler Spannungsgradient in Funktion des Leiterstromes von Kabel No. 5, Kurve a , und No. 13, Kurve b , bei Gleichstrom. Bei homogener Spannungsverteilung beträgt der Gradient von Kabel No. 5 20 KV/cm, von Kabel No. 13 12 KV/cm. t_1 bedeutet die LeiterTemperatur, die Raumtemperatur ist 7°C . Der maximale Gradient liegt für die Temperaturen $t_1 = 30, 40, 60$, und 70°C an der Leiteroberfläche.

folge der Werte der Kurve in Fig. 10 auch an dieser Stelle Geltung. Demgemäß ergibt sich die Aufstellung der Gleichung zur Bestimmung der Spannungsbeanspruchung wie folgt:

Die Kapazitätsreaktanz dX_c eines Elementarzylinders beträgt in Ohm:

$$dX_c = \frac{0,9 \cdot 10^{12}}{\pi f} \frac{dr}{\epsilon r},$$

wo f die Frequenz des Wechselstromes bedeutet. Wenn I_c den Ladestrom des Kabels und dV die Spannung an einem Elementarzylinder darstellt, dann gilt die Beziehung:

$$dV = I_c dX_c.$$

Ersetzt man in diesem Ausdruck dX_c durch den oben erwähnten Wert, und I_c durch den Quotienten V dividiert durch das Integral von r_1 bis r_2 der Grösse dX_c , dann folgt für den Spannungsgradienten der Ausdruck:

$$\frac{dV}{dr} = \frac{V}{r \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r \epsilon}}, \quad (4)$$

in welchem V den Effektivwert der Spannung zwischen Leiter und Bleimantel bei rein sinusförmiger Kurve der Wechselspannung bedeutet.

Diese Gleichung (4) zeigt denselben Aufbau wie die für Gleichstromkabel entwickelte Gleichung (1). Im vorliegenden Falle kann jedoch ϵ vor das Integral genommen werden, zufolge der gefundenen Unabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der Temperatur, die aus den Fig. 6 und 7 zu entnehmen ist. Damit gewinnt man die übliche Gradientenformel:

$$\frac{dV}{dr} = \frac{V}{r \lg \frac{r_2}{r_1}}. \quad (4a)$$

Es ergibt sich somit das bemerkenswerte Resultat, dass, im Gegensatz zu Gleichstromkabeln, bei Wechselstromkabeln die Beeinflussung der Spannungsverteilung durch das Temperaturgefälle praktisch vernachlässigbar ist. Seine Begründung liegt in der konstatierten Unabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der Temperatur gemessen mit Wechselstrom, gegenüber der gefundenen Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von der Temperatur gemessen mit Gleichstrom. Die bei der Kabelprüfung hin und wieder stattfindenden Spannungsproben von Wechselstromkabeln mit Gleichspannungen sind daher nur berechtigt, wenn das Kabeldielektrum gleichförmig warm ist. Dies ist jedoch zufolge der dielektrischen Verluste kaum zu erreichen, weshalb diese Prüfungsart nicht empfohlen werden kann.

Der Unterschied im Verhalten von Wechselstrom- und von Gleichstromkabeln in bezug auf die Spannungsverteilung kann jedoch nur für Wechselströme, die dem untersuchten Frequenzbereich ($16\frac{2}{3}$, 50 und 800) angehören, bestimmt ausgesprochen werden. Möglicherweise tritt die Temperaturbeeinflussung der Dielektrizitätskonstanten auch bei Wechselstrom auf, wenn dessen Frequenz wesentlich kleiner ist als $16\frac{2}{3}$. Sehr interessant, jedoch ausserhalb des Rahmens dieser Arbeit liegend, wäre die Ermittlung des Verlaufes des Dielektrizitätskonstanten über der Frequenz für verschiedene Temperaturen des Dielektrikums mit Wechselströmen von $16\frac{2}{3}$ bis zu 0 Perioden. Für das ungefähre Temperaturintervall von 0 bis 20°C kann jedoch, auf Grund der vorliegenden Versuche, jetzt schon gesagt werden, dass eine nennenswerte Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten auch für diese kleinen Frequenzen nicht besteht; Versuche dieser Art hätten also bei Temperaturen der Kabelisolation von mehr als 20°C einzusetzen. Die Erklärung für das gefundene verschiedene Verhalten der Dielektrizitätskonstanten, je nachdem die Messung mit Gleich- oder Wechselstrom erfolgt, ist wahrscheinlich in der Erscheinung der den festen Isolierstoffen eigentümlichen dielektrischen Nachwirkung zu finden.

3. Die Spannungsbeanspruchung im Kabel bei Durchschlagsspannung.

Während in den beiden vorangehenden Abschnitten das Kabeldielektrikum nur bei Spannungen, die unter, gleich oder unwesentlich höher als die Normalspannung liegen, betrachtet wurde, sollen an dieser Stelle die Vorgänge behandelt werden, die dann eintreten, wenn die Kabelisolation unter Spannungen steht, die zum Durchbruch derselben führen. Handelt es sich um die Berechnung der Spannungsverteilung bei Spannungsbeanspruchungen, die derjenigen unmittelbar vor dem Durchschlag oder direkt beim Durchschlag gleichkommen, dann rechtfertigt sich die Darstellungsweise des Dielektrikums als reinen ohmschen Widerstand. Dies fußt auf der Erscheinung, dass die Leitfähigkeit mit steigender Spannung zunimmt. Dass dem so sein muss, lässt sich wie folgt erklären:

I bedeute den durchfliessenden Wattstrom, dV die Spannung an einem Elementarzylinder der Isolation. Die in diesem Zylinder in Wärme umgewandelte elektrische Energie stellt sich dar als das Produkt $I \cdot dV$. Je höher die Spannung wird, je grösser ist diese Wärmemenge, was zur Folge hat, dass der Temperaturgradient und mithin die Temperatur an dem Elementarzylinder steigt, wodurch die Leitfähigkeit zunimmt, wie der experimentelle Teil dieser Arbeit zeigt.

Die das Dielektrikum bildenden, ursprünglich nahezu reinen Elementarkondensatoren, werden mit zunehmender Spannung immer stärker durch Leitfähigkeit überbrückt, so dass die Kabelisolation, je näher man zur Durchschlagsspannung gelangt, stets besser durch die Serieschaltung von lauter ohmschen Elementarwiderständen wiedergegeben werden kann, die durch die Abmessungen der sie bildenden Zylinder, sowie durch deren Leitfähigkeit g in elektrostatischen Einheiten dem Werte nach festgelegt sind⁴⁾. Ist dR der ohmsche Widerstand eines Elementarzyinders, dann kann er ausgedrückt werden durch:

$$dR = \frac{0,9 \cdot 10^{12}}{2\pi} \frac{dr}{gr} = dV \frac{R}{V},$$

wobei V die Spannung zwischen Leiter und Bleimantel, R den ohmschen Widerstand des ganzen Kabelquerschnittes auf 1 cm Kabellänge und r den Radius des betreffenden Zylinders bedeuten. Diese Beziehung liefert die Gleichung der Spannungsverteilung, welche lautet:

$$\frac{dV}{dr} = \frac{V}{gr \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{gr}}. \quad (5)$$

g ist zufolge seiner Temperaturabhängigkeit eine Funktion des Radius r und verbleibt somit im Integral. Um diese Funktion zu gewinnen, bedarf es der Kenntnis der Temperaturverteilung in der Kabelisolation. Es sei nun zunächst die Berechnung dieser Temperaturverteilung durchgeführt, wobei von einer Wärmestromung in axialer Richtung des Kabels abgesehen werde, was bei praktischen Kabellängen wohl zulässig ist. Als Wärmequelle sei nur, wie in der Einleitung bereits auseinandergesetzt wurde, die Joulesche Wärme der Isolation (dielektrische Stromwärme) in Berücksichtigung gezogen.

Da die Zunahme der Stromwärme in einem Elementarzylinder gleich sein muss der in letzterem in Wärme umgesetzten elektrischen Energie, besteht für den statio-nären Zustand folgender Ansatz:

$$\frac{d \left(\frac{2\pi}{\sigma} r \frac{dt}{dr} \right)}{dr} = - \frac{I dV}{dr}. \quad (6)$$

⁴⁾ Die Wahl elektrostatischer Einheiten für g wurde getroffen, um die Darstellung in diesem Abschnitt so vollkommen als möglich mit der Darstellungsweise der früheren Abschnitte in Analogie zu bringen.

Setzt man für $r \frac{dt}{dr} = y$ und für $r \frac{dV}{dr} = x$, dann gehen die Gleichungen (5) und (6) über in:

$$x = \frac{0,9 \cdot 10^{12}}{2\pi} \cdot \frac{I}{g} .$$

$$d\left(\frac{2\pi}{\sigma} y\right) = -I \frac{x}{y} dt,$$

wobei in der ersten dieser beiden Beziehungen an Stelle der Spannung V das Produkt IR gesetzt wurde. Die Vereinigung der beiden Gleichungen gibt:

$$y d\left(\frac{2\pi}{\sigma} y\right) = -\frac{0,9 \cdot 10^{12}}{2\pi} \frac{I^2}{g} dt.$$

Durch Integration erhält man:

$$\frac{\pi}{\sigma} y^2 = A - \frac{0,9 \cdot 10^{12}}{2\pi} I^2 \varphi(t),$$

wobei A eine Integrationskonstante und $\varphi(t)$ die integrierte Temperaturfunktion der Leitfähigkeit g bedeuten. Ersetzt man y durch seinen ursprünglichen Wert, so erhält man:

$$\frac{\pi}{\sigma} \left(r \frac{dt}{dr}\right)^2 = A - \frac{0,9 \cdot 10^{12}}{2\pi} I^2 \varphi(t).$$

Durch Multiplikation beider Seiten dieser Gleichung mit $\frac{4\pi}{\sigma}$ folgt:

$$\left(\frac{2\pi}{\sigma} r \frac{dt}{dr}\right)^2 = \frac{4\pi}{\sigma} A - \frac{1,8 \cdot 10^{12}}{\sigma} I^2 \varphi(t). \quad (7)$$

Der Wärmewiderstand σ ist im experimentellen Teile der Arbeit auf seine Temperaturabhängigkeit nur im Temperaturbereich von 0 bis $100^\circ C$ untersucht worden. Dabei erwies er sich als unabhängig von der Temperatur. In Gleichung (7) soll σ auch als unabhängig von der Temperatur angesehen werden, obwohl dies im Bereich höherer Temperaturen erst festgestellt werden müsste. Die Integrationskonstante A wird gefunden, indem man für $r = r_2$ und $t = t_2$ die linke Seite der Gleichung (7), welche das Quadrat der Wärmemenge darstellt, die durch einen Zylinder mit dem Radius r hindurchtritt, ersetzt durch das Quadrat der total in der Kabelisolation produzierten Wärmemenge $I \cdot V$ oder $I^2 \cdot R$. Gleichung (7) schreibt sich dann:

$$\left(\frac{2\pi}{\sigma} r \frac{dt}{dr}\right)^2 = I^4 R^2 + \frac{1,8 \cdot 10^{12}}{\sigma} I^2 \varphi(t_2) - \frac{1,8 \cdot 10^{12}}{\sigma} I^2 \varphi(t).$$

Durch Trennung der Variablen findet man:

$$\frac{dr}{r} = \frac{dt}{\sqrt{\frac{I^4 R^2 \sigma^2}{4\pi^2} + \frac{1,8 \cdot 10^{12}}{4\pi^2} \sigma I^2 \varphi(t_2) - \frac{1,8 \cdot 10^{12}}{4\pi^2} \sigma I^2 \varphi(t)}}.$$

Durch Integration geht diese Gleichung über in die Form:

$$\lg r + B = \int \frac{dt}{\sqrt{C - D \varphi(t)}}. \quad (8)$$

Dabei ist B eine Integrationskonstante, die man bestimmt, indem man für $r = r_2$, $t = t_2$ setzt. Weiter gelten die Abkürzungen:

$$C = \frac{I^4 R^2 \sigma^2}{4\pi^2} + \frac{1,8 \cdot 10^{12} \sigma}{4\pi^2} I^2 \varphi(t_2)$$

$$D = \frac{1,8 \cdot 10^{12} \sigma}{4\pi^2} I^2.$$

Ist die Leitfähigkeit g in Funktion der Temperatur experimentell aufgenommen, diese Kurve analytisch formuliert und darauf integriert, dann kann das damit erhaltene $\varphi(t)$ in Gleichung (8) eingesetzt werden. Nach vorgenommener Integration der rechten Seite dieser Gleichung stellt dieselbe die gesuchte Temperaturverteilung dar. Man ist dann in den Stand gesetzt, die Grösse g in Gleichung (5) durch eine r -Funktion auszudrücken, womit die endgültige Form der Gleichung für die Spannungsverteilung gewonnen ist.

4. Der physikalische Vorgang beim elektrischen Durchschlag und die Berechnung der Sicherheit gegen Durchschlag.

Nach den im vorigen Abschnitt gemachten analytischen Vorbereitungen möge jetzt auf den physikalischen Vorgang beim Durchschlag des Kabeldielektrikums eingetreten werden, sowie auf die Berechnung der Durchschlagsspannung.

Wird die zwischen Leiter und Bleimantel liegende Spannung V gesteigert, dann hat dies ein Zunehmen der Spannungsgradienten $\frac{dV}{dr}$ zur Folge, womit zugleich die Wärmebildung $dV \cdot I$ in den Elementarzylinern wächst. Mit der Erhöhung dieser Wärmebildung nehmen die Temperaturgradienten $\frac{dt}{dr}$ zu und führen zu höhern Temperaturwerten. Damit geht Hand in Hand ein Anwachsen der Leitfähigkeit der Elementarzyylinder vor sich, wodurch der Strom I und somit auch die Wärmezeugung $dV \cdot I$ sich noch stärker ausbilden. Durch die fortgesetzte Spannungssteigerung treibt man somit die Temperatur der die Kabelisolation bildenden Papierlagen immer höher, wodurch es zur Karbonisation der die höchste Temperatur aufweisenden Papierlage kommt. Letztere ist dadurch kurzgeschlossen. Die Gesamtspannung V erstreckt sich über weniger Papierlagen, was die Gradienten $\frac{dV}{dr}$ erhöht.

Auch wächst der Strom I an zufolge des kleineren ohmschen Gesamtwiderstandes. Sowohl das Anwachsen der Spannungsgradienten, als auch die Stromzunahme bedingen nun eine verstärkte Wärmebildung, ohne dass dazu eine weitere Spannungserhöhung nötig ist. Ist der soeben beschriebene Vorgang einmal eingeleitet, dann wird Lage für Lage demselben Karbonisationsprozess unterworfen, d. h. der Durchschlag ist eingeleitet. Als Konsequenz geht aus dem derart beschriebenen Vorgang hervor, dass auch trotz Spannungsverminderung die Stromzunahme in der Isolation weiter steigen kann; Bedingung dafür ist nur, dass die produzierte Wärmemenge stets noch eine Temperatur aufrecht erhält, die genügt, das Papier leitend zu machen. Auch kann gefolgert werden, dass nicht etwa, wie vielerseits angenommen, der Maximalwert der Wechselspannung für den Durchschlag fester Isolatoren massgebend ist, sondern ihr Effektivwert. Die Temperatur, die erforderlich ist, um Papier zu karbonisieren, möge von nun ab Karbonisierungstemperatur t_k genannt werden.

Gleichung (8) kann symbolisch geschrieben werden:

$$t = f(r).$$

Durch Differenzieren dieser Gleichung kann man den Wert von r finden, der für t maximal ist. Setzt man

$$t_{\max} = t_k$$

und löst die Gleichung nach dem in ihr enthaltenen Strom I auf, dann stellt I_k beim ohmschen Widerstand R_k den Wert dar, welcher erforderlich ist, um in der Kabelisolation die Karbonisierungstemperatur hervorzubringen. Gemäss der Beziehung $IR = V$ kann angeschrieben werden:

$$I_k R_k = V_k . \quad (9)$$

Hierin bedeutet V_k die gesuchte Durchschlagsspannung. Es handelt sich nur noch darum, R_k zu bestimmen. Dies geschieht folgendermassen:

Integriert man die eingangs des vorletzten Abschnittes erwähnte Gleichung von dR , so erhält man:

$$R = \frac{0,9 \cdot 10^{12}}{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{g r} .$$

Die Grösse g wird auf dieselbe Weise, wie im Zusammenhang mit der Gleichung (5) erörtert, durch ihre r -Funktion ersetzt, wobei die (g, r) Kurve im Gebiete zu benutzen ist, in dem g_{\max} gerade t_k entspricht.

Die Sicherheit S gegen Durchschlag kann dargestellt werden durch den Quotienten:

$$S = \frac{\left(\frac{dV}{dr}\right)_k}{\left(\frac{dV}{dr}\right)_{NB}} . \quad (10)$$

Die in Gleichung (10) eingeführten Spannungsgradienten sollen ausgezeichnete Gradienten sein, nämlich derjenige des Zählers der der Gleichung (5) entsprechende, wenn in letzterer V_k eingesetzt wird, derjenige des Nenners, je nachdem es sich um Gleich- oder Wechselstrom handelt, der der Gleichung (1) resp. der Gleichung (4a) entsprechende, sofern die Spannung V durch den Wert der normalen Betriebsspannung ersetzt ist.

Es sei noch gesagt, dass die derart berechnete Durchschlagsspannung V_k sich nur dann einstellt, wenn der stationäre Zustand der Wärmeströmung in der Kabelisolation eingetreten ist. Letzteres ist der Fall bei Dauerspannungen, nicht etwa nur bei plötzlicher Steigerung der Spannung bis zum Durchschlag. Die Dauerspannungen sind realisiert bei den mehrstündigen Spannungsproben im Laboratorium, sowie im praktischen Betrieb. Die raschen Spannungssteigerungen sind üblich bei Durchschlagsversuchen und treten im Betriebe auf bei dem Grossteil der Ueberspannungerscheinungen. Im Falle der raschen Spannungssteigerung muss die Durchbruchsspannung nach anderen Gesichtspunkten berechnet werden als wie hier auseinandergesetzt, womit auch andere Werte der Durchschlagsspannung resultieren. Der prinzipielle Grundsatz, dass die übermässige Wärmeproduktion, verbunden mit einem Ueberhandnehmen der Leitfähigkeit den Durchschlag bedingt, gilt natürlich auch für die Fälle der schnellen Spannungssteigerung, wobei jedoch der zeitliche Verlauf des Spannungsanstieges auf die Höhe der Durchschlagsspannung einwirkt. Damit erklären sich auch die in der Praxis stark variierenden Festigkeitswerte für ein und dasselbe Material, da bei den Versuchen meist keine Rücksicht auf das Tempo des Anwachsens der Prüfspannung genommen wird.

Die rechnerisch gewonnenen Resultate zur Festlegung der Durchschlagsspannung konnten aus den nacherwähnten Gründen nicht experimentell belegt werden:

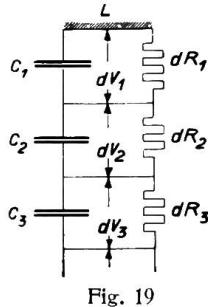
Um einwandfreie Resultate zu erhalten, wäre es notwendig gewesen, eine sehr grosse Zahl von Kabeln durchzuschlagen, und zwar jedesmal mit Dauerspannung von ca. 2 bis 3 Stunden Prüfzeit. Die grosse Zahl der Durchschläge ist durch allfällige Fabrikationsfehler bedingt. Noch weit kostspieliger wäre die sehr umständliche Präparation der vielen Kabelenden gekommen, wodurch erst ein Durchschlagen der Kabel selbst ermöglicht wird. Trotz dieser besondern Behandlung der Kabelenden erfolgt immer noch ein Teil der Durchschläge am präparierten Kabelende, womit wiederum die Zahl der notwendigen Probestücke sich vermehrt.

Es lässt sich auch ohne diese Durchschlagsversuche auf Grund vorliegender Arbeit schliessen, dass für gleiche Betriebsspannung und für betriebswarmen Zustand die Sicherheit von Einleiterkabeln gegen Durchschlag bei Gleichstrombetrieb wesentlich höher liegen muss, als bei Wechselstrombetrieb.

5. Ueber das Ersatzschema des Kabeldielektrikums.

Es ist bekannt, dass die Kabelisolation keine vollkommene Isolationsfähigkeit besitzt, sondern sich durch Leitfähigkeit auszeichnet, die je nach der Höhe der Messspannung und der Temperatur des Isolierstoffes verschieden stark auftritt. Da der Leitfähigkeit Verluste entsprechen, die sich als Stromwärme geltend machen, so ist es üblich gewesen, für ein solches Dielektrikum das Schema der Parallelschaltung einer reinen Kapazität und eines Widerstandes zu benutzen, d. h. das Ersatzschema des sogenannten „unvollkommenen Kondensators“. Im folgenden soll nun gezeigt werden, dass es unstatthaft ist, diese Anschauungsweise in elementarem Sinne auf die untersuchten Kabeldielektrika zu übertragen.

Fig. 19 möge ein solches Ersatzschema der Kabelisolation veranschaulichen; darin bedeuten:



- L Der Leiter,
- C_n Kapazität des n ten Elementarzyllinders,
- dR_n Verlustwiderstand des n ten Elementarzyllinders,
- dV_n Spannung am n ten Elementarzyllinder,
- I Isolationsstrom des Kabels,
- I_c Reiner Kapazitätsstrom des Kabels,
- I_R Verluststrom des Kabels,
- ω Wechselgeschwindigkeit des sinusförmigen Wechselstromes.

Die Strom- und Spannungswerte sind als Momentanwerte aufzufassen.

Es besteht nun folgende Beziehung zwischen Strom und Spannung:

$$dV_n + dV_{n+1} = I \frac{1}{\frac{1}{dR_n + dR_{n+1}} + \omega \frac{C_n C_{n+1}}{C_n + C_{n+1}}}.$$

An Stelle dieser Gleichung kann auch geschrieben werden:

$$dV_n + dV_{n+1} = I \left\{ \frac{1}{\frac{1}{dR_n} + \omega C_n} + \frac{1}{\frac{1}{dR_{n+1}} + \omega C_{n+1}} \right\}.$$

Da diese Beziehung zwischen Strom und Spannung mit der vorangehenden gleichwertig sein muss, so können sie einander gleich gesetzt werden. Aus dieser Gleichsetzung resultiert:

$$dR_n C_n = dR_{n+1} C_{n+1}.$$

Die Frequenz f erscheint in dieser Gleichung nicht, was aussagt, dass sie auch bei Gleichstrom besteht. Die Kapazität eines Elementarzyllinders C_n ergibt sich zu:

$$C_n = k_1 \frac{r_n \epsilon_n}{dr}.$$

Der Elementarwiderstand dR_n stellt sich dar durch:

$$dR_n = k_2 \frac{dr}{r_n g_n}.$$

In den letzten zwei Gleichungen bedeuten k_1 und k_2 Konstante, r_n den Radius des n ten Elementarzyllinders und ϵ_n resp. g_n seine Dielektrizitätskonstante resp. seine Leitfähigkeit. Das Produkt $dR_n \cdot C_n$ kann nun folgendermassen geschrieben werden:

$$dR_n C_n = k \frac{\epsilon_n}{g_n}; \quad \text{ebenso muss gelten:} \quad dR_{n+1} C_{n+1} = k \frac{\epsilon_{n+1}}{g_{n+1}};$$

daraus folgt:

$$\frac{\epsilon_n}{g_n} = \frac{\epsilon_{n+1}}{g_{n+1}}.$$

Besteht im Kabel ein Temperaturgefälle, dann sagt diese Gleichung aus, dass sich im Falle einer Temperaturabhängigkeit die Größen ϵ und g durch eine und dieselbe Temperaturfunktion ausdrücken lassen müssen. Die vorgenommenen bezüglichen Untersuchungen haben jedoch gezeigt, dass dies nicht zutrifft⁵⁾. Man ersieht also, dass mit Hilfe eines Ersatzschemas, wie es Fig. 19 zeigt, die analytische Formulierung der Spannungsverteilung im allgemeinen nicht vorgenommen werden kann.

Handelt es sich übrigens nur darum, die Spannungsverteilung entweder bei oder nahe der normalen Betriebsspannung, oder dann bei oder nahe der Durchschlagsspannung zu beurteilen, so erübrigt sich, wie in den vorhergehenden Abschnitten erörtert wurde, die Verwendung irgend eines besonderen Ersatzschemas des sogenannten „unvollkommenen Kondensators“ vollständig.

Zusammenfassung der Hauptergebnisse.

1. Die Spannungsverteilung im Dielektrikum von Gleichstromkabeln ist in nicht zu vernachlässigendem Masse abhängig von der Grösse des Betriebsstromes.
2. Die Spannungsverteilung im Dielektrikum von Wechselstromkabeln wird nur unweitlich durch den Betriebsstrom beeinflusst. Die O'Gormansche Formel hat bei diesen Kabeln Gültigkeit, jedoch nur bis zu Spannungen, die unweitlich über der normalen Betriebsspannung liegen.
3. Die bei der Kabelprüfung hin und wieder stattfindenden Spannungsproben von Wechselstromkabeln mit Gleichspannung sind nicht einwandfrei.
4. Die Vorstellung, dass das Dielektrikum eines Kabels aus der Aneinanderfügung von Elementarzylinern bestehe, welch letztere mit ohmschem Widerstand überbrückte reine Kapazitäten sind, ermöglicht nicht die Berechnung der Spannungsverteilung bei Temperatureinwirkung. Dagegen erweist es sich für Spannungen, die unter, bei oder unweitlich über der normalen Betriebsspannung liegen, zweckmässig, das Dielektrikum als die Serieschaltung von lauter reinen Kapazitäten aufzufassen. Bei Spannungen, die zum Durchbruch führen, ist das Dielektrikum als die Serieschaltung von lauter ohmschen Widerständen aufzufassen.
5. Der elektrische Durchschlag der Kabelisolation kann durch die Wärmeproduktion im Dielektrikum erklärt werden. Dieser Vorgang gestattet die Berechnung der Durchbruchsspannung des Kabels. Für den Durchschlag ist der Effektivwert der Spannung massgebend.
6. Für gleiche Betriebsspannung und betriebswarmen Zustand liegt die Sicherheit des Einleiterkabels gegen Durchschlag bei Gleichstrombetrieb wesentlich höher als bei Wechselstrombetrieb.

Die Zeichnung des genauen Diagrammkreises des Drehstrom-motors.

Von Privatdozent Dr. Robert Moser †, Wien.

Der Autor gibt ein neues zeichnerisches Verfahren zur Bestimmung des Diagrammkreises des Drehstrommotors unter Berücksichtigung des Magnetisierungsstromes an und beweist die Richtigkeit desselben.

L'auteur expose un nouveau procédé graphique pour déterminer le diagramme du moteur asynchrone en tenant compte des pertes dans le fer et démontre son exactitude.

Die hier zu besprechende Konstruktion des Kreisdiagrammes des Drehstrom-motors, bei welcher der ohmsche Abfall im Primärkreise (Ständer) berücksichtigt wird, konnte bei der grossen Anzahl bereits bekannter Lösungen nicht Selbstzweck

⁵⁾ Das Kabeldielektrikum kann, wie es auch bei den Brückenmessungen vorausgesetzt wurde, als die Parallelschaltung einer reinen Kapazität mit parallel geschaltetem Widerstand angesehen werden. Dies trifft nun aber nur solange zu, als man von der in diesem Abschnitt angenommenen Elementar-zergliederung des Dielektrikums absieht.

einer Untersuchung sein. Sie ist auch nur das zufällige Ergebnis einer vor einigen Jahren über den ganz elementaren Nachweis des genauen Kreises angestellten Studie. Die Konstruktion hat das Eigentümliche, dass sich der Durchmesser des Diagrammkreises, und zwar des horizontalen, ohne Benützung des Zirkels mit wenigen Strichen und in brauchbarem Maßstab angeben lässt. Den Nachweis der Richtigkeit dieser Konstruktion kann man nach bekannten Methoden leicht führen. Trotzdem wird es vielleicht nützlich sein, die Ableitung des genauen Kreises, welcher die Konstruktion ihre Entstehung verdankt, sowie einige Ergänzungen zur praktischen Anwendung des Diagrammes anschliessend zu erörtern.

Zeichnung des genauen Kreises.

Man trägt nach Fig. 1, wie beim einfachen Heyland-Diagramm, auf der X-Achse den idealen Magnetisierungsstrom $OA = I_\mu$ auf, ferner den ideellen Kurzschlussstrom $OB = I_k$, bezogen auf die Klemmspannung V_A , deren Richtung in die Y-Achse fällt, und errichtet in A und B Vertikale. Der Einfluss des Ständerwiderstandes r_1 erhält seinen Ausdruck darin, dass man ihn mit der Ständerreaktanz

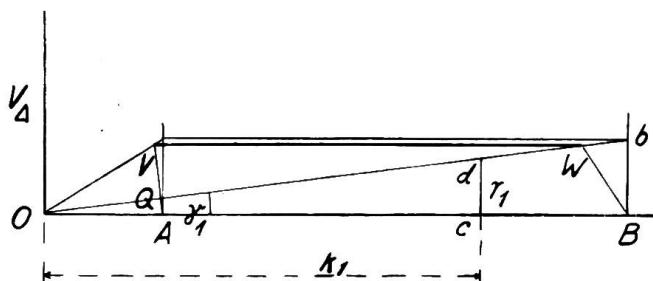


Fig. 1
Konstruktion des horizontalen Durchmessers des genauen Kreises.

eine Gerade unter dem Neigungswinkel γ_1 , indem man beispielsweise auf der X-Achse in irgend einem Maßstabe $Oc = k_1$ und senkrecht dazu $cd = r_1$ aufträgt. Den Strahl Od bringt man mit der Vertikalen in B zum Schnitt und erhält auf letzterer den Punkt b . Ferner legt man durch b eine Horizontale, welche die im Punkt A errichtete Vertikale in a schneidet und verbindet O mit a . Fällt man nun von A aus eine Normale auf Ob , so ist die durch den Schnittpunkt V dieser Normalen mit dem Strahl Oa gelegte horizontale Strecke VW , deren zweiter Endpunkt W auf dem Strahl Ob liegt, bereits der horizontale Durchmesser des genauen Kreises. Will man den Endpunkt W (wegen des flachen Schnittes) genauer erhalten, so zieht man durch B einen Strahl normal zu Oa , welcher auf Ob ebenfalls diesen Punkt W herausschneidet.

Ableitung des genauen Kreises.

Die Ableitung des Diagrammkreises geht vom Stromdiagramm des allgemeinen Transformatoren aus, welches den Zusammenhang zwischen dem Primärstrom, Magnetisierungsstrom und dem auf die Primärwicklung bezogenen Sekundärstrom angibt. Man kann sich dasselbe in mehr technischer Anschauungsweise mit Hilfe der Streukoeffizienten¹⁾ oder in mehr physikalischer Art mit Hilfe der Induktionskoeffizienten oder Reaktanzen ins Gedächtnis zurückrufen. Obwohl dieses Stromdiagramm demnach als bekannt anzusehen ist, wird es sich für das folgende empfehlen, den Aufbau desselben nach letzterer Methode kurz anzugeben, ähnlich wie Sumec den Beweis des genauen Kreises einleitet.²⁾

Bezeichnen I_1 , I_2 den Ständer- bzw. Läuferstrom, ferner k_1 , k_2 , k_{12} oder k_{21} der Reihe nach die Totalen Selbstreaktanzen der Ständer- bzw. Läuferwicklung

¹⁾ Vergl. u. a. Verfasser: „Elektrotechnik und Maschinenbau“ 1912, Seite 848.

²⁾ E. u. M. 1910, Seite 110.

definiert. Es ist also γ_1 , zum Impedanzwinkel des primären Stromkreises komplementär. Man zieht dann durch O

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{r_1}{k_1} \quad (2)$$

und die Reaktanz der gegenseitigen Induktion bei Netzfrequenz, so bekommt man zunächst das *EMK-Dreieck* für die Ständerwicklung nach Fig. 2a. Die resultierende *od* der beiden induzierten Spannungen $op = I_1 k_1$ und $pd = I_2 k_{21}$ gibt die Gesamt-Gegen-*EMK* des Ständers E_1 . Nach Fig. 2b liefert die Resultierende $o' f'$ aus den beiden in der Läuferwicklung induzierten Spannungen $o' p' = I_1 k_{12} s$ und $p' f' = I_2 k_2 s$ (s = Schlüpfung) die gesamte im Läufer verfügbare Spannung E_2 , welche zur Deckung des ohmschen Spannungsabfalles $I_2 r_2$ (r_2 = Läuferwiderstand) dient, daher in Phase mit I_2 ist und senkrecht zu der durch I_2 erzeugten Reaktanzspannung $p' f' = I_2 k_2 s$ stehen muss. Der Winkel bei p bzw. p' in den beiden Dreiecken ist derselbe. Man kann nun die beiden

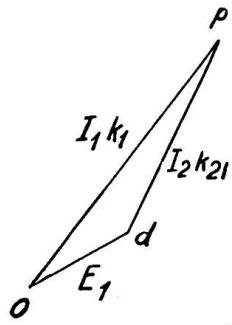


Fig. 2a

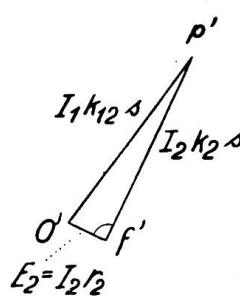
EMK-Dreieck des Ständers.

Fig. 2b

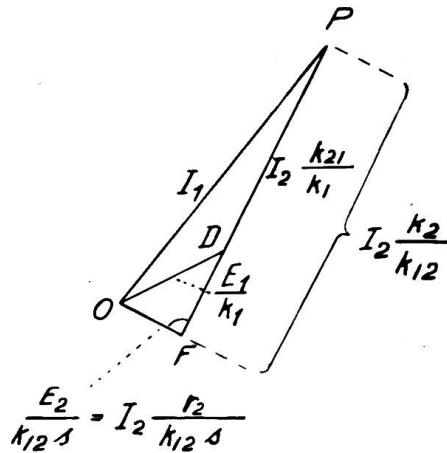
EMK-Dreieck des Läufers.

Fig. 2c

Stromdiagramm, bezogen auf die Ständerwicklung.

Dreiecke zusammenfassen, indem man beispielsweise sämtliche Größen des Ständer-*EMK*-Dreiekes durch k_1 und die des Läufer-*EMK*-Dreiekes durch $k_{12} s$ dividiert. Dann erhalten die Strecken op $o' p'$ denselben Wert, nämlich den des Ständerstromes $I_1 = OP$, und können zur Deckung gebracht werden, wie es Fig. 2c zeigt. Aus diesem letzteren Diagramm sind nun die wichtigsten Elemente für die Entwicklung des Kreisdiagrammes zu entnehmen. Die Strecke OD (entstanden aus od der Fig. 2a) gibt uns auch hier ein Mass für die wirksame Gegen-*EMK* des Motors E_1 , stellt unmittelbar jedoch den in der Ständerwicklung wirksamen Magnetisierungsstrom $\frac{E_1}{k_1}$ dar. (OD kann auch als Mass des resultierenden Ständerfeldes betrachtet werden.) Die Strecken PD (entstanden aus pd) und PF (entstanden aus $p' f'$) sind beide ein Mass für den Läuferstrom I_2 und geben auch die Phasenlage desselben in bezug auf den Ständerstrom $I_1 = OP$ richtig an. Es ist:

$$I_2 = PD \frac{k_1}{k_{21}} = PF \frac{k_{12}}{k_2}. \quad (3)$$

Der Punkt D teilt die Strecke PF in einem konstanten Verhältnis und zwar erhält man aus Fig. 2c:

$$\frac{DF}{PF} = \frac{PF - PD}{PF} = \frac{\frac{k_2}{k_{12}} - \frac{k_{21}}{k_1}}{\frac{k_2}{k_{12}}} = 1 - \frac{k_{12} k_{21}}{k_1 k_2} \quad (4)$$

den Gesamtstreuukoeffizienten oder das Verhältnis von ideellem Magnetisierungsstrom I_μ zum ideellen Kurzschlusstrom I_k , also auch:

$$\frac{DF}{PF} = \sigma = \frac{I_\mu}{I_k}. \quad (4a)$$

Die Strecke $OF = \frac{E_2}{k_{12}s} = I_2 \frac{r_2}{k_{12}s}$ steht (wie $o'f'$ zu $p'f'$ im Dreieck der Fig. 2b) senkrecht zu PF . Mit Hilfe von OF lässt sich auch die Läuferspannung E_2 aus E_1 berechnen. Es ist:

$$E_2 = s E_1 \frac{k_{12}}{k_1} \frac{OF}{OD}.$$

(Mit $\frac{k_{12}}{k_1}$ multipliziert ist OF ein Mass für das Läuferfeld im Vergleich zu OD als Ständerfeld.)

Wir betrachten nun die Verhältnisse in der an ein Netz konstanter Spannung V_A (pro Phase) angeschlossenen Ständerwicklung. In dieser sind ausser V_A noch E_1 als Gegen-EMK und der ohmsche Abfall $I_1 r_1$ wirksam. (Der Einfluss der Wirbelströme und Hysteresisverluste sei vernachlässigt.) Die drei Grössen bilden vektoriell betrachtet ein Dreieck. Dividiert man nun diese sämtlich durch den konstanten Wert r_1 , so erhalten wir dasselbe Dreieck mit verändertem Maßstab, in welchem jedoch die eine Dreieckseite unmittelbar den Ständerstrom I_1 angibt.³⁾ Nach Fig. 3 ist dann $ON = \frac{V_A}{r_1}$ ein Mass für die Klemmenspannung V_A , $NP = \frac{E_1}{r_1}$ für E_1 und $OP = I_1$ für den

ohmschen Spannungsabfall (im Werte des Ständerstromes selbst). Die Phasenverschiebung zwischen Strom I_1 und V_A ist durch den Winkel $NOP = \varphi$ gegeben.

Man kann nun in diese Figur das Stromdiagramm aus Fig. 2c unmittelbar übertragen. Es muss dann der wirksame Magnetisierungsstrom OD senkrecht zu der von ihm erzeugten Gegen-EMK, nämlich E_1 , also auch senkrecht zu NP stehen und ist dieser Grösse (gerade Sättigungsline, wie üblich, angenommen) proportional. Das wirkliche Verhältnis der beiden Strecken ergibt sich unter Benutzung der Fig. 2c und Gleichung (2) mit:

$$\frac{OD}{NP} = \frac{\frac{E_1}{r_1}}{\frac{E_1}{r_1}} = \frac{r_1}{k_1} = \tan \gamma_1. \quad (5)$$

Bei Synchronismus verschwindet der Läufersstrom, die Punkte P und D fallen zusammen und gelangen nach Q . Man erhält diesen Punkt, indem man auf der X-Achse den ideellen Magnetisierungsstrom $I_\mu = OA$ aufträgt, den Strahl AN zieht und auf denselben von O aus eine Normale fällt. — Der Fußpunkt derselben ist Q . — Denn unter Berücksichtigung von Gleichung (1) und (2) ist:

netzisierungsstrom $I_\mu = OA$ aufträgt, den Strahl AN zieht und auf denselben von O aus eine Normale fällt. — Der Fußpunkt derselben ist Q . — Denn unter Berücksichtigung von Gleichung (1) und (2) ist:

³⁾ Diese Transformation wurde vom Verfasser bereits im Jahre 1905 (E.T.Z., Seite 2) angegeben und ist später von anderer Seite mehrfach angewendet worden.

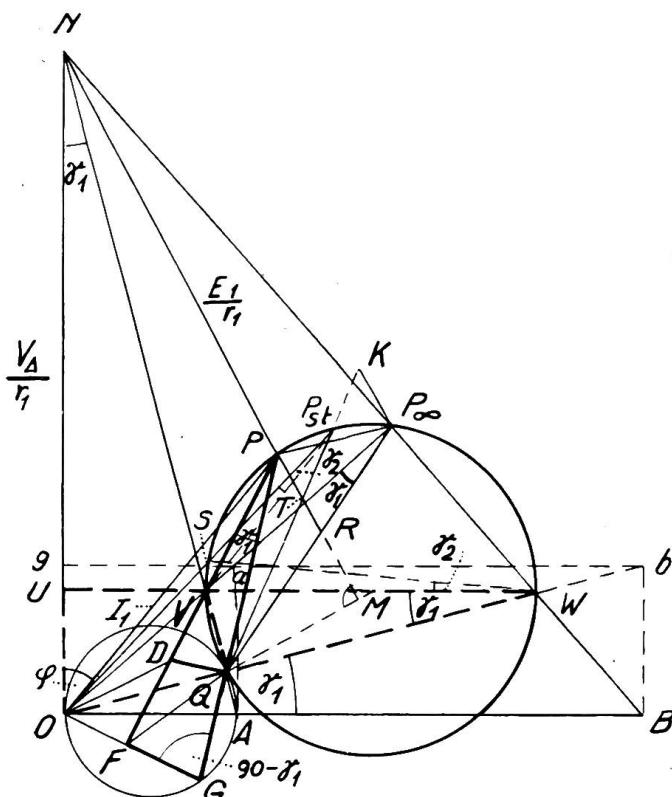


Fig. 3

Ableitung des Kreisdiagrammes.

$$\frac{OA}{ON} = \frac{I_u}{V_A} = \frac{r_1}{k_1} = \operatorname{tg} \gamma_1 \quad (5a)$$

und da dann auch:

$$\frac{OQ}{NQ} = \operatorname{tg} \gamma_1 \quad (5b)$$

ist die Bedingung der Gleichung (5) erfüllt; daher OQ der zum Mass NQ der EMK gehörige Magnetisierungsstrom (auch in richtiger Phasenlage) und gleichzeitig der totale Ständerstrom bei Synchronismus.

Da die Strecken OD und NP sowie OQ und NQ wechselseitig aufeinander senkrecht stehen, folgt die Winkelgleichheit $\angle DOQ = \angle PNQ$. Wegen Konstanz des Verhältnisses der Seiten nach Gleichung (5) und (5b) sind dann aber die Dreiecke DOQ und PNQ ähnlich und es ergibt sich auch die Beziehung:

$$\frac{DQ}{PQ} = \frac{OQ}{NQ} = \operatorname{tg} \gamma_1. \quad (6)$$

Da die beiden anderen Seiten der ähnlichen Dreiecke DOQ und PNQ wechselseitig aufeinander senkrecht stehen, gilt dies auch für die dritte Seite und es ist

$$DQ \perp PQ.$$

Nach Gleichung (6) hat man so bei P den konstanten Winkel $DQP = \gamma_1$. Das bei Q rechtwinkelige Dreieck DQP bleibt sich also bei jeder Belastung ähnlich und zwar ähnlich dem Dreieck OQN oder AON .

Verlängert man jetzt die Strecke OF und bringt sie mit der Verlängerung von PQ in G zum Schnitt, so bekommt man die durch kräftige Linien hervorgehobene Figur $PDFGQ$, welche ebenfalls bei allen Belastungen sich ähnlich bleibt. Denn der Winkel PFG hat nach dem zu Fig. 2c Gesagten stets 90° und es sind daher sämtliche Winkel in der Figur unveränderlich. Ausserdem teilt der Punkt D nach Gleichung (4a) die Strecke PF in einem konstanten Verhältnis. Aus dieser gleichbleibenden Ähnlichkeit der Figur $PDFGQ$ ergibt sich aber weiter, dass auch die Strecke PG durch den Punkt Q in einem konstanten Verhältnis geteilt wird. Eine einfache Rechnung ergibt unter Berücksichtigung von Gleichung (4a), (6) und (2) z.B.:

$$\frac{QP}{GQ} = \frac{1 - \sigma}{\sigma + \frac{r_1^2}{k_1^2}}. \quad (7)$$

Da ausserdem der Winkel OGP konstant ist (nämlich $90 - \gamma_1$), und die Punkte O und Q Fixpunkte darstellen, beschreibt der Punkt G einen Kreis über OQ als Sehne. Wegen Gleichung (7) ist die vom Punkte P zurückgelegte Kurve jener des Punktes G ähnlich und daher auch ein Kreis, womit die Kreiseigenschaft des geometrischen Ortes des Stromvektor-Endpunktes P bewiesen ist.

Festlegung des Diagrammkreises und Nachweis der Richtigkeit der Konstruktion nach Fig. 1.

Trägt man in Fig. 3 auf der X-Achse noch den ideellen Kurzschlusstrom $I_k = OB$ auf, verbindet B mit N , verlängert ferner die Strecke OQ bis zum Schnitt W mit BN und legt durch W die Horizontale bis zum Schnitt U mit der Y-Achse, so wird die Strecke UW durch den Strahl AN im Punkte V nach Gleichung (4a) geteilt im Verhältnis:

$$\frac{UV}{UW} = \frac{OA}{OB} = \frac{I_u}{I_k} = \sigma. \quad (8)$$

also genau so, wie die Strecke PF durch den Punkt D nach Gleichung (4a). Da offenbar $\angle OWU = \gamma_1$ und die Verbindungsstrecke VQ senkrecht auf OW ist, entsteht

eine (in starker Strichierung gezeichnete) Figur $WVUOQ$, welche der Figur $PDFGQ$ ähnlich ist und es gilt:

$$\frac{QW}{OQ} = \frac{QP}{GQ} \quad (9)$$

Da der von Punkt G beschriebene kleine Kreis durch O geht, ist W also jener Punkt des Diagrammkreises, mit welchem P zusammenfällt, wenn G längs des kleinen Kreises nach O gelangt. Aber auch der Punkt V gehört dem gesuchten Diagrammkreise an. Denn es ist der Winkel bei A , nämlich $OAQ = 90 - \gamma_1$, also gleich dem Winkel OGQ bei G , und da die beiden Winkel die gleiche Sehne OQ besitzen, ist OAQ ein Peripheriewinkel des kleinen Kreises mit A als Scheitel über OQ . Da weiter nach der Figur und Gleichung (9):

$$\frac{QV}{AQ} = \frac{QW}{OQ} = \frac{QP}{GQ} \quad (10)$$

ist V jener Punkt, mit welchem P zusammenfällt, wenn der Punkt G längs des kleinen Kreises nach A gelangt. Weil ausserdem der Winkel VQW ein Rechter ist, sind V und W die Endpunkte des horizontalen Diagramm-Kreisdurchmessers, wie es A und O im kleinen Kreise sind. Damit wäre zunächst der Diagrammkreis festgelegt. In der Regel ist der Punkt N wegen seiner grossen Entfernung für eine handliche Zeichnung nicht benützbar, und daher die vorangegebene Konstruktion, bei welcher der Strahl BN benötigt wird (dessen Neigung sich übrigens aus Fig. 3 leicht errechnen lässt) für praktische Zwecke nicht vorteilhaft. Eine einfache Ueberlegung führt dann zu der in Fig. 1 dargestellten und bereits angegebenen Konstruktion ohne Benützung des Punktes N in folgender Weise: Dadurch, dass man in den Punkten A und B (Fig. 1) eine Vertikale errichtet, erhält man in der Horizontalen gab (Fig. 3) ein Abbild der Strecke OAB . Der Punkt a teilt also die Strecke gb derart, dass:

$$\frac{ga}{gb} = \frac{OA}{OB} = \sigma.$$

Verbindet man O mit a , wie in Fig. 1 angegeben, so teilt der Strahl Oa jede horizontale Strecke, welche von der Y-Achse und dem unter dem Winkel γ_1 gezogenen Strahl Ob begrenzt wird, ebenfalls in diesem Verhältnis σ . Nach Gleichung (8) liegt also der Punkt V auf dem Strahl Oa . Die von dem Punkt A auf Ob gefällte Normale in Fig. 1 entspricht dem Strahl AN , welchem, wie früher gezeigt, der Punkt V ebenfalls angehört. Damit ist der Punkt V gefunden. Der Nachweis für den zweiten Durchmesser-Endpunkt W ergibt sich daraus, dass er auf dem Strahl Ob liegen muss.

Was die zu Fig. 1 angegebene genauere Konstruktion des Punktes W anbelangt, so erhält man dieselbe folgendermassen: Im Dreieck ONW sind UW und QN zwei Höhen. Die dritte Höhe muss durch den gemeinsamen Schnittpunkt V gehen; es ist also die Verlängerung von OV (identisch mit Oa die dritte Höhe, zu welcher die Seite WN (identisch mit BW) senkrecht steht.

Der Unendlichkeitspunkt P_∞ und die Läuferspannung E_2 .

Zunächst sei noch auf die besondere Eigenschaft des Punktes V hingewiesen. Da die Punkte P und W beide dem Diagrammkreise angehören, sind die beiden Winkel VWQ und DPQ Peripheriewinkel, von denen ein Schenkel durch denselben Kreispunkt Q geht. Da sie ausserdem einander gleich sind (nämlich $= \gamma_1$), gehen auch die beiden anderen Schenkel durch einen und denselben Kreispunkt. Da V dem Kreise angehört und auf dem einen Schenkel UW liegt, ist V dieser gemeinsame Kreispunkt. Bei beliebiger Belastung gehen also (was ja bekannt ist) alle Strahlen DP durch V . Es ist so nach Fig. 2c durch den Punkt V für jeden Lastpunkt P die Richtung des Läuferstromes I_2 gegeben.

Der Punkt P_∞ für unendliche Geschwindigkeit ergibt sich daraus, dass nach Fig. 2c für $s = \infty$ die Grösse $OF = 0$ wird. Für diesen Zustand fallen die Rich-

tungen des Ständer- und Läuferstromes (abgesehen vom Vorzeichen) zusammen. Man hat sich also vorzustellen, dass mit wachsender Geschwindigkeit der Strahl FP (Fig. 3) um den Punkt V dreht, bis er bei $s = \infty$ mit OP zusammenfällt. Der Punkt F gelangt dann nach O , der Ständerstrom OP geht dann ebenfalls durch V und es stellt der bis zum Diagrammkreis verlängerte Strahl OV den Ständerstrom OP_∞ bei $s = \infty$ dar. Der Punkt P_∞ lässt sich also theoretisch durch Verlängerung des Strahles OV oder Ob ohne weiteres bestimmen. Für den praktischen Bedarf ist diese Konstruktion jedoch zu ungenau. Man kann den Strahl OP_∞ aber ähnlich wie OW (bezw. Ob) mit Hilfe einer kleinen (bekannten) Rechnung konstruieren, wenn man die Benützung des Punktes N ausschliesst. Es steht nämlich, wie früher gezeigt, der Strahl OV senkrecht auf BN und es liegt der Schnitt der Verlängerung von OV mit BN (als Scheitel eines rechten Winkels über dem Kreisdurchmesser VW als Hypotenuse) auf dem Diagrammkreise. Dieser Schnittpunkt ist also mit P_∞ identisch.⁴⁾ Nun ergibt sich aus Fig. 3 sowie Gleichung (4a), (1) und (2):

$$\operatorname{tg} P_\infty OB = \operatorname{cotg} NBO = \frac{OB}{ON} = \frac{I_k}{\frac{\sigma}{r_1}} = \frac{\frac{I_\mu}{\sigma}}{\frac{r_1}{\sigma}} = \frac{r_1}{k_1 \sigma} = \frac{\operatorname{tg} \gamma_1}{\sigma} \quad (11)$$

wobei sich irgend einer dieser Ausdrücke zur Auftragung des Winkels $P_\infty OB$ benützen lässt, z.B. indem man, wie in Fig. 1, statt der Strecke $cd = r_1$ in c die Strecke $\frac{r_1}{\sigma}$ errichtet.

Der Punkt P_∞ ist auch wichtig zur Bestimmung der Läuferspannung E_2 . Während man die Grösse des Läuferstromes mit genügender Genauigkeit erhält, wenn man den Wert von PQ statt PD benützt und dann I_2 nach Gleichung (3) berechnet, genügt es für manche praktische Probleme des Anlaufes nicht, die Ankerspannung (bezogen auf Stillstand) konstant anzunehmen, oder die Verminderung bei Last nur zu schätzen. Es ist OF nach Fig. 2c, wenn s gegeben, ein Mass für die Läuferspannung. Bei Stillstand und offenem Läufer verschwindet der Läuferstrom und es fallen F und D zusammen, und zwar gelangen beide nach Q . Bezeichnet man mit E_{20} die Spannung im offenen, stillstehenden Läufer, so kann man die Läuferspannung E_2 bei Belastung ausdrücken durch:

$$E_2 = s \frac{OF}{OQ} E_{20}. \quad (12)$$

Die Grössen OF und OQ sind jedoch wegen des zu kleinen Masstabes nicht brauchbar, dagegen lässt sich der Punkt P_∞ hierfür benützen. Bei der Drehung des Strahles FP in die Lage OP_∞ gelangt der Punkt F bei $s = \infty$ nach O und die Strecke FQ geht in OQ über. Da sich nun die Figur $PDFGQ$ stets ähnlich bleibt, ist das Verhältnis $\frac{QP}{FQ}$ ein konstantes und es gilt bei $s = \infty$:

$$\frac{QP_\infty}{OQ} = \frac{QP}{FQ}.$$

Da ferner bei der Drehung des Strahles FP nach OP_∞ sämtliche Strecken der Figur $PDFGQ$ dieselbe Drehung mitmachen, beschreibt FQ , um nach OQ zu gelangen, denselben Winkel wie QP bei der Drehung in der Lage QP_∞ . Es sind also auch die Winkel FQO und PQP_∞ einander gleich und die beiden Dreiecke FQO und PQP_∞ einander ähnlich. Daher:

$$\frac{OF}{OQ} = \frac{P_\infty P}{P_\infty Q}$$

⁴⁾ Vergl. z. B. Sumec, E.T.Z. 1910, Seite 111.

und nach Gleichung (12): $E_2 = s \frac{P_\infty P}{P_\infty Q} E_{20}$.

Die Möglichkeit, die Läuferspannung in verhältnismässig einfacher Weise aus dem Kreisdiagramm genau entnehmen zu können, wird oft übersehen.⁵⁾

Die Drehmomenten-Gerade.

Es ist bekannt, dass die von *Ossanna* zuerst angegebene sogenannte Drehmomenten-Gerade durch den Punkt Q und P_∞ zu legen ist. Der Nachweis hierfür lässt sich auf dem von *Grob*⁶⁾ und später von *Haberland*⁷⁾ noch vereinfachten Wege aus Fig. 3 leicht entnehmen. Man kann von der auf den Anker übertragenen Leistung ausgehen, welcher das Drehmoment proportional ist und die durch das Produkt $I_1 E_1 \cos(I_1 E_1)$ bestimmt wird oder nach Fig. 3 durch den Ausdruck (abgesehen vom Vorzeichen):

$$OP \cdot NP \cdot r_1 \cdot \cos OPN.$$

Da nach Gleichung (5) $NP = \frac{k_1}{r_1} OD$ und zu OD senkrecht steht, wird die übertragene Leistung $OP \cdot OD \cdot \sin POD \cdot k_1$. Abgesehen von k_1 ist dies die doppelte Fläche des Dreiecks POD , weshalb man auch schreiben kann $PD \cdot OF \cdot k_1$.

Fällt man nun von P aus die Normale auf den Radius QM , welche den Strahl QP_∞ in R schneidet, so entsteht ein Dreieck QPR ähnlich dem Dreieck $QPP_\infty P$, also nach früheren auch ähnlich QOF (die Beziehung des Peripheriewinkels QPP_∞ zum Zentriwinkel QMP_∞ ergibt $\angle QRP = QPP_\infty$). Es ist desshalb:

$$OF = PR \frac{OQ}{QP}.$$

Berücksichtigt man ferner, dass $OQ = OA \cos \gamma_1 = \frac{V_A}{k_1} \cos \gamma_1$ und $QP = PD \cos \gamma_1$, so erhält die übertragene Leistung den bekannten Ausdruck:

$$V_A \cdot PR. \quad (13)$$

Der Stillstandpunkt P_{st} und die Leistungsgerade.

Bei Stillstand ist die Schlüpfung $s = 1$. Aus Fig. 2c folgt, dass dann der Phasenwinkel OPF zwischen Ständer und Läuferstrom (für diesen besonderen Fall mit γ_2 bezeichnet) sich ergibt mit:

$$\operatorname{tg} \gamma_2 = \operatorname{tg} OPF = \frac{OF}{PF} = \frac{I_2 \frac{r_2}{k_{12}}}{I_2 \frac{k_2}{k_{12}}} = \frac{r_2}{k_2}. \quad (14)$$

Diese Beziehung führt zu einer theoretisch sehr einfachen Konstruktion des Stillstandpunktes P_{st} . Trägt man (Fig. 3) von W aus auf WU den Winkel $\gamma_2 = UWS$ auf, wobei der Punkt S auf dem Diagrammkreise liegt, und zieht den Strahl OS , so schneidet dessen Verlängerung auf der Kreisperipherie bereits den Stillstandpunkt P_{st} heraus; denn es ist OP_{st} die Richtung von I_1 , ferner $P_{st} V$ von I_2 und als Peripheriewinkel $\angle OP_{st} V = \angle SWV = \gamma_2$.

Für praktische Zwecke ist diese Konstruktion ebenfalls nicht genau genug. Man kann nach dem Vorschlage von *Ossanna* („Starkstromtechnik“ 2. Auflage, Seite 560) die genauere Lage des Strahles OP_{st} durch Berechnung seines Neigungswinkels

⁵⁾ Auch wenn man das Diagramm in der vereinfachten Form, wie es bezw. vom Verfasser in E. u. M., 1920, Seite 118, erwähnt wird, ist die Beziehung 12a) benützbar.

⁶⁾ E. T. Z. 1904, Seite 452.

⁷⁾ E. T. Z. 1907, Seite 481.

BOP_{st} festlegen. Denselben findet man am leichtesten aus dem Verhältnis der Koordinaten des Punktes S , wobei man diese durch die Projektionen der Strecken OW und WS ausdrückt, die sich wieder mit Hilfe der Gleichung (7) aus OQ bezw. OA leicht berechnen lassen. Man findet:

$$\operatorname{tg} BOP_{st} = \frac{\frac{r_1}{k_1} \left(1 + \frac{r_2^2}{k_2^2}\right) + \frac{r_2}{k_2} (1 - \sigma)}{\sigma + \frac{r_2^2}{k_2^2}}. \quad (15)$$

Bekanntlich stellt QP_{st} die Leistungsgerade dar, derart, dass $V_A PT$ die Leistung des Motors (pro Phase, wenn V_A = Phasen- oder Sternspannung), abgesehen von den Reibungsverlusten angibt. Der Punkt T ist hierbei der Schnitt von PR mit QP_{st} . Ferner ist TR ein Mass für die Verluste im Läufer und zwar $TR V_A$ diese selbst (auf eine Ständerphase bezogen). Um die Leistungsgerade zu zeichnen könnte man daher auch für einen beliebigen Punkt P die Läuferverluste aus dem Läuferstrom berechnen und die entsprechende Strecke RT auftragen. Geschieht dies beispielsweise für den Punkt P_∞ , so wäre eine Strecke $P_\infty K$ von der Grösse:

$$P_\infty K = \frac{I_{2\infty}^2 r_2}{V_A}$$

zu berechnen, wobei $P_\infty K$ ebenfalls senkrecht auf den Radius QM steht. Der Läuferstrom I_2 kann im allgemeinen nach Gleichung (3) aus PD bestimmt werden, oder auch aus der proportionalen Strecke $PQ = PD \cdot \cos \gamma_1$. Es ist also:

$$I_{2\infty} = \frac{P_\infty Q}{\cos \gamma_1} \frac{k_1}{k_{21}}$$

und

$$P_\infty K = \frac{P_\infty Q^2}{\cos^2 \gamma_1} \frac{k_1^2}{k_{21}^2} \frac{r_2}{A}.$$

Berechnet man $P_\infty Q$ aus dem Dreiecke $OP_\infty Q$, in welchem die Seite OQ und die Winkel $OP_\infty Q = \gamma_1$ sowie $P_\infty OQ = P_\infty OB - \gamma_1$ aus Gleichung (11) bekannt sind, ersetzt man ferner k_2^2 durch $k_{12} k_{21}$ und dieses nach Gleichung (4) durch $(1 - \sigma) k_1 k_2$, so gelangt man nach einigen Umformungen zu dem Ausdruck:

$$P_\infty K = I_\mu \frac{\frac{r_2}{k_2} (1 - \sigma)}{\sigma^2 + \frac{r_1^2}{k_1^2}}. \quad (16)$$

Hiermit ist die Leistungsgerade und indirekt auch der Stillstandpunkt auf anderem Wege in etwas einfacherer Form bestimmt.

Wirtschaftliche Mitteilungen. — Communications de nature économique.

Geschäftsbericht der Schweiz. Telegraphen- und Telephonverwaltung pro 1922. Dem obgenannten Bericht entnehmen wir, dass im verflossenen Jahre das Telephonwesen einen Gewinn von Fr. 5100 313.—, das Telegraphenwesen einen Verlust von Fr. 4167 944.— gebracht hat. Die Einnahmen der letztern Verwaltung sind um 25% zurückgegangen. Vier Fünftel dieses Rückganges fallen auf den internationalen Verkehr. Das stän-

dige Personal ist um 95, das Hilfspersonal um 329 zurückgegangen, das Gesamtpersonal der Telegraphen- und Telephonverwaltung betrug Ende 1922 5870 Personen, die Personalauslagen Fr. 31 359 472.—.

Mit der fortschreitenden Elektrifikation der Bundesbahnen vermehren sich die Telegraphen- und Telephonkabelanlagen. Sie haben 1922 eine Vermehrung von ungefähr 10% erfahren. Die