

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 14 (1923)  
**Heft:** 2

**Artikel:** Berechnung einfacher Abspannmaster und Eckmaste aus Holz  
[Fortsetzung und Schluss]  
**Autor:** Edler, Robert  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1057569>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 29.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Da nun nach (IV) auch

$$n_k = 0$$

so heisst dies, dass die zeitliche Schwingung der  $k$ ten Harmonischen erloschen ist. Es ist nach (29) und (30) eine gedämpfte, räumliche Sinus- bzw. Cosinuswelle daraus geworden von der Form (21).

Da auch hier die Gleichungen (3) und (4) gelten, also:

$$e = e_b + e_v; \quad i = i_b + i_v$$

so folgt für  $t = 0$

$$0 = e_b - \frac{2E}{l} \frac{m_1}{m_1^2 + \lambda^2} \sin(m_1 x) - \frac{E}{l} \sum_1^{\infty} \frac{m_k}{n_k} \frac{\sqrt{n_k^2 + \alpha^2}}{m_k^2 + \lambda^2} \sin(m_k x - \delta_k) - \frac{E}{l} \sum_1^{\infty} \frac{m_k}{n_k} \frac{\sqrt{n_k^2 + \alpha^2}}{m_k^2 + \lambda^2} \sin(m_k x + \delta_k) \quad (36)$$

$$0 = i_b - \frac{2E}{l} \frac{1}{n_1'} \frac{B_1'}{m_1^2 + \lambda^2} \cos(m_1 x) + \frac{E}{l} \sum_1^{\infty} \frac{1}{n_k} \frac{\sqrt{A_k^2 + B_k^2}}{m_k^2 + \lambda^2} \sin(m_k x - \varrho_k) - \frac{E}{l} \sum_1^{\infty} \frac{1}{n_k} \frac{\sqrt{A_k^2 + B_k^2}}{m_k^2 + \lambda^2} \sin(m_k x + \varrho_k) \quad (37)$$

d. h.: Im Momente  $t = 0$  ist die Summe der beiden unendlichen Reihen der Wanderwellen gegeben durch die Differenz des Beharrungszustandes und der stillstehenden ungedämpften Grundwelle. (Fortsetzung folgt.)

## Berechnung einfacher Abspannmaste und Eckmaste aus Holz.

Von Prof. Ing. Robert Edler, Wien.

(Fortsetzung und Schluss)

Der Verfasser untersucht in diesem Schlussteile seiner Arbeit<sup>1)</sup> die Spannungsverteilung im Erdreich, verursacht durch einen auf Biegung beanspruchten Mast, sowie den Einfluss der Mastdurchbiegung auf den Durchhang der Leitungen. Im Anschluss an die theoretischen Abhandlungen wird anhand eines praktischen Beispiels die Anwendung der Formeln und Tabellen erläutert. Als Anhang zum Aufsatz erscheint ein Literatur- und Fabriknachweis.

<sup>1)</sup> Siehe Bulletin 1923, No. 1, Seite 11 u. ff.

Dans cette partie finale<sup>1)</sup> l'auteur étudie la répartition des pressions dans le sol sous l'influence du pylône flechissant aussi que l'influence de la flexion du pylône sur les flèches des conducteurs. Les formules et tableaux sont ensuite appliquées à un exemple de la pratique. A la fin se trouve une liste des publications se rapportant au même sujet.

<sup>1)</sup> Voir bulletin 1923, No. 1, page 11 et ensuite.

### 4. Einbautiefe des Mastes. – Sicherheit gegen Umwerfen.

Die einfache, aber häufig vorkommende Annahme der Spannungsverteilung im Erdboden nach dem Gesetze der geraden Linie (Fig. 14), welche bei gleichmässig widerstandsfähigem Material zutrifft, ist hier unzulässig, weil das Erdreich an der Oberfläche bei A eine nur sehr geringe Widerstandsfähigkeit besitzt und nur am unteren Mastende bei C mit dem Höchstwerte  $p_c$  kg/cm<sup>2</sup> beansprucht werden darf. Verstärkungen nach Art der Fig. 15 sind nicht allgemein anwendbar, da sie sehr breite Löcher erfordern.

Nach den neueren Forschungen<sup>1)</sup> auf dem Gebiete des Erddruckes und der Biegefestigkeit jener Körper, *welche nur Druckspannungen, jedoch keine Zugspannungen aufnehmen können oder dürfen* (besonders Fundamente), kann man die Spannungsverteilung nach einer stetig verlaufenden Kurve annehmen, wie sie etwa Fig. 16 zeigt.<sup>2)</sup>

An der Oberfläche (bei A) ist der Erddruck praktisch = 0; jedenfalls ist er so klein, dass eine nennenswerte Festigkeit an dieser Stelle nicht vorhanden ist.

Auf den eingegrabenen Mastfuss wirkt das Moment  $M_0$  der äusseren Kräfte ( $M_0 = P \cdot h_0$ ) im Uhrzeigersinne (rechtsdrehend); im Erdboden muss daher ein ebenso-grosses (linksdrehendes) Moment infolge der Festigkeit

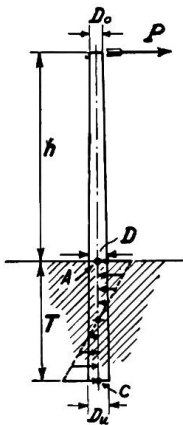


Fig. 14

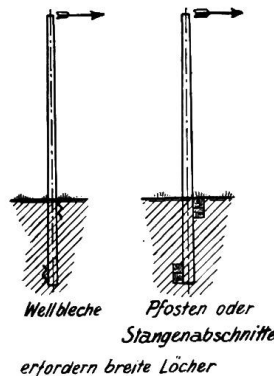


Fig. 15

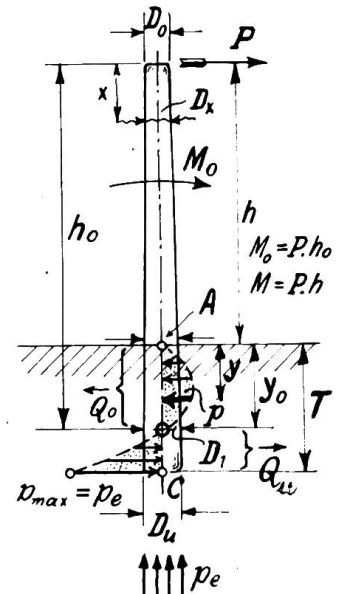


Fig. 16

des Erdbodens entgegenwirken; dasselbe wird durch die beiden resultierenden Kräfte  $Q_0$  und  $Q_u$  hervorgerufen. Diese beiden Kräfte müssen entgegengesetzt gerichtet aber gleich gross sein, da sich ihre Wirkung nach aussen nicht durch eine resultierende Einzelkraft, sondern nur als *Kräftepaar* äussern darf.

Es müssen also folgende Gleichgewichtsbedingungen erfüllt sein (vgl. Fig. 16):

$$\text{I) } \Sigma \text{ Kräfte} = 0 \dots B \int_0^T p \, dy = 0 \quad (44)$$

$$\text{II) } \Sigma \text{ Momente} = 0 \dots M_0 = P h_0 = B \int_0^T p \, y \, dy \quad (45)$$

Ein Teil der Kräfte im Erdreich ( $Q_0$ ) muss nach links, der andere nach rechts ( $Q_u$ ) gerichtet sein, damit ein Moment zustande kommt; daher muss im Abstände  $y_0$  ein *Richtungswechsel* eintreten, d. h. dort herrscht keine Spannung im Erdreich.

Es sind also zwei Stellen mit der Spannung  $p = 0$  vorhanden:

1. an der Oberfläche bei A
2. im Abstände  $y_0$  von der Oberfläche.

Zu I)  $\Sigma \text{ Kräfte} = 0$ . (Hierzu Fig. 17.)

Für ein Material mit überall gleich grosser Widerstandsfähigkeit ist  $a_1 = a_2 = a$  (Dehnungskoeffizient nach Bach =  $\frac{1}{E}$  ...  $E$  = Elastizitätsmodul); dies trifft z. B.

<sup>1)</sup> Vgl. O. Mohr, Technische Mechanik, II. Auflage, 1914, Seite 275.

„Hütte“, 22. Auflage, Band I, Seite 581.

Ullmann, Beton und Eisen, 1909, Seite 18.

Kapper, Freileitungsbau (Verlag Oldenbourg, München); 1920, Seite 98.

<sup>2)</sup> Vgl. auch Dr. Ing. H. Fröhlich, Beitrag zur Berechnung der Mastfundamente (Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin).

bei einem Träger, einem Balken oder einem beliebigen anderen als homogen anzunehmenden Körper zu. Im Erdboden ist jedoch die Widerstandsfähigkeit um so grösser, je tiefer man eindringt; es ist also der Elastizitätsmodul an der Erdoberfläche = 0 und er nimmt mit der Tiefe zu.

Man kann mit grosser Wahrscheinlichkeit und Annäherung an die Wirklichkeit Proportionalität zwischen dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Tiefe  $y$  annehmen; dann wird:

$$E_1 : E_2 = y_1 : y_2 \quad (46)$$

$$\text{also mit } E = \frac{1}{a} \quad \left. \begin{array}{l} E = \text{Elastizitätsmodul} \\ a = \text{Dehnungskoeffizient} \end{array} \right\} \quad (47)$$

$$a_1 : a_2 = y_2 : y_1 \quad (48)$$

Innerhalb der Proportionalitätsgrenze (Gesetz von Hooke) ist:

$$\varepsilon = a p \quad (31)$$

so dass man erhält (vgl. Fig. 18):

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 = a_1 p_1 : a_2 p_2 = (y_0 - y_1) : (y_0 - y_2) \quad (49)$$

weil ja die „relative Dehnung“ (bezw. Zusammendrückung)  $\varepsilon$  mit dem Abstände von dem spannungslosen Punkte (in der Tiefe  $y_0$ ) proportional zunimmt. Aus (48) und (49) folgt daher:

$$\frac{y_0 - y_1}{y_0 - y_2} = \frac{a_1 p_1}{a_2 p_2} = \frac{y_2 p_1}{y_1 p_2} \quad (50)$$

Es sei nun (vgl. Fig. 18):

$y_1 = y \dots p_1 = p \dots$  in beliebiger Tiefe  $y$ ,

$y_2 = T \dots p_2 = p_e \dots$  am tiefsten Punkte des Mastfusses

( $p_e$  ist der grösste zulässige spezifische Erddruck in  $\text{kg/cm}^2$ ).

Für guten Baugrund (gewachsenen Boden) kann man wählen:

$$p_e \doteq 2,5 \text{ bis } 3 \text{ kg/cm}^2.$$

In den folgenden Berechnungen soll zur Sicherheit im allgemeinen nur mit  $p_e = 2 \text{ kg/cm}^2$  gerechnet werden. Bei schlechtem Boden (angeschüttetes Material, weicher Lehm, lockerer Sand) müsste  $p_e$  noch kleiner gewählt werden; in solchen Fällen muss die Druckfläche z. B. durch Wellbleche, Pfosten, Beton oder Steine vergrössert werden.

Aus Gleichung (50) erhält man nun allgemein:

$$\frac{y_0 - y_1}{y_0 - y_2} = \frac{y_2 p_1}{y_1 p_2} = \frac{T p}{y p_e} = \frac{y_0 - y}{y_0 - T}$$

somit

$$p = \frac{y_0 - y}{y_0 - T} \cdot \frac{y p_e}{T} = \frac{p_e}{(y_0 - T) T} (y_0 - y) y \quad (51)$$

daher wird aus der Gleichgewichtsbedingung I Gleichung (44)

$$\frac{B p_e}{(y_0 - T) T} \left[ y_0 \frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right]_0^T = 0$$

$$\frac{p_e T}{y_0 - T} \left( \frac{y_0}{2} - \frac{T}{3} \right) = 0 \quad (52)$$

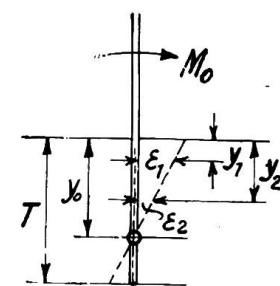


Diagramm  
der Dehnungen

Fig. 17

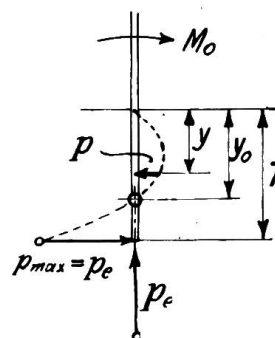


Diagramm  
der Spannungen

Fig. 18



somit wird 
$$y_0 = \frac{2}{3} T \quad (53)$$

und daher 
$$h_0 = h + y_0 = h + \frac{2}{3} T \quad (54)$$

Man erhält also aus Gleichung (51):

$$p = \frac{p_e}{T^2} (3y - 2T) y \quad (\text{Parabel}) \quad (55)$$

daraus ergeben sich folgende Sonderwerte (vgl. Fig. 19):

Für den Scheitel der Parabel erhält man folgende Bedingungs-  
gleichung aus (55):

$$\frac{dp}{dy} = \frac{p_e}{T^2} (6y_m - 2T) = 0$$

$$y_m = +\frac{T}{3} \quad \text{Scheitel der Parabel}$$

somit 
$$p_m = \frac{p_e}{T^2} (3y_m - 2T) y_m = -\frac{p_e}{3} \quad (56)$$

Zu II)  $\Sigma \text{ Momente} = 0$ . (Hierzu Fig. 16 und 19.):

Aus der Gleichgewichtsbedingung II) Gleichung (45)  
erhält man für die Breite  $B$ :

$$M_0 = B \frac{p_e}{T^2} \int_0^T (3y - 2T) y^2 dy \quad (57)$$

$$M_0 = \frac{B p_e T^2}{12}$$

daher 
$$p_e = \frac{12 M_0}{B T^2} \quad (58)$$

und 
$$T^2 = \frac{12 M_0}{B p_e} \quad (59)$$

dabei ist das Biegemoment  $M_0 = M$ :

$$M_0 = P h_0 = \frac{\pi}{32} D^3 p_b \quad (60)$$

so dass man erhält: 
$$T^2 = \frac{12 \pi}{32} \frac{D^3}{B} \frac{p_b}{p_e}$$

Setzt man nun, was ohne weiteres zulässig ist, da ja der Mastdurchmesser nach unten hin noch zunimmt:

$$B = D \quad (61)$$

dann wird 
$$T^2 = \frac{12 \pi}{32} \frac{p_b}{p_e} D^2 \quad (62)$$

oder angenähert: 
$$T^2 = 1,2 \frac{p_b}{p_e} D^2 \quad (62^*)$$

Tabelle 11

y cm	p kg cm <sup>2</sup>
y = 0	p = 0
y = $\frac{T}{4}$	p = $-\frac{5}{16} p_e$
y = $\frac{T}{3}$	p = $-\frac{1}{3} p_e$
y = $\frac{T}{2}$	p = $-\frac{1}{4} p_e$
y = $\frac{2}{3} T$	p = 0
y = $\frac{3}{4} T$	p = $+\frac{3}{16} p_e$
y = $\frac{5}{6} T$	p = $+\frac{5}{12} p_e$
y = T	p = $+p_e$

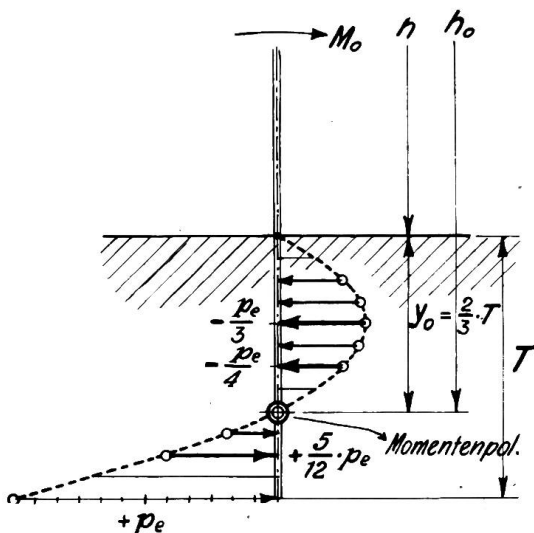


Fig. 19

dabei ist  $p_b$  (kg/cm<sup>2</sup>) die zulässige Biegebungsbeanspruchung des Holzes (für imprägnierte Maste etwa 140 kg/cm<sup>2</sup>; für rohe Maste etwa 90 kg/cm<sup>2</sup> bei etwa vierfacher Sicherheit gegen Bruch), während für den spezifischen Erddruck der Wert  $p_e = 2$  (bis 3) kg/cm<sup>2</sup> angenommen werden darf.

Für die normalen Werte erhält man also:

$$T \doteq 9,17 D \quad (63)$$

Mit den früher berechneten Werten für  $D_u$ ,  $L$ ,  $D$  (Tabelle 6, 9 und 10) ergibt sich daher folgende Uebersicht:

Tiefe der Eingrabung für Einfachmaste.

Tabelle 12

$D_u$ cm	$L$ cm	$D$ cm	$T$ Gl. (63) cm	$\frac{L}{T}$	$v = 0,006$		$v = 0,007$		$v = 0,008$	
					$L_1$	$\frac{L_1}{T}$	$L_1$	$\frac{L_1}{T}$	$L_1$	$\frac{L_1}{T}$
16	(693)	15,2	139,5	(4,97)	—	—	—	—	—	—
18	840	17,0	156,0	5,39	—	—	—	—	—	—
20	1000	18,8	172,5	5,8	—	—	—	—	—	—
22	1173	20,6	189,0	6,2	—	—	—	—	—	—
24	1360	22,4	205,5	6,61	1000	4,87	(857)	(4,17)	(750)	(3,65)
26	1560	24,2	222,0	7,03	1333	6,00	1143	5,15	1000	4,50
28	1773	25,8	236,7	7,49	1667	7,04	1429	6,04	1250	5,28
30	2000	27,6	253,2	7,90	2000	7,90	1714	6,77	1500	5,92
32	2240	29,4	269,6	8,30	2333	8,65	2000	7,42	1750	6,49
34	2493	31,1	285,2	8,74	(2667)	9,35	(2286)	8,02	(2000)	7,01
Für normale Einfachmaste					Für verstärkte Einfachmaste					

Das *Ergebnis* der Berechnungen lässt sich dahin zusammenfassen, dass die Tiefe  $T$  der Eingrabung mit rund  $\frac{1}{6}$  bis  $\frac{1}{7}$  der ganzen Mastlänge  $L$  angenommen werden soll, wie dies auch den Vorschriften des V.D.E.-Berlin und des E.T.V.-Wien entspricht<sup>1)</sup>; nach der Tabelle 12 gelten diese Werte für normale Einfachmaste mit  $D_u = 20$  bis 26 cm, während dasselbe Verhältnis ( $L_1 : T$ ) bei  $D_u = 26$  bis 34 cm für die verstärkten Maste ebenfalls bestehen bleibt; die Forderung der Freileitungsvorschriften des E.T.V.-Wien ( $T = 150$  cm bis 250 cm) ist also in der ganzen Reihe der Maste von  $D_u = 20$  bis 34 cm restlos erfüllt.

Die Ergebnisse der *Theorie*, die in der Tabelle 12 ihren Ausdruck finden, stehen also mit den *Erfahrungen*, auf die sich die *Freileitungsvorschriften* stützen, durchaus im Einklange.

Die *Vorschriften* über die *Eingrabungstiefe* der Maste lauten:

a) für die *Schweiz* (Art. 55 der Bundesvorschriften, 1908):

„Alle Tragwerke sind der Bodenbeschaffenheit entsprechend solid zu fundieren.“

b) für *Deutschland* (Normen für Freileitungen des V.D.E. 1919 und 1921):

„Die Maste und Gestänge sind ihrer Länge und der Bodengattung entsprechend tief einzugraben. Im allgemeinen wird für Maste, die nicht aus Fachwerk bestehen, mindestens  $\frac{1}{6}$  der Mastlänge als Eingrabungstiefe gefordert. Sie sind gut zu verrammen (in weichem Boden entsprechend der Beanspruchung zu sichern).“

<sup>1)</sup> Vgl. E. u. M. 1917, Seite 345, Uebersichtstabelle.

c) für *Oesterreich* (Anhang 11 zu den Sicherheitsvorschriften des E. T. V.-Wien 1919):

„Alle Maste müssen der Bodenbeschaffenheit entsprechend fundiert sein. Holzmaste sollen in mittlerem Boden auf eine Tiefe von 1,5 bis 2,5 m, mindestens jedoch auf  $\frac{1}{7}$  ihrer Länge in den Boden eingegraben und gut verrammt werden.“

### 5. Einfluss der Mastdurchbiegung.

Die unverrückbare Lage der Befestigungspunkte einer Freileitung, d. h. also die *unveränderte Lage der Mastspitzen*, ist eine der wichtigsten Forderungen im Freileitungsbau, wenigstens für jene Maste, deren *Durchbiegung* in die *Leitungsrichtung* fällt, d. h. also für *Abspannmaste*, bzw. z. T. auch für *Eckmaste*.

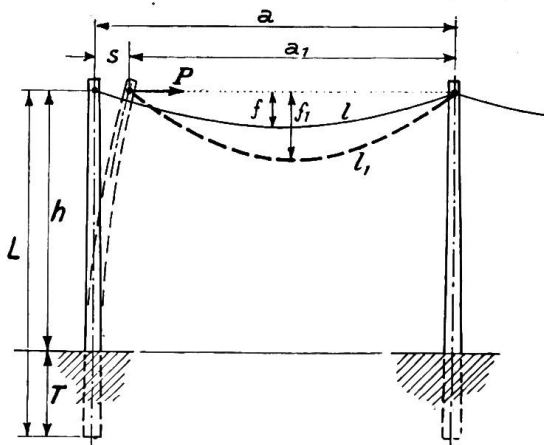


Fig. 20

Bei reinen Tragmasten, die hauptsächlich durch den Winddruck quer zur Leitungsrichtung belastet sind, wird der Durchhang der Leitungen durch eine Verschiebung der Mastspitze quer zur Leitungsrichtung nur unbedeutend beeinflusst.

Den grossen Einfluss der Mastdurchbiegung in der Längsrichtung der Leitungen auf den Durchhang derselben hat schon Prof. W. Kübler hervorgehoben<sup>1)</sup>.

Man kann diesen Einfluss durch folgende Rechnung feststellen, wenn man die in den meisten Fällen zulässige Annahme macht, dass die Leitung die Form einer Parabel annimmt; nur in Ausnahmefällen (bei aussergewöhnlich grossen Spannweiten) ist die Kettenlinie der Rechnung zugrunde zu legen.

Wenn sich (vgl. Fig. 20) infolge der Durchbiegung des Mastes um den Betrag  $s$  cm die Spannweite  $a$  cm auf den Wert  $a_1$  cm verringert, dann wird der Durchhang  $f$  cm grösser werden und den Wert  $f_1$  cm erreichen.

Für eine Leitung, deren Mittellinie nach einer Parabel durchhängt, ist die Bogenlänge allgemein<sup>2)</sup>:

$$l = a \left( 1 + \frac{a^2 \gamma^2}{24 p^2} \right) = a \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{a^2} \right) \quad (64)$$

$$p f = \frac{\gamma}{8} a^2 \quad (65)$$

solange der Mast gerade bleibt.

Nach der Durchbiegung des Mastes ist der Durchhang  $f_1 > f$ , während die Spannung im Drahte  $p_1 < p$  geworden ist; die Spannweite ist  $a_1 < a$ .

Nunmehr gilt die Beziehung für die Bogenlänge:

$$l_1 = a_1 \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{f_1^2}{a_1^2} \right) \quad (64^*)$$

$$p_1 f_1 = \frac{\gamma}{8} a_1^2. \quad (65^*)$$

Das spezifische Gewicht  $\gamma$ , die Temperatur  $t$  und der Elastizitätsmodul  $E$  ist natürlich ungeändert geblieben.

<sup>1)</sup> E. u. M. 1915, Heft 26 und 27, Seite 313 und 327.

<sup>2)</sup> Vgl. Prof. Dr. Wyssling, Bulletin des S. E. V., 1916, No. 5 und 6.  
Dipl. Ing. Jobin, Bulletin des S. E. V., 1919, No. 6 und 7.

Wenn man den Einfluss der elastischen Längenänderung, die sich infolgender Verringerung der Beanspruchung des Drahtes bei eintretender Mastdurchbiegung zeigt, als unwesentlich vernachlässigt<sup>1)</sup>, dann kann man die Drahtlänge  $l$  vor der Mastdurchbiegung und die Drahtlänge  $l_1$  nach der Mastdurchbiegung als gleich gross annehmen, so dass sich ergibt, wenn man noch

$$a_1 = x a \dots (x < 1) \quad (66)$$

setzt:

$$a + \frac{8}{3} \frac{f^2}{a} = a_1 + \frac{8}{3} \frac{f_1^2}{a_1} + x a = \frac{8}{3} \frac{f_1^2}{x a}$$

und daraus

$$\frac{f_1^2}{f^2} = x \left[ \frac{3}{8} \frac{a^2}{f^2} (1-x) + 1 \right] = x A \quad (67)$$

wobei der Ausdruck in der Klammer [...] mit  $A$  bezeichnet ist; man erhält daher schliesslich:

$$\frac{f_1}{f} = \sqrt{x} \sqrt{A} \quad (68)$$

Für  $x$  sollen die Werte 0,999, 0,998, 0,997, 0,995, 0,99, 0,98, 0,97 untersucht werden, entsprechend der Verkürzung der

Spannweite von  $a$  auf  $a_1$  um 0,1%, 0,2%, 0,3%, 0,5%, 1%, 2%, 3%.

Für  $(a:f)$  nehmen wir die für die Praxis wichtigen Werte  $(a:f) = 20, 40, 60, 80, 100, 150, 200$  an.

Man erhält dann folgende Uebersicht (siehe auch Fig. 21):

Tabelle 13

$\frac{a}{f}$	$x = 0,999$	0,998	0,997	0,995	0,99	0,98	0,97
	Werte für $(f_1:f)$ Gleichung (68)						
20	1,071	1,139	1,201	1,320	1,575	1,98	2,31
40	1,264	1,482	1,670	1,996	2,63	3,57	4,295
60	1,532	1,923	2,243	2,780	3,79	5,24	6,35
80	1,844	2,405	2,860	3,597	4,975	6,93	8,41
100	2,179	2,912	3,495	4,43	6,18	8,63	10,5
150	3,072	4,225	5,122	6,55	9,20	12,90	15,71
200	4,000	5,562	6,770	8,70	12,23	17,18	20,92

Die Anwendung der Formeln und Tabellen wird an einem Beispiele vollkommen klar werden.

**Beispiel:** Kupferdraht  $10 \text{ mm}^2$ , Drahtdurchmesser  $d = 3,57 \text{ mm}$  (abgerundet  $3,5 \text{ mm}$  für die Berechnung der Zusatzlast nach den Normen des V. D. E.<sup>1)</sup>),  $p_{\max} = 1200 \text{ kg/cm}^2$ ,  $a = 6000 \text{ cm}$  (60 m Spannweite),  $\gamma = 8,9 \cdot 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$ , Wärmedehnungsziffer

<sup>1)</sup> Die Berücksichtigung dieses Einflusses möge einer besonderen Untersuchung vorbehalten bleiben.

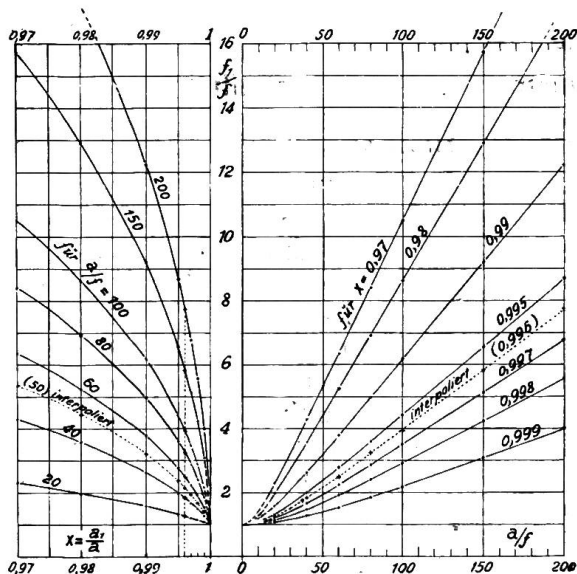


Fig. 21

$\beta = 17 \cdot 10^{-6}$  für  $1^\circ$  Celsius; Elastizitätsziffer  $E = 1\,300\,000$  kg/cm<sup>2</sup>; Zusatzlast<sup>1)</sup> bei  $-5^\circ$  Celsius nach den Normen des V.D.E. ...  $180 \cdot \sqrt{d} = 337$  Gramm für 1 m, wobei  $d$  in Millimetern gemessen ist; Drahtgewicht 89 Gramm für 1 m bei 10 mm<sup>2</sup>; das Aneisungsverhältnis wird daher  $\nu = (89 + 337) : 89 = 4,79$ .

Aus der Gleichung (65) erhält man für  $a = 6000$  cm:

$$10 \text{ mm}^2 \text{ Kupferdraht ohne Eislast} \quad pf = \frac{\gamma}{8} a^2 = 40050$$

$$10 \text{ mm}^2 \text{ Kupferdraht mit Eislast} \quad p_z f_z = \nu \frac{\gamma}{8} a^2 = 191\,800.$$

Man erhält dann folgende Montagetablelle (siehe auch Fig. 22):

Tabelle 14

Kupferdraht 10 mm <sup>2</sup> 60 m Spannweite			
$t$ Celsius	Durchhang $f$ cm	Beanspruchung $p$ kg/cm <sup>2</sup>	Zug im Draht $P_1$ kg
— 111,4	33,4	1200	120,0
— 20	115,2	$p = 40\,050 : f = 348$	34,8
— 10	123,7	324	32,4
— 5	128	313	31,3
0	132,3	303	30,3
+ 10	140	286	28,6
+ 20	147,4	272	27,2
+ 30	154	260	26,0
+ 40	161,5	248	24,8
— 5 + Eis	$f_z = 159,9$	$p_z = 191\,840 : f_z = 1200$	120
Aequivalente Temperatur $t_a = 38,0^\circ$ $f_a = 159,9$ cm			
Grösster Seilzug $P_{\max} = 120$ kg bei $-5^\circ + \text{Eis}$			
Grösster Durchhang $f_{\max} = 161,5$ cm bei $+40^\circ$ Celsius			
$\nu = 4,79$ $fp = 40\,050$			

Für  $a = 6000$  cm Spannweite ist die Seillänge bei  $f = 161,5$  cm, d. i. bei dem grössten Durchhang (nach Gleichung (64):

$$l = a +$$

$$\frac{8}{3} \frac{f^2}{a} = 6011,6 \text{ cm;}$$

somit wird:

$$f^2 = \frac{3}{8} a(l - a)$$

$$f_1^2 = \frac{3}{8} a_1(l - a_1) \quad (69)$$

Man findet daher (siehe Tabelle 15):

Die geringfügige Durchbiegung des Mastes um 6 cm bei der Spannweite  $a = 6000$  cm (das ist also um 0,1% der Spannweite) bewirkt daher eine Vergrösserung des Durchhanges um 23,2%, das ist von  $f = 161,5$  cm auf  $f_1 = 199$  cm (bei  $t = +40^\circ$  Cels.). Nahezu derselbe Durchhang wie bei  $40^\circ$  tritt bei  $-5^\circ$  mit Eislast auf,

wobei der grösste Zug ( $P_1 = 120$  kg) in *einem* Drahte herrscht; nimmt man drei Drähte in der Anordnung der Fig. 23 an, so wirkt auf den Mast das Biegemoment  $M_b$ , welches sich aus den drei Drahtzügen, aus dem Winddruck  $W$  auf den Mast und aus dem Winddruck auf die Mastkopfausrüstung (Isolatoren, Stützen, Tragwerk) berechnen lässt; nimmt man für den Winddruck auf die Mastkopfausrüstung etwa 20% des Winddruckes  $W$  auf den Mast an, wobei mit

<sup>1)</sup> Vgl.: Edler, Aneisungsformeln, Bulletin des S.E.V., 1920. No. 9, Seite 224, Tabelle VII. Jaeger, Hilfstafeln für den Freileitungsbau; Verlag M. Jaeger, Berlin N 31, Bernauerstr. 96.

Tabelle 15

Durchbiegung S cm	$a_1$ cm	$(l - a_1)$ cm	$a_1 (l - a_1)$	$f_1^2$	$f_1$ cm	$\frac{f_1 - f}{f} \cdot 100 \%$
0	6000 = $a$	11,6	69 600	26 100	161,5 = $f$	0 %
2	5998	13,6	81 572,8	30 589,8	175	8,35 %
4	5996	15,6	93 537,6	35 076,6	187,5	16,1 %
6	5994	17,6	105 494,4	39 560,4	199	23,2 %

$$w = \frac{150}{10\,000} \text{ kg/cm}^2 \text{ (150 kg/m}^2\text{)} \quad (70)$$

gerechnet werden möge, dann wird:

$$M_b = P_1 h + 2 P_1 (h - A) + 1,2 (w D_m h) \frac{h}{2} \quad (71)$$

Berechnet man den Mast nach dieser Formel, dann ergibt sich bei einiger-massen grossen Kräften in der Leitungsrichtung, wie sie eben bei Abspannmasten vorkommen, ein recht grosser Durchmesser  $D$ .

Bei einem Abspannmaste (Eckmast, Winkelmast) ist nun nicht daran zu denken, dass die Mastspitze im Raum vollkommen fest stehen bleibt; man muss vielmehr unbedingt mit einer Durchbiegung rechnen und sie auch berücksichtigen und eventuell in geeigneter Weise ausnutzen.

Zahlenmässige Vorschriften über die Grösse der zulässigen Durchbiegung der Holzmaste bestehen derzeit nicht; man kann daher nur auf die Freileitungsnormen des V.D.E. Bezug nehmen, welche unter II c) die Durchbiegung der Maste aus Flusseisen mit höchstens 2% der freien Länge zulassen.

Es liegt wohl kein Anlass gegen eine Uebertragung dieser Erlaubnis auch auf Holzmaste vor; bei 10 m freier Mastlänge wird die Durchbiegung 20 cm, was man dem Holz infolge seiner Elastizität noch ohne weiteres zutrauen darf; die Durchbiegung von 2% ist übrigens auch dem Auge noch nicht besonders auffällig und erscheint daher auch nicht bedenklich; man wird sogar bis zu 3% gehen können.

Einen Anhaltspunkt zur Abschätzung der zulässigen Mastdurchbiegung kann man in folgender Weise gewinnen.

Nach den Gesetzen der Festigkeits- und Elastizitätslehre ist die Durchbiegung (vgl. Fig. 20):

$$s = \frac{P h^3}{3 J E} = \frac{M_b h^2}{3 J E} = \frac{p_b W h^2}{3 J E} \quad (72)$$

dabei ist das Widerstandsmoment für den Kreisquerschnitt mit

$$W = \frac{\pi}{32} D^3$$

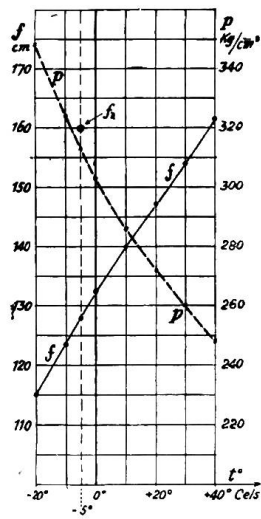


Fig. 22  
zu Tabelle 14

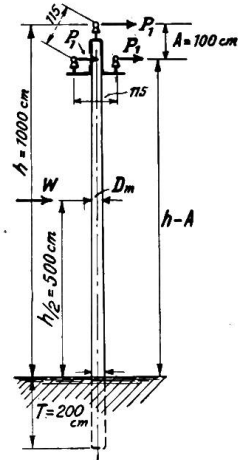


Fig. 23



und das aequatoriale Trägheitsmoment mit

$$J = \frac{\pi}{64} D^4$$

einzusetzen; es wird daher:

$$s = \frac{p_b}{3} \frac{2}{D} \frac{h^2}{E} \quad (73)$$

Lässt man die Durchbiegung

$$s = m h \quad (74)$$

zu, dann wird der Grenzwert der *relativen Durchbiegung*:

$$\frac{s}{h} = m = \frac{2}{3} \frac{p_b}{E} \frac{h}{D} \quad (75)$$

Da nun für  $p_b$  der Wert 140 kg/cm<sup>2</sup> und für  $E$  der Wert 110 000 kg/cm<sup>2</sup> (für Holz) angenommen werden darf, so wird:

$$m = \frac{2}{3} \frac{140}{110\,000} \frac{h}{D} = \frac{1}{1180} \frac{h}{D} \quad (76)$$

Betrachten wir das Verhältnis  $h : D$  in der Tabelle 8 für *normale* Einfachmaste bzw. die *kleinsten* Werte für das Verhältnis  $h_1 : D$  in der Tabelle 10, so erkennen wir, dass für *verstärkte Einfachmaste* der Wert  $h_1 = 524$  cm praktisch bedeutungslos ist. Man kann daher als kleinsten Wert ( $h_1 : D$ )  $\doteq 30$  annehmen; und es ergibt sich aus Gleichung (76) der Grenzwert für die *relative Durchbiegung* (mit  $p_b = 140$  kg/cm<sup>2</sup> und  $E = 110\,000$  kg/cm<sup>2</sup>) zu:

$$m = \frac{s}{h} \doteq \frac{30}{11,8} \frac{1}{100} = 2,54 \frac{1}{100} = 2,54\%.$$

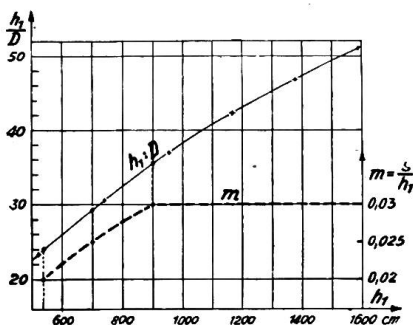


Fig. 24  
zu Tabelle 10

Bei grösserer Mastlänge ( $h_1 \geq 9$  m) kann ohneweiteres  $m = 3\%$  werden.

Aus der Gleichung (76) kann man daher, sobald  $m$  zweckmässig gewählt ist, folgende Bedingungs-  
gleichung ableiten:

$$D = \frac{1}{1180 \cdot m} h_1 \quad (77)$$

somit für  $m = 0,02 \dots s = 0,02 h_1 \dots D = 0,0424 h_1 \dots$  (für  $h_1 \doteq 540$  cm)

$m = 0,025 \dots s = 0,025 h_1 \dots D = 0,0339 h_1 \dots$  (für  $h_1 \doteq 700$  cm)

$m = 0,03 \dots s = 0,03 h_1 \dots D = 0,0282 h_1 \dots$  (für  $h_1 \doteq 900$  cm)

(Für  $h_1 \geq 900$  cm ist auch eine Durchbiegung über 3% unbedenklich, jedoch aus Schönheitsgründen nicht zu empfehlen). Die Werte für  $h_1$  sind dabei durchaus nicht willkürlich angenommen, sondern in folgender Weise ermittelt:

Aus der Tabelle 10 ergibt sich der Zusammenhang zwischen ( $h_1 : D$ ) und  $h_1$  (Fig. 24); aus der Gleichung (76) lässt sich dann leicht der zugehörige Wert für  $m$  bestimmen, ebenso kann dann aus der Kurve für  $m$  der Wert ( $h_1 : D$ ) und  $h_1$  ermittelt werden.

Wenn man also die aus der Gleichung (77) und aus der Fig. 24 bestimmten Grenzwerte benutzt und auch für  $h_1 > 900$  cm die Durchbiegung nicht grösser als mit 3% annimmt, dann erhält man folgende Uebersicht:

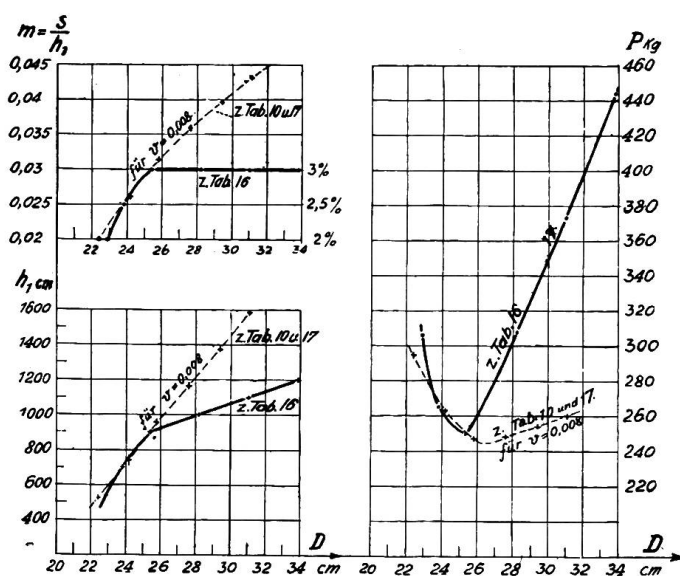
Maste mit Durchbiegungen bis zu 3‰.

Tabelle 16

$m = \frac{s}{h_1}$	$h_1$ cm	$\frac{D}{h_1}$ Gl.(75)	$D$ cm	$M_b = \frac{\pi}{32} D^3 p_b$ kg cm	$P = \frac{M_b}{h_1}$ kg	$\frac{h_1}{D}$	$s$ cm	Durchbiegung in ‰
0,02	(540)	0,0424	22,9	165 000	306	23,6	10,8	2
0,025	700	0,0339	23,8	185 300	265	29,4	17,5	2,5
0,03	900	0,0282	25,4	225 300	250	35,4	27,0	3
0,03	1000	0,0282	28,2	308 000	308	35,5	30,0	3
0,03	1100	0,0282	31,02	410 000	373	35,5	33,0	3
0,03	1200	0,0282	33,84	533 000	444	35,5	36,0	3

Tabelle 17 (aus Tab. 10)

$D_u$ cm	$D$ cm	$h_1$ cm	$\frac{h_1}{D}$	$P_1$ kg	$s$ cm	$m = \frac{s}{h_1}$	Durchbiegung in ‰
24	22,4	(524)	23,4	295	10,4	0,0199	1,99
26	24,2	740	30,6	263	19,2	0,026	2,6
28	25,8	955	37,0	247	29,95	0,0314	3,14
30	27,6	1167	42,3	248	41,8	0,0359	3,59
32	29,4	1377	46,8	254	54,6	0,0397	3,97
34	31,1	1587	51,0	260	68,5	0,0432	4,32

Fig. 25  
zu Tabellen 10, 16 und 17.

$p_b = 140 \text{ kg/cm}^2$  nicht überschritten werden soll; trotz dieser geringeren Spitzenzüge an den Masten ist aber die prozentuale Durchbiegung wesentlich grösser und erreicht Werte, die man nicht mehr zulassen kann.

Man wird daher unter normalen Verhältnissen den Masten nach der Tabelle 16 (Durchbiegung bis zu 3‰) den Vorzug vor den Masten nach der Tabelle 10 und 17 einräumen müssen.

Zum Vergleiche sind in der Tabelle 17 jene Werte herangezogen, die sich aus der Tabelle 10 für  $v = 0,008$ , das ist also für die stärkste Type (250 kg) ergeben; dabei ist

$$s = \frac{2}{3} \frac{p_b}{E} \frac{h^2}{D} = \frac{h^2}{1180 D}$$

Gl. (73) und (76) (siehe Tabelle 17):

Die Werte für  $h_1$  cm, für  $P$  kg und für die Durchbiegung  $m = s : h_1$  sind in Fig. 25 eingetragen; man erkennt sofort, dass die Masten nach der Tabelle 17 und 10 infolge ihrer übergrossen Höhe  $h_1$  nur wesentlich geringere Zugkräfte  $P$  an der Mastspitze aufnehmen können als die Masten nach der Tabelle 16, wenn



Die Durchbiegung des Mastes vergrössert den Durchhang von  $f$  auf  $f_1$ , wie dies aus der Gleichung (68) und aus der Tabelle 13 für jeden Einzelfall berechnet werden kann; der grössere Durchhang  $f_1$  bedingt aber nach der Gleichung (65\*) eine entsprechende Verringerung der Zugspannung  $p_1$  kg/cm<sup>2</sup> im Drahte, wodurch der Seilzug  $P_1$  kg und das Biegemoment, das auf den Mast einwirkt, entsprechend geringer wird.

Die unmittelbare Vereinigung der Berechnungsformeln für die Leitung (Durchhang) Fig. 21 nach Gleichung (67) (mit  $a_1 = ax$ ) und für den Mast (Durchbiegung und Moment) Fig. 20 und 23 nach Gleichungen (73) und (71) führt zu sehr verwickelten und unübersichtlichen Rechnungen.

Man kann jedoch die Aufgabe indirekt lösen, wozu sich folgender Weg empfiehlt, der gleich an dem Beispiele Fig. 23 angewendet werden soll.

\* \* \*

Zunächst soll aber für den grössten zulässigen Zug  $P_1 = 120$  kg in jedem der drei Drähte ( $q = 0,1$  cm<sup>2</sup> = 10mm<sup>2</sup>,  $p = 1200$  kg/cm<sup>2</sup>) bei gleichzeitiger Berücksichtigung des Winddruckes auf den Mast in der Richtung des Leitungszuges der Durchmesser  $D$  bestimmt werden. Diese Aufgabe ist nicht ohne weiteres lösbar, weil ja in der Gleichung (71) für das Biegemoment der mittlere Mastdurchmesser  $D_m$  vorkommt, der für die Berechnung des Winddruckes nötig ist.

Man kommt nun am raschesten zum Ziele, wenn man mehrere Werte des Durchmessers  $D$  annimmt, für dieselben unter Zugrundelegung des normalen Verjüngungsverhältnisses  $v = 0,007$  die Werte  $D_0$  und  $D_m$  bestimmt, sodann die Biegemomente  $M_{b1}$  (infolge des grössten zulässigen Drahtzuges) und  $M_{b2}$  (infolge des Winddruckes) berechnet und daraus die Beanspruchung  $p_q$  im Mastquerschnitt vom Durchmesser  $D$  ermittelt. Trägt man dann  $p_b$  als Funktion des Durchmessers  $D$  auf, dann kann man für  $p_b = 140$  kg/cm<sup>2</sup> sofort den richtigen Wert für  $D$  ablesen (vgl. Fig. 26).

Selbstverständlich wird sich auch hier eine ganz bestimmte Durchbiegung einstellen, deren Grösse daher zur Klarstellung der Verhältnisse berechnet werden soll; nur ist dabei als *wesentlich* für die ganze Berechnungsweise festzuhalten, dass die Leitung in diesem Falle mit der

grössten zulässigen Spannung  $p_z = 1200$  kg/cm<sup>2</sup> (bei  $-5^\circ$  mit Eis) beansprucht und daher je nach der Temperatur, die während des Leitungsbaues herrscht, mit jenem Durchhange  $f$ , bzw. mit jenem Zug  $P_1$  kg (in jedem Drahte) verlegt werden muss, der sich aus der Montagetable (Tabelle 14) ergibt.

Im Gegensatz hierzu wird später der Einfluss der Durchbiegung auf die Vergrösserung des Durchhanges und auf die Verringerung des Zuges im Draht zu berücksichtigen sein; die Abnahme der Mastbeanspruchung wird dann eine entsprechende Verringerung der Abmessungen rechtfertigen.

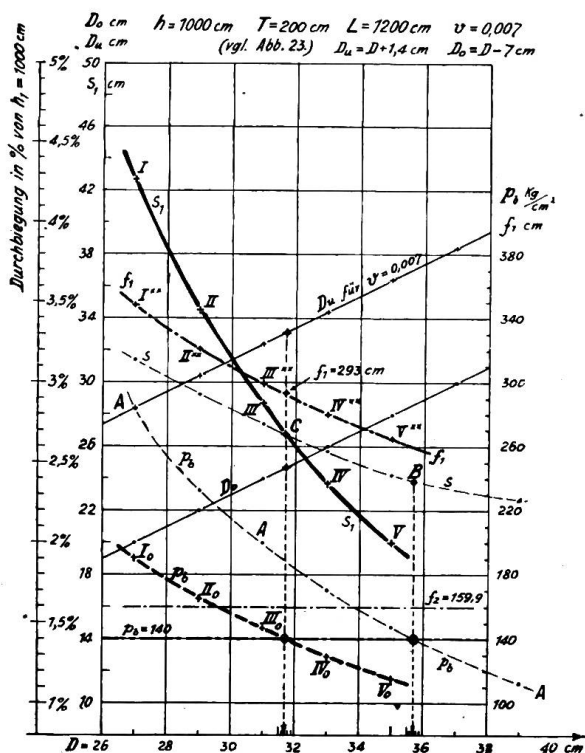


Fig. 26

*A) Berechnung des Mastes für den grössten Spitzenzug.*

Für die Masse (cm) in der Fig. 23 erhält man zunächst (Gleichung 71):

$$M_{b1} = P_1 h + 2 P_1 (h - A) = P_1 (3h - 2A) = 120 (3000 - 200) = 336\,000 \text{ kgcm} \quad (78)$$

$$M_{b2} = 1,2 (w D_m h) \frac{h}{2} = 9000 D_m \quad (79)$$

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} = \frac{\pi}{32} D^3 p_b = \frac{\pi}{32} 140 D^3 \quad (80)$$

$$s = \frac{2}{3} \frac{p_b}{E} \frac{h^2}{D} = \frac{848}{D}. \quad (81)$$

Man erhält also (vgl. auch Fig. 26, Kurve A):

(Für  $h = 1000 \text{ cm}$  und  $v = 0,007$ .)

Tabelle 18.

D	D <sub>0</sub>	D <sub>m</sub>	$\frac{M_{b1}}{1000}$ (Drähte)	$\frac{M_{b2}}{1000}$ (Wind)	$\frac{M_b}{1000}$	D <sup>3</sup>	P <sub>b</sub> (im Mast) kg/cm <sup>2</sup>	Durchbiegung		Durchhang bei -5° + Eis f <sub>z</sub> cm	Beanspruchung im Draht bei -5° + Eis P <sub>z</sub> kg/cm <sup>2</sup>
								S	in % von h		
cm	cm	cm	kg cm	kg cm	kg cm			cm			
27	20	23,5	336	211,5	547,5	19 683	283,3	31,4	3,14	159,9	1200
29	22	25,5	336	229,5	565,5	24 389	232,2	29,23	2,923	159,9	1200
31	24	27,5	336	247,5	583,5	29 791	199,7	27,4	2,74	159,9	1200
33	26	29,5	336	265,5	601,5	35 937	170,5	25,7	2,57	159,9	1200
35	28	31,5	336	283,5	619,5	42 875	147,3	24,2	2,42	159,9	1200
39	32	35,5	336	319,5	655,5	59 319	112,8	21,7	2,17	159,9	1200
43	36	39,5	336	355,5	691,5	79 507	88,6	19,7	1,97	159,9	1200

Man erkennt sofort aus der Kurve A, dass der Mast mit dem Durchmesser  $D = 35,7 \text{ cm}$  auszuführen ist (Fig. 26); dazu gehört  $D_0 = 28,7 \text{ cm}$  und  $D_u = 37,1 \text{ cm}$ , wenn die Eingrabungstiefe  $T = 200 \text{ cm}$  gewählt wird (dies ist  $\frac{1}{6}$  der ganzen Länge  $L = 1200 \text{ cm}$ ).

*B) Berechnung des Mastes für den verringerten Spitzenzug, mit vergrössertem Durchhang der Leitungen.*

Es wurde schon oben erwähnt, dass die unmittelbare Vereinigung der Gleichungen (67), (71) und (73) zu kaum entwirrbaren Rechnungen führt. Wir schlagen daher folgenden Weg ein.

a) Wir nehmen zunächst die Durchbiegung  $s$  an (z. B. 5 cm, 10 cm, 20 cm).

b) Sodann berechnen wir für die Durchmesser  $D = 27, 29, 31, 33 \text{ cm}$  aus der verringerten Spannweite  $a_1 = a - s$  den vergrösserten Durchhang  $f_1$  (aus dem Durchhange  $f_z$  bei der grössten Beanspruchung  $p_z = 1200 \text{ kg/cm}^2$  bei  $-5^\circ$  mit Eis); hierzu dienen die Gleichungen (67) und (68).

c) Dem vergrösserten Durchhange  $f_1$  entspricht nach Gleichung (65\*) eine verringerte Beanspruchung  $p_1$ ; dabei ist auch auf das Aneisungsverhältnis Rücksicht zu nehmen (vgl. Tabelle 14 bei  $-5^\circ + \text{Eis}$ ).

d) Nun lässt sich das verringerte Biegemoment  $M_{b1}$  berechnen, welches durch die Drähte hervorgerufen wird; hierzu kommt noch das Biegemoment  $M_{b2}$ , das

vom Winddrucke auf den Mast herrührt und das aus  $D_m$  leicht ermittelt werden kann.

e) Das Gesamtbiegemoment  $M_b = M_{b1} + M_{b2}$  bestimmt dann die Beanspruchung  $p_b$  des Mastes.

f) Endlich kann aus der Beanspruchung  $p_b$  die wahre Grösse  $s'$  der Durchbiegung berechnet werden, Gleichung (73).

Diese Rechnungen werden so oft wiederholt, bis der *angenommene Wert*  $s$  cm mit dem *berechneten Werte*  $s'$  cm zusammenstimmt (*Konvergenz-Rechnung*); das Verfahren wird durch die graphische Darstellung Fig. 27 wesentlich erleichtert und abgekürzt; man kann dadurch auch leicht überflüssige Rechnungen vermeiden und ist dabei doch imstande, den Genauigkeitsgrad recht hoch zu heben, da man zweckmässig gewählte Zwischenpunkte einschalten kann.

Der Gang der Berechnung soll für *einen* Punkt ausführlich dargelegt werden; für die übrigen Punkte sind nur die Schlussergebnisse angegeben.

$$D = 27 \text{ cm} \quad D_0 = 20 \text{ cm} \quad D_m = 23,5 \text{ cm} \text{ (vgl. Tabelle 18)}$$

$$p_b = 283,3 \text{ kg/cm}^2 \quad a = 6000 \text{ cm} \quad f_z = 159,9 \text{ cm} \text{ (vgl. Tabelle 14)}$$

$$p_z = 1200 \text{ kg/cm}^2 \text{ bei } -5^\circ + \text{Eis (Tabelle 14).}$$

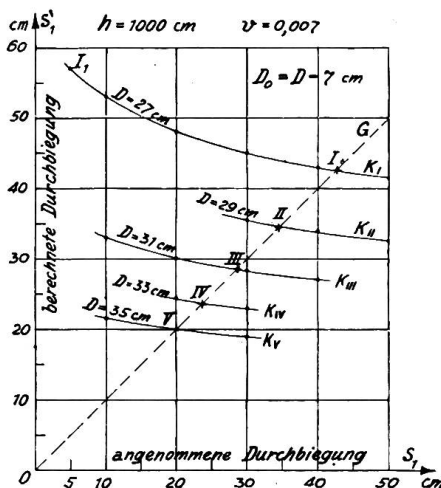


Fig. 27

### 1. Annahme:

$$s_1 = 5 \text{ cm}; \quad a : f_z = 6000 : 159,9 = 37,55;$$

$$a_1 = a - s_1 = 5995 \text{ cm}; \quad x = a_1 : a = 0,999167$$

$$\left(\frac{f_1}{f}\right)^2 = x \left[ \frac{3}{8} \frac{a^2}{f^2} (1-x) + 1 \right] = 1,44$$

$$f_1 = 1,2 f_z = 192 \text{ cm}$$

$$p_1 = \frac{191\,840}{f_1} \doteq 1000 \text{ kg/cm}^2 \text{ im Kupferdraht}$$

(dabei ist die Zahl 191 840 der Tabelle 14 entnommen, für  $-5^\circ + \text{Eis}$ ).

$$\text{Wind } M_{b1} = 211\,500 \text{ kgcm}$$

$$\text{Draht } M_{b2} = 336\,000 \cdot \frac{1000}{1200} = 280\,000 \text{ kgcm}$$

$$M_b = M_{b1} + M_{b2} = 491\,500 \text{ kgcm}$$

$$M_b : D^3 = 491\,500 : 19\,683 = 24,98.$$

(Die Werte für  $D^3$  stehen in der Tabelle 18).

Tabelle zu Fig. 27

Durchmesser $D = (\text{cm})$	27	29	31	33	35
Durchbiegung	$s_1$	$s'_1$			
$s_1 = \frac{2}{3} \frac{h^2 p_b}{D E} =$ $= 6,06 \frac{p_b}{D}$ $p_b = \frac{s D_1^3}{6,06}$	5	57,1	—	—	—
	10	53,0	—	33,0	21,77
	20	48,1	—	30,15	20,04
	30	45,1	35,5	28,4	18,97
	40	43,0	33,9	27,15	—
	50	41,5	32,7	—	—
Ergebnisse					
Durchmesser $D =$	27	29	31	33	35
Durchbiegung $s_1 =$	42,7	34,5	28,7	23,7	20,0
$p_b \text{ kg/cm}^2 \text{ im Mast}$	190,3	165,0	146,8	129,0	115,5

$$p_{b1} = \frac{32}{\pi} \frac{M_b}{D^3} = 254,5 \text{ kg/cm}^2 \text{ im Mast.}$$

$$s_1' = \frac{2}{3} \frac{h^2}{E} \frac{p_{b1}}{D} = \frac{2}{3} \frac{10^6}{110000} \frac{p_{b1}}{D} = 6,06 \frac{254,5}{27} = 57,1 \text{ cm.}$$

Die Abszisse  $s_1 = 5 \text{ cm}$  (angenommene Durchbiegung) und die Ordinate  $s_1' = 57,1 \text{ cm}$  bestimmen den Punkt  $I_1$  in der Fig. 27.

Wiederholt man die Rechnungen für andere Werte von  $s$ , so ergeben sich neue Werte  $s'$ ; man erhält dadurch die Kurve  $K_1$  für  $D = 27 \text{ cm}$  (Fig. 27).

Die Gerade  $OG$  ist der geometrische Ort für die Gleichung  $s = s'$ ; der Schnittpunkt  $I$  der Linien  $K_1$  und  $OG$  bestimmt, da für denselben der berechnete Wert  $s'$  mit dem angenommenen Werte  $s$  zusammenfällt, die Lösung der Aufgabe, soweit sie in der Bestimmung der richtigen Durchbiegung  $s = s'$  für den Durchmesser  $D = 27 \text{ cm}$  besteht; hier wird  $s = s' = 42,7 \text{ cm}$ .

Aus dem nunmehr bestimmten Werte der Durchbiegung kann aber auch die Beanspruchung  $p_b$  im Maste berechnet werden, denn es ist nach Gleichung (73):

$$s = \frac{2}{3} \frac{h^2}{E} \frac{p_b}{D} = \frac{2}{3} \frac{10^6}{110000} \frac{p_b}{D} = 6,06 \frac{p_b}{D}$$

somit

$$p_b = \frac{s D}{6,06} \quad (82)$$

Man erhält also im vorliegenden Falle:

$$p_b = \frac{42,7 \cdot 27}{6,06} = 190,3 \text{ kg/cm}^2 \text{ im Mast.} \quad (83)$$

Diese Ergebnisse sind in Fig. 26 ersichtlich:

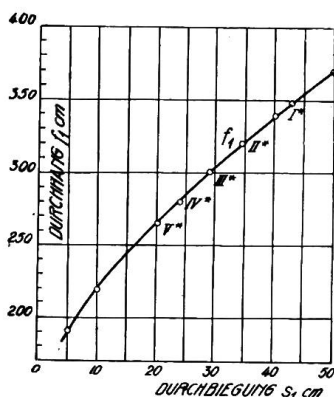


Fig. 28

$$\left. \begin{array}{l} \text{Punkt } I \dots s = 42,7 \text{ cm} \\ \text{Punkt } I_0 \dots p_b = 190,3 \text{ kg/cm}^2 \end{array} \right\} \text{ für } D = 27 \text{ cm} \quad (84)$$

In derselben Weise können die Punkte  $II$  und  $II_0$  für  $D = 29 \text{ cm}$  bestimmt werden, ebenso  $III$  und  $III_0$  für  $D = 31 \text{ cm}$  usw.

Der Schnittpunkt  $C_0$  mit der Horizontalen, welche der Beanspruchung  $p_b = 140 \text{ kg/cm}^2$  im Mast entspricht, bestimmt nun die endgültige Lösung der Aufgabe, nämlich  $D = 31,7 \text{ cm}$ , wozu  $D_0 = 24,7 \text{ cm}$  und  $D_u = 33,1 \text{ cm}$  gehört (bei  $T = 200 \text{ cm}$  Eingrabungstiefe und für das Verjüngungsverhältnis  $v = 0,007$ .)

Die endgültige Durchbiegung ist durch den Punkt  $C$  mit  $s = 26,8 \text{ cm}$  bestimmt, das ist 2,68% von  $h = 1000 \text{ cm}$ ; man kann diesen Wert noch als zulässig ansehen.

Es handelt sich jetzt noch um die Bestimmung des vergrößerten Durchhanges  $f_1 \text{ cm}$ ; hierzu dient die Hilfskurve Fig. 28 im Vereine mit den Ergebnissen der Fig. 27.

Für die angenommenen Werte der Durchbiegung  $s$  (Fig. 27) konnte nach den Gleichungen (67) und (68) der vergrößerte Durchhang  $f_1$  berechnet werden; derselbe ist nur von  $a$ ,  $f$  und  $x = a_1 : a$  abhängig, dagegen von  $D$  unabhängig. Trotzdem gelingt es, einen Zusammenhang zwischen  $D$  und  $f_1$  zu finden, da es doch nach Fig. 27 für jeden Durchmesser  $D$  nur einen einzigen Wert der Durchbiegung  $s$  gibt, bei dem die Annahme ( $s$ ) mit dem Rechnungsergebnis ( $s'$ ) zusammenfällt (Punkte  $I, II, III, IV, V$  in der Fig. 27. Trägt

Tabelle zu Fig. 28

$s_1$ cm	$f_1$ cm	$s_1'$ cm	$D$ cm	$f$ cm
5	192	20	35	265
10	219	23,7	33	280
20	265	28,7	31	299,5
30	304	34,5	29	321
40	339	42,7	27	348
50	370			

man demgemäss die berechneten Werte des vergrösserten Durchhanges  $f_1$  als Funktion der angenommenen Durchbiegung  $s$  auf Fig. 28, dann kann man für die Sonderwerte  $s = s'$ , die nach Fig. 27 gefunden wurden, die zusammengehörigen Werte von  $s'$  und  $D$  auf der Kurve Fig. 28 kennzeichnen (Punkte  $I^*$ ,  $II^*$ ,  $III^*$ ,  $IV^*$ ,  $V^*$ ); da nun bei jedem dieser Punkte  $s = s'$  und  $D$  und  $f_1$  abgelesen werden kann, so lässt sich die Kurve  $f_1$  als Funktion von  $D$  auch in der Fig. 26 eintragen (Punkte  $I^{**}$ ,  $II^{**}$ ,  $III^{**}$ ,  $IV^{**}$ ,  $V^{**}$ ).

Für den Durchmesser  $D = 31,7 \text{ cm}$ , der als *Lösung der Aufgabe* anzusehen ist, erhält man den *vergrösserten Durchhang*  $f_1 = 29,3 \text{ cm}$  (aus der Kurve für  $f_1$  in der Fig. 26; dazu gehört die *Beanspruchung im Kupferdraht*  $p_1 = 191840 : 293 = 655 \text{ kg/cm}^2$  (vgl. Tabelle 14, bei  $-5^\circ + \text{Eis}$ ), während das Ergebnis aus der Tabelle 18 mit  $p_z = 1200 \text{ kg/cm}^2$  und  $f_z = 159,9 \text{ cm}$  (vgl. Tabelle 14) festgelegt worden war, wozu nach Tabelle 18 und Fig. 26, Kurve A der Durchmesser  $D = 35,7 \text{ cm}$  gehörte.

\* \* \*

Wenn man also die Leitung nach der Montagetabelle 14 spannt, so dass sie im *ungünstigsten* Falle (bei  $-5^\circ$  mit Eis) mit  $1200 \text{ kg/cm}^2$  beansprucht ist, dann ist ein Mast mit  $D = 35,7 \text{ cm}$  nötig; der Durchhang bei  $-5^\circ$  mit Eis beträgt dabei  $f_z = 159,9 \text{ cm}$ ; findet der Bau der Leitung z. B. bei  $+10^\circ$  statt (ohne Wind), dann ist *beim Bau* nach der Tabelle 14 die Beanspruchung  $p_{10} = 286 \text{ kg/cm}^2$  im Draht zu wählen; spannt man also mit der *Federwage* (Dynamometer), dann ist bis  $P_{10} = 28,6 \text{ kg}$  Zugkraft im Drahte ( $10 \text{ mm}^2$ ) zu spannen; wird jedoch die Leitung nach dem *Durchhange* gebaut, dann ist nach der Tabelle 14  $f_{10} = 140 \text{ cm}$  beim Bau einzuhalten.

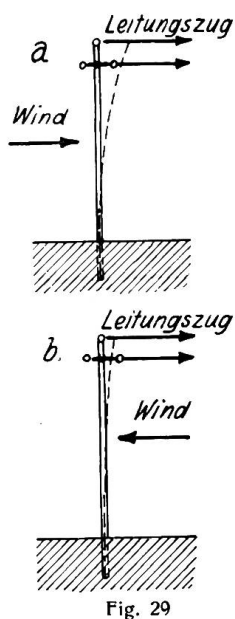


Fig. 29

Unter dem Einflusse der Zugkraft  $P_1 = 120 \text{ kg}$  für jeden Draht ( $p = 1200 \text{ kg/cm}^2$  bei  $-5^\circ + \text{Eis}$ ) biegt sich die Mastspitze um  $2,38\%$  der freien Länge  $h = 1000 \text{ cm}$  (das ist also um  $23,8 \text{ cm}$ ) durch (Punkt B in der Fig. 26); dabei ist angenommen, dass nebst dem Zuge der vereisten Leitung auch noch der Winddruck auf den Mast in der für den Mast ungünstigsten Richtung, das ist also in der Richtung des Leitungszuges wirkt (Fig. 29a).

Es ist nun nicht ausgeschlossen, dass der *Winddruck* einmal in *entgegengesetzter Richtung* wirkt (Fig. 29b); dann wird natürlich der Mast *entlastet*, dagegen tritt aber eventuell die Gefahr auf, dass die *Leitung überanstrengt* wird, da sie durch den Winddruck, der auf den Mast wirkt, schärfer beansprucht wird. Diese Gefahr ist sogar recht bedeutend, wie die Tabelle 18 lehrt, denn das Biegemoment der Drähte ist  $M_{b1} = 336\,000 \text{ kgcm}$ , während das Biegemoment des Winddruckes für  $D = 35,7 \text{ cm}$  den Wert  $M_{b2} = 288\,000 \text{ kg cm}$  erreicht; auf den Mast wirkt dann nur noch das resultierende Moment  $M_{21} - M_{2b} = 48\,000 \text{ kgcm}$ , so dass sich die Beanspruchung im Holz (Querschnitt mit  $D = 35,7 \text{ cm}$ ) auf  $p_b = \frac{32}{\pi} \frac{M_b}{D^3} = 10,77 \text{ kg/cm}^2$  vermindert; dazu gehört die Durchbiegung

$$s = \frac{2}{3} \frac{p_b}{E} \frac{h^2}{D} = \frac{2}{3} \frac{10,77}{110000} \frac{10^6}{35,7} = 1,83 \text{ cm}$$

also nur  $0,183\%$  von  $h = 1000 \text{ cm}$ .

Wenn nun die Leitung an einem windstillen Tag etwa bei  $+10^\circ$  nach der Tabelle 14 gebaut wurde (mit  $P_{10} = 28,6 \text{ kg}$  am Dynamometer), so dass sie bei Schneelast und beim rechnungsmässigen Winddruck (der in *gleicher* Richtung wie der Drahtzug wirkt) gerade mit  $p = 1200 \text{ kg/cm}^2$  im Draht beansprucht wird und dabei gemäss Fig. 26, Punkt B die Durchbiegung des Mastes  $s = 23,8 \text{ cm}$  verursachen würde, so würde beim *entgegengesetzten* Winddrucke auf den Mast bei



gleichzeitiger Eis- oder Schneelast (die voraussichtlich durch den in der Längsrichtung vorbeistreichenden Wind kaum wesentlich verringert würde) die Durchbiegung von  $s = 23,8$  cm auf  $s = 1,83$  cm abnehmen, d. h. die *Spannweite* würde um  $23,8 - 1,83 = 22$  cm *vergrössert* und die *Leitung* um ebensoviel *gestreckt*.

Nach der Tabelle 13 Gleichung (68) lässt sich dann aber die Verringerung des Durchhanges von  $f$  auf  $f_0$  berechnen (mit Vernachlässigung der elastischen Dehnung); es ist für ( $-5^\circ$  mit Eis) nach Tabelle 14  $f_z = 159,9$  cm, somit  $a : f = 5976,2 : 159,9 = 37,4$  und  $x = (6000 - 23,8) : (6000 - 1,83) = 5976,2 : 5998,17 = 0,996$  folglich nach Gleichung (67)  $f^2 : f_0^2 = 0,996 \left( \frac{3}{8} \cdot 1398,76 \cdot 0,004 + 1 \right) = 0,996 \cdot 3,098 = 3,09$  und daraus  $f = 1,758 \cdot f_0$  und  $f_0 = 159,9 : 1,758 = 90,9$  cm. (Der Wert  $f : f_0 = 1,758$  für  $x = 0,996$  kann auch durch Interpolation aus der Fig. 21 gefunden werden, wenn man die betreffenden Kurven in genügend grossem Masstabe zeichnet). Die Streckung der Leitung infolge des verkehrten Winddruckes auf den Mast verringert also den Durchhang (bei  $-5^\circ$  mit Eis) von  $159,9$  cm auf  $90,9$  cm; dadurch *steigt* gemäss der Tabelle 14 die *Beanspruchung im Draht* von  $p = 1200$  kg/cm<sup>2</sup> auf

$$p_0 = 191\,840 : f_0 = 191\,840 : 90,9 = 2110 \text{ kg/cm}^2,$$

also auf 176 % der zulässigen Höchstbeanspruchung  $p = 1200$  kg/cm<sup>2</sup>. Bei Berücksichtigung der elastischen Dehnung ergibt sich eine etwas geringere Ueberanstrengung.

Die Ausführung der Leitung mit dem aus der Tabelle 18 berechneten Maste  $D = 35,7$  cm kann also, obwohl bei der Berechnung im Maste die höchste Beanspruchung  $p_b = 140$  kg/cm<sup>2</sup> (Holz) und im Draht  $p = 1200$  kg/cm<sup>2</sup> (Kupfer) berücksichtigt wurde, doch im Abspannfelde für den immerhin möglichen Fall der verkehrten Windrichtung bei gleichzeitiger Eisbelastung *gefährlich* werden.

\* \* \*

Ganz anders liegen die Verhältnisse, wenn man den in der Fig. 26 zum Ausdrucke gebrachten *Einfluss der Durchbiegung* bei der Mastberechnung *von vorneherein berücksichtigt*.

Obwohl der Mast dann nur den Durchmesser  $D = 31,7$  cm erhält, wobei er wieder mit  $p_b = 140$  kg/cm<sup>2</sup> beansprucht wird, falls der infolge des vergrösserten Durchhanges verringerte *Leitungszug* ( $f_1 = 293$  cm und  $p_1 = 655$  kg/cm<sup>2</sup> im Draht) und der *Winddruck in derselben Richtung* auf den Mast einwirken, so ist doch *jede Gefahr, auch bei verkehrtem Winddrucke ausgeschlossen*, denn der Mast selbst wird durch den verkehrten Winddruck *entlastet*, die *Leitung* aber wird zwar in diesem Falle auch gestreckt ( $f_1$  nimmt ab auf  $f_0$ , wie noch zu berechnen sein wird), aber für die *Beanspruchung im Draht* steht noch der ganze *Spielraum* zwischen  $p_1 = 655$  kg/cm<sup>2</sup> und  $p_{max} = 1200$  kg/cm<sup>2</sup> zur Verfügung, so dass die noch zu berechnende Beanspruchung  $p_0$  im Drahte bei verkehrter Windrichtung sicher unter  $p_{max} = 1200$  kg/cm<sup>2</sup> bleiben wird. Man kann sich davon in folgender Weise überzeugen:

Für den aus der Fig. 26 bestimmten Mastdurchmesser  $D = 31,7$  cm wird mit dem Verjüngungsverhältnis  $v = 0,007$  der Kopfdurchmesser  $D_0 = 31,7 - 7,0 = 24,7$  cm bei der freien Masthöhe  $h = 1000$  cm, der Fussdurchmesser  $D_u = 31,7 + 1,4 = 33,1$  cm bei der Eingrabungstiefe  $T = 200$  cm, und der für den Winddruck massgebende mittlere Durchmesser  $D_m = 0,5 (24,7 + 31,7) = 28,2$  cm; somit wird das Biegemoment des Winddruckes  $M_{b2} = 1,2 (150 \cdot 10^{-4}) 28,2 \cdot 1000 \cdot 500 = 254\,000$  kg cm.

Das Biegemoment der Drähte wird nach Gleichung (71) und (78)

$$M_{b1} = P_1 1000 + 2 P_1 900 = 655 \cdot 0,1 (1000 + 1800) = 183\,400 \text{ kgcm};$$

somit wird  $M_b = M_{b1} + M_{b2} = 254\,000 + 183\,400 = 437\,400$  kg cm (vgl. auch Fig. 13), so dass für den *Leitungszug* (mit Eis) und *Winddruck in gleicher Richtung* tatsächlich die *Mastbeanspruchung* (für  $D = 31,7$  cm)

$$p_b = \frac{32}{\pi} \frac{M_b}{D^3} = \frac{32}{\pi} \frac{437\,400}{31\,855} = 140 \text{ kg/cm}^2$$

entsteht, während der Draht nur mit  $p = 655 \text{ kg/cm}^2$  beansprucht ist.

Wenn nun die *Windrichtung verkehrt* angenommen wird, dann wirkt auf den Mast nur noch das Biegemoment

$$M_{b0} = M_{b1} - M_{b2} = 254\,000 - 183\,400 = 70\,600 \text{ kg cm};$$

dadurch entsteht im Holz die Beanspruchung (am Durchmesser  $D = 31,7 \text{ cm}$ ).

$$p_{b0} = \frac{32}{\pi} \frac{70\,600}{31\,855} = 21,9 \text{ kg/cm}^2$$

anstatt  $140 \text{ kg/cm}^2$ ; der Mast ist also bedeutend entlastet; infolgedessen nimmt seine Durchbiegung ab und erreicht den Wert

$$s_0 = \frac{2}{3} \frac{p_{b0}}{E} \frac{h^2}{D} = \frac{2}{3} \cdot \frac{21,9}{110\,000} \cdot \frac{10^6}{31,7} = \frac{2}{3} \cdot 1,991 \cdot 3,156 = 4,19 \text{ cm},$$

während die Durchbiegung im ungünstigsten Falle der Mastbeanspruchung (Windrichtung und Drahtzug im gleichen Sinne) den Wert  $s = 26,8 \text{ cm}$  erreicht hatte (Punkt C in der Fig. 26).

Die Durchbiegung nimmt also um den Wert  $s - s_0 = 26,8 - 4,19 = 22,6 \text{ cm}$  ab; daher wird die Spannweite von  $(6000 - 26,8) = 5973,2 \text{ cm}$  auf  $(6000 - 4,19) = 5995,8 \text{ cm}$  steigen, so dass  $x = 5973,2 : 5995,8 = 0,996$  wird, während der Wert

$$a : f_1 = 5973,2 : 293 = 20,4$$

wird; daher erhält man nach Gleichung (67)

$$f_1^2 : f_0^2 = 0,996 \cdot \left( \frac{3}{8} \cdot 416,16 \cdot 0,004 + 1 \right) = 0,996 \cdot 1,624 = 1,62$$

und daraus  $f_1 = 1,273 \cdot f_0$  und  $f_0 = 293 : 1,273 = 230 \text{ cm}$ .

Die Streckung der Leitung infolge des verkehrten Winddruckes auf den Mast verringert also den Durchhang bei ( $-5^\circ$  mit Eis) von  $293 \text{ cm}$  auf  $230 \text{ cm}$ ; dadurch steigt die Beanspruchung im Draht von  $p_1 = 655 \text{ kg/cm}^2$  auf  $p_0 = 191\,840 : f_0 = 191\,840 : 230 = 834 \text{ kg/cm}^2$ , erreicht also erst  $69,5\%$  der zulässigen Höchstbeanspruchung  $p = 1200 \text{ kg/cm}^2$ .

\* \* \*

Die *Ergebnisse der Berechnungen* lassen sich somit dahin zusammenfassen, dass der mit Berücksichtigung der Durchbiegung und der Abnahme der Drahtbeanspruchung (infolge erhöhten Durchhanges) berechnete Mast bedeutend schwächer gewählt werden darf; die etwas grössere Durchbiegung im ungünstigsten Belastungsfalle des Mastes (Wind und Drahtzug in gleicher Richtung) ist praktisch belanglos; bei dem mit Berücksichtigung der Durchbiegung berechneten Maste ist jede Gefahr der Ueberanstrengung der Leitung auch bei verkehrter Windrichtung ausgeschlossen.

Der einzige Nachteil, durch den alle diese Vorteile erkauft sind, ist der *wesentlich grössere Durchhang*; man wird sich also dafür entscheiden müssen, die Masthöhe des Abspannmastes um die Differenz der Durchhänge grösser zu wählen, als die Masthöhe der anschliessenden Tragmaste in der fortlaufenden Linie gerader Richtung.

Im vorliegenden Falle beträgt dieser Unterschied (bei  $-5^\circ$  mit Eis)  $293 - 159,9 = 133 \text{ cm}$ , so dass zu dem Abspannmaste von  $10 \text{ m}$  freier Höhe die Tragmaste von  $8,67 \text{ m}$  freier Höhe gehören würden.

Die Hauptergebnisse der Rechnung sind in der folgenden Uebersicht einander gegenübergestellt;

Die einwandfreie Durchführung des Leitungsbaues erfordert die Kenntnis des Durchhanges und des Drahtzuges für jede beliebige Temperatur zwischen  $-20^\circ$  und  $+40^\circ$  Celsius.

Tabelle 19

Abspannmast Fig. 23		Ohne Berücksichtigung	Mit Berücksichtigung
$h = 1000 \text{ cm}$ $T = 200 \text{ cm}$	3 Drähte (Cu) je $10 \text{ mm}^2$	der Durchbiegung des Mastes und der dadurch bewirkten Durchhangsänderung des Drahtes	
Mastdurchmesser $D$		35,7 cm	31,7 cm
Winddruck und Drahtzug (bei $-5^\circ$ mit Eis) in gleicher Richtung	Durchhang	$f_z = 159,9 \text{ cm}$	$f_1 = 293 \text{ cm}$
	Beanspruchung des Drahtes $p_{\max}$	$1200 \text{ kg/cm}^2$	$655 \text{ kg/cm}^2$
	Beanspruchung des Mastes $p_b$	$140 \text{ kg/cm}^2$	$140 \text{ kg/cm}^2$
	Durchbiegung $S$	$23,8 \text{ cm}$	$26,8 \text{ cm}$
Winddruck und Drahtzug (bei $-5^\circ$ mit Eis) in entgegengesetzter Richtung	Durchhang	$f_0 = 90,9 \text{ cm}$	$f_0 = 230 \text{ cm}$
	Beanspruchung des Drahtes	$p_0 = 2110 \text{ kg/cm}^2$ !!	$p_0 = 834 \text{ kg/cm}^2$
	Beanspruchung des Mastes $p_{b0}$	$10,77 \text{ kg/cm}^2$	$21,9 \text{ kg/cm}^2$
	Durchbiegung $S_0$	$1,83 \text{ cm}$	$4,19 \text{ cm}$
Grösster Durchhang bei $+40^\circ$		$161,5 \text{ cm}$ (Tab. 14)	$301,4 \text{ cm}$ (Tab. 21)
für den Leitungsbau bei $+10^\circ$ (ohne Wind)	$f_{10} \text{ cm}$	$140 \text{ cm}$	$289,6 \text{ cm}$
	$P_{10} \text{ kg}$	$28,6 \text{ kg pro Draht}$	$13,83 \text{ kg pro Draht}$
Aneisungsverhältnis (V. D. E. 1919 u. 1921)		4,79	4,79
Kritische Spannweite	$p_{\max}$ bei $-20^\circ$ ohne Eis und bei $-5^\circ$ mit Eis	$2255 \text{ cm}$	$1230 \text{ cm}$

Für die grösste Beanspruchung  $p_z = 655 \text{ kg/cm}^2$  (bei  $-5^\circ$  mit Eis) erhält man für das Aneisungsverhältnis  $v = 4,79$  (Kupferdraht  $10 \text{ mm}^2$  nach den Normen des V. D. E. 1919 und 1921):

$$\frac{a^2 E}{24} \left( \frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_z^2}{p_z^2} \right) - (p - p_z) = \beta E (t - t_z) \quad (85)$$

Mit  $\gamma_z = v \gamma$  und  $t_z = -5^\circ$  wird für  $E = 1,3 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\gamma = 8,9 \cdot 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$  und  $\beta = 17 \cdot 10^{-6}$  (für  $1^\circ$  Celsius), also für Kupfer:

$$\frac{\gamma^2 E}{24} = 4,291 \quad \text{und} \quad \beta E = 22,1;$$

daher erhält man aus Gleichung (85) folgende Formel, die für Kupferleitungen gilt (Masse in cm und kg!):

$$p_z - p - 4,291 a^2 \left( \frac{v^2}{p_z^2} - \frac{1}{p^2} \right) = 22,1 (t - t_z). \quad (86)$$

Der Wert des Aneisungsverhältnisses  $v$  und der Temperatur  $t_z$  hängt dabei nur von den Vorschriften ab, nach denen die Zusatzlast berechnet werden soll.<sup>2)</sup> In dem vor-

<sup>1)</sup> Vgl. Jobin, Berechnung der Freileitungen, Bulletin S. E. V., 1919, Heft 6 und 7, Gleichung (13a).

<sup>2)</sup> Vgl. Edler, Aneisungsformeln: Bulletin des S. E. V. 1920, Heft 8 und 9; insbesondere Seite 224 und 225. Es ist für die Vorschrift des V. D. E.-Berlin für  $10 \text{ mm}^2$  Kupferdraht:  $v = 4,79$  und  $t_z = -5^\circ$  Celsius und für die Schweiz  $v = 10,03$  und  $t_z = 0^\circ$  Celsius.



liegenden Beispiele wurden (vgl. auch Tabelle 14) die Vorschriften des V. D. E. zugrunde gelegt; die Berechnung nach den schweizerischen Vorschriften kann leicht hinzugefügt werden. Da es sich hier nur um eine Vergleichsrechnung handelt, genügt die Durchrechnung nach *einer* Vorschrift; der Gang der Rechnung bleibt ja für andere Vorschriften ungeändert.

Man erhält also im vorliegenden Falle aus Gleichung (86) für  $a = 6000$  cm:

$$655 - p - 4,291 \cdot 36 \cdot 10^6 \left( \frac{22,94}{0,429 \cdot 10^6} - \frac{1}{p^2} \right) = 22,1 (t + 5)$$

und nach einfachen Zwischenrechnungen:

$$-7611 - p + \frac{154,5}{\left(\frac{p}{1000}\right)^2} = 22,1 (t + 5). \quad (87)$$

Für die Durchführung der Rechnungen empfiehlt es sich, da die Gleichung in bezug auf  $p$  vom dritten Grade, in bezug auf  $t$  aber linear ist, einige passende Werte für  $p$  anzunehmen, daraus  $t$  zu berechnen und sodann alle Werte graphisch aufzutragen; wodurch die Bestimmung für  $t = -20^\circ - 10^\circ \pm 0^\circ \dots + 40^\circ$  leicht möglich wird, der zugehörige Durchhang folgt aus

$$f p = \frac{\gamma}{8} a^2 = 40050 \text{ } ^1) \quad (88)$$

Man erhält also:

Tabelle 20

Kupferdraht 10 mm <sup>2</sup> $a = 6000$ cm								
$v = 4,79$		$f p = 40\ 050$		$f_2 p_2 = v \frac{\gamma}{8} a^2 = 191\ 840$ (für $-5^\circ$ mit Eis)				
$p$ kg/cm <sup>2</sup>	$\left(\frac{p}{1000}\right)^2$	$\frac{154,5}{\left(\frac{p}{1000}\right)^2}$	$-7611 - p$	$22,1 (t + 5)$	$t + 5$	$t$	$f = \frac{40050}{p}$ cm	$p$ kg/cm <sup>2</sup>
655	0,429025	+ 360	- 8266	- 7906	- 357,7	- 362,7	61,2	655
150	0,0225	+ 6870	- 7761	- 898	- 40,3	- 45,3	267	150
140	0,0196	+ 7880	- 7751	+ 129	+ 5,84	+ 0,84	286	140
130	0,0169	+ 9130	- 7741	+ 1389	+ 62,9	+ 57,9	308	130
141	0,019881	+ 7775	- 7752	+ 23	+ 1,04	- 3,96	284	141
142	0,020164	+ 7660	- 7753	- 93	- 4,205	- 9,205	282	142
143	0,020449	+ 7550	- 7754	- 204	- 9,42	- 14,42	280	143
144	0,020736	+ 7450	- 7755	- 305	- 13,8	- 18,8	278,2	144
145	0,021025	+ 7350	- 7756	- 406	- 18,39	- 23,39	276,3	145
138	0,019044	+ 8110	- 7749	+ 361	+ 16,33	+ 11,33	290,2	138
136	0,018496	+ 8350	- 7747	+ 603	+ 27,27	+ 22,27	294,3	136
135	0,018225	+ 8475	- 7746	+ 729	+ 33,0	+ 28,0	296,5	135
134	0,017956	+ 8600	- 7745	+ 855	+ 38,7	+ 33,7	298,9	134
133	0,017689	+ 8735	- 7744	+ 991	+ 44,85	+ 39,85	301,3	133

<sup>1)</sup> Vgl. Jobin, Berechnung der Freileitungen, Bulletin S. E. V., 1919, Heft 6 und 7, Gleichung (9).

Tabelle 21

Kupferdraht 10 mm <sup>2</sup> 60 m Spannweite			
$t$ Celsius	Durchhang $f$ cm	Beanspruchung $p$ kg/cm <sup>2</sup>	Zug im Draht $P_1$ kg
- 362,7	61,2	655	65,5
- 20	277,7	144,3	14,43
- 10	281,7	142,2	14,22
- 5	283,7	141,2	14,12
0	285,7	140,2	14,02
+ 10	289,6	138,3	13,83
+ 20	293,5	136,5	13,65
+ 30	297,4	134,7	13,47
+ 40	301,4	133,0	13,30
- 5 + Eis	$f_z = 293$	$p_z = 191840 : f_z = 655$	65,5
Aequivalente Temperatur $t_a = 18,5^{\circ}$ $f_a = 293$ cm			
Grösster Seilzug $P_{\max} = 65,5$ kg bei $-5^{\circ}$ mit Eis			
Grösster Durchhang $f_{\max} = 301,4$ cm bei $+40^{\circ}$ Celsius			
$v = 4,79$ $f p = 40050$			

Aus der graphischen Darstellung dieser Werte für  $t$ ,  $f$ ,  $p$  erhält man sofort folgende *Montage-Tabelle* (vgl. Fig. 30):

Es macht nun keine grundsätzlichen Schwierigkeiten mehr, beim *Bau der Leitung* je nach der gerade herrschenden *Temperatur* den jeweiligen Durchhang  $f$  cm und den Drahtzug  $P_1$  kg entsprechend einzustellen, so dass die richtigen Werte gemäss der Tabelle 19 bei den ungünstigsten Belastungsfällen der Leitung (Eis) und des Mastes (Wind) mit grosser Wahrscheinlichkeit erwartet werden können.

Mehr als eine grosse Wahrscheinlichkeit wird sich in dieser Hinsicht niemals erreichen lassen, weil ja die geometrischen, physikalischen, technischen und klimatischen Voraussetzungen, welche der Leitungs- und Mastberechnung zugrunde liegen,

gen, niemals voll und ganz zutreffen werden (Querschnittsform des Mastes und der Drähte, Parabelform der Seilkurve, Elastizitätsverhältnisse, zuverlässige und unverrückbare Standfestigkeit des Mastes im Boden, genaue Ausrichtung der Maste in vertikaler Stellung, genaue Messung der Spannweite und des Durchhanges, Unveränderlichkeit der Temperatur während der Arbeitszeit, Einfluss der Unsicherheit hinsichtlich der Zusatzlast).

Die Leitung und ihr Tragwerk *lebt* eben insofern, als sie unter dem Einflusse der wechselnden Kräfte fortwährend Formänderungen erfährt, die wieder auf die einwirkenden Kräfte zurückwirken; auch die Erscheinungen des *Alterns* (Ermüdung des Materiales durch wechselnde Beanspruchung) kommen hinzu, ganz abgesehen von den zerstörenden Angriffen durch Fäulnis (Mast) und durch chemische Angriffe (Mast und Leitung).

Alle diese unwägbaren Einflüsse, die sich einer genauen Berechnung entziehen, können nur durch einen zweckmässig abgeschätzten *Sicherheitsgrad* berücksichtigt werden, der für den Mast grundsätzlich grösser zu wählen ist (etwa 4) als für die Leitung (etwa 2,5 im ungünstigsten Belastungsfalle).

Die Beweglichkeit der Leitung und ihres Tragwerkes (ihr „Leben“), insbesondere der Einfluss der Kräfte in den Nachbarspannfeldern wurde schon vor langer Zeit untersucht<sup>1)</sup>; ähnlich wie bei einem Drahtbruch in der Linie

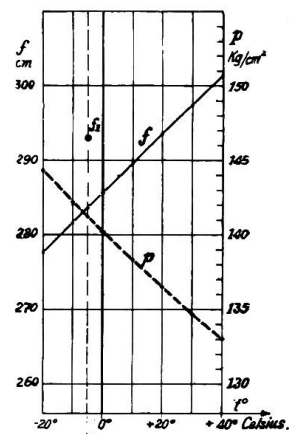


Fig. 30

<sup>1)</sup> Ing. L. Kallir: Das Verhalten von Freileitungsgestängen bei Drahtbrüchen; E. u. M. (Wien) 1908, Heft 12 und 13, Seite 239 und 266.

kommen ja auch beim Abspannmast Kräfte in die Leitung und in ihr Tragwerk, die fortwährend wechseln und dem Bestande der Leitung oder der Maste gefährlich werden können. Der Zweck der vorliegenden Arbeit war es, den Einfluss aller wirksamen Kräfte mit möglichst einfachen Rechnungsmitteln so weit zu verfolgen, dass eine Entscheidung über die voraussichtlich zuverlässigste Art der Ausführung getroffen werden kann; darin liegt ja der vornehmste Zweck aller Berechnungen des Ingenieurs. Dass sich im vorliegenden Falle die *technisch günstigere* Lösung (vgl. Tabelle 19, verkehrte Windrichtung) auch als die *wirtschaftlichere* erwiesen hat ( $D = 31,7$  cm statt  $D = 35,7$  cm), kann wohl nur dafür sprechen, dass es schon der Mühe wert ist, auch Fragen, die im ersten Augenblicke sehr einfach erscheinen, ein wenig tiefer zu verfolgen; es zeigen sich dabei nicht selten Ergebnisse, die anfänglich überraschend wirken, bei gründlicher Untersuchung jedoch das innerste Wesen der Aufgaben merkbar aufhellen.<sup>1)</sup>

## Beitrag zur Berechnung von Freileitungen.

Von K. Grütter, Dipl.-Ing., Winterthur.

Der Autor zeigt, anknüpfend an die ähnliche Arbeit von J. Favarger<sup>1)</sup>, dass die maximale mechanische Spannung an den Aufhängepunkten eines Drahtes zweckmässigerweise auf Grund der Kettenlinientheorie berechnet wird. Er berechnet ferner diejenige Spannweite, für welche bei einem bestimmten Material die Differenz zwischen kleinster und grösster Drahtbeanspruchung 5% nicht übersteigt, den Durchhang, der bei gegebener Spannweite den geringsten Zug in den Aufhängepunkten ergibt und die für ein bestimmtes Material maximal zulässige Spannweite.

<sup>1)</sup> Bulletin 1922, No. 10, Seite 474 und ff.

Se rapportant au travail de M. J. Favarger<sup>1)</sup>, l'auteur montre que la tension maximum dans les conducteurs près des points d'attache doit pour de longues parties être déterminée en se basant sur la théorie de la chaînette.

Il calcule la portée pour laquelle la différence de tension (entre le point d'attache et le point le plus bas ne dépasse pas 5%, la flèche qui correspond à la tension minimum au point d'attache, pour une portée donnée, et la portée maximum admissible pour un conducteur d'une nature déterminée.

<sup>1)</sup> Bulletin 1922, No. 10, pages 474 et suivantes.

Bei der mechanischen Berechnung von Freileitungen ersetzt man meistens die Kettenlinie durch eine Parabel. Dieses Verfahren ist zulässig, solange die Resultate von den Ergebnissen der genauen Berechnung nicht stark abweichen, was fast immer zutrifft, und zweckmässig, solange es einfacher ist als die Berechnung auf Grund der Kettenliniengesetze. Gewisse Untersuchungen können jedoch mit Hilfe der Kettenliniengleichungen trotz ihrer transzendenten Form eleganter, mit weniger Rechenarbeit, durchgeführt werden als mit dem Ersatz durch die Parabel.

Das ist z. B. der Fall für die von Favarger im Bulletin No. 10 durchgeführte Berechnung der Drahtbeanspruchung in den Aufhängepunkten. Hierbei ist die Berechnung über die als Parabel gedachte Durchhangsline offenbar ein unnötiger Umweg.

Mit den aus Fig. 1 ersichtlichen Bezeichnungen lautet die Gleichung der Kettenlinie

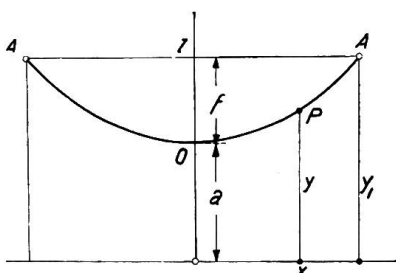


Fig. 1

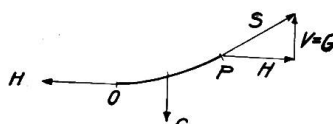


Fig. 2

$$y = a \cosh \frac{x}{a} \quad (1)$$

Hierin bedeutet  $a$  den Parameter, der für einen Draht vom spezifischen Gewicht  $\gamma$  in  $\text{kg/cm}^3$  und dem

spezifischen Horizontalzug  $\sigma_{\min}$  in  $\text{kg/cm}^2$  gegeben ist durch

$$a = \frac{\sigma_{\min}}{\gamma} \text{ cm.} \quad (2)$$

<sup>1)</sup> Ein ausführlicher Literatur- und Fabriknachweis zu dieser Arbeit ist beim Generalsekretariat des S.E.V. und V.S.E. gegen Einsendung von Fr. - 30 plus Porto erhältlich.

<sup>2)</sup> Mit  $\sinh$ ,  $\cosh$  und  $\tanh$  werden die hyperbolischen Funktionen bezeichnet und zu deren Berechnung ausschliesslich die Tabellen in der „Hütte“ benutzt.