Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 13 (1922)
Heft: 9

Artikel: Die Bedeutung des Bezugssinnes im Vektordiagramm
Autor: Brunn, Albert von
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1058309

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

BULLETIN

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich,
im Januar dazu die Beilage „Jahresheft".

Alle den **Inhalt** des „Bulletin" betreffenden Zuschriften sind zu richten an das

Generalsekretariat
des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins
Seefeldstrasse 301, Zürich 8 — Telephon: Hottingen 7320,
welches die Redaktion besorgt.

Alle Zuschriften betreffend **Abonnement, Expedition** und **Inserate** sind zu richten an den Verlag:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G.
Stauffacherquai 36/38 Zürich 4 Telephon Selnau 7016

Ce bulletin paraît mensuellement. — „L'Annuaire" est distribué comme supplément dans le courant de janvier.

Prière d'adresser toutes les communications concernant la **matière** du „Bulletin" au

Secrétariat général
de l'Association Suisse des Electriciens
Seefeldstrasse 301, Zurich 8 — Telephon: Hottingen 7320
qui s'occupe de la rédaction.

Toutes les correspondances concernant les **abonnements, l'expédition** et les **annonces,** doivent être adressées à l'éditeur

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei S. A.
Stauffacherquai 36/38 Zurich 4 Téléphone Selnau 7016

Abonnementspreis (für Mitglieder des S. E. V. gratis)
für Nichtmitglieder inklusive Jahresheft:
Schweiz Fr. 20.—, Ausland Fr. 25.—
Einzelne Nummern vom Verlage Fr. 2.— plus Porto.

Prix de l'abonnement annuel (gratuit pour les membres de l'A. S. E.), y compris l'Annuaire Fr. 20.—
pour la Suisse, Fr. 25.— pour l'étranger.
L'éditeur fournit des numéros isolés à Fr. 2.—, port en plus.

XIII. Jahrgang
XIIIe Année

Bulletin No. 9

September
Septembre 1922

Die Bedeutung des Bezugssinnes im Vektordiagramm.

Von *Albert von Brunn,* dipl. Ingenieur, *Zürich.*

Der Verfasser erläutert im vorliegenden Teile der Arbeit die Anwendung von Vektoren zur Darstellung elektrischer Vorgänge in beliebigen Stromkreisen, wobei er allgemein Strom und Spannung in jedem Elemente eines Stromkreises durch besondere Vektoren darstellt. Er leitet eine Reihe von „Sätzen" ab, deren Anwendung an der Praxis entnommenen Beispielen in einem zweiten Teile gezeigt werden wird.

Die Darstellungsweise ist allgemein verständlich und soll das Studium der Arbeitsweise auch komplizierterer elektrischer Systeme erleichtern.

Dans cette première partie l'auteur traite de l'emploi des diagrammes vectoriels pour caracteriser les phénomènes qui ont lieu en chaque point d'un circuit parcouru par un courant électrique.

Il démontre plusieurs théorèmes, qui trouveront leur application dans la seconde partie.

La manière de réprésenter les phénomènes de la pratique est élémentaires et permet de voir claire aussi dans les cas compliqués.

Zweck der Arbeit.

Diese Arbeit ist für diejenigen Ingenieure und Techniker geschrieben, welche sich an Hand einer einfachen graphischen Methode einen klaren Einblick in die Wechselstromvorgänge verschaffen möchten. Bekanntlich ist ja das Vektordiagramm das einzige Mittel, welches uns ein klares und übersichtliches Bild der Arbeitsweise und gegenseitigen Beeinflussung mehrerer Leiterelemente eines Wechselstromsystems gestattet. Dennoch hat das Vektorbild bei den Praktikern noch nicht die ihm gebührende Beachtung und Verwendung gefunden, die ihm dank seiner grossen Vorzüge zukommen sollte. Der Grund liegt meines Erachtens darin, dass es noch keine einfache und leicht zu erlernende Methode gab, welche es dem in der Praxis stehenden und deshalb mit der mathematischen Behandlung von Vektorgleichungen meist nicht sehr vertrauten Ingenieur oder Techniker ermöglichte, Vektordiagramme rasch und sicher selbständig zu entwickeln. Es gibt aber in der Praxis ausserordentlich viele Fälle, wo mit Hilfe eines verhältnismässig einfachen Vektordiagrammes der richtige Verbindungssinn einzelner Leiterteile sich rasch ermitteln

lässt, so dass viel Zeit und Mühe, die man unnütz mit Probieren und Suchen verschwenden würde, erspart werden kann. Eine solche Handhabung erfordert allerdings ein ganz konsequent aufgebautes Vektordiagramm und hierzu ist, wie ich in dieser Arbeit zeigen werde, unbedingt erforderlich, dass man in das räumliche Schema den Bezugssinn einträgt, auf welchen sich das Vektordiagramm beziehen soll. Auch bei der mathematischen Entwicklung von Vektordiagrammen muss naturgemäss ein Bezugssinn für jedes Leiterelement angenommen werden. Nach Fertigstellung des Diagrammes aber wird meistens auf die Bezugsrichtungen nicht mehr aufmerksam gemacht und sie werden als scheinbar überflüssig weggelassen. Nicht nur für den Praktiker, sondern auch für den Theoretiker und Erfinder wird eine bequeme und einfache graphische Methode von Wert sein, da es sich bei der Entwicklung neuer Gedanken und Erfindungen in den meisten Fällen nicht darum handelt, sogleich exakte Werte oder gar allgemeine Gleichungen für die Arbeitsweise einer neuen Schaltung zu gewinnen, sondern lediglich darum, die qualitativen Verhältnisse kennen zu lernen, so dass in solchen Fällen die Anwendung der analytischen Methode als schwerfällig empfunden wird. Ein weiterer Vorteil dieser Methode liegt darin, dass sie das Gefühl für die Arbeitsweise eines elektrischen Systems und insbesondere für das Zusammenwirken elektrischer Kräfte entwickelt.

Ich werde in den Anwendungsbeispielen zeigen, dass sich anhand einfacher und leicht verständlicher Sätze auch komplizierte Diagramme entwickeln lassen, welche ohne diese Methode zu ihrem Aufbau die Zuhilfenahme der höhern Mathematik erfordern. Auf diese Weise wird es auch einem Nichtmathematiker ermöglicht, sich eine Vorstellung der innern Vorgänge komplizierter Stromsysteme zu machen.

Beziehungen zwischen dem Wicklungsschema (Leiterelement) und dem zugehörigen Vektordiagramm.

Es wurde schon im vorigen Abschnitt darauf hingewiesen, dass ein Vektordiagramm nur dann eindeutig und konsequent ist, wenn im räumlichen Schema der Leiterelemente ein bestimmter Bezugssinn festgelegt wird, auf den sich das Diagramm beziehen soll. Da diese Tatsache häufig übersehen wird, so wollen wir hier mit aller Deutlichkeit noch einmal darauf hinweisen, und zugleich zeigen, in welch einfacher Weise sich konsequente Vektordiagramme entwickeln lassen.

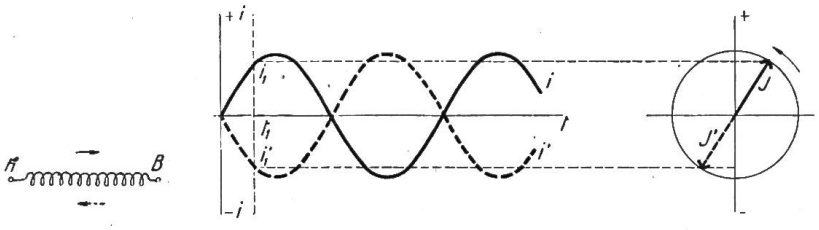

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

Zu diesem Zwecke gehen wir aus von einer Drahtspule Fig. 1, welche von einem Wechselstrom durchflossen wird. Das Hin- und Herfliessen des Stromes, können wir graphisch in der Weise festhalten, dass wir der Spule zwei Richtungen nämlich eine positive und eine negative beilegen. Denn zur graphischen Darstellung des Stromes bedürfen wir eines Koordinatensystemes Fig. 2, dessen eine Achse die Zeitwerte t und die andere Achse die positiven oder negativen Stromwerte i aufnehmen soll. Entsprechend der jeweiligen Richtung, die der Strom im Leiterelement haben mag, sprechen wir dann von einem positiven oder negativen Strom und tragen ihn sinngemäss im Koordinatensystem ein. Es besteht also zwischen Leiterelement und Koordinatensystem ein fester Zusammenhang. Naturgemäss entsteht jetzt die Frage, welche Durchflussrichtung man als die positive betrachten will. Es scheint naheliegend und wäre sehr bequem, nicht nur jedem einzelnen Leiterelement, sondern dem ganzen Stromkreis einen bestimmten positiven Durchlaufssinn zu erteilen. Doch wäre dieses Verfahren nur bei

einfachen Kreisen durchführbar. In dieser Arbeit wird deshalb folgender Weg eingeschlagen: jedes Leiterelement erhält seinen eigenen, völlig willkürlich angenommenen positiven Sinn, den sogenannten *Bezugssinn,* den wir durch einen kleinen Pfeil, den *Bezugspfeil,* markieren. Zu jedem Leiterelement gehört dann ein Teildiagramm, welches sich auf den angenommenen Bezugssinn des betreffenden Leiterelementes bezieht. Es soll schon hier festgelegt werden, dass wir Strom *und* Spannung eines Leiterelementes auf einen und denselben Bezugssinn beziehen.

Mit Hilfe der weiter unten folgenden Sätze wird es dann möglich, aus diesen Teildiagrammen das vollständige Vektordiagramm des ganzen Systems zu entwickeln, auch wenn, wie wir noch einmal betonen wollen, die Bezugspfeile der einzelnen Leiterelemente ganz beliebig eingezeichnet wurden. Der Bequemlichkeit wegen werden wir allerdings in vielen Fällen die Bezugspfeile, wo es geht, nach bestimmten Regeln eintragen.

In unserem Beispiel (Fig. 1) setzen wir beispielsweise den Bezugspfeil in der Richtung von A nach B weisend ein (oberer ausgezogener Pfeil), womit wir die Festsetzung machen, dass wir Ströme, die von A nach B fliessen, als positive betrachten und sie demgemäss im Koordinatensystem in Richtung der positiven Stromachse, also nach oben, eintragen wollen.

Wir wollen uns in dieser Arbeit nur mit sinusförmig variierenden Strömen und Spannungen befassen und erhalten demgemäss im Liniendiagramm (Fig. 2) für den Strom i der Spule in Fig. 1 die stark ausgezogene Sinuskurve (Fig. 2).

Hätten wir aber den Bezugspfeil der Spule $A\,B$ (Fig. 1) in der Richtung von B nach A weisend, eingetragen (punktierter Pfeil), so müssten wir Ströme, die von A nach B fliessen jetzt nicht mehr als positiv, sondern als negativ ins Liniendiagramm eintragen. Wir erhielten dann entsprechend dem punktierten Bezugspfeil in Fig. 1 im Liniendiagramm (Fig. 2) die punktiert eingezeichnete Sinuskurve i', also das Spiegelbild der ersten Kurve (an der t Achse), da jetzt alle Werte, die vorher positiv waren, negativ sind und umgekehrt.

Gehen wir jetzt zum *Vektordiagramm* über, so müssen wir uns daran erinnern, dass man sich dabei einen rotierenden Vektor denken muss, dessen Länge gleich ist dem Amplitudinalwert des Stromes und der mit der elektrischen Winkelgeschwindigkeit ω des Wechselstromes um seinen Fusspunkt rotiert. Der Momentanwert des Wechselstromes i_1 ist dann gleich der Projektion dieses Vektors auf die, durch den Fusspunkt des Vektors gelegte Vertikale. Für den im Liniendiagramm eingetragenen Zeitpunkt t_1 erhalten wir das Vektorbild Fig. 3.

Wir wollen an dieser Stelle ein für allemal bemerken, *dass wir uns alle Vektoren im Gegenuhrzeigersinne rotierend denken.* Die *Stromvektoren* ziehen wir *dick* aus und versehen sie mit *stumpfen Pfeilen* zum Unterschiede von den *Spannungsvektoren,* die wir *dünn* ausziehen und mit *spitzen Pfeilen* versehen.

Dem zuerst angenommenen Bezugspfeil entspricht der stark ausgezogene Stromvektor J, dem zweiten aber der punktierte Vektor J'. Diese Tatsache hat uns mit aller Deutlichkeit bewiesen, dass ein Vektordiagramm nur dann eindeutig sein kann, wenn im *räumlichen Schema* (dem sogenannten *Raumdiagramm)* der *Bezugspfeil* eingetragen ist, auf den sich das *Vektordiagramm (Zeitdiagramm)* beziehen soll. Wir erkennen aus diesen Betrachtungen den wichtigen *Umkehrungssatz*:

> *I. Kehren wir den Bezugssinn eines Leiterelementes um, so müssen wir, um denselben elektrischen Momentanzustand des Elementes darzustellen auch seine Strom- und Spannungsvektoren je um 180° drehen,*

denn was an Hand des obigen Beispieles für die Stromdarstellung entwickelt wurde, gilt naturgemäss auch für das Spannungsbild. Wir wollen noch bemerken, dass wir in der Folge (von einigen Ausnahmen abgesehen) im Vektordiagramm nicht mehr die Amplitudinal-, sondern die Effektivwerte sowohl der Spannung als auch des Stromes eintragen werden.

Es wäre nicht nötig bei Wechselströmen, die doch fortwährend ihre Richtung ändern, dem Durchflussinn eine so grosse Bedeutung beizumessen, wie es hier geschieht, wenn jeder Stromkreis nur aus wenigen Leiterelementen bestehen würde. Da aber kombinierte und stark verzweigte Stromsysteme sehr häufig vorkommen, muss bei einer richtigen Zusammensetzung der Strom- und Spannungsvektoren unbedingt auf den Bezugssinn Rücksicht genommen werden.

Zusammensetzung von Strom- und Spannungsvektoren.

Bekanntlich ist die resultierende Spannung mehrerer in Reihe geschalteter Leiterelemente gleich der Vektorsumme ihrer zugehörigen Spannungsvektoren. Dieser Satz setzt voraus, dass sich alle Vektoren auf einen und denselben Bezugssinn des Systems beziehen, oder was dasselbe ist, dass alle Bezugspfeile der in Serie geschalteten Leiterelemente einen und denselben Durchlaufssinn festlegen. Diesen Satz können wir ganz allgemein in folgender Formulierung aussprechen:

II. *Der Vektor der Spannung zwischen zwei Punkten eines Wechselstromnetzes ist die Resultante aller Spannungsvektoren der zwischen diesen zwei Punkten in Serie geschalteten Leiterelemente, wenn diese einzelnen Vektoren sich auf Bezugspfeile beziehen, die alle den Durchlaufssinn festlegen, auf den sich ihre Resultante beziehen soll* (Fig. 4 und 5).

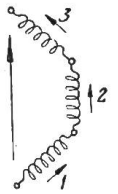

Fig. 4

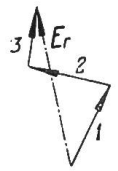

Fig. 5

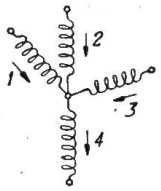

Fig. 6

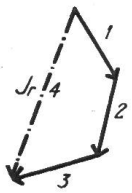

Fig. 7

In ganz analoger Weise erhalten wir für die Zusammensetzung von Stromvektoren den Satz:

III. *Der Vektor des resultierenden Stromes mehrerer in einem Verzweigungspunkt zusammenfliessender Ströme ist die Resultante aller dieser Stromkomponenten, wenn alle diese Vektoren auf Bezugspfeile bezogen werden, die demselben Durchlaufssinn entsprechen, auf den der resultierende Stromvektor bezogen werden soll* (Fig. 6 und 7).

Die beiden Kirchhoff'schen Gesetze und ihre Anwendung im Vektordiagramm.

Raum-Zeit-Diagramm.

Das erste Kirchhoff'sche Gesetz besagt, dass in jedem Verzweigungspunkt die Summe der zufliessenden Ströme in jedem Moment gleich ist der Summe der wegfliessenden Ströme. Dieses Gesetz ist ein Spezialfall von Satz III. Denken wir uns nämlich, dass zum Beispiel in einem Verzweigungspunkte vier Leiterelemente verknüpft seien (Fig. 6), deren Bezugspfeile bei drei Elementen dem Verzweigungspunkte zugerichtet seien, so erhalten wir für den Stromvektor des vierten Elementes, dessen Bezugspfeil vom Verzweigungspunkte wegweisen soll, nach Satz III die Vektorsumme der übrigen drei Vektoren (Fig. 7), woraus sodann, wenn wir den Bezugspfeil des vierten Elementes umkehren (Fig. 8), der Satz folgt:

III a. *Beziehen wir die Stromvektoren aller in einem Verzweigungspunkte verknüpften Leiterelemente auf Besugspfeile, welche entweder alle dem Verzweigungspunkte zu oder aber alle von ihm weggerichtet sind, so bilden alle diese Vektoren ein geschlossenes Polygon* (Fig. 8 und 9).

Das zweite Kirchhoff'sche Gesetz sagt aus, dass in jedem geschlossenen Stromkreis die Summe der Umlaufsspannungen gleich Null ist. Es stellt einen Spezialfall des Satzes II dar, falls wir annehmen, dass dieser Satz auf zwei unendlich benachbarte Punkte eines geschlossenen Stromkreises angewendet wird. Für Vektoren lautet das Gesetz:

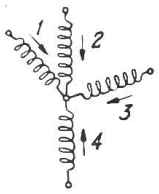

Fig. 8

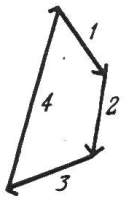

Fig. 9

II a. *Beziehen wir alle Spannungsvektoren der Leiterelemente eines geschlossenen Stromkreises auf Bezugspfeile, welche zusammen einen einheitlichen Umlaufssinn festlegen, so bilden alle diese Vektoren ein geschlossenes Polygon.*

Wir müssen noch einen Begriff klarlegen, der schon oft Anlass zu Verwirrungen und Undeutlichkeiten gegeben hat. Es handelt sich darum eine eindeutige Definition der *Klemmenspannung* zu geben. In dieser Arbeit soll der Begriff der „aufgedrückten" Klemmenspannung vollständig fallengelassen werden, da er ein konsequentes Arbeiten erschwert und an dessen Stelle die Klemmenspannung folgendermassen definiert werden:

IV. *Unter der Klemmenspannung eines Leiterelementes verstehen wir die Resultante aller, der in diesem Leiterelemente wirkenden elektrischen Kräfte.*

Hierbei müssen wir noch folgendes beachten. Wenn ein Strom ein Leiterelement durchfliesst, so entsteht im ohmschen Widerstand des letzteren eine elektrische Kraft, die den Strom bei seinem Durchfluss hemmen will, ihm also entgegenwirkt. Dieser Kraft wollen wir den Namen *Ohm'sche Gegenkraft* erteilen. Sie ist natürlich bei Anwendung von Satz IV in Rechnung zu bringen.

Satz II a besagt, dass bei passender Anordnung der Bezugspfeile das Spannungsvektordiagramm eines geschlossenen Stromkreises ebenfalls eine geschlossene Figur bildet. *Diese Tatsache legt es uns nahe, die einzelnen Leiterelemente im Raumdiagramm so anzuordnen, dass ihre Reihenfolge und Lage, der Lage und Reihenfolge der Spannungsvektoren (im Zeitdiagramm) genau entspricht.* Wir erhalten so ein Raumdiagramm, das sich seiner Form nach mit dem Zeitdiagramm deckt und deshalb den Namen *Raum-Zeit-Diagramm* führen soll. Derartige Diagramme werden hie und da zur Darstellung gewisser Leiteranordnungen benützt, doch ist ihre praktische Bedeutung und allgemeine Verwendbarkeit meiner Ansicht nach noch nicht recht erkannt worden. Das Raum-Zeit-Diagramm gestattet wie kein anderes einen raschen und klaren Einblick in die Arbeitsweise einer elektrischen Schaltung, weshalb wir es bei den praktischen Anwendungen recht häufig benützen werden.

Die Beziehungen zwischen Strom- und Spannungsvektor eines Leiterelementes.

Im allgemeinen bilden Strom- und Spannungsvektor eines Leiterelementes einen zwischen Null und 2π variierenden Winkel. Man nennt diesen Winkel die Phasenverschiebung φ des betreffenden Leiterelementes und zählt den Winkel φ im *Gegenuhrzeigersinne vom Spannungsvektor aus zum Stromvektor positiv.* Je nach der Grösse des Winkels φ ändert sich die elektrische Arbeitsweise eines Leiterelementes. Wir können vier qualitativ verschiedene Gebiete unterscheiden, in denen der Stromvektor relativ zum Spannungsvektor liegen kann und welche sich prinzipiell voneinander unterscheiden. Verlängern wir nämlich den Spannungsvektor E (Fig. 10) nach rückwärts, und fällen wir durch seinen Fusspunkt das Lot auf denselben, so schneiden diese vier Strahlen vier Quadranten heraus, die wir folgendermassen benennen:

I. Quadrant generatorisch-induktiv
II. Quadrant motorisch-induktiv
III. Quadrant motorisch kapazitiv
IV. Quadrant generatorisch-kapazitiv (siehe Fig. 10).

Liegt der Stromvektor im 1. oder 4. Quadranten, so wird seine Projektion $J \cdot \cos \varphi$ positiv, das Leiterelement arbeitet generatorisch. Umgekehrt arbeitet es im 2. oder 3. Quadranten motorisch, da $J \cdot \cos \varphi$ negativ ist.

Wir können aber noch eine weitere Unterscheidung machen. Im allgemeinen hat jeder Strom noch eine wattlose Komponente, nämlich $J \cdot \sin \varphi$, welche gleich ist der Projektion des Stromes auf die zum Spannungsvektor Normale. Fällt diese Projektion auf den *rechten* Ast der Normalen, so sagen wir: das Leiterelement *gibt wattlose Leistung ab,* es arbeitet *kapazitiv;* fällt sie aber auf den *linken* Ast der Normalen, so *nimmt* das Leiterelement *wattlose Leistung auf,* es arbeitet *induktiv.* Die Ausdrücke, wattlose Leistung „aufnehmen" und „abgeben" sind nicht ganz glücklich gewählt, da die wattlose Energie hin und her wogt und von einer dauernden Aufnahme resp. Abgabe keine Rede sein kann. Die Bezeichnungsweise hat sich aber eingebürgert und soll daher auch hier beibehalten werden.

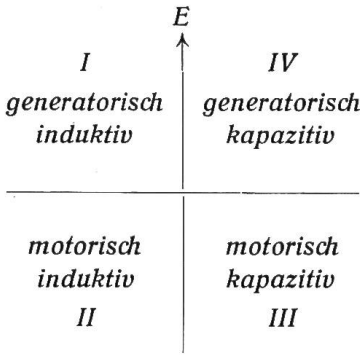

Fig. 10

Wattlose Leistung gibt also ein Leiterelement ab, wenn sein Stromvektor im 3. oder 4. Quadranten liegt, dagegen nimmt es solche auf, wenn sich der Stromvektor im 1. oder 2. Quadranten befindet.

Ein Begriff, der häufig zu Unklarheiten Anlass gibt, ist der sogenannte *Spannungsabfall.* Wir wollen in dieser Arbeit diesen Begriff vollständig von der Vorstellung einer Spannungserniedrigung lostrennen und dafür folgende Definition geben:

Unter Spannungsabfall in einem Leiterelement verstehen wir diejenigen elektrischen Kräfte, welche beim Uebergang vom Leerlauf des Leiterelementes in den Belastungszustand entstehen.

„Der Spannungsabfall„ kann somit auch in einer *Erhöhung* der Klemmenspannung zum Ausdruck kommen. Er ist eine Wirkung des Belastungsstromes auf das Leiterelement. Wir unterscheiden (praktisch) drei solcher Wirkungen:

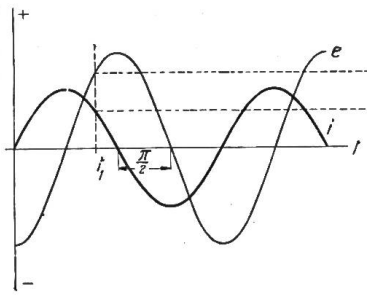

Fig. 11

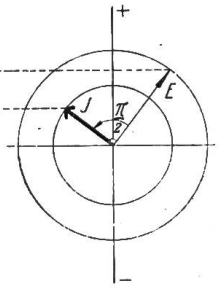

Fig. 12

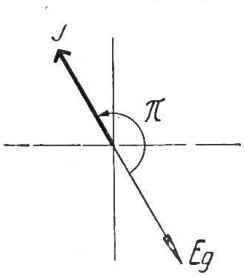

Fig. 13

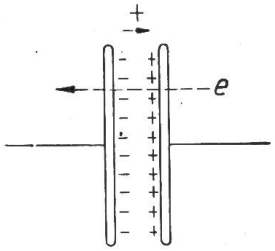

Fig. 14

1. *Die E. M. K. der Selbstinduktion.* Der ein Leiterelement durchfliessende Wechselstrom i ruft ein Wechselfeld hervor, das seinerseits eine E. M. K. e, die sog. Selbstinduktions-E. M. K. erzeugt (Fig. 11). Diese E. M. K. ist nach dem Lenz'schen Gesetz positiv bei abnehmendem Strom und negativ bei zunehmendem Strom und eilt dem Strome i um den Zeitwinkel $\frac{\pi}{2}$ nach. Wir erhalten so das Liniendiagramm Fig. 11, aus welchem sich für den Zeitmoment t_1 ohne weiteres das Vektordiagramm Fig. 12 ergibt.

2. *Die Ohm'sche Gegenkraft.* Diese ist nach Früherem *die* elektrische Kraft, welche beim Durchfliessen eines ohm'schen Widerstandes durch den Strom hervorgerufen wird. Naturgemäss ist sie *gegen* den Strom gerichtet und erscheint deshalb im Vektordiagramm, Fig. 13, dem Stromvektor J gegenüber um den Zeitwinkel π verdreht.

3. *Die E. M. K. der Kapazität, oder kapazitive E. M. K.* Wird ein Kondensator (Fig. 14) von einem Wechselstrom durchflossen, so laden sich seine Belege abwechselnd positiv oder negativ. Die Ladungen erzeugen E. M. KK., die abwechselnd in der einen oder andern Richtung im Leiterelement wirken. Hat der Wechselstrom beispielsweise die positive Richtung, so wird eine Ladung entstehen, die bis zur Umkehr des Stromes anwächst und im Leiterelement in negativer Richtung wirkt. Die E. M. K. e hat also ein negatives Maximum, wenn der positive Strom i auf Null abnimmt und umgekehrt. Wir erhalten das Liniendiagramm Fig. 15. Der Strom i eilt der E. M. K. e um den Zeitwinkel $\frac{3\pi}{2}$ voraus. Für den Zeitmoment t_1 erhalten wir das Vektorbild Fig. 16.

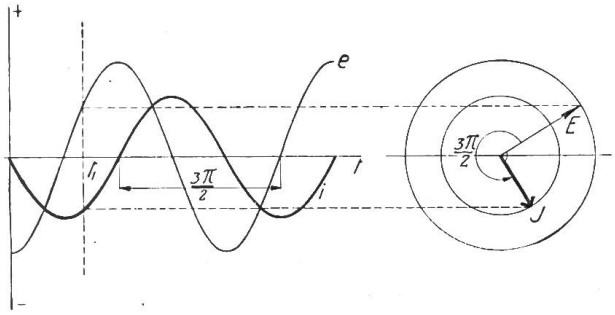

Fig. 15 Fig. 16

Magnetisch verkettete elektrische Kreise.

Wirken die Ströme zweier oder mehrerer elektrischer Kreise gegenseitig induktiv aufeinander ein, so bezeichnen wir diese Systeme als magnetisch verkettet. Die Verkettung kann eine lose oder eine starre sein. Bei der starren Verkettung oder Koppelung sind alle magnetischen Linien von beiden Systemen vollkommen umschlungen. Bei der losen Koppelung gibt es Kraftlinien, die vom einen oder anderen System entweder gar nicht oder nur unvollkommen und ungleich (doppelt verkettete Streuung) umschlungen werden. Man bezeichnet solche Kraftlinien als Streulinien oder kurz Streuung. Denken wir uns in Fig. 17 zwei Leiterelemente 1 und 2, welche magnetisch teilweise verkettet sind, so wird in ihnen durch den gemeinsamen Hauptfluss eine E. M. K. E_1 resp. E_2 entstehen, welche beide genau in Phase sind. Um diese E. M. KK. im Vektordiagramm darstellen zu können, wollen wir zuerst eine Festsetzung über die Anordnung der Betrachtungspfeile treffen:

Der Einfachheit wegen nehmen wir an, dass die Betrachtungspfeile so gelegt werden mögen, dass die E. M. KK. im Vektordiagramm als parallele und gleichgerichtete Vektoren erscheinen sollen, d. h. dass die E. M. KK. im selben Moment in beiden Leiterelementen positiv resp. negativ sein sollen.

Aus dieser Festsetzung folgt dann, dass zwei Ströme, die die beiden Leiterelemente je im Sinne ihrer Betrachtungspfeile durchfliessen, sich gegenseitig in ihrer Wirkung auf das magnetische Feld unterstützen. Im allgemeinen werden die Ströme der zwei Leiterelemente beliebige Richtungen haben (siehe Fig. 17 und 18) und werden je nach ihrer Stärke und magnetischen Verkettung ungleich bei der Erzeugung des Hauptfeldes beteiligt sein. Denken wir uns, dass die zwei Ströme im gleichen Masse mit dem Hauptfeld verkettet seien, so wird ihre Wirkung auf dasselbe ihrer Grösse proportional sein und wird entsprechend unserer Annahme über die Richtung der Betrachtungspfeile gleich sein der Wirkung, die die Resultante der beiden Ströme ausüben würde. Diese Resultante J_0 nennen wir, da sie als Erzeugerin des Hauptfeldes betrachtet werden darf, den *Magnetisierungsstrom* des Hauptfeldes (Fig. 18). Dieser liegt seiner Natur nach in Phase mit dem Hauptfeld Φ_0, das wir vektoriell durch einen Stromvektor mit einem Ringlein darstellen (Fig. 18).

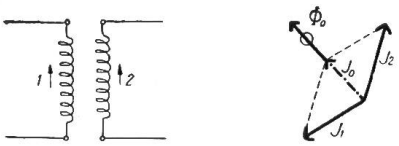

Fig. 17 Fig. 18

Es erweist sich häufig als zweckmässig, den einen oder anderen der beiden Ströme in der Weise willkürlich zu zerlegen, dass er als die Resultante des Magnetisierungsstromes und des sogenannten *Kompensationsstromes* J_c aufgefasst

werden kann, welch letzterer dem unzerlegten Strom J_2 der Grösse nach gleich, aber um 180^0 phasenverschoben ist (Fig. 19). Man denkt sich dabei, dass das System nur vom Strome der einen Seite magnetisiert, das heisst erregt werde.

Unserer Annahme gemäss, dass beide Stromsysteme mit dem Hauptflux gleich stark verkettet seien, werden auch die in beiden Systemen entstehenden E. M. KK. E_1 und E_2 gleicher Grösse sein. Sie müssen nach dem Induktionsgesetz dem Hauptflux genau um 90^0 nacheilen. Entsprechend unserer Festlegung über die Bezugspfeile werden diese E. M. KK. als zwei genau zusammenfallende Vektoren (Fig. 20) erscheinen.

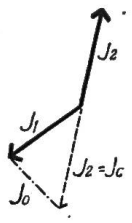

Fig. 19

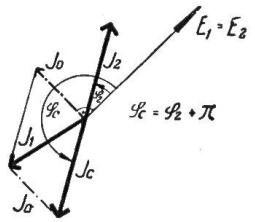

Fig. 20

Wir erkennen aus Fig. 20, dass für den Kompensationsstrom das Transformatorgesetz genau gültig ist, nämlich dass

$$J_c = J_2 \quad \text{und}$$

$$J_c \cos \varphi_c = -J_2 \cos_2 \quad \text{und}$$

$$J_c \sin \varphi_c = -J_2 \sin_2 \quad \text{(Fig. 20).}$$

Wir haben der Einfachheit wegen angenommen, dass bei beiden Systemen die magnetische Verkettung dieselbe sei. Denken wir uns beispielsweise den Stromkreis J_2 stärker verkettet, so wird die E. M. K. E_1 ansteigen, während umgekehrt J_1 im selben Masse abnehmen muss (Fig. 21), falls die Grösse und Richtung des Hauptflusses nicht verändert werden soll. Man erkennt hieraus die *Gültigkeit der allgemeinen Transformatorgleichung für den Kompensationsstrom*

$$E_1 J_c = E_2 J_2$$

$$E_1 J_c \cos \varphi_c = -E_2 J_2 \cos \varphi_2 \quad \text{und}$$

$$E_1 J_c \sin \varphi_c = -E_2 J_2 \sin \varphi_2$$

Die letzten beiden Gleichungen sind mathematische Ausdrücke der *Gesetze der Erhaltung der elektrischen und magnetischen Energie.*

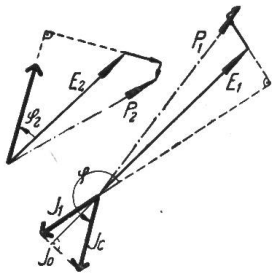

Fig. 21

Neben dem Hauptflux treten in beiden Stromsystemen, wie schon oben angedeutet, noch Streuflüsse auf, die mit den entsprechenden Strömen genau in Phase liegen. Sie erzeugen in beiden Systemen induktive Spannungsabfälle in Form von E. M. KK., welche den beiden Strömen je um 90^0 nacheilen. In Fig. 21 ist das vollständige Diagramm des allgemeinen Transformators in getrennter Darstellung mit den induktiven und ohmschen Spannungsabfällen gezeichnet. P_1 resp. P_2 sind dann unserer obigen Definition gemäss die entsprechenden Klemmenspannungen der beiden Systeme.

Rotierende Systeme.

Während wir im letzten Abschnitt Systeme betrachteten, bei denen die Leiterelemente relativ zueinander ruhen und nur durch die zeitliche Veränderung des gemeinsam umschlungenen Magnetfeldes elektrische Kräfte entstehen, soll in diesem Abschnitt noch kurz angedeutet werden, auf welche Weise die Vektordiagramme von Systemen entwickelt werden können, in denen ausser den bereits erwähnten elektrischen Kräften noch die durch Bewegung im magnetischen Felde hervorgerufenen elektromotorischen Kräfte auftreten.

Wie bei den magnetisch verketteten, so ist es auch bei den rotierenden Systemen von grossem Vorteil, die Bezugspfeile nach bestimmten Konventionen einzutragen. Ausserdem führen Betrachtungen, die sich auf das Raum-Zeit-Diagramm stützen dazu, die Anordnung der Wicklungen und die Drehrichtung des beweglichen Teiles nach bestimmten Regeln festzulegen. Es entstehen auf diese Weise „*Normal-*

schemata", welche die Entwicklung der Diagramme sehr erleichtern und zudem die Arbeitsweise einer gegebenen Schaltung rasch erkennen lassen.

Fig. 22 zeigt ein solches „Normalschema" des Einphasenmotors. Der Anker *A* ist der besseren Uebersichtlichkeit als Gramme-Ring dargestellt. Die Ankerwicklung ist so angeordnet, dass sie, wenn sie von innen nach aussen verfolgt wird, den Anker im *Gegenuhrzeigersinn* umläuft, (positive Ankerwicklung). Der *positive Drehsinn* des *Ankers* und des *Drehmomentes* ist ebenfalls der *Gegenuhrzeigersinn* (Vektorendrehsinn).

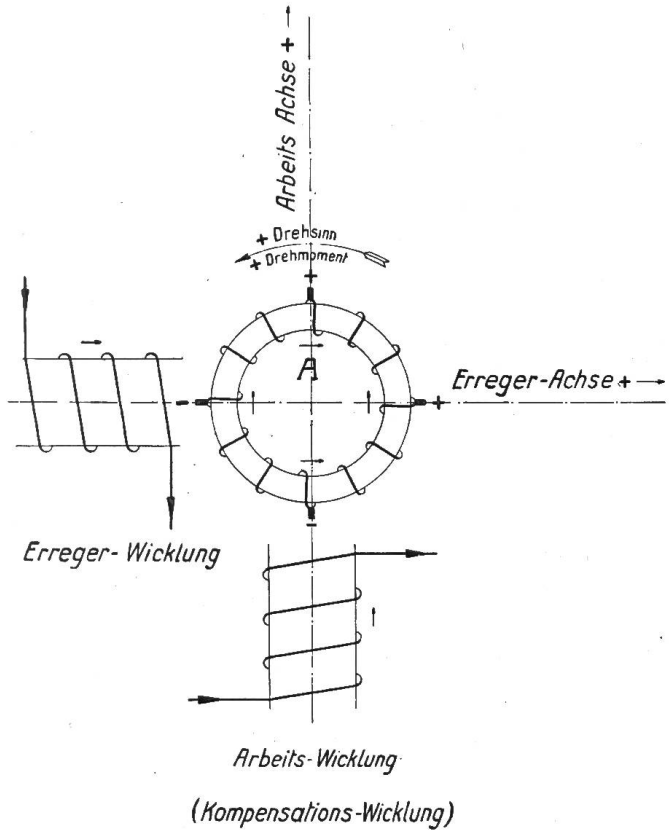

Fig. 22

Der Einphasenmotor hat eine vertikale, die sogenannte *Arbeitsachse* und eine horizontale, die *Erregerachse.* Die positive Richtung der Arbeitsachse läuft von unten nach oben, diejenige der Erregerachse von links nach rechts. Die Arbeits- und Erregerwicklungen korrespondieren mit der Ankerwicklung, so dass auch hier die beim Transformator eingeführten Konventionen erfüllt sind. So erzeugt ein Strom, der die Arbeitswicklung in positivem Sinne durchfliesst, ein Feld, das in die Richtung der positiven Arbeitsachse fällt, genau so, wie wenn der Strom durch den Anker in positiver Richtung über die Arbeitsbürsten geleitet worden wäre.

Unter diesen Voraussetzungen wird das *Anker-Drehmoment* der Arbeitsachse *positiv,* wenn *Strom-* und *Spannungs-Vektor* dieser Achse einen *stumpfen* Winkel einschliessen. Ist aber dieser Winkel *spitz,* so wird das Drehmoment *negativ.* Ebenso müssen unter diesen Annahmen Erregerfeldstrom und Rotations E. M. K. der Arbeitsachse sowie Feld E. M. K. und E. M. K. der Erregerachse ihrem Sinn und ihrer Richtung nach zusammenfallen. Bekanntlich ist bei synchroner Tourenzahl die E. M. K. der Erregerachse gleich derjenigen der Arbeitsachse. Unter den hier gemachten Annahmen über den Wicklungssinn liefert das Raum-Zeit-Diagramm des Gramme-Ankers einen Kreis, der, konstante Erregung vorausgesetzt, bei Unter- oder Uebersynchronismus in eine Ellipse mit konstanter Horizontalachse übergeht.

Verbinden wir Erregerwicklung und Arbeitswicklung des Ankers in der Weise, dass deren Bezugspfeile zusammen einen bestimmten Durchlaufsinn festlegen, so müssen bei positivem Drehsinn Feldstrom- und Rotations E. M. K.-Vektor zusammenfallen und entsprechend dem gleichen Bezugssinne muss auch der Arbeitsstromvektor diesen Sinn und diese Richtung haben. Das Drehmoment wird daher negativ und die Maschine arbeitet als Generator. Damit sie als *Motor*arbeitet, müssen *Feld-* und *Arbeitswicklung* immer *gegeneinander* geschaltet werden.

Um das Feld der Arbeitswicklung des Ankers auszulöschen, wird die *Kompensationswicklung* entweder in sich kurz geschlossen oder der *Arbeitswicklung des Ankers* entgegen geschaltet, so dass die Bezugspfeile der beiden Wicklungssysteme *gegeneinander* gerichtet sind.

Obige Festsetzungen mögen für diese allgemein gehaltene Abhandlung genügen. Es wird sich bei den praktischen Beispielen (anlässlich der Behandlung der Ein-

phasen-Nutzbremsung) Gelegenheit bieten, das hier angedeutete Verfahren noch ausführlicher zu entwickeln. Zum Schlusse mag noch erwähnt werden, dass sich auch die Diagramme der Mehrphasen-Motoren auf dieser Basis entwickeln lassen, wenn man nur die Anzahl der Achsen und deren gegenseitige Winkel dem Mehrphasensysteme entsprechend wählt. (Fortsetzung folgt.)

Die Grenzwerte von Leistung und Drehzahl bei Gleichstrommaschinen ohne Wendepole.

Von Prof. Dr. *W. Kummer*, Ingenieur, *Zürich*.

Ausgehend von den Untersuchungen von Hobart und Esson entwickelt der Autor Beziehungen von die Grenzwerte von Leistung und Drehzahl sparsam dimensionierter Gleichstrommaschinen ohne Wendepole unter Voraussetzung möglichst günstiger Verhältnisse für Wärmeabfuhr und Kommutation. Diese Grenzwerte können nur bei Anwendung von Wendepolen oder Kompensationswicklungen überschritten werden.

L'auteur détermine, partant des études de Messieurs Hobart et Esson, les valeurs maximum obtenables quant à la puissance et le nombre de tours avec des machines à courant continu de dimensions réduites sans pôles auxiliaires. Ces valeurs limites, qui supposent du reste les meilleures conditions de refroidissement et de commutation, ne peuvent être dépassées qu'en ayant recours à des pôles de commutation ou à des enroulements de compensation.

Im Dezember 1910 legten wir im „Bulletin“ [2]) dar, dass für normale elektrische Maschinen der innere Zusammenhang der nominellen Leistung L einer Maschine mit ihrer nominellen Drehzahl n durch die einfache Potenzformel:

$$L \cdot n^5 = Konstante$$

begründet werden könne. Im folgenden soll gezeigt werden, dass die Grundlagen jenes Zusammenhanges nur noch um die weitere, grundlegende Annahme einer für Gleichstrommaschinen ohne Wendepole gerade noch zulässigen Reaktanzspannung vermehrt werden müssen, um in einfacher Weise die Grenzwerte von Leistung und Drehzahl bei Gleichstrommaschinen, die noch ohne Anwendung von Wendepolen eine zufriedenstellende Kommutation aufweisen können, allgemein anzugeben.

Bekanntlich kann nach *H. M. Hobart* [1]) die Reaktanzspannung E_r durch die Formel:

$$E_r = \frac{Leistung \times axiale\ Länge}{Polzahl \times Flux\ pro\ Pol} \times Konstante$$

dargestellt werden. Da für eine gegebene, ebenfalls als konstant zu betrachtende Kraftliniendichte, der Nenner von E_r der Armaturoberfläche proportional ist, kann bei Einführung des aktiven Armaturvolumens V und der neuen Konstanten K für E_r die Beziehung:

$$E_r = \frac{L}{V^{\frac{1}{3}}} \cdot K$$

gesetzt werden. Dabei ist das aktive Armaturvolumen, ebenso wie in unserer Arbeit von 1910, als Zylinder definiert, dessen Durchmesser mit dem Armaturdurchmesser und dessen Höhe mit der axialen Eisenstärke der Armatur übereinstimmen. Der Faktor K ist dann eine Konstante innerhalb von eigentlichen Maschinen-Typenreihen, für die feste Verhältnisse sowohl zwischen dem Armaturdurchmesser und der axialen Armatureisenstärke, als auch zwischen letzterer und der in der ersten Formel für

[1]) Proc. Inst. Electr. Engrs., London 1901, Vol. XXXIII, S. 170.
[2]) Seite 357 von Band I des „Bulletin des S. E. V.“ 1910.