Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 12 (1921)
Heft: 1

Artikel: Berechnung von Gleichstrom-Elektromagneten
Autor: Gábor, Eugen
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1057096

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

BULLETIN

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich,
im Januar dazu die Beilage **„Jahresheft“**.

Alle den **Inhalt** des „Bulletin“ betreffenden Zuschriften sind zu richten an das

Generalsekretariat
des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins
Neumühlequai 12, Zürich 1 — Telephon: Hottingen 37 08,
welches die Redaktion besorgt.

Alle Zuschriften betreffend **Abonnement, Expedition** und **Inserate** sind zu richten an den Verlag:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G.
Stauffacherquai 36 Zürich 3 **Telephon Selnau 7016**

Ce bulletin paraît mensuellement. — **„L'Annuaire“** est distribué comme supplément dans le courant de janvier.

Prière d'adresser toutes les communications concernant la **matière** du „Bulletin“ au

Secrétariat général
de l'Association Suisse des Electriciens
Neumühlequai 12, Zurich 1 — Telephon: Hottingen 37 08
qui s'occupe de la rédaction.

Toutes les correspondances concernant les **abonnements, l'expédition** et les **annonces,** doivent être adressées à l'éditeur

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei S. A.
Stauffacherquai 36 Zurich 3 **Téléphone Selnau 7016**

Abonnementspreis (für Mitglieder des S. E. V. gratis)
für Nichtmitglieder inklusive Jahresheft:
Schweiz Fr. 20.—, Ausland Fr. 25.—
Einzelne Nummern vom Verlage Fr. 2.— plus Porto.

Prix de l'abonnement annuel (gratuit pour les membres de l'A. S. E.), y compris l'Annuaire Fr. 20.—
pour la Suisse, Fr. 25.— pour l'étranger.
L'éditeur fournit des numéros isolés à Fr. 2.—, port en plus.

XII. Jahrgang
XIIe Année

Bulletin No. 1

Januar
Janvier 1921

Berechnung von Gleichstrom-Elektromagneten.

Von Oberingenieur *Eugen Gábor*, (Ungarn) Ujpest.

An die in Eisenbahn-Sicherungsanlagen gebrauchten Elektromagnete werden die verschiedensten Anforderungen gestellt, so muss beispielsweise das bei isolierten Schienen verwendete Geleise-Relais, bei niedriger Spannung und möglichst kleiner Stromstärke 4 bis 8 Kontakte betätigen. Bei angezogenem Anker muss die Zugkraft so gross sein, dass die Kontakte sicher geschlossen werden; anderseits aber soll der Anker losgelassen werden, bevor der Strom auf die Hälfte der Ankeranzugsstromstärke gefallen ist.

Der Signal-Kuppelungs-Elektromagnet („Freihaltemagnet“) muss so beschaffen sein, dass er in erregtem Zustande den Anker kräftig festhält. Der Anker braucht nicht angezogen zu werden, da das Signalstellwerk so ausgebildet werden kann, dass der Anker mechanisch auf die Pole gelegt wird.

In elektrischen Stellwerken haben die Weichenkontrollmagnete ihren Anker bei verhältnismässig hoher Spannung (ca. 120 V) anzuziehen, jedoch bei einer bedeutend niedrigeren (ca. 30 V) Kontrollspannung noch festzuhalten usw. Wir werden in dieser Abhandlung die wichtigsten Elemente der Gleichstrom-Elektromagnete untersuchen, um beurteilen zu können, welchen Einfluss die Änderung der Eigenschaften der Elemente, auf diejenige des Elektromagneten ausübt.

Die Untersuchung wird sich erstrecken auf:

1. die Spule;
2. die Grösse des Drehmomentes;
3. die Feststellung jenes Drehpunktes, bei welchem das Drehmoment am grössten ist, und
4. den Einfluss der Polschuhgrösse und die magnetischen Eigenschaften des verwendeten Eisens auf die Zugkraft des Elektromagneten.

1. Die Spule.

In der Starkstromtechnik sind die Spulendimensionen durch die zulässige Temperatur der Spule bedingt. Bei Schwachstromspulen jedoch ist die Erwärmung ganz unbedeutend und der wichtige Gesichtspunkt, nach welchem die Spulen zu dimensionieren sind, ist die möglichste Verminderung der Stromaufnahme und der Kupfermenge. Wird eine Spule – bei gegebenem Widerstand und Drahtlänge – mit dickerem Drahte bewickelt so vergrössert sich die Zahl der Windungen, folglich kann bei unveränderter Amperewindungszahl die Stromstärke vermindert werden. Bei Benützung dickeren Drahtes wächst jedoch der äussere Durchmesser der Spule, und mit ihm die benötigte Drahtmenge. Bei unverändertem Widerstande wächst die Windungszahl mit dem äusseren Durchmesser anfangs bedeutend, allmählich jedoch weniger, und nähert sich einem Grenzwerte, dem *Windungs-Maximum.*

Dieses Maximum wird um so eher erreicht, je geringer der Verlust im Wicklungsraum ist, welcher einerseits vom Eisenkern, anderseits vom Raumbedarf der Isolation herrührt. Das Mass, bis zu welchem die Annäherung an diesen Grenzwert zweckmässig ist, wird durch verschiedene Umstände wie den Strompreis, den Preis des Apparates, die Selbstinduktion und den zur Verfügung stehenden Raum bedingt. Um den Grad der Annäherung an das Windungsmaximum beurteilen zu können, führen wir den Begriff des Windungsfaktors ein, welcher das Verhältnis zwischen der tatsächlich vorhandenen und der maximal möglichen Windungszahl angibt.

Die maximal mögliche Windungszahl.

Die Bestimmung der maximal möglichen Windungszahl kann in folgender Weise geschehen:

Die Windungszahl einer Spule ist maximal, wenn der ganze Wicklungsraum voll ausgenützt ist.

Es sei:

der Widerstand der Spule $= R$
der spezifische Widerstand des Drahtes $= \varrho$
eine Seitenlänge des quadratischen Drahtes $= \delta$
der äussere Spulendurchmesser $= D$
die Spulenlänge $= L$
der Rauminhalt der Spule $= V$
die Länge des Drahtes $= l$
die Zahl der maximal möglichen Windungen $= n_m$

so ist:

$$R = \varrho \frac{l}{\delta^2} \qquad \text{oder} \qquad l = \frac{R\delta^2}{\varrho}$$

das Volumen $V = l\,\delta^2$ und nach Einsetzung des Wertes von l

$$V = \frac{R\delta^4}{\varrho}$$

da aber auch:

$$V = \frac{D^2 \pi L}{4}$$

ist, folgt:

$$\frac{R\delta^4}{\varrho} = \frac{D^2 \pi L}{4} \tag{1}$$

Die Zahl der maximal möglichen Windungen n_m ist:

$$n_m = \frac{\frac{D}{2} \cdot L}{\delta^2} \tag{2}$$

Gleichung (1) ergibt:

$$\delta^2 = \frac{D}{2}\sqrt{\frac{\pi L \varrho}{R}}$$

diesen Wert in Gleichung (2) eingesetzt, ergibt:

$$n_m = \frac{L}{\sqrt{\pi L \varrho}} \cdot \sqrt{R} \ .$$

Für eine 1 cm lange Spule ist daher:

$$n_{m\,(1cm} = \frac{1}{\sqrt{\pi \varrho}} \cdot \sqrt{R} \qquad (3)$$

Materialien mit verschiedenem spezifischem Widerstande weisen also verschiedene maximale Windungszahlen auf, z. B. erhalten wir für Kupfer mit einem spezifischen Widerstande ϱ von

$$\varrho = 0 \cdot 000001724 \ \Omega \cdot \text{cm}$$

bei 15° C, nach Gleichung (3)

$$n_{m\,(1cm)} = 430 \sqrt{R} \ .$$

Die tatsächliche Windungszahl.

Zur Bestimmung der tatsächlichen Windungszahl dienen die Tabellen I und II. Tabelle I für amerikanischen, Tabelle II für deutschen Emaildraht.

Zur Bestimmung der Drahtstärke und der Windungszahl berechne man

1. das Volumen des Wicklungsraumes,
2. die Fläche des radialen Wicklungsquerschnittes.

Zur Bestimmung der Drahtstärke dividiere man den totalen Spulenwiderstand mit dem Volumen, der Quotient gibt den Widerstand pro cm³ an und die dazugehörige Drahtstärke wird aus den Tabellen entnommen.

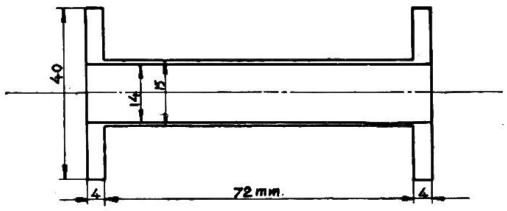


Fig. 1

Zur Bestimmung der Windungszahl multipliziere man die, der ermittelten Drahtstärke entsprechende, in der Tabelle angegebene Windungszahl pro cm² mit der Fläche des radialen Spulenquerschnittes.

Als Beispiel nehmen wir eine Spule wie in Fig. 1 abgebildet mit amerikanischem Emaildraht gewickelt und berechnen die Änderung des Windungsfaktors mit derjenigen des äusseren Durchmessers, wie auch die bei den verschiedenen Fällen benötigte Kupfermenge.

Der gesamte Spulenwiderstand sei $R = 4\ \Omega$; der Wicklungsraum $V = 77 \cdot 8$ cm³ und der Spulenquerschnitt $q = 9$ cm².

Unter Benützung der Tabelle I erhalten wir für einen Widerstand von 0,0505 Ω/cm³ 145 Windungen pro cm² Spulenquerschnitt. Berücksichtigen wir, dass die Windungszahl der Quadratwurzel des Widerstandes proportional ist, so erhalten wir für 0,0514 Ω/cm³ Widerstand eine Windungszahl von $145\sqrt{\frac{0{,}0514}{0{,}0505}} = 146$ pro cm³. Da die radiale Querschnittsfläche 9 cm² beträgt, so enthält die ganze Spule $n = 146 \cdot 9 = 1314$ Windungen.

Der Spulenwiderstand pro cm Spulenlänge ist 0,555 Ω, dementsprechend beträgt die maximale Windungszahl pro cm Spulenlänge

$$n_{m\,(1cm)} = 430\sqrt{0 \cdot 555} = 320$$

Dimensionen und elektrische Konstanten von amerikanischem Emaildraht *Tabelle I*

Durchmesser blank d	Durchmesser isoliert d_1	Dicke der Isolation $\frac{d_1-d}{2}$	Querschnitt blank $\frac{d^2\pi}{4}$	$d_1{}^2$	Windungszahl pro cm²	Drahtlänge pro cm³	Widerstand pro 100 m bei 15° C.	Widerstand pro cm³ bei 15° C.
mm	mm	mm	mm²	mm²	—	m	Ω	Ω
0,05			0,001963				890,70	
0,06			0,002826				618,54	
0,07			0,003846				454,70	
0,08			0,005024				348,20	
0,09			0,006358				275,10	
0,10	0,1127	0,00635	0,007850	0,01270	7874	78,70	222,80	175,34
0,11	0,1227	0,00635	0,009498	0,01505	6644	66,40	184,04	122,76
0,12	0,1352	0,00760	0,011304	0,01828	5470	54,70	154,73	83,64
0,13	0,1452	0,00760	0,013266	0,02108	4743	47,43	131,76	62,45
0,14	0,1552	0,00760	0,015388	0,02409	4151	41,51	113,68	46,18
0,16	0,1753	0,00765	0,020096	0,02983	3352	33,52	86,98	29,14
0,18	0,1952	0,00760	0,025434	0,03710	2695	26,95	68,77	18,50
0,20	0,2152	0,00760	0,03140	0,04631	2159	21,59	55,70	12,23
0,23	0,2504	0,01020	0,04153	0,06270	1594	15,94	42,09	6,69
0,26	0,2777	0,00885	0,05307	0,07711	1296	12,96	32,93	4,27
0,30	0,3178	0,00890	0,07065	0,10099	990	9,90	24,76	2,45
0,34	0,3603	0,01015	0,09077	0,12981	770	7,70	19,25	1,48
0,38	0,4004	0,01020	0,11325	0,16032	623	6,23	15,43	0,966
0,42	0,4429	0,01145	0,13847	0,19616	509	5,09	12,62	0,644
0,46	0,4854	0,01270	0,16610	0,23561	424	4,24	10,52	0,442
0,50	0,5279	0,01395	0,19625	0,27878	358	3,58	8,91	0,321
0,55	0,5779	0,01395	0,23746	0,33396	299	2,99	7,37	0,220
0,60	0,6305	0,01525	0,28260	0,39753	251	2,51	6,19	0,155
0,65	0,6805	0,01525	0,33166	0,46308	215	2,15	5,27	0,113
0,70	0,7254	0,01270	0,38465	0,52620	190	1,90	4,55	0,0866
0,75	0,7754	0,01270	0,44156	0,60124	160	1,60	3,96	0,0634
0,80	0,8304	0,01520	0,50240	0,68956	145	1,45	3,48	0,0505
0,85	0,8829	0,01645	0,56716	0,77951	128	1,28	3,08	0,0395
0,90	0,9355	0,01775	0,63585	0,87516	114	1,14	2,75	0,0314
0,95	0,9906	0,02030	0,70846	0,98129	101	1,01	2,47	0,0249
1,00	1,0457	0,02285	0,78539	0,99359	91	0,91	2,23	0,0203

und die maximale Windungszahl der ganzen Spule

$$n_m = 320 \cdot 7{,}2 = 2300 \,.$$

Der Windungsfaktor f ist demnach:

$$f = \frac{1314}{2300} = 0{\cdot}57 \,.$$

Dimensionen und elektrische Konstanten von deutschem Emaildraht. *Tabelle II*

Durchmesser blank d	Durchmesser isoliert d_1	Dicke der Isolation $\frac{d_1-d}{2}$	Querschnitt blank $\frac{d^2\pi}{4}$	d_1^2	Windungszahl pro cm²	Drahtlänge pro cm³	Widerstand pro 100 m b. 15° C.	Widerstand pro cm³ b. 15° C.	Gewicht pro 100 m	Gewicht pro cm³
mm	mm	mm	mm²	mm²	—	m	Ω	Ω	kg	kg
0,07	0,09	0,010	0,00385	0,008	12320	123,5	454,7	562	0,0037	0,0046
0,08	0,10	0,010	0,00503	0,010	10000	100,0	348,2	348,2	0,0048	0,0048
0,09	0,11	0,010	0,00636	0,012	8270	82,7	275,1	227,2	0,0060	0,0050
0,10	0,12	0,010	0,00785	0,013	7640	76,4	222,8	170,0	0,0075	0,0057
0,12	0,15	0,015	0,0113	0,023	4450	44,5	154,73	68,9	0,0106	0,0047
0,14	0,17	0,015	0,0154	0,029	3460	34,6	113,68	39,35	0,0144	0,0050
0,15	0,18	0,015	0,0177	0,032	3090	30,9	99,03	30,70	0,0167	0,0052
0,18	0,22	0,020	0,0254	0,048	2070	20,7	68,77	14,40	0,0235	0,0049
0,20	0,24	0,020	0,0314	0,058	1738	17,38	55,70	9,66	0,0290	0,0049
0,22	0,26	0,020	0,0380	0,068	1480	14,80	46,04	6,82	0,0354	0,0052
0,25	0,30	0,025	0,0491	0,090	1112	11,12	35,65	3,97	0,0450	0,0050
0,28	0,33	0,025	0,0616	0,109	918	9,18	28,42	2,61	0,0570	0,0052
0,30	0,35	0,025	0,0707	0,123	817	8,17	24,76	2,20	0,0650	0,0053
0,32	0,37	0,025	0,0804	0,137	732	7,32	21,76	1,59	0,0750	0,0055
0,35	0,40	0,025	0,0962	0,160	625	6,25	18,189	1,135	0,0890	0,0053
0,38	0,43	0,025	0,1134	0,185	542	5,42	15,431	0,836	0,104	0,0056
0,40	0,46	0,030	0,1257	0,212	473	4,73	13,926	0,667	0,120	0,0058
0,45	0,51	0,030	0,1590	0,260	385	3,85	11,004	0,424	0,147	0,0057
0,50	0,56	0,030	0,1963	0,314	319	3,19	8,913	0,284	0,180	0,0058
0,55	0,63	0,040	0,2376	0,397	252	2,52	7,366	0,1853	0,220	0,0056
0,60	0,68	0,040	0,2827	0,462	217	2,17	6,189	0,1342	0,265	0,0058
0,65	0,73	0,040	0,3318	0,533	188	1,88	5,274	0,0992	0,310	0,0058
0,70	0,78	0,040	0,3848	0,608	165	1,65	4,547	0,0740	0,352	0,0058
0,75	0,84	0,045	0,4418	0,706	142	1,42	3,961	0,0563	0,400	0,0057
0,80	0,89	0,045	0,5027	0,792	126	1,26	3,482	0,0439	0,455	0,0057
0,85	0,94	0,045	0,5675	0,884	113	1,13	3,084	0,0349	0,535	0,0060
0,90	0,99	0,045	0,6363	0,980	102	1,02	2,751	0,0281	0,590	0,0060
1,00	1,11	0,055	0,7854	1,232	81,3	0,813	2,228	0,0181	0,720	0,0059
1,10	1,21	0,055	0,9503	1,464	68,4	0,684	1,841	0,0126	0,870	0,0060
1,20	1,31	0,055	1,1310	1,716	58,3	0,583	1,547	0,0090	1,060	0,0062
1,30	1,42	0,060	1,3270	2,016	49,7	0,497	1,318	0,0065	1,250	0,0062
1,40	1,52	0,060	1,5390	2,310	43,25	0,4325	1,136	0,0049	1,340	0,0058
1,50	1,64	0,070	1,7670	2,690	37,20	0,3720	0,990	0,0037	1,670	0,0062
1,60	1,74	0,070	2,0106	3,028	33,10	0,3310	0,870	0,0029	1,846	0,0061

Wenn man den äusseren Spulendurchmesser um 1 cm vergrössert, so wird der Wicklungsraum 128·3 cm³, und der radiale Querschnitt 12·6 cm², und der Windungsfaktor steigt auf 0,625, d. h. obgleich das Volumen um 65% grösser wurde, ist der Windungsfaktor doch nur um 5,5% gestiegen. Verkleinert man den äusseren Durch-

messer um 1 cm, so wird $f = 0{,}485$, d. h., obgleich das Volumen um 51% kleiner wurde, ist der Windungsfaktor doch nur um 9,5% gefallen.

Den Einfluss der Dicke des Isolationsmaterials auf den Windungsfaktor zeigt folgender Vergleich: Bei Verwendung von amerikanischem Emaildraht berechneten wir den Windungsfaktor zu 0,57. Verwenden wir deutschen Emaildraht, der eine dickere Emailschicht aufweist, so ergibt eine analoge Rechnung 0,53 als Windungsfaktor.

Bei Feststellung der endgültigen Spulendimensionen gibt der Windungsfaktor sicheren Aufschluss über das Verhältnis der Verminderung des Stromverbrauches und der verbrauchten Kupfermenge; ferner dient er bei Raummangel zur Beurteilung, welcher Zuwachs der Stromstärke durch die Verringerung der Spulendimensionen bedingt ist um dieselbe Amperewindungszahl zu erhalten.

2. Das Drehmoment.

In Fig. 2 ist ein Kontakthebel dargestellt, welcher mittels eines Elektromagneten betätigt wird; es soll das Drehmoment bestimmt werden bei einer bestimmten Anzahl Amperewindungen.

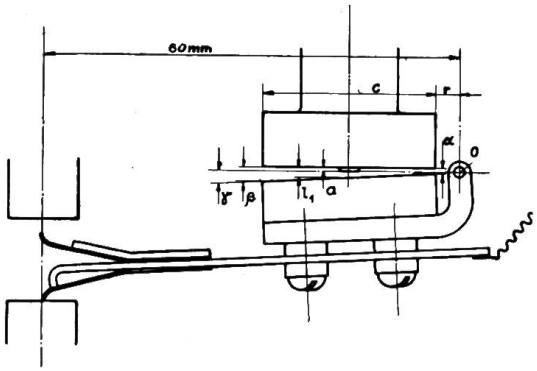


Fig. 2

Der Drehpunkt des Ankers ist bei O; sein Bewegungswinkel sei γ; die Höhe des Anschlagestiftes a; die Induktion im Luftzwischenraume B; die gesamte Amperewindungszahl nJ; die mittlere Länge des Luftzwischenraumes, bei losgelassenem Anker l_1; die Polschuhlänge c; die Polschuhbreite s; die Entfernung des Drehpunktes von der Polschuh-Endfläche r und die Querschnittsfläche des Polschuhes F.

Die Anziehungskraft P ist nach der bekannten Maxwell'schen Gleichung

$$P = \frac{B^2 F}{8\,\pi\,981000}\ \text{kg}\,.$$

Um die Anziehungskraft eines Flächenelementes von der Breite dx in der Entfernung x vom Drehpunkte 0, bestimmen zu können, muss in obige Gleichung der entsprechende Wert von B und F eingesetzt werden.

Werden beide Polschuhe in Betracht gezogen, so ist

$$B = \frac{0 \cdot 4\,\pi\,nJ}{2\,l_1} \text{ und } F = 2\,s.dx.$$

Bei der Berechnung der Induktion B müssen nur diejenigen Amperewindungen berücksichtigt werden die für die Erregung des Luftspaltes in Betracht kommen.

Um diese zu erhalten, müssen von den sämtlichen Amperewindungen jene abgezogen werden, welche zur Magnetisierung des Eisens dienen. Wie diese Trennung bewerkstelligt wird, soll später gezeigt werden.

Die Anziehungskraft des erwähnten Flächenelementes ist somit

$$dP = \frac{(0 \cdot 4\,\pi\,nJ)^2}{4\,l^2} \cdot \frac{2\,s\,dx}{8\,\pi\,981000}$$

und das Drehmoment desselben

$$dM = dP \cdot x = \frac{(0 \cdot 4\,\pi\,nJ)^2}{8 \cdot \pi \cdot 981000 \cdot 4 \cdot l_1^2} \cdot 2\,s \cdot dx \cdot x$$

Drücken wir l_1 als Funktion von x aus, so ist $l_1 = a + tg\gamma \cdot x$, oder wenn wir $tg\,\gamma = b$ setzen: $l_1 = a + b \cdot x$.

Dieser Wert eingesetzt, ergibt:

$$dM = \frac{(0 \cdot 4\,\pi\, nJ)^2 \cdot 2s}{8\,\pi\, 981000 \cdot 4} \cdot \frac{1}{(a + bx)^2} \cdot dx \cdot x$$

$$\text{und} \quad M = \frac{(0 \cdot 4\,\pi\, nJ)^2 \cdot 2s}{8\,\pi\, 981000 \cdot 4} \cdot \int_r^{r+c} \frac{x}{(a+bx)^2} \cdot dx$$

Das bestimmte Integral

$$\int_r^{r+c} \frac{x}{(a + bx)^2} \cdot dx = \frac{1}{b^2} \left\{ ln \left[a + b\,(r + c) \right] - ln\,(a + br) \right\} + \frac{a}{b^2} \left[\frac{1}{a + b\,(r + c)} - \frac{1}{a + br} \right]$$

Setzen wir: $a + br = \alpha$ und $a + b(r + c) = \beta$,

so erhalten wir für das Drehmoment M:

$$M = \frac{(0 \cdot 4\,\pi\, nJ)^2}{8\,\pi\, 981000} \cdot \frac{s}{2\,b^2} \cdot \left(ln\,\frac{\beta}{\alpha} - \frac{abc}{\alpha \cdot \beta} \right)$$

oder

$$M = \frac{3 \cdot 2}{10^8\, b^2} \cdot s \left(ln\,\frac{\beta}{\alpha} - \frac{abc}{\alpha \cdot \beta} \right) (nJ)^2 \tag{4}$$

Diese Formel kann zur Bestimmung des Drehmomentes verwendet werden, wenn Ankerfläche und Polschuhfläche miteinander einen Winkel bilden.

Bei angezogenem Anker, wenn also die Ankerfläche parallel zur Polschuhfläche ist, vereinfacht sich Gleichung (4), wie leicht gesagt werden kann, folgendermassen:

$$M = \frac{3 \cdot 2}{10^8\, a^2} \cdot F \left(r + \frac{c}{2} \right) (nJ)^2 \tag{5}$$

3. Das maximale Drehmoment.

Aus Fig. 2 ist ersichtlich, dass, wenn man bei unverändertem Drehpunkt des Kontakthebels den Elektromagneten parallel zu sich selbst nach links verschiebt, der Arm des Drehmomentes grösser, die Anziehungskraft aber, infolge des längeren Luftspaltes kleiner wird. Verschiebt man denselben hingegen nach rechts, so wird der Arm des Drehmomentes kleiner, die Anziehungskraft aber, infolge des kürzeren Luftspaltes grösser.

Es ist somit ohne weiteres klar, dass bei einem bestimmten Wert von r das Drehmoment seinen maximalen Wert erreichen wird. Diesen Wert erhalten wir durch differenzieren der Drehmomentgleichung nach den Variabeln r und indem wir den so erhaltenen Ausdruck gleich null setzen. Eine einfache Rechnung ergibt für das günstigste:

$$r = \pm \frac{1}{2b} \sqrt{4\,a^2 + b^2 c^2} - \frac{c}{2} \tag{6}$$

4. Der Einfluss der magnetischen Eigenschaften des Eisens auf die Grösse des Drehmomentes.

Bisher wurde die Frage des Eiseneinflusses offen gelassen und es wurde bloss darauf hingewiesen, dass die in den Formeln vorkommenden Amperewindungen,

nicht die total notwendigen, sondern nur jenen Teil derselben darstellen, welche zur Erregung des Luftspaltes dienen.

Auf die Grösse der Anziehungskraft übt jedoch die Qualität und Form des Eisens den bedeutendsten Einfluss aus, weshalb wir im folgenden zeigen werden, wie dieser Einfluss des Eisens in Rechnung zu ziehen ist.

Die magnetischen Eigenschaften der verschiedenen Eisensorten bedingen bei den kleinen, bei Schwachstromapparaten vorkommenden Induktionen grössere Unterschiede in deren Wirkungsweise hervor, als das bei den hohen Induktionen der Starkstrommaschinen der Fall ist.

Mit Rücksicht darauf, dass die Änderung der Induktion im Eisen in Funktion der erregenden Feldstärke nicht in einer algebraischen Formel gefasst werden kann, kann die Frage des Einflusses der Eisensorte auf die Grösse des Drehmomentes nicht allgemein behandelt werden, sondern nur im Rahmen bestimmter Beispiele.

Beschreibung des angewendeten Verfahrens.

Fig. 3 zeigt einen Elektromagneten. Mit Hilfe der Gleichungen (1) (2) und (3) soll bestimmt werden dessen Drehmoment

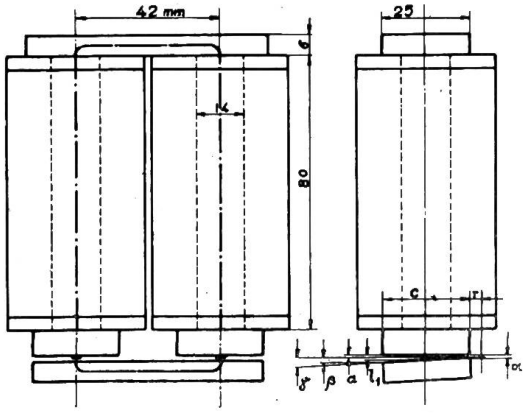


Fig. 3

1. bei losgelassenem Anker
2. bei angezogenem Anker, ferner die Stromstärke, bei welcher der Anker eben losgelassen wird, bezw. das Drehmoment, dessen Anziehungskraft einem willkürlich gewählten Gegendrehmomente gleich ist.

Der Widerstand beider Spulen bei 15^0 C sei $R_2 = 2\,\Omega$; die Anzahl der Windungen beider Spulen $n = 1310$; die Stromstärke $J = 0 \cdot 110$ A; die Anzahl der totalen Amperewindungen nJ also 144; die Länge des Eisens – ohne Berücksichtigung der Polschuhhöhen, welche, wegen ihres geringen magnetischen Widerstandes, hier ausser Betracht gelassen werden können – ca. 25 cm; die Querschnittfläche des Eisenkerns 1,54 cm²; der Tangens des Bewegungswinkels $tg\gamma = b = 0{,}05$; die Höhe des Anschlagstiftes $a = 0{,}05$ cm; die Länge beider Luftspalte bei losgelassenem Anker $l_2 = 2\,l_1$; bei angezogenem Anker $2\,a = 0{,}1$ cm; die Länge des Polschuhes $c = 3$ cm; die Breite des Polschuhes $s = 3$ cm; die Querschnittfläche des Luftspaltes $F = 9$ cm² (etwa 6 mal so gross wie jene des Eisenkerns).

Nach Gleichung (6) ist das günstigste $r = 0{,}3$ cm. Die mittlere Länge beider Luftspalte bei losgelassenem Anker beträgt

$$l_2 = 2l_1 = 2\,tg\gamma\left(r + \frac{c}{2}\right) = 0{,}28 \text{ cm.}$$

Dieser Wert von l_1 kann bei kleinen Induktionen zur Bestimmung des magnetischen Widerstandes im Luftspalte benützt werden. Sollte aber die Induktion an der „a“ Seite des Luftspaltes 6–8000 Gauss überschreiten, so ist die Verteilung der Kraftlinien im Luftspalte nicht mehr proportional der Länge, weil die höhere Induktion auf Seite a einen bedeutend grösseren Eisenwiderstand zu überwinden hätte, als die kleinere Induktion auf Seite β.

Das Drehmoment bei losgelassenem Anker ist nach Gleichung (4) zu bestimmen. Es ist in unserem Falle

$$M = \frac{2{,}53}{10^5}\left(nJ\right)^2 \qquad (7)$$

Bei angezogenem Anker ist Gleichung (5) anzuwenden. Wir erhalten dann für M:

$$M = \frac{2{,}075}{10^4}\left(nJ\right)^2 \tag{8}$$

Bevor die Bestimmung des Drehmomentes der Anziehungskraft vorgenommen werden kann, muss aber der Einfluss des Eisens ermittelt werden, d. h. wie viele von den totalen Amperewindungen auf die Erregung des Eisens und wie viele auf diejenige der Luft entfallen. Diese Ermittlung geschieht mit Hilfe der in Fig. 4 abgebildeten Induktionskurven.

Kurve I zeigt die Induktionskurve eines schwedischen Holzkohleneisens, ausgeglüht.[1])

Dies ist die Grundkurve, welche das in Anwendung stehende Eisen charakterisiert. In der 1. Reihe unterhalb der Abszisse ist die Feldstärke H angegeben, in der 2. und 3. Reihe die Amperewindungen bezw. die Ströme der Fig. 3 entsprechend. Die Amperewindungen sind mehrfache der Feldstärken H. Die Grösse des Faktors hängt von der Länge des Eisens ab. Die H Reihe gibt die magnetisierende Kraft für 1 cm Länge des magnetischen Flusses an. Die ganze Länge des magnetischen Flusses im Eisen ist in diesem Falle 25 cm.

Die magnetomotorische Kraft ist

$$F = \frac{4\pi}{10}\, nJ = 1{,}257\, nJ \quad \text{woraus} \quad nJ = \frac{F}{1{,}257}\,.$$

In unserem speziellen Falle ist daher

$$nJ = \frac{25}{1{,}257} = 20 \text{ Amperewindungen.}$$

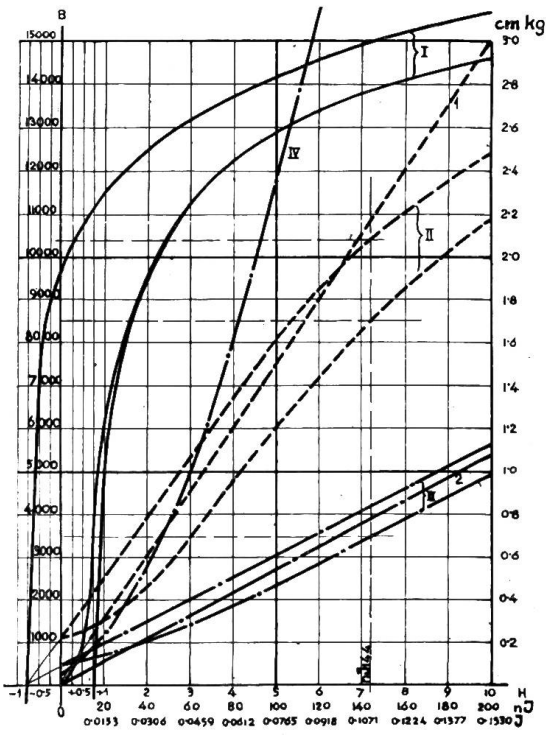


Fig. 4

Die Geraden „1" bezw. „2" veranschaulichen das Induktionsverhältnis im Luftspalte mit Bezug auf das Verhältnis zwischen Luftspaltquerschnitt und Eisenkernquerschnitt. Die Gerade „1" für 0,1 cm, die Gerade „2" für 0,28 cm gesamter Luftspaltlänge.

Die Permeabilität der Luft ist 1, die Induktion in der Luft also $B_l = \frac{F}{l}$ worin l die mittlere Länge beider Luftspalte bedeutet. Da im betrachteten magnetischen Kreise die Anzahl Kraftlinien im Eisen und in der Luft dieselbe ist, folgt, dass die Induktion im Luftspalte umso kleiner ist, je grösser der Querschnitt des Luftspaltes als derjenige des Eisens ist. Wir erhalten einen beliebigen Punkt der Geraden „1" bezw. „2" wenn wir die, der betreffenden magnetomotorischen Kraft F entsprechende Luftinduktion B_l mit einem Faktor k multiplizieren, wobei der Faktor k durch das Verhältnis zum Luftspaltquerschnitt zum Eisenquerschnitt gegeben ist.

Die Kurven II bezw. III stellen die vereinigten Induktionskurven der Luft und des Eisens dar, mit Bezug auf den in Fig. 3 abgebildeten Magneten.

Mit Hilfe der Fig. 4 kann somit die Teilung der gesamten Amperewindungszahl in jene zur Erregung des Luftspaltes und in jene zur Erregung des Eisens vorgenommen werden, indem man von der totalen Amperewicklungszahl, bei welcher das Anziehungs-Drehmoment gesucht wird, eine senkrechte Linie zieht, bis diese den

[1]) Nach Gumlich und Rogovszky E. T. Z. 1909.

ansteigenden Ast der vereinten Kurve des entsprechenden Luftspaltes schneidet und durch diesen Schnittpunkt eine zur Abszisse parallele Linie zieht.

Jener Teil dieser letztgezogenen Linie, welcher von der Kurve bis zur schrägen Gerade reicht, stellt die Anzahl Amperewindungen dar, welche auf die Erregung des Eisens entfallen, jene Strecke der schrägen Geraden bis zur y Achse die Anzahl Windungen, die zur Erregung des Luftspalts dienen.

Bei den verhältnismässig kleinen Induktionen (ca. 3000 – 6000 im Eisen) welche in Eisenbahn-Sicherungsanlagen, in der Telegraphie, Telephonie usw. auftreten, ist die Streuung so klein, dass sie vernachlässigt werden kann. Bei höheren Induktionen jedoch muss dieselbe in Betracht gezogen werden.

Fahren wir nun in der Berechnung des Elektromagneten nach Fig. 3 fort. Beide Spulen zusammen haben 1310 Windungen, die Betriebsstromstärke ist 0,110 A, somit beträgt die totale Amperewindungszahl 144. Schneiden wir den ansteigenden Ast der Kurve III mit dieser Amperewindungszahl, so erhalten wir zur Erregung des 0,28 cm langen Luftspaltes bei losgelassenem Anker 129 Amperewindungen. Auf gleiche Art erhalten wir die zur Erregung des Luftspaltes notwendige Amperewindungszahl bei angezogenem Anker bei Benutzung der Kurve III und der Geraden 1, zu 114 Amperewindungen. Das Anziehungsdrehmoment bei losgelassenem Anker ist daher:

$$M = \frac{2{,}53}{10^5} 129^2 = 0{,}426 \text{ cmkg}$$

und bei angezogenem Anker:

$$M = \frac{2{,}075}{10^4} 144^2 = 2{,}70 \text{ cmkg}$$

Bei konstanter Klemmenspannung treten diese Drehmomente aber nur bei einer Temperatur von 15° C auf. Ist der Elektromagnet Temperaturschwankungen unterworfen, so verändert sich auch seine Amperewindungszahl und damit sein Drehmoment. Unter Umständen kann diese Temperaturänderung Widerstandsänderungen bis zu 20% verursachen.

Der Kontaktdruck.

Soll der Elektromagnet in Fig. 3 zur Betätigung von Kontakten dienen, und beispielsweise 2 untere bezw. 4 obere Kontakte schliessen, so kann der Kontaktdruck aus den früher berechneten Drehmomenten ermittelt werden.

Das Drehmoment bei losgelassenem Anker beträgt bei 15° C 0,426 cmkg, infolgedessen kann das Gewicht des Ankers und der an ihm befestigten Kontaktbestandteile so gross gewählt werden, dass ihr Drehmoment etwas kleiner als 0,40 cmkg ist. Sind die Kontakte vom Drehpunkte 6 cm entfernt, so ist der Druck auf den beiden unteren Kontakten 66,6 gr, der Druck auf einen Kontakt daher 33 gr.

Bei angezogenem Anker ist das Anziehungs-Drehmoment 2,70 cmkg. Beträgt der Kontaktdruck auf jeden der 4 obern Kontakte 90 gr und sind dieselben ebenfalls 6 cm vom Drehpunkte entfernt, so ist das Drehmoment des Kontaktdruckes 2,16 cmkg; hiezu kommt das Drehmoment des Ankers mit 0,40 cmkg, so dass wir ein gesamtes Gegendrehmoment von 2,56 cmkg erhalten. Der Überschuss von 0,14 cmkg presst den Anker gegen die Anschlagstifte.

Bestimmung der „Freilass-Stromstärke".

Kurve IV in Fig. 4 dient zur Ermittlung jener Stromstärke, bei welcher der Anker bei gegebenem Gegendrehmomente losgelassen wird. Kurve IV gibt daher bei verschiedenen Amperewindungen bezw. Strömen die entsprechenden Anziehungs-Drehmomente bei angezogenem Anker an.

Mit Rücksicht darauf, dass der Elektromagnet zunächst mit einem Strome belastet wird, welcher das 2- bis 3 fache der normalen Betriebsstromstärke beträgt, und welchen man dann allmählich abnehmen lässt, bis der Anker freigelassen wird, benützt man beim Entwurf der Kurve IV den absteigenden Ast der Kurve II. Die Anziehungsdrehmomente bei verschiedenen Amperewindungen werden auf folgende Weise bestimmt: bei der gesuchten Amperewindungszahl wird der absteigende Ast der Kurve II geschnitten und durch diesen Schnittpunkt eine Parallele zur Abszisse gezogen. Der Teil dieser Linie von der Ordinate bis zur Geraden „1" gibt die Zahl der Amperewindungen zur Erregung des Luftspaltes an. Den so gewonnenen Wert in die Gleichung

$$M = \frac{2{,}075}{10^4} (nJ)^2$$

eingesetzt, gibt das den angenommenen Amperewindungen entsprechende Anziehungs-Drehmoment. Die Kurve IV ergibt als Stromstärke, bei welcher der Anker unter dem Eigengewichte, das ist unter einem Gegendrehmomente von 0,40 cmkg losreisst 0,0237 A, und mit Berücksichtigung des oberen Kontaktdruckes, d. h. bei einem Gegendrehmomente von 2,56 cmkg 0,080 A. Im regelmässigen Betriebe ist die Stromstärke im Augenblick des Losreissens etwas grösser als ihr so bestimmter Wert, weil die Erregung dann mit dem normalen Betriebsstrom geschieht, der nur die Hälfte bezw. ein Drittel der Prüfstromstärke beträgt. Nachdem nun das allgemeine Verfahren festgestellt ist, gehen wir auf die Ausarbeitung bestimmter Beispiele über, in deren Rahmen auch der Einfluss von verschiedenen Eisensorten und der Polschuh-Dimensionen zum Ausdruck kommen wird.

Erstes Beispiel: Das Geleise-Relais. Das Geleise-Relais hat folgende Forderungen zu erfüllen:

1. die Betätigung soll bei niedriger Spannung mit möglichst kleinem Strom geschehen;
2. der Kontaktdruck wie auch die Bewegung des Ankers soll im Interesse des sichern Schliessens bezw. Oeffnens der Kontakte möglichst gross sein und
3. der Anker soll bei einer geringen Abnahme der normalen Stromstärke losgelassen werden.

Um den Einfluss der verschiedenen Eisensorten und Polschuhdimensionen zu veranschaulichen und die geeignetste Eisensorte und Polschuhgrösse bestimmen zu können, haben wir in Tabelle III die wichtigsten Eigenschaften eines Relais bei Ver-

Vergleich von Drehmoment, Kontaktdruck und Freilass-Stromstärke von Elektromagneten verschiedener Eisensorten und Polschuhdimensionen. *Tabelle III*

Elektromagnet No. mit Polschuh-dimensionen in cm	Eisensorte	Anziehungs-Drehmoment		Gegen-Drehmoment		Kontaktdruck		Freilass-Stromstärke	
		Wenn der Anker				2 untere	4 obere	mit	ohne
		los-gelassen	an-gezogen	los-gelassen	an-gezogen	Kontakte an 6 cm langem Hebel		Kontaktdruck	
		cmkg		cmkg		gr/Kont.		Amp.	
I. 2,5 × 2,5	A	0,268	1,58	0,25	1,50	20,8	52	0,070	0,0161
	B	0,300	1,97	0,28	1,87	23,3	66	0,0845	0,0248
	C	0,373	2,65	0,35	2,51	29,2	90	0,107	0,040
II. 3 × 3	A	0,351	1,95	0,33	1,85	27,5	63	0,063	0,0145
	B	0,426	2,70	0,40	2,56	33,3	90	0,080	0,0237
	C	0,531	4,30	0,50	4,08	41,6	158	0,108	0,0377

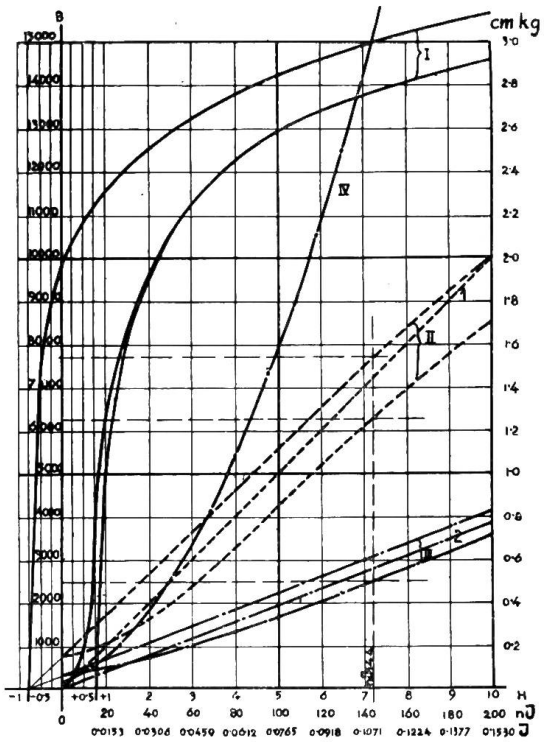


Fig. 5

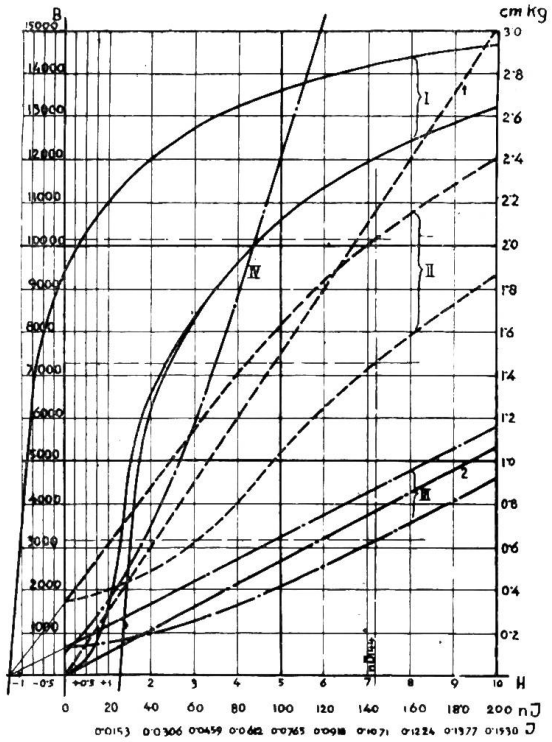


Fig. 6

wendung von drei verschiedenen Eisensorten und zweierlei Polschuhdimensionen zusammengestellt. Elektromagnet I dieser Tabelle hat dieselben Dimensionen wie jener in Fig. 3 mit Ausnahme der Polschuhe, die nur 2,5 × 2,5 cm Querschnitt besitzen. Elektromagnet II dagegen besitzt genau die Dimensionen der Fig. 3. Die Eisensorte *A* ist schwach legiertes ausgeglühtes Dynamoblech – Eisensorte *B* ausgeglühtes schwedisches Holzkohlen-Eisen und Eisensorte *C* ein fiktives Eisen mit unendlich kleinem magnetischem Widerstand. Der Bewegungswinkel des Kontakthebels, wie auch die Höhe des Anschlagstiftes ist in allen Fällen gleich gross und entspricht den in Fig. 3 angegebenen Werten.

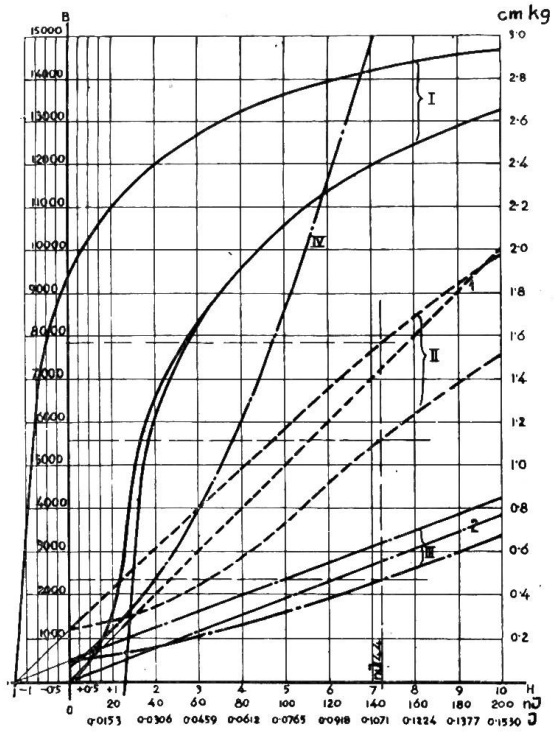


Fig. 7

Tabelle III zeigt, dass im Interesse der Erfüllung aller drei Forderungen die Güte des Eisens von der grössten Wichtigkeit ist, ausserdem spielt auch die Polschuhgrösse eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Deshalb ist besondere Sorgfalt der Auswahl, Behandlung und Untersuchung des Eisens zu widmen. Tabelle III zeigt ferner, dass bei Verwendung der Eisensorte *B* mit 3 · 3 cm Polschuhen der Kontaktdruck um 65 – 80% grösser als bei Eisensorte *A* und 2,5 · 2,5 cm Polschuhen ist, und dass trotz der grösseren Polschuhe die „Freilass-Stromstärke" um 50% grösser wird.

Sehr wertvoll sind die Angaben in Rubrik *C*. Diese stellen nie ganz erreichbare Grenzwerte dar, die bei Aufstellung von Pflichtenheften gute Dienste leisten können.

Zweites Beispiel: Der „Freihalte-Magnet". Die Grundbedingung, welche dieser Magnet zu erfüllen hat, ist: den Anker mit möglichst grosser Kraft festzuhalten. Der Anker braucht nicht angezogen zu werden, weil derselbe mechanisch auf die Polschuhe gelegt wird. Ausser der Eisensorte und der Polschuhgrösse spielt hier die Länge des Luftspaltes eine grosse Rolle.

Anziehungskraft eines Elektromagneten bei verschiedener Luftspaltlänge. *Tabelle IV*

Länge beider Luftspalte cm	Anziehungskraft in kg bei			
	voller Induktion		Remanenz	
	wenn das Verhältnis zwischen Luftspalt- und Eisenkern-Querschnitt ist			
	2 : 1	1 : 1	2 : 1	1 : 1
0,02	16,76	32,00	0,740	0,114
0,03	16,20	29,30	0,384	0,048
0,04	16,00	26,00	0,230	0,029
0,06	14,66	18,44	0,096	0,012

In Tabelle IV ist die Anziehungskraft bei voller Induktion bezw. bei Remanenz angegeben, bei Benützung von Holzkohlen-Eisen mit 0,02, 0,03, 0,04 und 0,06 cm langem gesamten Luftspalt, dessen Querschnitt zweimal bezw. einmal so gross ist wie der Querschnitt des Eisenkerns. Die Dimensionen der Spulen sind in Fig. 1 gegeben; der Widerstand beider Wicklungen beträgt 200 Ohm; die Betriebsstromstärke ist 0,050 Amp.; die Anzahl Amperewindungen 645.

Tabelle IV zeigt, dass das beste Resultat erzielt wird, wenn der Polschuhquerschnitt gleich dem Eisenkernquerschnitte gewählt wird. Ist das Eisen von guter Qualität, so kann die Länge beider Luftspalte unbedenklich zu 0,01 cm gewählt werden, da die Anziehungskraft der Remanenz im Verhältnis zur losreissenden Kraft unbedeutend ist.

Die Fig. 10 und 11 dienen zur Bestimmung der Remanenz. Die Strecke vom Koordinatennullpunkt bis zum Schnittpunkt der vereinigten Luft- und Eiseninduktions-

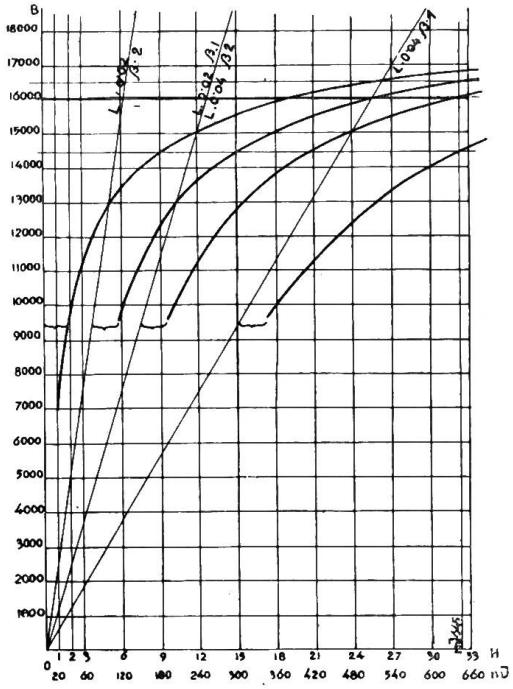
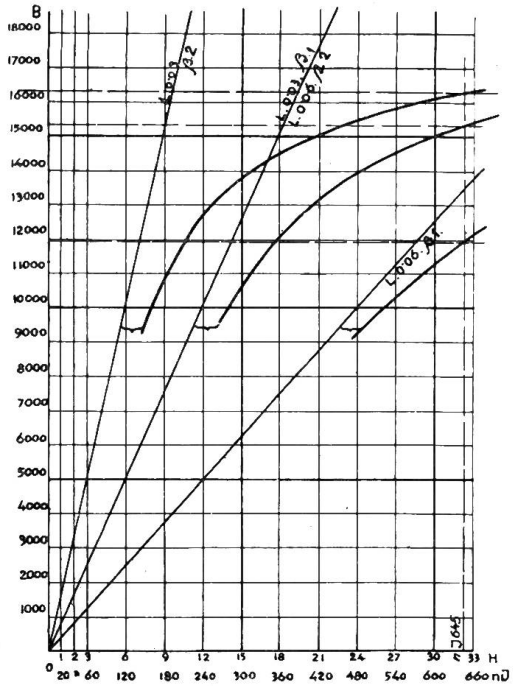


Fig. 8



Ftg. 9

kurve mit der Ordinatenaxe ist das Mass für die remanente Induktion B. Setzen wir diesen Wert in die Gleichung $P = \frac{B^2 Q}{8\pi 981000}$ ein, so erhalten wir die Anziehungskraft des remanenten Magnetismus.

Es soll noch betont werden, dass die Ableitung allgemeiner Formeln zur Berechnung der Elektromagnete nicht nur darum undurchführbar bezw. unzweckmässig ist, weil die Induktionskurve keine algebraische Kurve ist, sondern hauptsächlich

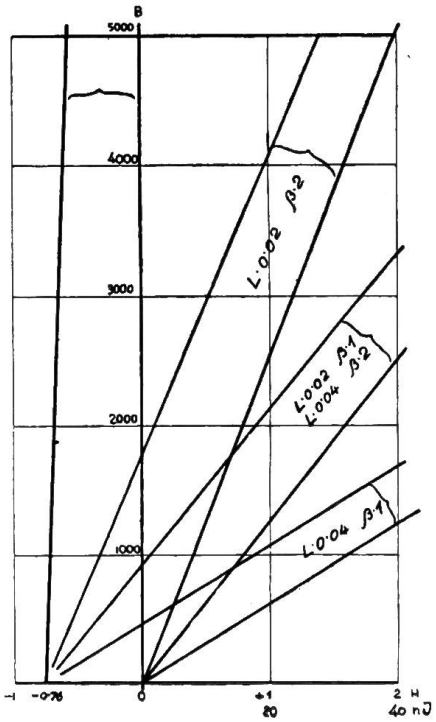


Fig. 10

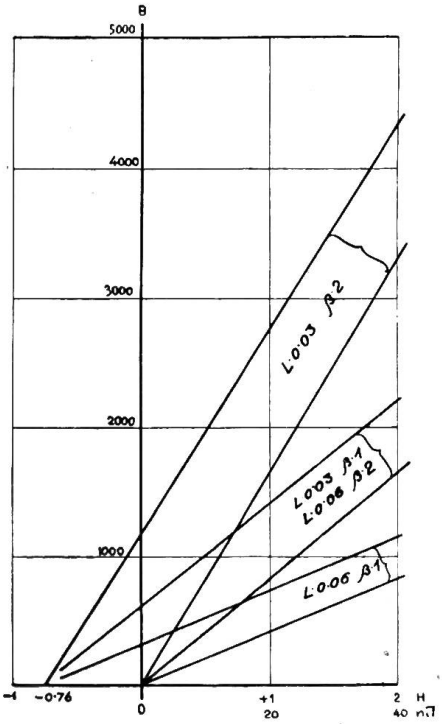


Fig. 11

deshalb, weil — wie aus den vorangegangenen Beispielen ersichtlich — bei den verschiedenen Problemen die Induktionskurve selbst den Zusammenhang viel besser veranschaulicht, als dies bei einer Formel möglich ist.

Deshalb ist die Aufzeichnung der Induktionskurve von der grössten Wichtigkeit für die Berechnung von Elektromagneten.

Wir bemerken noch, dass die in diesem Artikel angegebenen Verfahren auch bei der Berechnung von Elektromagneten, wie in der Telegraphie, Telephonie, für Schaltanlagen usw., angewendet werden können.

Über die Fehler bei Leistungsmessungen mit Messwandlern.

Von Dr. *J. Goldstein,* Zürich.

Ich habe im Bulletin, Heft 11, 1920, im Artikel „Die Zusammensetzung der Einzelfehler der Messwandler zum resultierenden Fehler des Messaggregates in Drehstromnetzen und die daraus resultierende zweckmässige Anordnung der Wandler" Formeln hergeleitet, die es ermöglichen, jeweilen den Fehler, der durch die Messwandler bedingt wird und der zum Fehler der eigentlichen Messgeräte (Zähler oder Wattmeter) noch hinzutritt, leicht zu berechnen. Bei der Besprechung der verschiedenen in der Praxis auftretenden Fälle habe ich es leider unterlassen, auf einen sehr wichtigen Fall hinzuweisen, was ich nun nachholen will. Es ist dies der Fall kleiner Belastung bei grosser Phasenverschiebung. Eine solche Belastung ist in den meisten Stationen nachts vorhanden, wenn die Leerlaufsleistung der Transformatoren den Hauptteil der Belastung des Netzes ausmacht. Um nun die Wichtig-