Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens

Herausgeber: Association suisse des électriciens

Band: 11 (1920)

Heft: 11

Artikel: Die Zusammensetzung der Einzelfehler der Messwandler zum resultierenden Fehler des Messaggregates in Drehstromnetzen und die daraus resultierende zweckmässige Anordnung der Wandler

Autor: Goldstein, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1056306

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

9. Periodischer Polwechsel.

Wie wir bereits gesehen haben, setzt ein häufiger Polwechsel, von etwa 5 pro Minute, die Elektrolyse von Metallen auf ein unmessbar kleines Mass herunter. Versuche des Bureau of Standards [1]) haben nun gezeigt, dass auch bei einem viel langsameren Wechsel die Menge des elektrolytisch aufgelösten Eisens viel kleiner ist als bei dauernd gleichgerichtetem Strom. So hat beispielsweise eine täglich einmalige Stromumkehr eine *4 mal* kleinere Gefährdung der eisernen Rohrleitungen zur Folge. Durch einen einmaligen täglichen Polwechsel, der bei Strassenbahnen, die nur von einem Stromwerk gespiesen werden, wohl leicht durchführbar wäre, könnte also die Korrosionsgefahr für Rohrleitungen herabgesetzt werden. Wir möchten aber diese Massnahme nicht für sich allein angewendet wissen, etwa um damit einer Verbesserung der Schienen- und Schienenspeisekabelanlage auszuweichen; sie sollte vielmehr nur neben einer solchen Verbesserung zur Anwendung kommen und wird dann gute Dienste leisten.

10. Bau neuer Stromwerke.

Der Bau neuer Stromwerke wird zur Verbesserung der Korrosionsverhältnisse dann immer in Frage kommen, wenn die Speisedistanzen gross werden. Oft wird die Frage nur vom Standpunkte der Fahrdrahtspeiseleitungen verfolgt, indem die Stromleitung in den Schienen und Schienenspeisekabeln nicht näher untersucht wird. Es haben dann die ersteren unter Umständen viel zu grosse Ströme zu führen, und es ergeben sich damit für die Rohrleitungen gefährliche Verhältnisse.

Durch den Bau neuer Stromwerke wird oft die Verlegung längerer Kabel vermieden, ebenso werden die Verluste für die Energieübertragung herabgesetzt und es ergeben sich bessere Spannungsverhältnisse. Demgegenüber stehen die Kosten für den Bau des Stromwerkes und die Kosten für die Bedienung desselben. Eine Wirtschaftlichkeitsrechnung wird in jedem einzelnen Falle zeigen, welche der beiden Lösungen, Bau des Werkes oder Verlegung neuer Kabel, in Frage kommt, wobei selbstverständlich auch eventuellen späteren Erweiterungen oder Vermehrung des Verkehrs Rücksicht getragen werden sollte.

Die Zusammensetzung der Einzelfehler der Messwandler zum resultierenden Fehler des Messaggregates in Drehstromnetzen und die daraus resultierende zweckmässige Anordnung der Wandler.

Von *Dr. J. Goldstein,* Dipl.-Ing., Zürich.

1. Zweck der Arbeit.

Bekanntlich wird von „Messwandlern" eine grosse Genauigkeit in Bezug auf Uebersetzungsverhältnis und Phasenverschiebung verlangt. Werden Messwandler mit einem gut einregulierten Zähler verwendet, dessen Fehler ganz unbedeutend sind, so treten infolge der „Fehlwinkel" der Wandler und der Abweichungen vom idealen Uebersetzungsverhältnis noch zusätzliche Fehler auf. Es soll nun im Folgenden auf Grund der gegebenen Fehlwinkel und Fehler im Uebersetzungsverhältnis der resultierende Fehler einer Messeinrichtung im Drehstromnetz nach der Aron'schen Schaltung ausgerechnet werden. Sind die Fehler, die amtlich geprüfte Wandler verursachen können wegen der engen Toleranzgrenzen an und für sich klein, so kann der resultierende Fehler einer Messgruppe in ungünstigen Fällen, wo sich die Einzelfehler addieren, dennoch einen merklichen Betrag erreichen. Unter Umständen lässt sich der Fehler durch eine zweckmässige Verteilung der Wandler vermindern. Jedenfalls sollte die Kenntnis des resultierenden Fehlers für jeden Betrieb von Interesse sein, besonders in den Fällen, wo noch alte Wandler verwendet werden. In solchen Fällen wird

[1]) Technologic paper No. 52, Seite 89 ff.

auch die zweckmässige Anordnung der Wandler von grösserer Bedeutung sein, ja es sind sogar Fälle denkbar, wo man mit Wandlern, die grosse Fehlwinkel und Uebersetzungsfehler aufweisen, vermöge der gegenseitigen Kompensation der Fehler, noch gute Messresultate erzielen kann.

Ich möchte noch erwähnen, dass ich auf die hier zu behandelnde Frage von Prof. Dr. Schering, Mitglied der Physikalisch-technischen Reichsanstalt in Charlottenburg aufmerksam gemacht wurde.

2. Die Fehler, herrührend von den Fehlwinkeln der Messwandler.

Um die Fehler, die von den Fehlwinkeln der Wandler herrühren, zu ermitteln, setzen wir zunächst voraus, dass die Strom- und Spannungswandler die Uebersetzung eins haben. Wir legen ferner unserer Betrachtung die bekannte Zwei-Wattmeterschaltung nach Aron (siehe Fig. 1) für die Leistungsmessung zu Grunde.

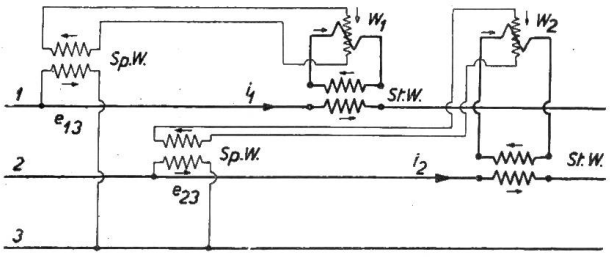

Fig. 1.

Sp. W = Spannungswandler, St. W. = Stromwandler, W_1, W_2 = Wattmeter, resp. die beiden Systeme eines Drehstrom-Dreileiter-Zählers.

Die vektorielle Lage der primären Grössen ist durch Fig. 2 dargestellt. Es bedeuten J_1, J_2, J_3 die Effektivwerte der Phasenströme, E_1, E_2, E_3 diejenigen der Phasenspannungen, E_{13} (der um 180^0 gedrehte Vektor E_{31}) und E_{23} die Effektivwerte der verketteten Spannung zwischen den Phasen 1—3 bezw. 2—3. Der Drehsinn ist im Diagramm durch den Pfeil angegeben.

Bekanntlich ist
$$E_{23} = E_2 - E_3$$
$$E_{31} = E_3 - E_1$$

und der Effekt im Drehstromnetz

$$P_s = J_1\, E_{13} \cos(30 - \varphi) + J_2\, E_{23} \cos(30 + \varphi)\,.$$

Dieser Effekt *soll* mit der Messeinrichtung nach Fig. 1 gemessen werden, der Index *s* bezieht sich auf den „Sollwert". Ferner bezeichnen wir die sekundären Grössen von J_1 und J_2 mit J'_1 resp. J'_2 und diejenigen von E_{13} und E_{23} mit E'_{13} resp. E'_{23}. Die Fehlwinkel der Stromwandler bezeichnen wir mit

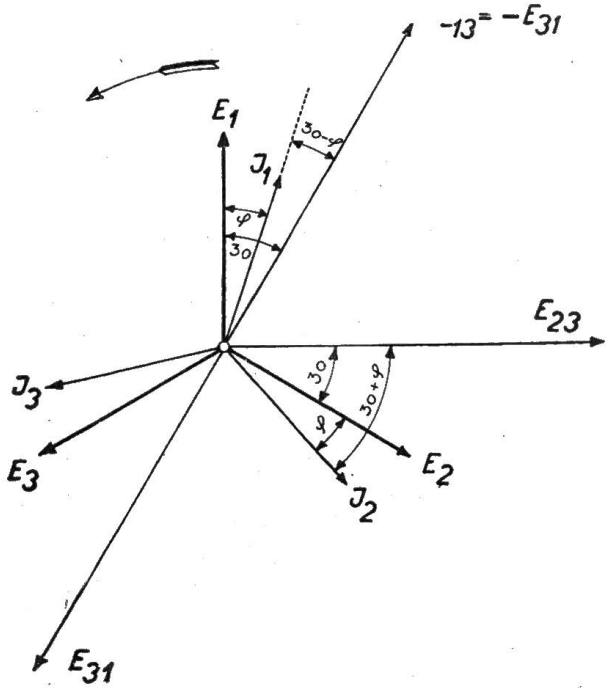

Fig. 2.

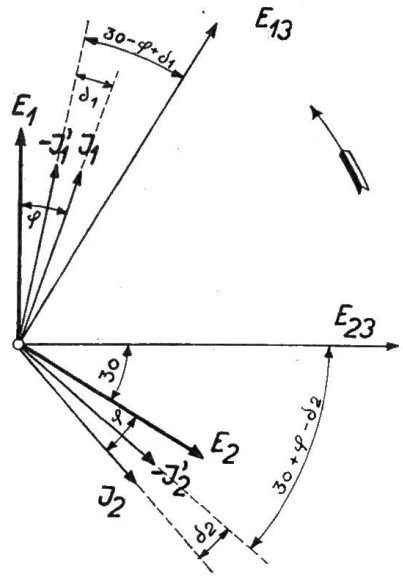

Fig. 3.

δ_1 und δ_2, diejenigen der Spannungswandler mit ε_1 und ε_2. Gemäss der üblichen Bezeichnung soll ein Fehlwinkel positiv sein, wenn der umgeklappte sekundäre Vektor dem ent-

sprechenden primären voreilt. Es seien zunächst in der Messeinrichtung nach Fig. 1 nur Stromwandler allein vorhanden, ein Fall der in der Praxis auch häufig vorkommt. Der gemessene Effekt lässt sich nach Fig. 3 zu

$$P = J_1 E_{13} \cos(30 - \varphi + \delta_1) + J_2 E_{23} \cos(30 + \varphi_2 - \delta_2)$$

ermitteln, da wir doch oben die Voraussetzung $J_1 = J'_1$ und $J_2 = J'_2$ getroffen haben. Es ist noch zu bemerken, dass in der Zeichnung Fig. 3 beide Fehlwinkel δ_1 und δ_2 positiv angenommen wurden.

Hiernach wäre der Fehler herrührend von den Fehlwinkeln der Stromwandler als Bruchteil des Sollwertes durch folgende Relation gegeben.

$$\frac{P - P_s}{P_s} = \frac{J_1 E_{13} \{\cos[30 - (\varphi - \delta_1)] - \cos(30 - \varphi)\} + J_2 E_{23} \{\cos[30 + (\varphi - \delta_2)] - \cos(30 + \varphi)\}}{J_1 E_{13} \cos(30 - \varphi) + J_2 E_{23} \cos(30 + \varphi)}$$

Setzen wir noch der Einfachheit halber Symmetrie voraus, so ist

$$J_1 = J_2 = J\,, \quad E_{13} = E_{23} = E$$

und $\quad J_1 E_{13} \cos(30 - \varphi) + J_2 E_{23} \cos(30 + \varphi) = \sqrt{3}\, J E \cos\varphi\,.$

Die obige Relation vereinfacht sich nach einer Umformung zu:

$$\frac{P - P_s}{P_s} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}[\cos(\varphi - \delta_1) - \cos\varphi] + \frac{1}{2}[\sin(\varphi - \delta_1) - \sin\varphi]}{\sqrt{3}\cos\varphi} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}[\cos(\varphi - \delta_2) - \cos\varphi] - \frac{1}{2}[\sin(\varphi - \delta_2) - \sin\varphi])}{\sqrt{3}\cos\varphi} \qquad (1)$$

Im Zähler geben die ersten zwei Glieder den Fehler, verursacht durch den Wandler der Phase 1, die letzten zwei denjenigen verursacht durch den Wandler der Phase 2. Während der letzte Fehler für $\delta_2 > 0$ immer positiv ist, kann der Fehler verursacht durch den Wandler der Phase 1 für $\delta_1 > 0 \gtreqless 0$ sein.

Es ist nämlich

$$\frac{\sqrt{3}}{2}[\cos(\varphi - \delta_1) - \cos\varphi] + \frac{1}{2}[\sin(\varphi - \delta_1) - \sin\varphi] =$$

$$\sqrt{3}\sin\left(\varphi - \frac{\delta_1}{2}\right)\sin\frac{\delta_1}{2} - \cos\left(\varphi - \frac{\delta_1}{2}\right)\sin\frac{\delta_1}{2}\,.$$

Nun ist, je nachdem $\qquad \varphi \gtreqless 30 + \frac{\delta_1}{2}$

$$\sqrt{3}\sin\left(\varphi - \frac{\delta_1}{2}\right)\sin\frac{\delta_1}{2} - \cos\left(\varphi - \frac{\delta_1}{2}\right)\sin\frac{\delta_1}{2} \gtreqless 0\,.$$

Mit anderen Worten: für $\delta_1 > 0$ verursacht der Stromwandler der Phase 1 für eine Phasenverschiebung grösser als 30^0 (wir sehen vom Betrage $\frac{\delta_1}{2}$ ab) positive Fehler, kleiner als 30^0 — negative Fehler. Die Relation (1) lässt sich wie folgt schreiben:

$$\frac{P - P}{P_s} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left\{[\cos(\varphi - \delta_1) - \cos\varphi] + [\cos(\varphi - \delta_2) - \cos\varphi]\right\} + \frac{1}{2}\left\{\sin(\varphi - \delta_1) - \sin(\varphi - \delta_2)\right\}}{\sqrt{3}\cos\varphi} \qquad (1a)$$

Nun ist:

$$\frac{\cos(\varphi - \delta_1) - \cos\varphi}{\cos\varphi} = \cos\delta_1 + tg\,\varphi \sin\delta_1 - 1$$

und

$$\frac{\cos(\varphi - \delta_2) - \cos\varphi}{\cos\varphi} = \cos\delta_2 + tg\,\varphi \sin\delta_2 - 1$$

$$\sin(\varphi - \delta_1) - \sin(\varphi - \delta_2) = 2\cos\left(\varphi - \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right)\sin\frac{\delta_2 - \delta_1}{2} =$$

$$= 2\left(\cos\varphi\cos\frac{\delta_1 + \delta_2}{2} + \sin\varphi\sin\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right)\sin\frac{\delta_2 - \delta_1}{2}$$

Für kleine Winkel, wie δ_1 und δ_2 kann man setzen

$$\cos\delta_1 \cong 1\,, \quad \cos\delta_2 \cong 1\,, \quad \cos\frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \cong 1\,, \quad \sin\frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \cdot \sin\frac{\delta_2 - \delta_1}{2} \cong 0$$

Durch diese Annäherung erleidet die für die in Praxis in Frage kommende Genauigkeit keine Einbusse. Zahlenmässig ausgedrückt kann man sagen, dass bei obiger Vernachlässigung die Werte noch auf ein Zehntel Prozent genau ausgerechnet werden. Machen wir die obigen Substitutionen, so erhält die Relation (1a) folgende Form:

$$\frac{P - P_s}{P_s} = \frac{1}{2}\,tg\,\varphi\,(\sin\delta_1 + \sin\delta_2) + \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\frac{\delta_2 - \delta_1}{2}\,.$$

Bekanntlich werden in den amtlichen Prüfscheinen die Fehlwinkel der Wandler in Minuten angegeben. Nun bleiben wir in den gleichen Genauigkeitsgrenzen, wenn wir

$$\sin\delta \cong 0{,}000291\,\delta'$$

setzen (wobei δ' in Minuten einzusetzen ist). Der prozentuale Fehler, den die Fehlwinkel der Stromwandler verursachen, ergibt sich aus obiger Formel zu:

$$\boxed{\Delta_\delta = \frac{P - P_s}{P_s}\,100\% = 0{,}0291\,tg\,\varphi\,\frac{\delta'_1 + \delta'_2}{2} + 0{,}0168\,\frac{\delta'_2 - \delta'_1}{2}\,. \qquad (2)}$$

Aus dieser Formel geht folgendes hervor. Haben beide Stromwandler gleiche oder angenähert gleiche Fehlwinkel $\delta_1 \cong \delta_2$, so verschwindet das zweite Glied und die obige Formel reduziert sich, wie folgt:

$$\Delta_\delta = \frac{P - P_s}{P_s}\,100\% = 0{,}0291\,tg\,\varphi\,\frac{\delta'_1 + \delta'_2}{2}\,.$$

Haben die Stromwandler ungleiche Fehlwinkel, was in der Praxis der Fall sein kann, wenn einer der Stromwandler ersetzt werden muss, so kann bei einer zweckmässigen Zuteilung der Wandler der Fehler durch das Zusatzglied $0{,}0168\,\frac{\delta'_2 - \delta'_1}{2}$ vermindert werden. Wir bezeichnen in folgendem als Phase 1, die Phase in der bei $\cos\varphi < 1$ der grössere Teil der Gesamtleistung übertragen wird $[J\,E\cos(30 - \varphi)]$, die andere als Phase 2.

Beispiel. Es betragen für zwei Stromwandler bei Vollast und bei einer bestimmten sekundären Belastung die Fehlwinkel $\delta_1 = 20'$, $\delta_2 = 50'$. Wie gross ist der Fehler bei einer Phasenverschiebung $\cos\varphi = 0{,}5$?

Erste Möglichkeit. Wird der Stromwandler mit $\delta_1 = 20'$ der Phase 1, der Stromwandler mit $\delta_2 = 50'$ der Phase 2 zugeteilt, so ist der Fehler

$$\Delta_\delta = 1{,}76 + 0{,}26 = 2{,}0\%\,.$$

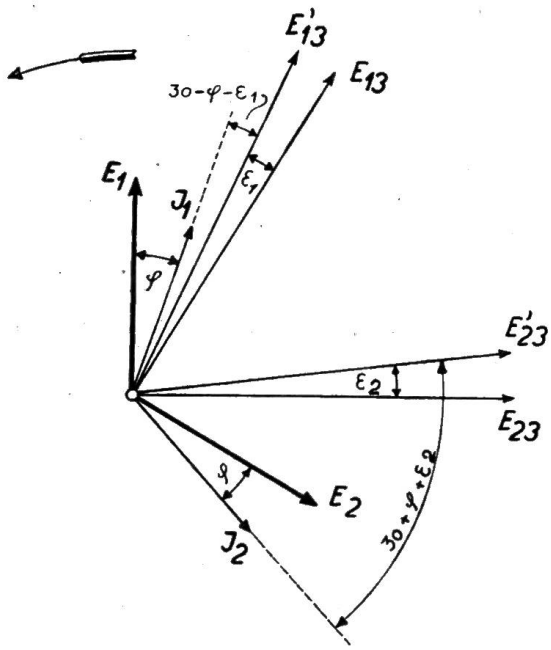

Fig. 4.

Zweite Möglichkeit. Der Stromwandler mit $\delta_2 = 50'$ wird der Phase 1, derjenige mit $\delta_1 = 20'$ der Phase 2 zugeteilt. Der Fehler wird

$$\Delta_\delta = 1{,}76 - 0{,}26 = 1{,}5\,\% \,.$$

Der Fehler wird also bei der letzteren Anordnung um 0,5 % vermindert.

Wir wollen jetzt dazu übergehen die der Formel (2) analoge Formel für die Spannungswandler herzuleiten. Der gemessene Effekt lässt sich nach Fig. 4 zu

$$P = J_1\, E_{13} \cos(30 - \varphi - \varepsilon_1) + J_2\, E_{23} \cos(30 + \varphi + \varepsilon_2)\,,$$

wobei wieder die Annahme

$$E'_{13} = E_{13}\,, \qquad E_{23} = E'_{23}$$

gelten soll.

Analog wie oben ergibt sich

$$\frac{P - P_s}{P_s} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left\{[\cos(\varphi + \varepsilon_1) - \cos\varphi] + [\cos(\varphi + \varepsilon_2) - \cos\varphi]\right\} + \frac{1}{2}\left\{\sin(\varphi + \varepsilon_1) - \sin(\varphi + \varepsilon_2)\right\}}{\sqrt{3}\cos\varphi}$$

und durch Vernachlässigung der kleinen Grössen zweiter Ordnung

$$\frac{P - P_s}{P_s} = -\frac{1}{2}\, tg\,\varphi\,(\sin\varepsilon_1 + \sin\varepsilon_2) + \frac{1}{\sqrt{3}}\,\sin\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\,.$$

Aus dieser Formel geht hervor, dass für $\varepsilon_1 > 0$ der Spannungswandler der Phase 1 für $\varphi > 30^0$ negative Fehler, für $\varphi < 30^0$ positive Fehler verursacht. Für $\varepsilon_2 > 0$ sind die Fehler herrührend vom Spannungswandler der Phase 2 immer negativ.

Die letzte Formel lässt sich analog wie die Fehlerformel für Stromwandler auf eine für die Rechnung bequemere Form bringen. Wird nämlich der Fehler in % ausgedrückt, so ist:

$$\boxed{\Delta_\varepsilon = \frac{P - P_s}{P_s}\,100\,\% = -0{,}0291\; tg\,\varphi\,\frac{\varepsilon'_1 + \varepsilon'_2}{2} + 0{,}0168\,\frac{\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2}{2}\,. \qquad (3)}$$

Eine Zusammenfassung der Formeln (2) und (3) gibt den resultierenden Fehler herrührend von den Fehlwinkeln der Strom- und Spannungswandler. Die Formel für den resultierenden Fehler lautet:

$$\boxed{\Delta_{\delta+\varepsilon} = \frac{P - P_s}{P_s}\,100\,\% = 0{,}0291\; tg\,\varphi\,\frac{\delta'_1 + \delta'_2 - \varepsilon'_1 - \varepsilon'_2}{2} + 0{,}0168\,\frac{\delta'_2 - \delta'_1 + \varepsilon'_1 - \varepsilon'_2}{2}\,. \qquad (4)}$$

Beispiel. Es werde neben dem oben angeführten Stromwandlerpaar mit $\delta_1 = 20'$, $\delta_2 = 50'$ (bei Vollast) ein Spannungswandlerpaar mit $\varepsilon_1 = -20'$, $\varepsilon_2 = -40'$ (bei Vollast) verwendet. Wie gross ist der Fehler bei Vollast und $\cos\varphi = 0{,}5$?

1. Möglichkeit. Wandler mit δ_1 und ε_1 in Phase 1
Wandler mit δ_2 und ε_2 in Phase 2.

$$\Delta_{\delta+\varepsilon} = 1{,}76 + 0{,}26 + 1{,}51 + 0{,}17 = 3{,}7\,\% \text{ (ungünstigster Fall).}$$

2. Möglichkeit. Wandler mit δ_1 und ε_2 in Phase 1
Wandler mit δ_2 und ε_1 in Phase 2.

$$\Delta_{\delta+\varepsilon} = 1{,}76 + 0{,}26 + 1{,}51 - 0{,}17 = 3{,}4\,\% .$$

3. Möglichkeit. Wandler mit δ_2 und ε_1 in Phase 1
Wandler mit δ_1 und ε_2 in Phase 2.

$$\Delta_{\delta+\varepsilon} = 1{,}76 - 0{,}26 + 1{,}51 + 0{,}17 = 3{,}2\,\% .$$

4. Möglichkeit. Wandler mit δ_2 und ε_2 in Phase 1
Wandler mit δ_1 und ε_1 in Phase 2.

$$\Delta_{\delta+\varepsilon} = 1{,}76 - 0{,}26 + 1{,}51 - 0{,}17 = 2{,}8\,\% \text{ (günstigster Fall).}$$

Die Fehlerdifferenz im ersten und vierten Fall beträgt 0,9%. Wie bereits gesagt, wird es auf die Anordnung nicht ankommen sobald $\delta_1 = \delta_2$ und $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$. Es bleibt dann zu beachten, *dass bei* $\delta_1 = \delta_2 \gtrless 0$ *und gleichzeitig* $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \gtrless 0$ *die Fehler der Wandler sich gegenseitig kompensieren, hingegen addieren sich die Fehler bei* δ_1, $\delta_2 \gtrless 0$ *und gleichzeitig* ε_1, $\varepsilon_2 \lessgtr 0$. Mit anderen Worten, *es sollen womöglich alle Fehlwinkel gleiches Vorzeichen (+ oder —) besitzen.*

3. Fehler, herrührend von der Ungenauigkeit des Uebersetzungsverhältnisses.

Während der Fehler der Phasenlage durch die Fehlwinkel gegeben wird, wird die Abweichung vom idealen Uebersetzungsverhältnis (u_{id}) praktisch durch eine andere Grösse, den sogenannten „Korrektionsfaktor des Uebersetzungsverhältnisses" (c) angegeben. Dieser Korrektionsfaktor wird auch in den Prüfberichten für Wandler, wie sie vom Amt für Mass und Gewicht in Bern, der Eichstätte des S. E. V. und von der Physikalisch Technischen Reichsanstalt in Charlottenburg, ausgeführt werden, mit 3 Dezimalstellen angegeben.

Es seien im Folgenden:

J'_1, J'_2 die tatsächlichen Sekundärströme

E'_{13}, E'_{23} die tatsächlichen Sekundärspannungen

J_1, J_2, E_{13}, E_{23} die entsprechenden Primärgrössen, gemessen durch das ideale Uebersetzungsverhältnis

ferner:

u_1, u_2 das tatsächliche Uebersetzungsverhältnis der Ströme

u_{13}, u_{23} das tatsächliche Uebersetzungsverhältnis der Spannungen

Mit diesen Bezeichnungen wird:

$$\left.\begin{aligned} \frac{J_1}{J'_1} &= u_{1id} = \frac{u_1}{c_1} & \frac{J_2}{J'_2} &= u_{2id} = \frac{u_2}{c_2} \\ \frac{E_{13}}{E'_{13}} &= u_{13id} = \frac{u_{13}}{c_{13}} & \frac{E_{23}}{E'_{23}} &= u_{23id} = \frac{u_{23}}{c_{23}} \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

wobei die Grössen

$$c_1 = \frac{u_1}{u_{1id}} \quad c_2 = \frac{u_2}{u_{2id}} \quad c_{13} = \frac{u_{13}}{u_{13id}} \quad c_{23} = \frac{u_{23}}{u_{23id}}$$

die *Korrektionsfaktoren der Uebersetzungsverhältnisse* darstellen.

Diese Beziehungen ergeben folgendes:

$$J_1 - J'_1 u_1 = \Delta J_1 \qquad E_{13} - E'_{13} u_{13} = \Delta E_{13}$$
$$J_2 - J'_2 u_2 = \Delta J_2 \qquad E_{23} - E'_{23} u_{23} = \Delta E_{23}$$

Sind die Faktoren $c_1 , c_2 , c_{13} , c_{23} < 1$

so sind $\Delta J_1 , \Delta J_2 , \Delta E_{13} , \Delta E_{23} > 0$

d. h. die Messfehler sind positiv und umgekehrt ist für

$$c_1 > 1 \qquad \Delta J_1 < 0$$

d. h. die Messfehler sind negativ.

Nachdem wir die bereits eingeführte Begriffsbildung in Formeln eingekleidet haben, gehen wir über zur Ableitung der Fehlerformel. Wir machen jetzt die Voraussetzung $\delta_1 = \delta_2 = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ und erhalten für den Sollwert des gemessenen Effektes

$$P_s = J'_1 u_1 E'_{13} u_{13} \cos(30 - \varphi) + J'_2 u_2 E'_{23} u_{23} \cos(30 + \varphi) .$$

Der Fehler ergibt sich zu:

$$\frac{P - P_s}{P_s} = \frac{J_1 E_{13} - J'_1 u_1 E'_{13} u_{13}}{J_1 E_{13}} \frac{\cos(30 - \varphi)}{\sqrt{3} \cos\varphi} + \frac{J_2 E_{23} - J'_2 u_2 E'_{23} u_{23}}{J_2 E_{23}} \frac{\cos(30 + \varphi)}{\sqrt{3} \cos\varphi}$$

$$= \left(1 - \frac{J'_1 u_1}{J_1} \frac{E'_{13} u_{13}}{E_{13}}\right) \frac{\cos(30 - \varphi)}{\sqrt{3} \cos\varphi} + \left(1 - \frac{J'_2 u_2}{J_2} \frac{E'_{23} u_{23}}{E_{23}}\right) \frac{\cos(30 + \varphi)}{\sqrt{3} \cos\varphi} .$$

Nun ist nach (5)

$$\frac{J'_1 u_1}{J_1} = c_1 , \qquad \frac{E'_{13} u_{13}}{E_{13}} = c_{13} , \qquad \frac{J'_2 u_2}{J_2} = c_2 , \qquad \frac{E'_{23} u_{23}}{E_{23}} = c_{23} .$$

Setzen wir diese Werte in die letzte Formel ein, so erhalten wir für den prozentualen Fehler folgenden Ausdruck:

$$\boxed{\Delta_{\Sigma u} = \frac{P - P_s}{P_s} 100\,\% = \left\{\left(1 - c_1 c_{13}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{tg\,\varphi}{2\sqrt{3}}\right) + \left(1 - c_2 c_{23}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{tg\,\varphi}{2\sqrt{3}}\right)\right\} 100\,\% . \quad (6)}$$

Diese Gleichung zeigt, dass, wie auch vorauszusehen war, Fehler von der Ungenauigkeit der Uebersetzungsverhältnisse herrührend verschwinden, sobald

$$c_1 c_{13} = 1 , \qquad c_2 c_{23} = 1 .$$

Müssen aus irgend einem Grunde Wandler verschiedener Herkunft verwendet werden, so verteile man die Wandler in den Phasen so, dass die letzte Bedingung möglichst erfüllt ist. Ferner geht aus der Formel (6) noch hervor, dass man in erster Linie für die Phase 1 bestrebt sein sollte, der Bedingung $c_1 c_{13} = 1$ möglichst nahe zu kommen. Wird doch mit dem Wandlerpaar der Phase 1 der grössere Teil der Leistung gemessen (bei $\cos\varphi < 1$).

Das Verhältnis der Teilleistungen ergibt sich zu

$$\frac{\cos(30 - \varphi)}{\cos(30 + \varphi)} = \frac{\sqrt{3} + tg\,\varphi}{\sqrt{3} - tg\,\varphi}$$

Für $\varphi = 60^0$ resp. $\cos\varphi = 0{,}5$ wird die ganze Leistung mit dem Wandlerpaar der Phase 1 allein gemessen. Die infolge der vorhandenen Fehlwinkel noch hinzukommende Leistung vom Wandlerpaar der Phase 2 ist eben nur der Fehler, der Gegenstand unserer Betrachtung im letzten Abschnitt war.

4. der resultierende Fehler.

Die Formeln (4) und (6) ergeben in ihrer Summe den resultierenden Fehler, verursacht durch die Messwandler, zu dem noch der Fehler des Zählers hinzutritt. Wir können für den resultierenden Fehler $\Delta_{\delta+\varepsilon+\Sigma u}$ schreiben:

$$\Delta_{\delta+\varepsilon+\Sigma u} = \frac{P-P_s}{P_s}\,100\,\% = 0{,}0291\, tg\,\varphi\, \frac{\delta'_1+\delta'_2-\varepsilon'_1-\varepsilon'_2}{2} + 0{,}0168\, \frac{\delta'_2-\delta'_1+\varepsilon'_1-\varepsilon'_2}{2}$$

$$+\,100\left\{\left(1-c_1\,c_{13}\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{tg\,\varphi}{2\sqrt{3}}\right)+\left(1-c_2\,c_{23}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{tg\,\varphi}{2\sqrt{3}}\right)\right\} \qquad (7)$$

Es ist jetzt sehr einfach auf Grund vorliegender Prüfscheine den resultierenden Fehler für jede Phasenverschiebung zu berechnen.

Beispiel. Es gehören einer Messeinrichtung an:

2 Stromwandler 100/5 Amp. und 2 Spannungswandler 10000/100 Volt.

Den Prüfscheinen entnehmen wir die folgenden Angaben:

Stromwandler 1			Stromwandler 2	
Belastung in %	Fehlwinkel	Uebersetzung	Fehlwinkel	Uebersetzung
100	36'	20 × 0,996	35'	20 × 0,995
Spannungswandler 1			Spannungswandler 2	
Belastung in %	Fehlwinkel	Uebersetzung	Fehlwinkel	Uebersetzung
—	18'	100 × 0,998	17'	100 × 0,998

Gesucht sei der resultierende Fehler bei Vollast und $\cos\varphi = 0{,}7071$ ($\varphi = 45^0$).

Derselbe ergibt sich nach der Formel (7) zu:

$$\Delta_{\delta+\varepsilon+\Sigma u} = 0{,}524 + 0{,}017 + 0{,}474 + 0{,}217 = +\,1{,}2\,\%\,.$$

Dieses Beispiel, das in der Praxis oft vorkommenden Fällen gut entsprechen dürfte, zeigt, dass die Korrektur des Fehlers, die man durch die verschiedenen Kombinationen der Wandler erreichen kann, unbedeutend ist (der Betrag ist kleiner als 0,1 %). Immerhin ist eine Verallgemeinerung unzulässig.

5. Zusammenfassung.

In erster Linie soll die Arbeit dazu dienen, die Rechnungsweise anzugeben, wie man auf Grund der bekannten Fehler der Wandler den resultierenden Fehler der Messeinrichtung in Drehstromnetzen finden kann. Die Ermittlung dieser Grösse dürfte für jeden Betrieb, in dem grössere Energien gemessen werden, von Interesse sein. Liegen abnormale Verhältnisse vor, sei es, dass alte Wandler mit grösseren Fehlern oder ungleiche Wandler verwendet werden müssen, so wird man sich anhand vorliegender Arbeit darüber orientieren können, wie die Wandler am zweckmässigsten anzuordnen sind. Auf Grund der Formeln (4), (6) und (7) dürfte es nicht schwer fallen unter den vier möglichen Kombinationen, die günstigste zu finden.