Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens

Herausgeber: Association suisse des électriciens

Band: 10 (1919)

Heft: 7

Artikel: Die Berechnung der Freileitungen : mit Rücksicht auf die mechanischen Verhältnisse der Leiter [Schluss]

Autor: Jobin, Abel

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1057144

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

BULLETIN

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich mit den Jahres-Beilagen „**Statistik der Starkstromanlagen der Schweiz**" sowie „**Jahresheft**" und wird unter Mitwirkung einer vom Vorstand des S. E. V. ernannten Redaktionskommission herausgegeben.

Alle den Inhalt des „Bulletin" betreffenden Zuschriften sind zu richten an das

Generalsekretariat
des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins,
Neumühlequai 12, Zürich 1 - Telephon: Hottingen 37.08

Alle Zuschriften betreffend Abonnement, Expedition und Inserate sind zu richten an den Verlag:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G.,
Hirschengraben 80/82 Zürich 1 Telephon Hottingen 36.40

Publié sous la direction d'une Commission de Rédaction nommée par le Comité de l'A. S. E.

Ce bulletin paraît mensuellement et comporte comme annexes annuelles la „**Statistique des installations électriques à fort courant de la Suisse**", ainsi que l'„**Annuaire**".

Prière d'adresser toutes les communications concernant la matière du „Bulletin" au

Secrétariat général
de l'Association Suisse des Electriciens
Neumühlequai 12, Zurich 1 - Telephon: Hottingen 37.08

Toutes les correspondances concernant les abonnements, l'expédition et les annonces, doivent être adressées à l'éditeur:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei S. A.
Hirschengraben 80/82 Zurich 1 Téléphone Hottingen 36.40

Abonnementspreis
für Nichtmitglieder inklusive Jahresheft und Statistik:
Schweiz Fr. 15.—, Ausland Fr. 25.—.
Einzelne Nummern vom Verlage Fr. 1.50 plus Porto.

Prix de l'abonnement annuel (gratuit pour les membres de l'A. S. E.), y compris l'Annuaire et la Statistique, Fr. 15.— pour la Suisse, Fr. 25.— pour l'étranger.
L'éditeur fournit des numéros isolés à Fr. 1.50, port en plus.

X. Jahrgang
Xe Année

Bulletin No. 7

Juli
Juillet 1919

Die Berechnung der Freileitungen
mit Rücksicht auf die mechanischen Verhältnisse der Leiter.

Nach Anregungen und unter Mitwirkung des Generalsekretariats und des Starkstrominspektorats des S. E. V.

bearbeitet von *Abel Jobin,* Dipl. Ing.

(Schluss)

III. Erweiterung der Theorie auf allgemeinere Fälle.

1. Leitungen mit verschieden hohen Aufhängepunkten.

Aus der Formel (9) $f = \frac{\gamma a^2}{8 \cdot p}$ sehen wir, dass bei gleichbleibender horizontaler Distanz a und bei gleichbleibender Scheitelbeanspruchung p einer bestimmten Leitung der Durchhang auch konstant bleibt (Fig. 5), d. h. er ist unter den vorgenannten Voraussetzungen unabhängig vom Höhenunterschied der Aufhängepunkte. Nun haben wir bereits auf Seite 163 gesehen, dass die Zugbeanspruchung der Leitung vom Scheitel gegen die Aufhängepunkte zu nach dem Gesetz: $p' = p + \gamma \cdot y'$ anwächst. Dieser Zug wird somit in einer Spannweite mit verschieden hohen Aufhängepunkten (siehe Fig. 5) beim oberen Aufhängepunkt seinen maximalen Wert p_m erreichen. Nennen wir allgemein f_1 die vertikale Distanz der Scheiteltangente der Parabel vom oberen Aufhängepunkt A, so können wir schreiben:

$$p_m = p + \gamma \cdot f_1$$

Nach Fig. 5 ist allgemein $f_1 = h + f_2$ (wobei für $h = 0$, $f_1 = f_2 = f$); es ist somit zunächst die Grösse f_2 als Funktion der bekannten Grössen a, h, p und γ auszudrücken, damit wir daraus f_1 und p_m ermitteln können. Die Feststellung dieses Durchhanges f_2 wird auch sonst in sehr vielen Fällen, z. B. bei Kreuzungen mit Strassen, befahrenen Gewässern u. s. w. unerlässlich sein.

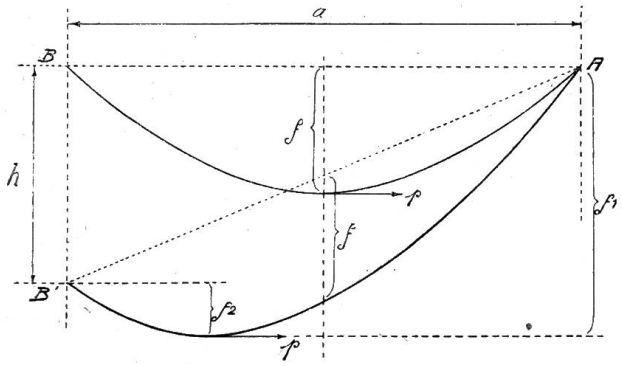


Fig. 5

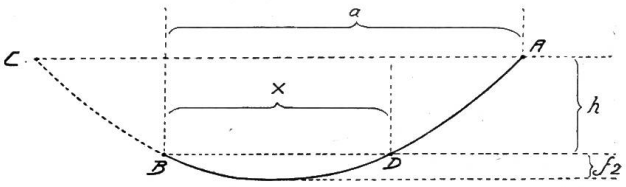


Fig. 6.

Es sei in Fig. 6 $AB = a$ die betrachtete Spannweite und h der Höhenunterschied zwischen den Aufhängepunkten A und B. AB ist notwendigerweise nur ein Stück einer Kettenlinie mit der *virtuellen Spannweite* AC.

$$AC = a + (a - x) = 2\,a - x$$

Es gilt ferner für BD die Beziehung: $f_2 = \dfrac{\gamma \cdot x^2}{8 \cdot p}$

und für AC: $$f_2 + h = f_1 = \frac{\gamma\,(2\,a - x)^2}{8\,p}\,,$$

woraus wir durch Elimination von f_2 und Umformung erhalten:

$$x = a - \frac{2\,p\,h}{\gamma\,a} \tag{16}$$

ferner ist: $$f_2 = \frac{\gamma \cdot x^2}{8 \cdot p} \tag{16a}$$

Obige Formeln (16) und (16a) gestatten uns also, für jeden gegebenen Fall die Grösse $f_1 = h + f_2$ und daraus $p_m = p + \gamma\,f_1$ zu bestimmen. Bei grösserem f_1 und bei grösserem γ, d. h. bei 0^0 mit Schnee und je dünner der betreffende Leiter ist, wird p_m somit sehr rasch unzulässig hoch, und es muss die Scheitelbeanspruchung p entsprechend reduziert werden. Für die höchstzulässige Zugbeanspruchung p_z haben wir bereits auf Seite 178 die Festsetzung des Starkstrominspektorates angegeben, wonach dieselbe bei 0^0 mit Schnee entsprechend der $2^1/_2$ fachen Bruchsicherheit des verwendeten Materials *plus* 5% anzunehmen ist; es wird somit:

$p_z = 1260$ kg/cm² bei Kupfer von 3000 kg/cm² Bruchfestigkeit;
$p_z = 1680$ kg/cm² bei Kupfer von 4000 kg/cm² Bruchfestigkeit;
$p_z = 756$ kg/cm² bei Aluminium von 1800 kg/cm² Bruchfestigkeit.

Damit die obige Bedingung erfüllt ist, muss die Scheitelbeanspruchung p höchstens betragen:

$$p = p_z - \gamma_{\text{Schnee}}\,f_1 = p_z - \gamma_{\text{Schnee}}\,(h + f_2)\,,$$

wobei $f_2 = \dfrac{\gamma_{\text{Schnee}}\,x^2}{8\,p}$, und $x = a - \dfrac{2\,p\,h}{\gamma_{\text{Schnee}}\,a}$ ist,

woraus wir berechnen:

$$p^2\left(\frac{h^2}{a^2} + 2\right) - p\,(2\,p_z - h\,\gamma_{\text{Schnee}}) + \frac{\gamma^2_{\text{Schnee}}\,a^2}{4} = 0 \tag{17}$$

Durch Auflösung der obigen Gleichung erhalten wir zwei Werte, nämlich einen Wert für den Fall, dass der Scheitel der Parabel innerhalb der Spannweite ist und einen solchen für den Fall, dass der Scheitel ausserhalb fällt. Ein imaginärer Wert von p bedeutet, dass

bei den gegebenen Verhältnissen überhaupt keine Lösung möglich ist, d. h. es ist dann nicht möglich, den *gegebenen Draht* über die gegebene Spannweite mit der gegebenen Höhendifferenz der Aufhängepunkte so zu spannen, dass die maximale Zugbeanspruchung p_m nicht über die festgesetzte Grenze p_z hinausgeht. In einem solchen Fall wird man einen Leiter mit grösserem Querschnitt oder aus einem Material mit grösserer Bruchfestigkeit wählen müssen.

Beispiel:

Folgender Fall wurde seinerzeit dem Starkstrominspektorat zur Genehmigung unterbreitet:

Eine Spannweite von 170 m mit einer Höhendifferenz der Aufhängepunkte von 170 m sollte mit einem 5 mm Eisendraht von 4000 kg|cm² Bruchfestigkeit überbrückt werden. (Siehe Fig. 7).

In der Vorlage war ein Durchhang von $f_a = 11{,}3$ m bei 0° mit Schnee (Annahme des Starkstrominspektorates) angegeben, was bei $\gamma_{Schnee} = 47{,}8 \cdot 10^{-3}$ einer Scheitelbeanspruchung

$$p_a = \frac{47{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}7^2 \cdot 10^8}{8 \cdot 1{,}13 \cdot 10^3} = 1530 \text{ kg/cm}^2 \text{ entspricht.}$$

Daraus berechnen wir:

$$x_a = 1{,}7 \cdot 10^4 - \frac{2 \cdot 1{,}53 \cdot 10^3 \cdot \cancel{1{,}7 \cdot 10^4}}{47{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot \cancel{1{,}7 \cdot 10^4}} = -470 \text{ m}$$

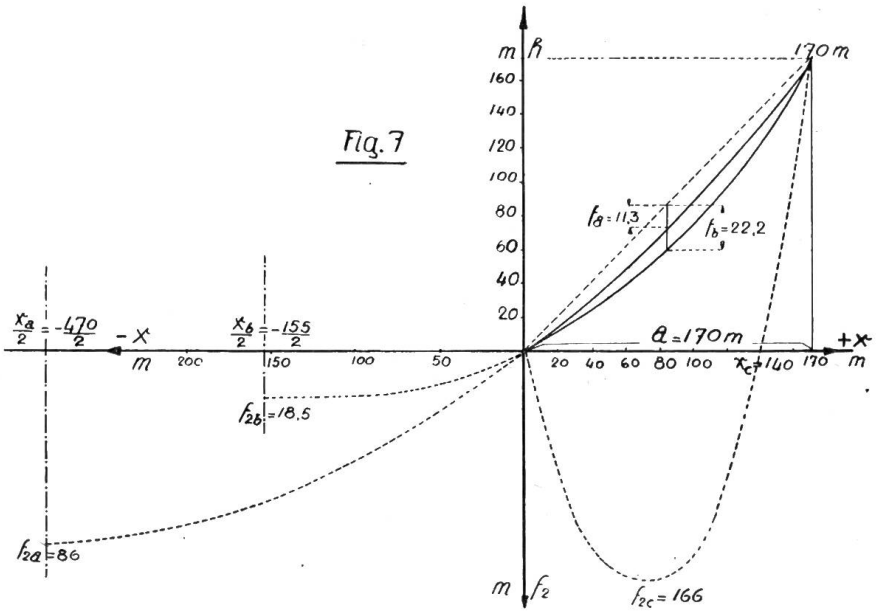
und somit:

$$f_{2a} = \frac{47{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}7^2 \cdot 10^8}{8 \cdot 1{,}53 \cdot 10^3} = 86 \text{ m}.$$

$$f_{2a} + h = 86 + 170 = 256 \text{ m}$$

$$\text{und } p_m = p_a + \gamma_{Schnee} \cdot (f_2 + h) = 1530 + 2{,}56 \cdot 10^4 \cdot 47{,}8 \cdot 10^{-3}$$

$$p_m = 2750 \text{ kg/cm}^2.$$



Ueberbrückung einer Spannweite von 170 m mit einer Höhendifferenz der Aufhängepunkte von 170 m bei 0° und Schneebelastung.

Die Beanspruchung beim oberen Aufhängepunkt würde somit bei 0° mit Schnee annähernd die Elastizitätsgrenze erreichen bei einer Bruchsicherheit von nur 1,45. Wir müssen also p

nach Formel (17) soweit herabsetzen, dass p_m höchstens $p_z = 1680$ kg|cm² wird. Wir erhalten nach Formel (17):

$$p^2\left(\frac{1{,}7^2 \cdot 10^8}{1{,}7^2 \cdot 10^8} + 2\right) - p\,(2 \cdot 1680 - 1{,}7 \cdot 10^4 \cdot 47{,}8 \cdot 10^{-3}) + \frac{47{,}8^2 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}7^2 \cdot 10^8}{4} = 0$$

und daraus: $$p = 425 \pm 354\,.$$

Aus $p_b = 779$ kg/cm² ermitteln wir ferner nach (16):

$$x_b = 1{,}7 \cdot 10^4 - \frac{2 \cdot 7{,}79 \cdot 10^2 \cdot 1{,}7 \cdot 10^4}{47{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}7 \cdot 10^4} = -\,155\,\text{m}$$

und daraus: $$f_{2b} = \frac{47{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}55^2 \cdot 10^8}{8 \cdot 779} = 18{,}5\ \text{m}\,,$$

entsprechend einer Beanspruchung:

$$p_m = 779 + 47{,}8 \cdot 10^{-3}\,(1{,}7 + 0{,}18)\,10^4 = 1680\ \text{kg/cm}^2 = p_z$$

beim oberen Aufhängepunkt.

Der Durchhang f_b muss demnach bei 0° mit Schnee mindestens

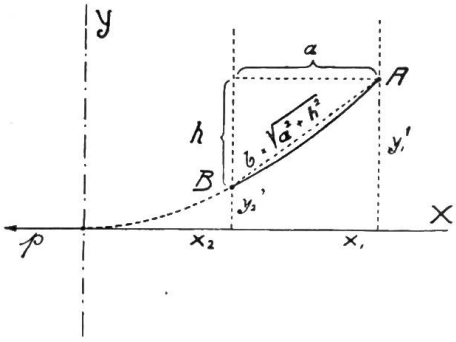
$$f_{b\ \text{zulässig}} = \frac{47{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}7^2 \cdot 10^8}{8 \cdot 779} = 22{,}2\ \text{m}\ \text{betragen.}$$

Die zweite Beanspruchung $p_c = 71$ kg/cm² mit einem $f_{2c} = 166$ m hat keinen praktischen Wert. (Siehe Fig. 7).

2. Die Zustandsgleichung für Spannweiten mit verschieden hohen Aufhängepunkten bei Parabelform.

Kurz wiederholt wissen wir also, dass jede zwischen zwei beliebigen festen Punkten gespannte flexible Leitung immer die Form einer Kettenlinie annimmt, die in den meisten in der Praxis vorkommenden Fällen von der Parabel so wenig abweicht, dass die Abweichung vernachlässigt werden kann. Die Zugbeanspruchungen in jedem Punkt können daher nach der bekannten Beziehung $p' = p + \gamma \cdot y'$ berechnet werden. Dabei ist die Grösse y' in jedem Punkt gleich seiner Ordinate über die als x-Axe gewählte Scheiteltangente (Fig. 8). Die Zugbeanspruchung wird somit beim obern Aufhängepunkt am grössten sein, und ihr maximal zulässiger Wert p_z ergiebt sich aus der Bruchfestigkeit des Materials und der durch die Vorschriften festgesetzten Sicherheit gegen Bruch. Im vorigen Abschnitt haben wir in der Formel (17) eine Methode entwickelt, um aus der nun bekannten zulässigen maximalen Beanspruchung p_z die zugehörige Scheitelbeanspruchung p zu ermitteln.

Fig. 8.



Es bleibt uns hier noch übrig, die einem neuen Zustande γ und t entsprechende Zugbeanspruchung p in Funktion der bekannten Anfangsdaten p_0, γ_0 und t_0 zu setzen, ähnlich wie wir dies auf den Seiten 164 und 165 für Spannweiten mit horizontaler Verbindungslinie der Aufhängepunkte bereits ausgeführt haben.

Eine genaue Betrachtung der Verhältnisse zeigt sofort, dass die obgenannte für gleich hohe Aufhängepunkte gültige Formel (13) für schiefe Spannweiten keine Verwendung finden kann. In erster Linie könnten wir als Spannweite nicht ohne weiteres die horizontale Distanz a in diese Formel einsetzen, denn es muss hier die Aenderung der Beanspruchung als Funktion der Längenänderung $(l - l_0)$ des Bogens mit der Sehne $b = f(a, h)$ abhängig sein. In zweiter Linie haben wir uns bei der Entwicklung der Formel (13) einer Näherung

bedient, die hier nicht mehr angewendet werden darf. Wir setzten nämlich dort für die Längenänderung in Folge der Elastizität $(l - l_0) = (p - p_0)\,\frac{1}{E}$, wobei die Grössen p und p_0 Scheitelbeanspruchungen bezeichnen, währenddem es sich eigentlich nur um die Aenderungen der mittleren Beanspruchungen $(p^* - p_0^*)$ auf der ganzen Kettenlinie handeln kann. Für die Berechnung der Längen l und l_0 kommen hingegen die Scheitelbeanspruchungen p und p_0 in Frage. Wir haben also bei der Entwicklung der Formel (13) zwei in Wirklichkeit verschiedene Beanspruchungen einander gleichgesetzt und miteinander vermengt. Dies war dort zulässig, denn es wird, wie wir später noch zeigen werden, der dabei gemachte Fehler im denkbar ungünstigsten Fall einer Spannweite von der Grösse A_m gleich der Höchstspannweite bei 0° mit Schnee (800 gr/m) höchstens 1,6% von $p_{2,5}$ betragen. In praktischen Fällen bleibt jedoch dieser Fehler bei gleich hohen Aufhängepunkten viel kleiner. Bei Spannweiten mit verschieden hohen Aufhängepunkten kann hingegen die mittlere Beanspruchung ganz andere Werte annehmen.

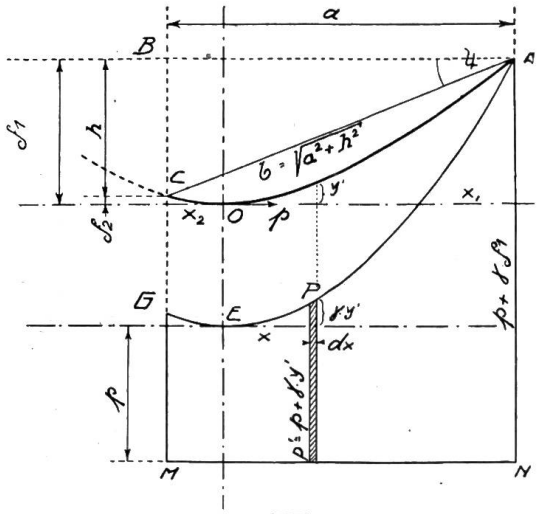


Fig. 9.

Die mittlere Beanspruchung p^* können wir definieren, als die Beanspruchung $p' = p + \gamma \cdot y'$ der Parabel, integriert über der horizontalen Distanz a der Aufhängepunkte und reduziert auf diese Grösse als Basis. (Siehe Fig. 9). Zeichnen wir also für eine Spannweite AC die Kurve AEG der Beanspruchungen $p' = p + \gamma \cdot y'$, so ist nach obiger Definition die mittlere Beanspruchung p^* gleich der Höhe desjenigen Rechteckes über $MN = a = x_1 - x_2$ als Basis, das den gleichen Inhalt wie die Fläche $AEGMN$ aufweist.

Es sei in einem beliebigen Punkt P die Beanspruchung

$$p' = p + \gamma \cdot y', \text{ wobei } \quad y' = \frac{\gamma \cdot x^2}{2\,p} + \frac{\gamma^3 \cdot x^4}{24\,p^3} + \ldots\ldots$$

so können wir schreiben:

$$p' \cdot dx = p \cdot dx + \frac{\gamma^2 \cdot x^2}{2\,p} \cdot dx + \frac{\gamma^4 \cdot x^4}{24\,p^3} \cdot dx$$

$$\sum_{x_1}^{x_2} p' \cdot dx = p \int_{x_1}^{x_2} dx + \frac{\gamma^2}{2\,p} \int_{x_1}^{x_2} x^2 \cdot dx + \frac{\gamma^4}{24\,p^3} \int_{x_1}^{x_2} x^4 \cdot dx$$

$$= p\,(x_1 - x_2) + \frac{\gamma^2}{2\,p}\left(\frac{x_1^3 - x_2^3}{3}\right) + \frac{\gamma^4}{24\,p^3}\left(\frac{x_1^5 - x_2^5}{5}\right)$$

d. h. $$p^* = p_{\text{mittel}} = p + \frac{\gamma^2}{2\,p}\left(\frac{x_1^2 + x_1\,x_2 + x_2^2}{3}\right) + \frac{\gamma^4}{24\,p^3}\,\frac{(x_1^4 + x_1^3 x_2 + x_1^2 x_2^2 + x_1 x_2^3 + x_2^4)}{5}$$

wobei das dritte Glied gegenüber den zwei ersten vernachlässigt werden darf, sodass wir für die mittlere Beanspruchung eines beliebigen Kettenelementes AOC allgemein schreiben können:

$$p^* = p + \frac{\gamma^2}{6\,p}(x_1^2 + x_1\,x_2 + x_2^2)$$

In dieser Form ist diese Gleichung jedoch für den Gebrauch unbequem, da sie die Berechnung der Abszissenwerte x_1 und x_2 voraussetzt. Sie kann aber leicht in eine Funktion der gegebenen Grössen h und a umgewandelt werden.

Wir setzen: $$h = f_1 - f_2 = y'_1 - y'_2 = \frac{\gamma x_1^2}{2p} - \frac{\gamma x_2^2}{2p}$$

und $a = x_1 - x_2$,

woraus wir durch Elimination der Grössen x_1 und x_2 die Beziehung erhalten:

$$p^* = p + \frac{p h^2}{2 a^2} + \frac{\gamma^2 a^2}{24 p} \tag{18}$$

Daraus ersehen wir, dass die Grösse p^* bei schiefen Spannweiten je nach den Werten von h und a viel grösser als p werden kann. Für horizontale Spannweiten hingegen fällt das Glied mit h weg und wir erhalten:

$$p^* = p + \frac{\gamma^2 a^2}{24 p} = p + \frac{1}{3}\gamma \cdot f$$

Für horizontale Spannweiten haben wir bereits auf Seite 178 gesehen, dass $\gamma \cdot f$ praktisch höchstens 5% von $p_{2,5}$ bei 0^0 mit Schnee betragen wird. Demnach ist in diesem Fall:

$$p^* = p + \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot \frac{p}{100}$$

und wir dürfen bei horizontalen Spannweiten allgemein $p^* \sim p$ setzen.

Wir sind nun in der Lage die allgemeine Zustandsgleichung zu entwickeln und schreiben in ähnlicher Weise wie für Formel (13):

$$l - l_0 = (t - t_0)\, \alpha\, l_0 + (p^* - p_0^*) \frac{1}{E} \cdot l_0$$

Dabei beträgt die Länge l nach Fig. 9:

$$l = (x_1 - x_2) + \frac{1}{6}\gamma^2 \left(\frac{x_1^3 - x_2^3}{p^2}\right)$$

$$l = a + \frac{a\gamma^2}{6p^2}(x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2)$$

Für x_1 und x_2 können wir nach Formel (16) setzen:

$$x_1 = \frac{p h}{\gamma a} + \frac{a}{2}$$

$$x_2 = \frac{p h}{\gamma a} - \frac{a}{2}$$

woraus wir ermitteln:

$$x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{3 p^2 h^2}{\gamma^2 a^2}$$

Dieser Wert oben eingesetzt ergibt:

$$l = a + \frac{h^2}{2a} + \frac{\gamma^2 a^3}{24 p^2}$$

Entsprechend ist: $$l_0 = a + \frac{h^2}{2a} + \frac{\gamma_0^2 a^3}{24 p_0^2}$$

$$l - l_0 = a \cdot \frac{a^2}{24}\left(\frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2}\right) = (t - t_0)\, \alpha \cdot l_0 + (p^* - p_0^*)\frac{1}{E} \cdot l_0$$

$$= b \cdot \cos \Phi \cdot \frac{a^2}{24}\left(\frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2}\right) = (t - t_0)\, \alpha \cdot l_0 + (p^* - p_0^*)\frac{1}{E} \cdot l_0$$

Wir setzen nun wie früher $\frac{l_0}{b} \sim 1$ und erhalten:

$$\cos \Psi \cdot \frac{a^2}{24}\left(\frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2}\right) = (t - t_0)\,\alpha + \frac{1}{E}(p^* - p_0^*)$$

Wir setzen ferner nach Formel (18): $p^* = p + \frac{p\,h^2}{2\,a^2} + \frac{\gamma^2\,a^2}{24\,p}$

$$p_0^* = p_0 + \frac{p_0\,h^2}{2\,a^2} + \frac{\gamma_0^2\,a^2}{24\,p_0}$$

$$p^* - p_0^* = p + \frac{p\,h^2}{2\,a^2} + \frac{\gamma^2\,a^2}{24\,p} - p_0 - \frac{p_0\,h^2}{2\,a^2} - \frac{\gamma_0^2\,a^2}{24\,p_0}$$

Dieser Wert eingesetzt ergibt:

$$\frac{\gamma^2\,a^2}{24\,p^2}\,E \cdot \cos \Psi - \frac{\gamma_0^2\,a^2}{24\,p_0^2}\,E \cdot \cos \Psi = (t - t_0)\,\alpha\,E + p + \frac{p\,h^2}{2\,a^2} + \frac{\gamma^2\,a^2}{24\,p}$$
$$- p_0 - \frac{p_0\,h^2}{2\,a^2} - \frac{\gamma_0^2\,a^2}{24\,p_0}$$

woraus wir durch Umformung erhalten:

$$p^3\left(1 + \frac{h^2}{2\,a^2}\right) + p^2\left[\frac{\gamma_0^2\,a^2}{24\,p_0^2}\,E \cdot \cos \Psi + (t - t_0)\,\alpha \cdot E - p_0\left(1 + \frac{h^2}{2\,a^2}\right) - \frac{\gamma_0^2\,a^2}{24\,p_0}\right] + \frac{\gamma^2\,a^2}{24}\,p$$
$$= \frac{\gamma^2\,a^2}{24}\,E \cdot \cos \Psi$$

Das Glied $\frac{\gamma_0^2\,a^2}{24\,p_0}$ fällt gegenüber dem ersten in der grossen Klammer weg, ebenso kann in den meisten Fällen $\frac{\gamma^2\,a^2}{24} \cdot p$ vernachlässigt werden, sodass wir als

Allgemeine Zustandsgleichung einer Freileitung

in Parabelform erhalten: (19)

$$\boldsymbol{p^3\left(1 + \frac{h^2}{2\,a^2}\right) + p^2\left[\frac{\gamma_0^2 \cdot a^2 \cdot E}{24 \cdot p_0^2}\cos \Psi + (t - t_0)\,\alpha \cdot E - p_0\left(1 + \frac{h^2}{2\,a^2}\right)\right] = \frac{\gamma^2 \cdot a^2 \cdot E}{24} \cdot \cos \Psi}$$

Diese Gleichung kann im Gegensatz zu Formel (13) als allgemeine Zustandsgleichung bezeichnet werden, denn sie gilt in allen Fällen. Sie ist bei $\Psi = 0$, $h = 0$ gleich der früher für horizontale Spannweiten entwickelten.

Beispiel:

Wie gross wird im Beispiel auf Seite 191 der Durchhang bei $+ 10°$ C ?

Wir haben bereits bei 0^0 mit Schnee ermittelt:

$$\gamma_0 = 47{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{kg/cm}^3$$
$$p_0 = 779\ \text{kg/cm}^2$$
$$f_0 = 22{,}2\ \text{m}$$

Es ist $\cos \Psi = \frac{a}{b} = \frac{1{,}7 \cdot 10^4}{10^4\sqrt{1{,}7^2 + 1{,}7^2}} = 0{,}71$, und nach Tabelle I, Seite 166 ist $\gamma = 7{,}79 \cdot 10^{-3}$,

sodass wir schreiben können:

$$p^3\left(1+\frac{1{,}7^2\cdot 10^8}{2\cdot 1{,}7^2\cdot 10^8}\right)+p^2\left[\frac{47{,}8^2\cdot 10^{-6}\cdot 1{,}7^2\cdot 10^8\cdot 1{,}9\cdot 10^6\cdot 0{,}71}{24\cdot 7{,}79^2\cdot 10^4}+10\cdot 1{,}23\cdot 10^{-5}\cdot 1{,}9\cdot 10^6\right.$$

$$\left.-\,7{,}79\cdot 10^2\left(1+\frac{1{,}7^2\cdot 10^8}{2\cdot 1{,}7^2\cdot 10^8}\right)\right]=\frac{7{,}79^2\cdot 10^{-6}\cdot 1{,}7^2\cdot 10^8\cdot 1{,}9\cdot 10^6\cdot 0{,}71}{24}$$

woraus wir berechnen: $p = 127{,}5\ \mathrm{kg/cm^2}$

und somit: $$f_{+10^0}=\frac{7{,}79\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}7^2\cdot 10^8}{8\cdot 1{,}275\cdot 10^2}=2{,}17\cdot 10^3=21{,}7\ \mathrm{m}.$$

3. Die genaue Berechnung mit der Kettenlinie.

In allen bis jetzt entwickelten Formeln haben wir stets die *Parabel* als allgemein genügende Annäherung an die wirkliche Form, die Kettenlinie, der Rechnung zugrundegelegt. Diese Annahme stellt eine grosse Vereinfachung der Rechnung dar und liefert in den weitaus meisten Fällen praktisch auch genügend genaue Resultate. Nur in *einzelnen extremen Fällen* kann es nötig werden, die *Rechnung mit der Kettenlinienformel* durchzuführen. Dieser Fall wird z. B. bei grossen Spannweiten und bei grossen Höhendifferenzen der Aufhängepunkte eintreten, wenn es sich speziell darum handelt, die genaue Lage der Leitung gegenüber der Erde oder gegenüber einem im Raume genau bestimmten Punkte in einem gegebenen Zustande zu ermitteln.

Die Kettenlinie als natürliche Gleichgewichtsform einer zwischen zwei Punkten hängenden Leitung besitzt den tiefsten Schwerpunkt, und ihr Scheitel muss somit tiefer liegen als derjenige der Parabel. Nehmen wir nun im Raume unter der Leitung einen bestimmten Punkt P (Fig. 10), sei es ein Punkt im Terrain oder irgend eine kreuzende Leitung mit den Coordinaten x und y an, so ist es bei grösseren Spannweiten und bei Grenzfällen nicht ausgeschlossen, dass sich aus der genauen Rechnung mit der Kettenlinie ein unzulässig kleiner Abstand D ergibt. Bei Spannweiten mit verschieden hohen Aufhängepunkten (Fig. 11) ist diese Gefahr noch grösser, denn dort befindet sich der Scheitel der Kettenlinie nicht nur tiefer als derjenige der Parabel, sondern er wird auch gegenüber letzterem seitlich verschoben und diese Verschiebung wächst mit zunehmender Zusatzlast und Temperatur.

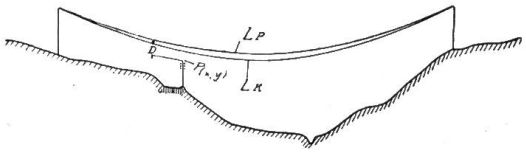


Fig. 10.

Abweichung zwischen der Parabel und der Kettenlinie bei grossen Spannweiten.
L_P = Parabel L_K = Kettenlinie.

Der Rechnungsgang ist im Prinzip für die Parabel und für die Kettenlinie derselbe. Nur müssen die bereits entwickelten, hier in Frage kommenden Formeln noch einer Ueberprüfung in Bezug auf Ihre Anwendbarkeit bei der Berechnung mit der Kettenlinie unterzogen werden.

In erster Linie zeigt die genaue Verfolgung ihrer Entwicklung, dass die allgemeine Zustandsgleichung (19) auch für die Berechnung mit der Kettenlinie genügende Genauigkeit hat. Dies geht übrigens ohne weiteres aus dem Umstand hervor, dass die Aenderung der Beanspruchung eine Funktion der Längenänderung $(l - l_0)$ ist, in welche Formel wir für die Kettenlinie setzen können $(l - \triangle l) - (l_0 - \triangle l_0)$. Der Unterschied $\triangle l$ zwischen der Länge des Parabelbogens und der Kettenlinie ist entsprechend dem Glied $\frac{a^5}{60\cdot 32\cdot c^4}$ verschwindend klein, sodass die Differenz $\triangle l - \triangle l_0$ jedenfalls gleich null gesetzt werden

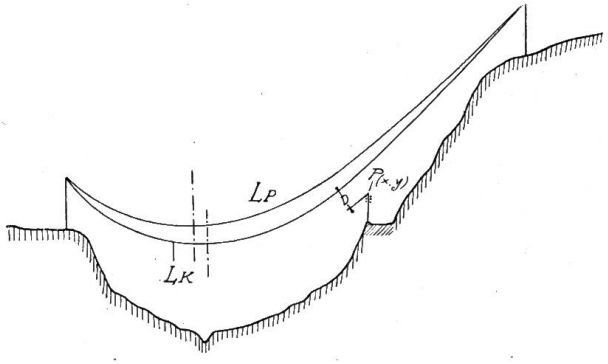


Fig. 11.

Abweichung zwischen der Parabel und der Kettenlinie bei grossen Spannweiten und Höhendifferenzen.
L_P = Parabel L_K = Kettenlinie.

kann und somit die Aenderung der Beanspruchung in beiden Fällen nach dem gleichen Gesetz (19)[1]) gerechnet werden darf. Anders ist es mit der Formel (16) mit welcher wir die Abszissenwerte x_1 und x_2 der Parabel berechneten. Das dritte Glied der Formel (6) für die Berechnung der Grösse y kann bei grossen Spannweiten wie wir im folgenden sehen werden, einen gewissen Wert erreichen, der bei einer genauen Rechnung nicht immer vernachlässigt werden darf.

Wir können also schreiben: $x_1 - x_2 = a$; ferner

$$y'_1 - y'_2 = h \quad \text{wobei}$$

$$y'_1 = \frac{\gamma x_1^2}{2p} + \frac{\gamma^3 x_1^4}{24 p^3}$$

$$y'_2 = \frac{\gamma x_2^2}{2p} + \frac{\gamma^3 x_2^4}{24 p^3}$$

Somit erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} &\text{a)} \quad x_1 - x_2 = a \\ &\text{b)} \quad h = \frac{\gamma a}{2p}(x_1 + x_2)\left[1 + \frac{\gamma^2}{24 p^2}(x_1^2 + x_2^2)\right] \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Durch Auflösung obiger Formeln (20) nach x_1 und x_2 stösst man auf Gleichungen dritten Grades, deren Auflösung nach der Cardan'schen Formel sehr umständlich wäre. Deshalb bedienen wir uns hier folgenden Kunstgriffes, der sehr rasch zum Ziele führt. Wir bestimmen vorerst mittelst der bekannten Formel (16) die Näherungswerte x'_1 und x'_2, berechnen die Summe ihrer Quadrate $x'^2_1 + x'^2_2$ und setzen diese im Klammerausdruck für $x_1^2 + x_2^2$ ein. Wir berechnen hierauf aus der Formel (20 b) die Summe $x_1 + x_2$ und daraus und aus der Gleichung (20 a) die Werte x_1 und x_2 für die Kettenlinie. Obige Annahme von $x_1'^2 + x'^2_2 = x_1^2 + x_2^2$, wobei x'_1 und x'_2 die dem Parabelscheitel zugehörigen Abszissenwerte darstellen, ist zulässig, denn diese Werte sind im Verhältnis zu ihrer Grösse mit genügender Annäherung gleich den gesuchten Werten x_1 und x_2. Der Scheitel der Kettenlinie liegt nun um $f_2 = \frac{\gamma x_2^2}{2p} + \frac{\gamma^3 x_2^4}{24 p^3}$ tiefer als der untere Aufhängepunkt.

4. Beispiel.

In Erläuterung der obigen Ausführungen sei folgendes Beispiel aus der Praxis erwähnt:

Es sollte über eine Spannweite von $a = 451$ Metern zwischen zwei Punkten mit den Höhenquoten 21 m und 113,8 m ein Kabel von 0,60 cm² Querschnitt aus Hartkupfer von 4000 kg/cm² Bruchfestigkeit gezogen werden. Von der Bauunternehmerin war für die ganze ca. 10 km lange Leitungsstrecke eine konstante Grundspannung (im Scheitel) von 532 kg/cm² bei der mittleren Jahrestemperatur des Ortes von + 10° C gegeben.

A. Gesucht ist *bei 0° mit Schnee die Höhe des Kabels über Erde im Punkt P*, der auf dem Terrainprofil der Fig. 11 gezeichneten Strassenböschung, und zwar a) bei der gewöhnlichen Rechnung mit der Parabel, und b) bei der genauen Rechnung mit der Kettenlinie.

Zur Berechnung der Beanspruchung bei 0° mit Schnee erhalten wir nach Gleichung (19):

$$p^3\left(1 + \frac{9{,}28^2 \cdot 10^6}{2 \cdot 4{,}51^2 \cdot 10^8}\right) + p^2\left[\frac{8{,}9^2 \cdot 10^{-6} \cdot 4{,}51^2 \cdot 10^8 \cdot 1{,}32 \cdot 10^6}{24 \cdot 5{,}32^2 \cdot 10^4} \cdot 0{,}98 - 10 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-5} \cdot 1{,}32 \cdot 10^6\right.$$

$$\left. - 5{,}32 \cdot 10^2\left(1 + \frac{9{,}28^2 \cdot 10^6}{2 \cdot 4{,}51^2 \cdot 10^8}\right)\right] = \frac{22{,}1^2 \cdot 10^{-6} \cdot 4{,}51^2 \cdot 10^8 \cdot 1{,}32 \cdot 10^6 \cdot 0{,}98}{24}$$

woraus wir ermitteln: $p = 1310$ kg/cm².

[1]) Eventuell mit einer Korrektur entsprechend $\frac{l_0}{b} > 1$ (siehe Seite 194 und 195).

a) Berechnung mit der Parabel.

Wir rechnen nach Formel (16):

$$x = 4{,}51 \cdot 10^4 - \frac{2 \cdot 1{,}310 \cdot 10^3 \cdot 9{,}28 \cdot 10^3}{22{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}51 \cdot 10^4} = 207 \text{ m}$$

$$\text{d. h.} \quad x_2 = -\frac{207}{2} = -103{,}5 \text{ m}$$

$$x_1 = 451 - 103{,}5 = 347{,}5 \text{ m}$$

und es ist somit:

$$f_2 = \frac{22{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}07^2 \cdot 10^8}{8 \cdot 1{,}310 \cdot 10^3} = 9{,}05 \text{ m}.$$

Der Parabelscheitel befindet sich also um $y = 21 + 16 - 9{,}05 = 27{,}95$ m über der gezeichneten Abszisse der Fig. 12, und der Abszissenwert des Leitungspunktes über dem Punkt P ist $x' = 301 - 103{,}5 = 197{,}5$ m. Es lässt sich daraus die zugehörige Ordinate Y berechnen zu:

$$Y = y + y' = 27{,}95 \cdot 10^2 + \frac{1{,}975^2 \cdot 10^8 \cdot 22{,}1 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1{,}31 \cdot 10^3} = 60{,}9 \text{ m}.$$

Die Höhe der Leitung über dem Punkte P der Strassenböschung bei 0^0 mit Schnee lässt sich somit zu $60{,}9 - 54{,}4 = 6{,}5$ m bestimmen.

b) Berechnung mit der Kettenlinie.

Für die Scheitelbeanspruchung p im neuen Zustand dürfen wir hier die gleiche unter A berechnete Grösse $p = 1310$ kg/cm² einsetzen.

Bei genauer Rechnung sollte man in obiger Ableitung allerdings noch eine Korrektur entsprechend $\frac{l_0}{b} > 1$ anbringen. Diese Korrektur hat jedoch keinen praktischen Einfluss auf das Endresultat und kann vernachlässigt werden. Wir berechnen nämlich:

$$l_0 = 4{,}51 \cdot 10^4 + \frac{9{,}28^2 \cdot 10^6}{2 \cdot 4{,}51 \cdot 10^4} + \frac{8{,}9^2 \cdot 10^{-6} \cdot 4{,}51^3 \cdot 10^{12}}{24 \cdot 5{,}32^2 \cdot 10^4} = 4{,}712 \cdot 10^4 \text{ cm}$$

woraus wir erhalten: $\frac{l_0}{b} = \frac{471{,}2}{460} = 1{,}045$

Bei Berücksichtigung dieser Korrektur in Formel (19) erhalten wir:

$$p = \backsim 1311 \text{ kg/cm}^2.$$

Demnach können wir nun direkt zur Berechnung der Abszissenwerte x_1 und x_2 schreiten. Dazu schreiben wir nach den Formeln (20):

$$x_1 - x_2 = 451 \text{ und}$$

$$9{,}28 \cdot 10^3 = \frac{22{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}51 \cdot 10^4}{2 \cdot 1{,}310 \cdot 10^3} (x_1 + x_2) \left[1 + \frac{22{,}1^2 \cdot 10^{-6}}{24 \cdot 1{,}31^2 \cdot 10^6} (3{,}475^2 + 1{,}035^2)\, 10^8 \right]$$

woraus wir erhalten:

$$x_1 + x_2 = 240 \text{ m}$$
$$x_1 - x_2 = 451 \text{ m}$$
$$x_1 = 345{,}5 \text{ m}$$
$$x_2 = -105{,}5 \text{ m}$$

woraus wir ferner berechnen können:

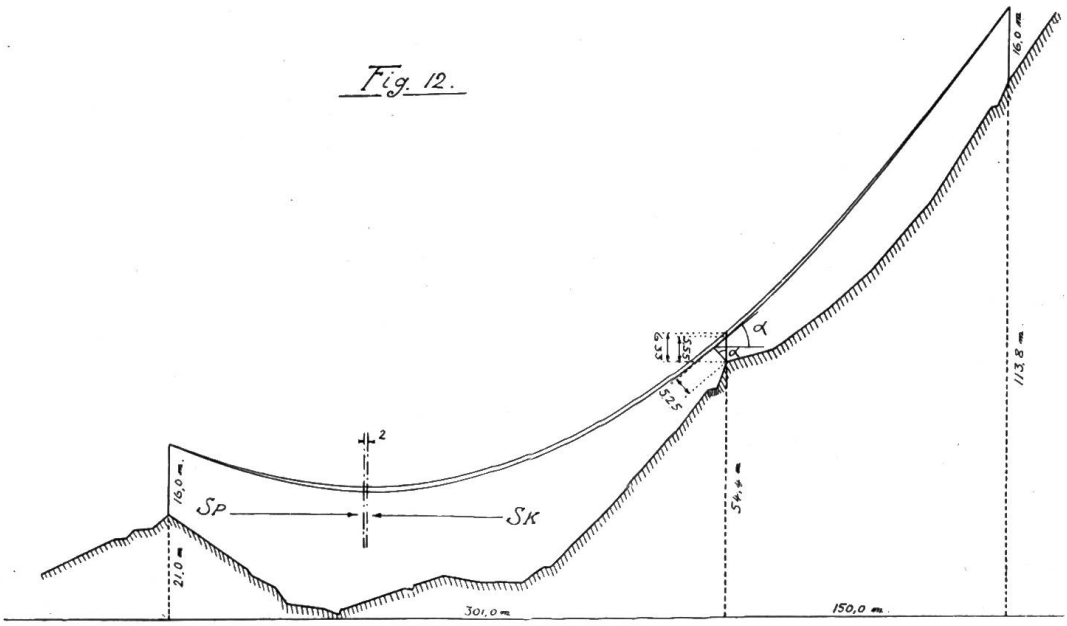
$$f_2 = \frac{22{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}055^2 \cdot 10^8}{2 \cdot 1{,}31 \cdot 10^3} + \frac{22{,}1^3 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}055^4 \cdot 10^{16}}{24 \cdot 1{,}31^3 \cdot 10^9} = 9{,}42 \text{ m}.$$

Der Kettenlinienscheitel befindet sich also um $y = 21 + 16 - 9{,}42 = 27{,}58$ m über der Abszisse, und der Abszissenwert ist $x' = 301 - 105{,}5 = 195{,}5$ m. Es lässt sich daraus die zugehörige Ordinate Y berechnen zu:

$$Y = y + y' = 2{,}758 \cdot 10^3 + \frac{22{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}955^2 \cdot 10^8}{2 \cdot 1{,}310 \cdot 10^3} + \frac{22{,}1^3 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}955^4 \cdot 10^{16}}{24 \cdot 1{,}31^3 \cdot 10^9}$$

$$Y = 60{,}17 \text{ m}.$$

Die Höhe der Leitung über dem Punkte P beträgt somit bei 0^0 mit Schnee in Wirklichkeit nur $60{,}17 - 54{,}4 = 5{,}77$ m. Sie entspricht also nicht den Vorschriften (Art. 68 B. V.).



Abweichung zwischen der Parabel und der Kettenlinie bei + 40° C.
S_P = Scheitel der Parabel. S_K = Scheitel der Kettenlinie.

B. Wie gross wird der betreffende *Abstand der Leitung vom Punkte P bei + 40°C,*

a) bei der gewöhnlichen Rechnung mit der Parabel,
b) bei der genauen Rechnung mit der Kettenlinie.

Wir rechnen ganz ähnlich wie unter A nach Gleichung (19):

$$p^3 \cdot 1{,}021 + p^2 [30700 + (40 - 10)\, 1{,}7 \cdot 10^{-5} \cdot 1{,}32 \cdot 10^6 - 5{,}32 \cdot 1{,}021] =$$

$$\frac{8{,}9^2 \cdot 10^{-6} \cdot 4{,}51^2 \cdot 10^8 \cdot 1{,}32 \cdot 10^6 \cdot 0{,}98}{24}$$

woraus wir erhalten: $p = 525$ kg/cm².

a) Berechnung mit der Parabel.

Nach (16) ergibt sich:

$$x = 4{,}51 \cdot 10^4 - \frac{2 \cdot 5{,}25 \cdot 10^2 \cdot 9{,}28 \cdot 10^3}{8{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}51 \cdot 10^4} = 2{,}08 \cdot 10^4 = 208 \text{ m}$$

$$\text{d. h.} \quad x_2 = \frac{-208}{2} = -104 \text{ m}$$

$$x_1 = 451 - 104 = 347 \text{ m}.$$

Wir erhalten ferner: $$f_2 = \frac{8{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}04^2 \cdot 10^8}{2 \cdot 5{,}25 \cdot 10^2} = 9{,}17 \text{ m}$$

und somit: $$y = 21 + 16 - 9{,}17 = 27{,}83 \text{ m}$$
$$x' = 301 - 104 = 197 \text{ m}$$

$$Y = y + y' = 27{,}83 \cdot 10^3 + \frac{1{,}97^2 \cdot 10^8 \cdot 8{,}9 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 5{,}25 \cdot 10^3} = 60{,}73 \text{ m}.$$

Die Höhe der Leitung über dem Punkte P bei $+40^0$ C lässt sich durch die Rechnung mit der Parabel zu 60,73 — 54,4 = 6,33 m bestimmen.

b) Berechnung mit der Kettenlinie.

Es ergibt sich aus den Gleichungen (20):

$x_1 - x_2 = 451$ und

$$9{,}28 \cdot 10^3 = \frac{8{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}51 \cdot 10^4}{2 \cdot 5{,}25 \cdot 10^3}(x_1 - x_2)\left[1 + \frac{8{,}9^2 \cdot 10^{-6}}{24 \cdot 5{,}25 \cdot 10^6} \cdot 10^8 (3{,}47^2 + 1{,}04^2)\right]$$

woraus wir erhalten:
$$x_1 - x_2 = 451 \text{ m}$$
$$x_1 + x_2 = 239 \text{ m}$$
$$x_1 = 345 \text{ m}$$
$$x_2 = -106 \text{ m}.$$

Es ergibt sich: $$f_2 = \frac{8{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}06^2 \cdot 10^8}{2 \cdot 5{,}25 \cdot 10^2} + \frac{8{,}9^3 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}06^4 \cdot 10^{16}}{24 \cdot 5{,}25^3 \cdot 10^6} = 9{,}54 \text{ m}$$

und somit: $$y = 21 + 16 - 9{,}54 = 27{,}46 \text{ m}$$
$$x' = 301 - 106 = 195 \text{ m}$$

$$Y = y + y' = 27{,}46 + \frac{8{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}95^2 \cdot 10^8}{2 \cdot 5{,}25 \cdot 10^3} + \frac{8{,}9^3 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}95^4 \cdot 10^{16}}{24 \cdot 5{,}25^3 \cdot 10^6} = 59{,}95 \text{ m}.$$

Die wirkliche Höhe der Leitung über P nach der Kettenlinie gerechnet lässt sich somit bei $+40^0$ C zu 59,95 — 54,40 = 5,55 m bestimmen.

Dabei vergesse man nicht, dass diese Grösse 5,55 m nicht den kürzesten Abstand darstellt. Jener ist nach Fig. 12 vielmehr gleich $5{,}55 \cdot \cos \alpha$ wobei α in jedem Punkt aus folgender Beziehung ermittelt werden kann:

$$tg\, \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{2c} = \frac{\gamma x}{p}$$

Für $x = x' = 1{,}95 \cdot 10^4$ erhalten wir: $tg\, \alpha = \dfrac{8{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}95 \cdot 10^4}{525} = 0{,}33$

woraus wir finden: $$\alpha = \sim 18^0\, 20'$$
$$\cos \alpha = 0{,}95$$

Es ist somit der kürzeste Abstand D zwischen der Leitung und dem Punkt P:
$$D = 5{,}55 \cdot 0{,}95 = 5{,}25 \text{ m}.$$

C. *Die genauere Durchhangsberechnung bei grossen Spannweiten.*

Es sei noch an dieser Stelle auf den Umstand aufmerksam gemacht, dass die Formel (9) für die Berechnung des Durchhanges eine Näherungsformel ist, die man bei grossen Spannweiten nur mit Vorsicht anwenden darf. Bei ihrer Entwicklung vernachlässigten wir nämlich ein zweites Glied von der Grösse $\dfrac{\gamma^3 \cdot a^4}{16 \cdot 24 \cdot p^3}$, das bei grossen Spannweiten nicht mehr

unberücksichtigt bleiben darf. Für den im vorigen Abschnitt durchgerechneten Fall würde z. B. die Näherungsformel (9) bei $+10^0$ C einen Durchhang von:

$$f = \frac{8{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}51^2 \cdot 10^8}{8 \cdot 5{,}32 \cdot 10^2} = 42{,}5 \text{ m ergeben,}$$

währenddem derselbe genauer:

$$f' = f + \frac{8{,}9^3 \cdot 10^{-9} \cdot 4{,}51^4 \cdot 10^{16}}{16 \cdot 24 \cdot 5{,}32^3 \cdot 10^6} = 43{,}0 \text{ m}$$

beträgt.

Regulieren wir nun auf irgend eine Weise durch die Visier- oder durch die Schwingungsmethode den Durchhang auf den kleinern Wert, so spannen wir die Leitung zu stark, und es kann die Beanspruchung in gewissen Fällen erheblich anwachsen. Diese grössere Beanspruchung kann leicht aus folgender nach p aufgelösten Formel ermittelt werden:

$$f' = \frac{\gamma \cdot a^2}{8 \cdot p} + \frac{\gamma^3 \cdot a^4}{24 \cdot 16 \cdot p^3} \qquad \text{wobei} \quad f = \frac{\gamma \cdot a^2}{8 \cdot p_1} \text{ ist;}$$

wir erhalten also allgemein:

$$p^3 - p_1 \cdot p^2 = \frac{\gamma^2 \cdot a^2}{48} \cdot p_1$$

Für den oben erwähnten Fall also:

$$p^3 - 532 \cdot p^2 = \frac{8{,}9^2 \cdot 10^{-6} \cdot 4{,}51^2 \cdot 10^8}{48} \cdot 532$$

$$\text{d. h. } p = 538 \text{ kg/cm}^2.$$

Auf 0^0 mit Schnee umgerechnet erhielte man 1325 kg/cm², also bereits 15 kg/cm² mehr als man beabsichtigt.

5. Durchhangskontrolle durch die Schwingungszahl.

Es sei an dieser Stelle noch ganz besonders an das Verfahren von *Dreisbach* (E.T.Z. 1909) erinnert, nach welchem man den *Durchhang einer Leitung durch ihre Schwingungszahl rasch kontrollieren* kann, und welches wegen seiner grossen Genauigkeit und Einfachheit in der Praxis mehr Beachtung finden dürfte.

Nach diesem Verfahren wird die Leitung in einer Spannweite als ein physisches Pendel betrachtet, für welches die Schwingungszeit bekanntlich wie folgt berechnet wird:

$$T = \pi \sqrt{\frac{I}{M \cdot g \cdot Z}}$$

Darin bedeuten: T = Schwingungsdauer einer einfachen Schwingung in sec.
M = Masse des Pendels in kg sec²/cm.
I = Trägheitsmoment des Systems in kg cm sec².
Z = Abstand des Schwerpunktes des Systems von der Drehaxe in cm.
g = Erdbeschleunigung = 981 cm/sec².

Für die Parabel können wir setzen:

$$Z = \frac{2}{3} f \qquad\qquad I = \frac{8}{15} M f^2$$

sodass wir erhalten:

$$n_{\text{sec.}} = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{M \cdot g \cdot \frac{2}{3} \cdot f}{\frac{8}{15} \cdot M \cdot f^2}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \cdot g}{\frac{8}{15} \cdot f}}$$

worin f den Durchhang in cm und n die Anzahl der einfachen Schwingungen pro Sekunde bedeuten.

Setzen wir f in Metern und n als Anzahl der Schwingungen pro Minute ein, so erhalten wir:

$$n_{\text{min.}} = \frac{60 \cdot 70}{2 \cdot \pi \cdot 10} \sqrt{f^{-1}}$$

und somit:

$$f = \left(\frac{66{,}9}{n}\right)^2 \qquad (21)$$

Aus Formel (21) können wir nachstehende Tabelle X berechnen.

Zusammenhang zwischen Schwingungszahl und Durchhang von Leitungen.

n = Zahl einfacher Schwingungen pro Minute.
f = Durchhang in Metern.

Tabelle X

n	f	n	f	n	f	n	f	n	f
160	0,17	107	0,39	69	0,94	45,5	2,16	26,5	6,37
158	0,18	106	0,40	68	0,97	45	2,21	26	6,62
156	0,18	105	0,41	67	1,00	44,5	2,26	25,5	6,88
154	0,19	104	0,41	66	1,03	44	2,31	25	7,16
152	0,19	103	0,42	65	1,06	43,5	2,36	24,5	7,45
150	0,20	102	0,43	64	1,09	43	2,42	24	7,78
148	0,20	101	0,44	63	1,12	42,5	2,47	23,5	8,10
146	0,21	100	0,45	62	1,16	42	2,53	23	8,47
144	0,22	99	0,46	61	1,20	41,5	2,60	22,5	8,85
142	0,22	98	0,47	60	1,24	41	2,66	22	9,26
140	0,23	97	0,48	59,5	1,26	40,5	2,73	21,5	9,70
138	0,23	96	0,49	59	1,28	40	2,80	21	10,17
136	0,24	95	0,50	58,5	1,31	39,5	2,87	20,5	10,65
134	0,25	94	0,51	58	1,33	39	2,94	20	11,19
132	0,26	93	0,52	57,5	1,35	38,5	3,01	19,5	11,77
130	0,26	92	0,53	57	1,38	38	3,11	19	12,40
129	0,27	91	0,54	56,5	1,40	37,5	3,18	18,5	13,1
128	0,27	90	0,55	56	1,43	37	3,27	18	13,8
127	0,28	89	0,56	55,5	1,45	36,5	3,36	17,5	14,6
126	0,28	88	0,58	55	1,48	36	3,46	17	15,5
125	0,29	87	0,59	54,5	1,50	35,5	3,55	16,5	16,4
124	0,29	86	0,60	54	1,53	35	3,65	16	17,5
123	0,30	85	0,62	53,5	1,56	34,5	3,75	15,5	18,6
122	0,30	84	0,63	53	1,59	34	3,87	15	19,9
121	0,31	83	0,65	52,5	1,62	33,5	3,98	14,5	21,3
120	0,31	82	0,66	52	1,65	33	4,11	14	22,8
119	0,32	81	0,68	51,5	1,68	32,5	4,24	13,5	24,6
118	0,32	80	0,70	51	1,72	32	4,37	13	26,5
117	0,33	79	0,72	50,5	1,75	31,5	4,51	12,5	28,6
116	0,33	78	0,73	50	1,78	31	4,66	12	31,1
115	0,34	77	0,75	49,5	1,82	30,5	4,82	11,5	33,8
114	0,34	76	0,77	49	1,86	30	4,97	11	37,0
113	0,35	75	0,79	48,5	1,90	29,5	5,15	10,5	40,6
112	0,36	74	0,82	48	1,94	29	5,31	10	44,8
111	0,36	73	0,84	47,5	1,98	28,5	5,52	9,5	49,6
110	0,37	72	0,86	47	2,02	28	5,70	9	55,2
109	0,38	71	0,89	46,5	2,07	27,5	5,91		
108	0,38	70	0,91	46	2,11	27	6,13		

Leitungen mit kleineren Spannweiten kann man leicht in regelmässige, pendelartige Schwingungen versetzen, indem man sie in der Nähe eines Aufhängepunktes anfasst und taktmässig seitlich hin und her bewegt. Die Hand muss dabei der Bewegung folgen. Bei grossen Spannweiten und schweren Leitungen werfe man ungefähr auf Höhe des Scheitelpunktes der Kettenlinie eine leichte Schnur vermittelst eines an einem Ende festgebundenen schweren Körper über den betreffenden Leiter, nehme hierauf die Schnur doppelt und versetze dann die Leitung in Schwingungen.

Es sei hier noch bemerkt, dass wir mit dieser Methode bei verhältnismässig ruhigem Wetter stets überraschend genaue Resultate erreichten.

Zusammenstellung der in dieser Abhandlung gebrauchten Bezeichnungen und der in den Formeln dafür verwendeten Masseinheiten.

a : horizontal gemessene Spannweite in cm.
a^* : Grenzspannweite in cm.
A_m : Höchstspannweite in cm.
$b = \sqrt{a^2 + h^2}$: Abstand zwischen den Aufhängepunkten.
$c = \frac{p}{\gamma}$: Parameter der Parabel in cm.
d : Durchmesser des Drahtes oder des Seiles in cm.
E : Elastizitätsmodul in kg/cm².
f : Durchhang in cm bei der Zugbeanspruchung p.
f_0 : Durchhang in cm bei der Zugbeanspruchung p_0.
$f_1 = h + f_2$: Höhe des oberen Aufhängepunktes über der Scheiteltangente der Parabel in cm.
f_2 : Höhe des unteren Aufhängepunktes über der Scheiteltangente der Parabel in cm.
$g = 981$: Beschleunigung der Schwere in cm/sec².
h : Höhendifferenz zwischen den Aufhängepunkten in cm.
I : Massenträgheitsmoment in kg cm sec².
l : Länge der Leitung zwischen zwei Masten in cm bei der Zugbeanspruchung p.
l_0 : Länge der Leitung zwischen zwei Masten in cm bei der Zugbeanspruchung p_0.
M : Masse in kg sec²/cm.
n : Anzahl der einfachen Schwingungen eines Pendels pro Minute.
p : spez. Zugbeanspruchung im Scheitel der Parabel oder Kettenlinie in kg/cm² bei der Temperatur t und dem spez. Gewicht γ.
p_0 : spez. Zugbeanspruchung im Scheitel der Parabel oder Kettenlinie in kg/cm² bei der Temperatur t_0 und dem spez. Gewicht γ_0.
p' : spez. Zugbeanspruchung in irgend einem Punkte der Leitung in kg/cm².
p^* : mittlere spez. Zugbeanspruchung für ein Parabel oder Kettenlinienelement in kg/cm².
p_m : maximale spez. Zugbeanspruchung in einer Spannweite in kg/cm².
p_z : maximal zulässige spez. Zugbeanspruchung in einer Leitung in kg/cm².
q : Querschnitt in cm².
t^* : Aequivalente Temperatur in °C.
t : Temperatur in ° C bei der Zugbeanspruchung p und dem spez. Gewicht γ.
t_0 : Temperatur in ° C bei der Zugbeanspruchung p_0 und dem spez. Gewicht γ_0.
T : Schwingungsdauer einer einfachen Schwingung in sec.
y : Ordinaten-Wert eines beliebigen Punktes der Parabel über der x-Axe in cm.
y' : Ordinaten-Wert eines beliebigen Punktes der Parabal über der Scheiteltangente als x-Axe in cm.
α : Wärmeausdehnungskoeffizient bezogen auf 1° C.
Γ : Belastung pro cm Leitung.
γ : spez. Gewicht in kg/cm³ bei der Zugbeanspruchung p und der Temperatur t.
γ_0 : spez. Gewicht in kg/cm³ bei der Zugbeanspruchung p_0 und der Temperatur t_0.
γ_{Schnee} : „virtuelles spez. Gewicht" in kg/cm³ bei 0° und einer Schneezusatzlast von ca. 800 gr. pro m. (Siehe Bulletin No. 6, Seiten 162 und 165/166.)