

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 9 (1918)
Heft: 2

Artikel: Ein neues graphisches Verfahren zur Vorausbestimmung der Erwärmung elektrischer Maschinen und Apparate für intermittierende Betriebe, einschliesslich Bahnen
Autor: Gut, G.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1057184>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Si des cours d'eau sont dérivés dans un bassin d'accumulation ou dans le bief supérieur d'une usine, les débits disponibles se mesurent dans le cours d'eau public.

Art. 22. Pour les usines avec accumulation on prend en considération le débit utilisable des affluents naturels, sans tenir compte de l'accumulation; si toutefois la capacité de l'installation dépasse le débit semi-annuel des cours d'eau utilisés, on tient compte du débit naturel jusqu'à concurrence du débit semi-annuel.

VI. Usines avec accumulation.

Au delà de cette quantité on ne tient compte du débit que s'il est effectivement utilisé.

On entend par débit semi-annuel le débit moyen journalier qui est dépassé aussi souvent qu'il n'est pas atteint dans le cours de l'année.

Demeure réservée la réduction de la redevance pour le supplément de force prévu par l'article 49, 2^e alinéa, de la loi fédérale sur l'utilisation des forces hydrauliques.

Art. 23. Le calcul de la redevance pour les droits d'eau accordés postérieurement au 25 octobre 1908 sera déterminé dès le 1^{er} janvier 1918 conformément aux dispositions du présent règlement.

D. Mise en vigueur.

Si le propriétaire d'un droit d'eau antérieur au 25 octobre 1908 a obtenu après cette date la concession de forces nouvelles, la redevance sera calculée pour celles-ci d'après les prescriptions du présent règlement.

Berne, le 12 février 1918.

Au nom du Conseil fédéral suisse:

Le président de la Confédération,
Calonder.

Le chancelier de la Confédération,
Schatzmann.



Ein neues graphisches Verfahren zur Vorausbestimmung der Erwärmung elektrischer Maschinen und Apparate für intermittierende Betriebe, einschliesslich Bahnen.

Von *G. Gut*, Baden.

Uebersicht.

Während in Bezug auf die Vorausberechnung der Erwärmung elektrischer Maschinen und Apparate gewöhnlich eine mehr oder weniger grosse Unsicherheit in Kauf zu nehmen ist, gibt die Theorie der Erwärmung und Abkühlung homogener Körper die Möglichkeit, die Erwärmungs- und Belastungsverhältnisse von Maschinen und Apparaten für kurzzeitigen oder aussetzenden Betrieb mit hinreichender Genauigkeit festzustellen. Dass diese Erwärmungsprobleme, die von verschiedenen Autoren bearbeitet worden sind, in der Praxis nicht allgemeine Anwendung gefunden haben, rührt unseres Erachtens davon her, dass es bisher unterlassen wurde, die relativ einfache Theorie zum praktischen Gebrauch in eine möglichst einfache Form zu kleiden.

Es ist das Ziel der vorliegenden Arbeit, auf der Grundlage dieser Theorie dem berechnenden und projektierenden Ingenieur zu ermöglichen, elektrische Maschinen, Apparate, Leitungen etc. für irgendwelche unregelmässige oder intermittierende Betriebe unter Beobachtung der bestehenden Vorschriften betreffend Erwärmung rationell zu dimensionieren.

Die vom Verfasser konstruierte Rechentafel ermöglicht die Lösung aller mit den Erwärmungs- und Abkühlungsgleichungen zusammenhängenden Aufgaben, z. B. die Aufstellung genauer Temperaturdiagramme. Die Anwendung moderner graphischer Methoden mag auch dem dieser Materie ferner stehenden Leser einiges Interesse bieten.

1. Die allgemeinen Gleichungen für Erwärmung und Abkühlung.

Die Temperatur eines durch eine konstante Stromquelle geheizten Körpers steigt am Anfang, solange die Wärme restlos vom Körper aufgespeichert wird, proportional mit der Einschaltzeit; die Funktion stellt sich im kartesischen Koordinatensystem als Gerade durch den Koordinatenursprung dar, deren Lage durch Bestimmung eines weiteren Punktes mit seinen Koordinaten ϑ und t oder durch den Neigungswinkel φ gegeben ist. Ein Leiter von der Länge l (in Meter), dem Querschnitt q (in mm^2) und der spezifischen Leitfähigkeit σ werde von dem konstanten Strom J durchflossen. In der Zeit t werden dann $\frac{J^2 \cdot l \cdot t}{q \cdot \sigma}$

Wattsekunden erzeugt. Die in der gleichen Zeit im Draht aufgespeicherte Wärme beträgt $G \cdot c \cdot \vartheta$ cal, in Wattsekunden ausgedrückt = $4,189 \cdot G \cdot c \cdot \vartheta$ (G = Gewicht in Gramm, c = spezifische Wärme und ϑ = Temperaturerhöhung nach der Zeit t). Gemäss der Annahme, dass die eingeleitete Wärme nur zur Temperaturerhöhung des Leiters dient, können die beiden Beträge einander gleichgesetzt werden $\frac{J^2 \cdot l \cdot t}{q \cdot \sigma} = 4,189 \cdot G \cdot c \cdot \vartheta$. Wird $l \cdot q \cdot \gamma$ statt G eingesetzt, so ergibt sich zuletzt:

$$\vartheta = \frac{\left(\frac{J}{q}\right)^2 \cdot t}{4,189 \cdot c \cdot \gamma \cdot \sigma}$$

Fasst man $4,189 \cdot c \cdot \gamma$ zu einer einzigen Konstanten K zusammen, die definiert ist als die Wärmekapazität des betreffenden Materials, ausgedrückt in Wattsekunden pro cm^3 und $^{\circ}\text{C}$ Temperaturerhöhung, so ist:

$$(1) \quad \vartheta = \frac{\left(\frac{J}{q}\right)^2 \cdot t}{K \cdot \sigma}$$

Aus Fig. 1 kann die kurzzeitige Erwärmung verschiedener Metalle abgelesen werden.

Für die spezifische Leitfähigkeit σ ist ein dem betreffenden Temperaturbereich entsprechender Mittelwert einzusetzen. Für die Neigung der Geraden gilt:

$$(2) \quad \text{tg } \varphi = \frac{\vartheta}{t} = \frac{\left(\frac{J}{q}\right)^2}{K \cdot \sigma}$$

Die Erwärmungsgerade ist also durch die Materialkonstante K und die Stromdichte $\frac{J}{q}$ bestimmt.

Bei Dauereinschaltung nähert sich infolge der Wärmeabgabe nach aussen die Tem-

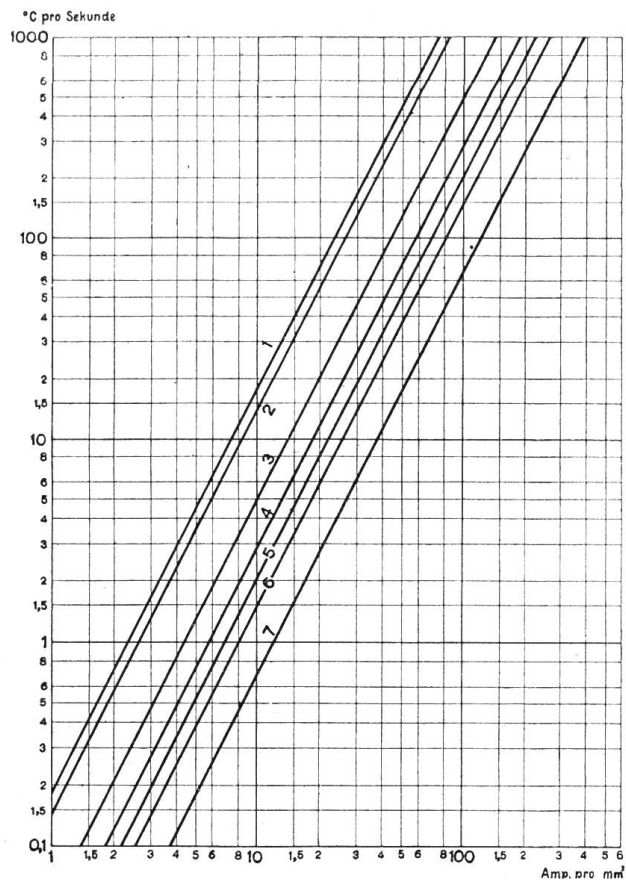


Fig. 1. Tabelle für kurzzeitige Erwärmung von Metallen.

- | | |
|-------------------|--------------|
| 1. Gusseisen | 5. Messing |
| 2. Rheotan | 6. Aluminium |
| 3. Eisen | 7. Kupfer |
| 4. Zink u. Platin | |

peraturkurve asymptotisch einem Grenzwert ϑ_{\max} , der so hoch liegt, dass sich zwischen der in der Zeiteinheit zugeführten und durch Strahlung und Leitung abgegebenen Wärmemenge ein Gleichgewichtszustand einstellt:

$$\frac{J^2 \cdot l}{q \cdot \sigma} = \vartheta_{\max} \cdot s \cdot \alpha$$

wo α der Koeffizient der Wärmeabgabe (Erwärmungskonstante), s die Oberfläche und W die Wattbelastung des Leiters ist. Für die Endtemperaturerhöhung erhält man dann den bekannten Ausdruck:

$$(3) \quad \vartheta_{\max} = \frac{W}{s \cdot \alpha}$$

Die Erwärmungslinie für kurzzeitige Einschaltung mit der Neigung gegen die Abszissenaxe = $\operatorname{tg} \varphi$ und die Erwärmungslinie für Dauerbetrieb die parallel mit der Abszissenaxe verläuft, begrenzen die Kurve, die das Anwachsen der Temperatur mit der Zeit veranschaulicht. Drückt man die Wärmebilanz des Leiters zu irgend einer Zeit aus durch die Gleichung:

$$(4) \quad \begin{array}{l} \text{Wärmekapazität} \\ G \cdot c \cdot d\vartheta \end{array} = \begin{array}{l} \text{eingeleitete Wärme} \\ W \cdot dt \end{array} - \begin{array}{l} \text{Wärmeverlust} \\ \vartheta \cdot s \cdot \alpha \cdot dt \end{array}$$

so erhält man, da für $t = 0$ auch $\vartheta = 0$ ist

$$t = G \cdot c \int_0^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{W - s \cdot \alpha \cdot \vartheta} = \frac{G \cdot c}{s \cdot \alpha} \cdot \ln \frac{W}{W - \vartheta \cdot s \cdot \alpha}$$

Im stationären Zustande ist nach (3)

$$(5) \quad W = \vartheta_{\max} \cdot s \cdot \alpha \text{ und}$$

$$(6) \quad W - \vartheta \cdot s \cdot \alpha = (\vartheta_{\max} - \vartheta) \cdot s \cdot \alpha$$

Eingesetzt in Gleichung (4) ergibt sich

$$t = \frac{G \cdot c}{s \cdot \alpha} \cdot \ln \frac{\vartheta_{\max}}{\vartheta_{\max} - \vartheta}$$

Der Ausdruck $\frac{G \cdot c}{s \cdot \alpha}$, der von den Abmessungen $\left(\frac{G}{s}\right)$ und den Wärmeeigenschaften $\left(\frac{c}{\alpha}\right)$ des Körpers abhängig ist, wird zu einer Konstanten zusammengefasst. Indem man

$$(7) \quad \frac{G \cdot c}{s \cdot \alpha} = t_0$$

setzt, erhält man schliesslich

$$(8) \quad t = t_0 \cdot \ln \frac{\vartheta_{\max}}{\vartheta_{\max} - \vartheta} \left. \vphantom{t} \right\} \text{Erwärmung}$$

und

$$(9) \quad \vartheta = \vartheta_{\max} \left(1 - e^{-\frac{t}{t_0}}\right)$$

Diesen Gleichungen entspricht eine logarithmische Kurve deren Tangente die bereits erwähnte Temperaturanstiegsgerade mit der Neigung gegen die x-Axe von

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\vartheta}{t} = K \left(\frac{J}{q}\right)^2$$

und deren Asymptote die Horizontale in $\vartheta = \vartheta_{\max}$ ist.

Dass die Gerade des Temperaturanstiegs wirklich die Tangente an der Erwärmungskurve im Nullpunkt ist, bestätigt sich aus (4) und (6), da sich für $\vartheta = 0$ ergibt:

$$(10) \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\vartheta_{\max}}{t_0}$$

In analoger Weise können die Gleichungen für die Abkühlung abgeleitet werden

$$\begin{aligned}
 (11) \quad & t = t_0 \cdot \ln \frac{\vartheta_{\max}}{\vartheta} \\
 (12) \quad & \vartheta = \vartheta_{\max} e^{-\frac{t}{t_0}}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} (11) \\ (12) \end{aligned}} \right\} \text{Abkühlung.}$$

Die Gleichungen (8) bis (12) enthalten ausser den beiden Variablen t und ϑ zwei Konstanten t_0 und ϑ_{\max} , durch welche jede Erwärmungskurve eindeutig bestimmt ist. Es ist leicht einzusehen, dass auch der Neigungswinkel und ϑ_{\max} , das heisst die Tangente und die Asymptote die Kurve bestimmen. Die Konstante $t_0 = \frac{G \cdot c}{s \cdot \alpha}$ besitzt die Dimension

einer Zeit und wird nach dem Vorschlag von Oelschläger *Zeitkonstante* genannt, t_0 ist diejenige Zeit, die der Leiter brauchen würde, um sich auf die Temperatur ϑ_{\max} zu erwärmen, wenn keine Wärmeabgabe nach aussen stattfände. Die logarithmische Kurve hat die Eigenschaft, dass die Subtangente, auf der Asymptote gemessen, für jeden Punkt der Kurve gleich gross ist, d. h., die Tangente und die Ordinate in irgend einem Punkte der Erwärmungskurve schneiden, bis zur Asymptote verlängert, auf der letzteren die Strecke t_0 ab.

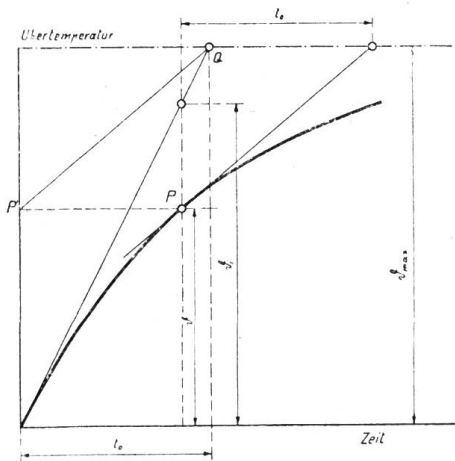


Fig. 2. Graphische Bestimmung der Konstanten ϑ_{\max} und t_0

Auf diese Weise können durch eine einfache geometrische Konstruktion aus einer nicht bis zur Beharrungstemperatur aufgenommenen Kurve die Konstanten ϑ_{\max} und t_0 ermittelt werden. Die Asymptote ist nach dem oben gesagten diejenige Parallele zur x -Axe, für welche die Subtangente von allen Punkten der Kurve gleich gross werden. In Fig. 2 ist hierfür eine einfache Konstruktion angedeutet. Zu der Tangente im zuletzt aufgenommenen Punkte P ist eine Parallele durch P_1 gezogen; diese schneidet die Anfangstangente im Punkte Q, dessen Ordinate $= \vartheta_{\max}$ und dessen Abszisse $= t_0$ ist. ¹⁾ Bequemer ist die von A. Müller ²⁾ angegebene Formel

$$(13) \quad \vartheta_{\max} = \frac{\vartheta^2}{2\vartheta - \vartheta_1}$$

mittelst welcher man aus zwei Temperaturablesungen ϑ und ϑ_1 , deren Zeiten t und t_1 sich wie 1:2 verhalten, ϑ_{\max} ermitteln kann.

Die Konstanten müssen aber auch bestimmbar sein aus zwei ganz beliebigen, durch ihre Koordinaten t und ϑ gegebenen Punkten der Kurve oder aus der Anfangstangente und einem beliebigen Punkt der Kurve. Die Lösung dieser Probleme wird durch die weiter unten beschriebene Rechentafel ermöglicht. Es ist aber auch möglich, die Zeitkonstante zu ermitteln wenn man den zeitlichen Verlauf der Erwärmung nicht kennt. Aus Gleichung (2) und (10) ergibt sich der einfache Ausdruck

$$(14) \quad t_0 = \frac{\vartheta_{\max} \cdot K \cdot \sigma}{\left(\frac{J}{q}\right)^2} \text{ sec.}$$

Für blanke Leiter kann man t_0 aus der bei einer bestimmten Stromdichte gemessenen Endtemperatur berechnen. Für isolierte Leiter, Spulen etc. ist eine Korrektur entsprechend der Wärmekapazität der Isolation anzubringen, man kann aber auch wie folgt vorgehen:

Wenn man Gleichung (7) in die Form

$$t_0 = \frac{G \cdot c \cdot \vartheta_{\max}}{s \cdot \alpha \cdot \vartheta_{\max}}$$

¹⁾ Dr. Oskar Szilas. Graphische Untersuchung des Erwärmungsproblems von elektrischen Maschinen und Transformatoren. Elektrotechnik und Maschinenbau, 1913, Heft 50 und 51. Der Verfasser hat das zeichnerische Verfahren auf die Lösung verschiedener Aufgaben ausgedehnt.

²⁾ Elektrotechnik und Maschinenbau 1915, Heft 2.

bringt, wobei nach Gleichung (5) $s \cdot \alpha \cdot \vartheta_{\max} = W$ ist, so erhält man einen weiteren Ausdruck zur Berechnung der Zeitkonstanten

$$(15) \quad t_0 = \frac{4,189 \vartheta_{\max} \cdot G \cdot c}{W} \text{ sec.}$$

(G in Gramm, W in Watt) d. h. die Zeitkonstante kann aus der Wärmekapazität eines Körpers und aus der bei einer bestimmten Wattbelastung gemessenen Endtemperatur berechnet werden.

Für kombinierte Körper, z. B. isolierte Spulen und Blechpakete müssen die verschiedenen Materialien getrennt eingesetzt werden, da die Werte für c stark differieren. Weit kleineren Schwankungen ist dagegen der Wert $K = 4,189 \cdot c \cdot \gamma$ unterworfen. Durch Einsetzen der Konstanten K und des Volumens V an Stelle von G in Gleichung (15) erhalten wir

$$(16) \quad t_0 = \frac{\vartheta_{\max} \cdot V \cdot K}{W} \text{ sec.}$$

Für kombinierte Körper kann K entsprechend dem Anteil der verschiedenen Materialien eingesetzt werden, wobei es der geringen Schwankung von K wegen auf genaue Verteilung nicht ankommt.

Ueber die spezifische Wärme der Isoliermaterialien der Elektrotechnik sind in der Literatur nur spärliche Angaben zu finden; der in untenstehende Tabelle eingesetzte Wert $K = 2,5$ dürfte indessen annähernd das Richtige treffen. Die Werte von K für Spulen aus Kupfer (3,5) und Isolation (2,5) ergeben sich dann auf einfache Weise z. B. bei 80 Volumenprozenten Kupfer $K = 2,5 + 0,8 = 3,3$, bei 60 Volumenprozenten Kupfer $K = 2,5 + 0,6 = 3,1$. Für Lufträume, (z. B. bei nicht compoundierten Spulen aus Runddraht) ist ein entsprechender Abzug vom Volumen vorzunehmen. Für Blechpakete mit mindestens 90 Volumenprozenten Eisen ist $K = 3,6$ einzusetzen.

Tabelle 1.

Material	Spezifische Wärme c	Spezifisches Gewicht γ	Wärmekapazität Watt sek./cm ³ °C $K = 4,189 \cdot c \cdot \gamma$
Aluminium	0,215	2,65	2,4
Kupfer	0,094	8,9	3,5
Zink	0,094	7,13	2,8
Eisen (Blech, Draht)	0,113	7,8	3,7
Gusseisen	0,125	7,25	3,8
Messing	0,092	8,55	3,3
Bronze	0,09	7,5 — 8,9	2,8 — 3,3
Isolationsmaterial	0,6 — 0,3	1,0 — 2,0	2,5
Oel	0,4	0,9	1,5
Kohle	0,19	1,5	1,2

Bei Erwärmungsversuchen macht man die Wahrnehmung, dass die gemessenen Endtemperaturen mit der wärmeerzeugenden Wattbelastung nicht linear anwachsen. Die spezifische Wärmeabgabe α ist eben keine Konstante, sondern eine von der Ubertemperatur abhängige Grösse; die Funktion $\vartheta_{\max} = f(W)$ lässt sich für die Praxis genügend genau schreiben

$$(17) \quad \vartheta_{\max} = \text{Konst.} \cdot W^n$$

wo der Exponent $n < 1$ für den gebräuchlichen Temperaturbereich im Mittel zirka 0,8 ist.

Für Strahlung ist nach dem Stefan-Bolzmannschen Gesetz die an die Umgebung übergehende Wärme abhängig von dem Ausdruck $W_s = \text{Konst.} \left\{ \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right\}$ wo T_1 die absolute Temperatur des wärmestrahlenden Körpers, T_2 die absolute Temperatur des wärmeaufnehmenden Körpers ist.¹⁾

Tragen wir die Endtemperatur als Funktion des obigen Ausdruckes auf logarithmisch geteiltes Papier auf, so erhalten wir eine leicht gekrümmte Kurve, die für nicht zu grosse Temperaturdifferenzen durch eine Gerade ersetzt werden kann; die Tangente des Neigungswinkels, welche diese Gerade mit der Abszissenaxe bildet, ergibt den Exponenten n in Bezug auf Strahlung für diesen Temperaturabschnitt.

Zur Bestimmung der Einflüsse von Leitung und Konvektion gehen wir in ähnlicher Weise vor. Für Leitung allein benutzen wir Untersuchungen von *M. de Wit* über die Wärmeabgabe blanker stromdurchflossener Leitungsdrähte in ruhender Luft²⁾, nach welchen die Wärmeleitung durch Luft für ein und dieselbe Anordnung von dem Ausdruck abhängt

$$W_L = \text{Konst.} \left\{ \vartheta_1 - \vartheta_2 \left(1 + 0,0012 (\vartheta_1 + \vartheta_2) \right) \right\}$$

Für Wärmeabgabe durch Leitung und Konvektion bei Rohren fand *Wamsler*³⁾ die Beziehung

$$W_{L+K} = d^{-0,3} (\vartheta_1 - \vartheta_2)^{1,233}$$

$d = \text{Durchmesser in m.}$

Diese Funktion stellt sich auf Logarithmenpapier als Gerade dar, der Exponent n wird

$$n = \frac{1}{1,233} = 0,81$$

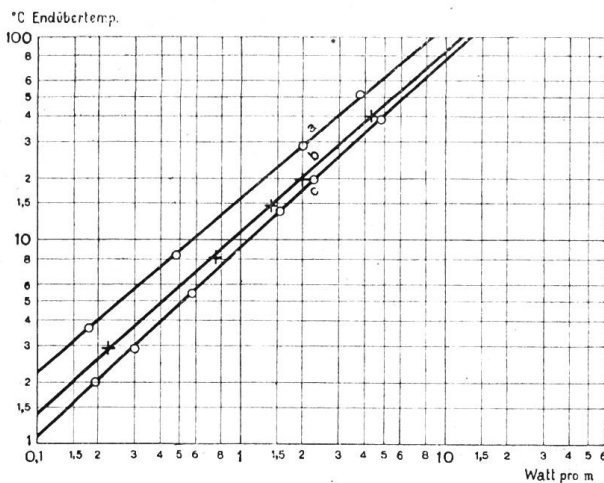


Fig. 3. Belastung blanker Kupferdrähte.

- a) Durchmesser 0,49 mm; $n = 0,85$
 b) " 1,0 " $n = 0,89$
 c) " 2,0 " $n = 0,94$

Je nach Form und Beschaffenheit der wärmeabgebenden Körper werden die Einflüsse von Strahlung, Leitung und Konvektion in Prozenten der Gesamtabgabe verschieden ausfallen. Fig. 3 zeigt die Endtemperaturen von Kupferdrähten (untersucht von *de Wit*); die Übereinstimmung mit der Gleichung (17) ist für den Temperaturbereich $2 - 50^\circ \text{C}$ eine vollständige. Die Gleichung (17) gibt ein bequemes Mittel zum Interpolieren und Extrapolieren von Endtemperaturkurven, von denen nur zwei oder drei Punkte aufgenommen sind. Da α mit der Temperatur zunimmt, muss t_0 mit wachsender Temperatur abnehmen; α und t_0 sind streng genommen keine Konstanten und die Erwärmungskurve verläuft nicht genau als logarithmische Linie. Die Beeinflussung der Kurvenform ist aber für die relativ

kleinen Temperaturbereiche des Elektromaschinenbaues geringfügig. Fig. 4 zeigt für einen von *de Wit* untersuchten Kupferdraht $2 \text{ mm } \varnothing$ die aufgenommene sowie die berechnete Kurve; Fig. 5 ist eine weitere Kurve aus der Praxis.

Aus (17) ergibt sich für t_0 in Abhängigkeit von n und ϑ_{\max}

$$t_0 = \frac{\text{Konst.}}{\vartheta_{\max}^{\frac{1}{n} - 1}}$$

¹⁾ Hütte, 21. Auflage, Band I, Seite 410.

²⁾ Dissertation E. T. H., Zürich 1913.

³⁾ Mitteilungen über Forschungsarbeiten des V. D. J., Heft 98. Die Untersuchung erstreckte sich auf Rohre aus Kupfer, Schmiedeseisen und Gusseisen von 20^* bis 90 mm äusserem \varnothing .

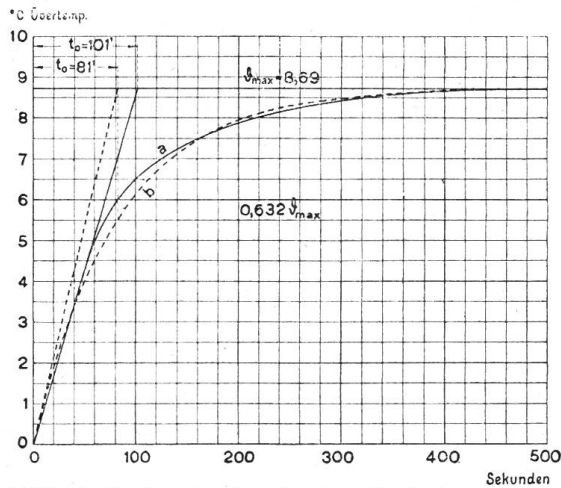


Fig. 4. Erwärmung eines blanken Kupferdrahtes von 2 mm Durchmesser.

- a) nach Versuch
- b) nach Gleichung $\vartheta = 8,69 \left(1 - e^{-\frac{t}{81}}\right)$

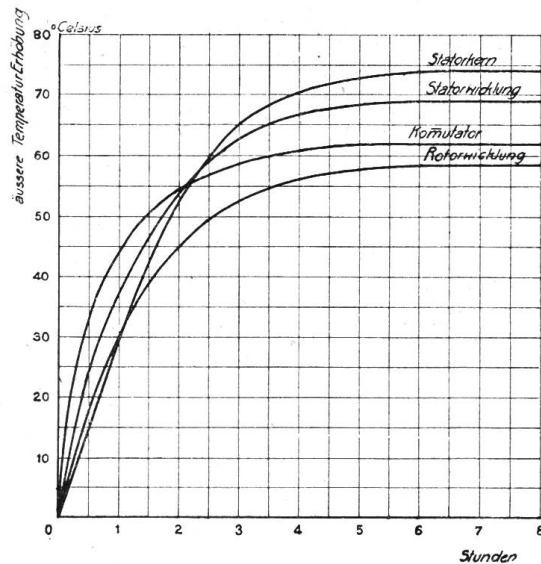


Fig. 5. Erwärmungskurven eines Einphasenmotors von 50 PS

2. Rechentafeln für Erwärmungs- und Belastungsprobleme.

Wir wollen uns nun die Aufgabe stellen, die in den Gleichungen (8) und (9) auftretenden Variablen ϑ , ϑ_{max} , t und t_0 einander derart gegenüberzustellen, dass aus den bekannten Grössen auf einfache Art und Weise die Unbekannte abgelesen werden kann, ohne das äusserst zeitraubende Rechnen mit Logarithmen und mit Grössen wie $1 - e^{-\frac{t}{t_0}}$ und auch ohne die Tangentenkonstruktion, die gutgezeichnete Kurven voraussetzt, wo doch nur einzelne Punkte bekannt sind. Geht man hiebei z. B. von der Gleichung (9)

$$\vartheta = \vartheta_{max} \left(1 - e^{-\frac{t}{t_0}}\right)$$

aus, so erhält man durch Umformung

$$(9a) \quad 1 - \frac{\vartheta}{\vartheta_{max}} = e^{-\frac{t}{t_0}}$$

Wir haben so noch drei Variable: $\frac{\vartheta}{\vartheta_{max}}$, t (in Sekunden, Minuten oder Stunden ausgedrückt) und t_0 (in gleicher Einheit wie t auszudrücken).

Sind zwei von diesen Veränderlichen gegeben, so kann die dritte bestimmt werden.

Eine allgemeine Erwärmungskurve (Fig. 6), in welcher ϑ in Prozent von ϑ_{max} und t in Einheiten von t_0 aufgetragen ist, kann als einfache Rechentafel dienen. Bequemer ist eine Schar von Kurven mit verschiedenen Zeitkonstanten, weil dann t nicht durch t_0 ausgedrückt werden muss.

Nun lässt sich die logarithmische Kurve in eine Gerade verwandeln, wenn wir die Gleichung (9 a) logarithmieren

$$\ln\left(1 - \frac{\vartheta}{\vartheta_{max}}\right) = -\frac{t}{t_0}$$

und, um positive Logarithmen zu erhalten:

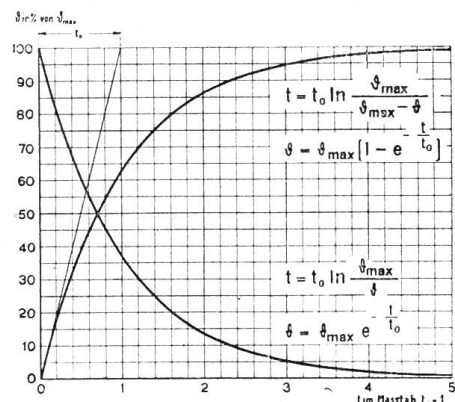


Fig. 6. Erwärmungs- und Abkühlungskurven.

$$-\ln\left(1 - \frac{\vartheta}{\vartheta_{\max}}\right) = \frac{t}{t_0}$$

Wir tragen auf geeignet eingeteiltem Papier

$$-\ln\left(1 - \frac{\vartheta}{\vartheta_{\max}}\right)$$

auf die Ordinaten-Axe (angeschrieben ist ϑ in Prozent von ϑ_{\max}), t/t_0 auf die Abszissenaxe in mm auf, die Erwärmungskurve stellt sich dann als Gerade dar. Eine Schar solcher Erwärmungsgeraden für verschiedene Werte von t liefert eine leicht herstellbare Rechen-

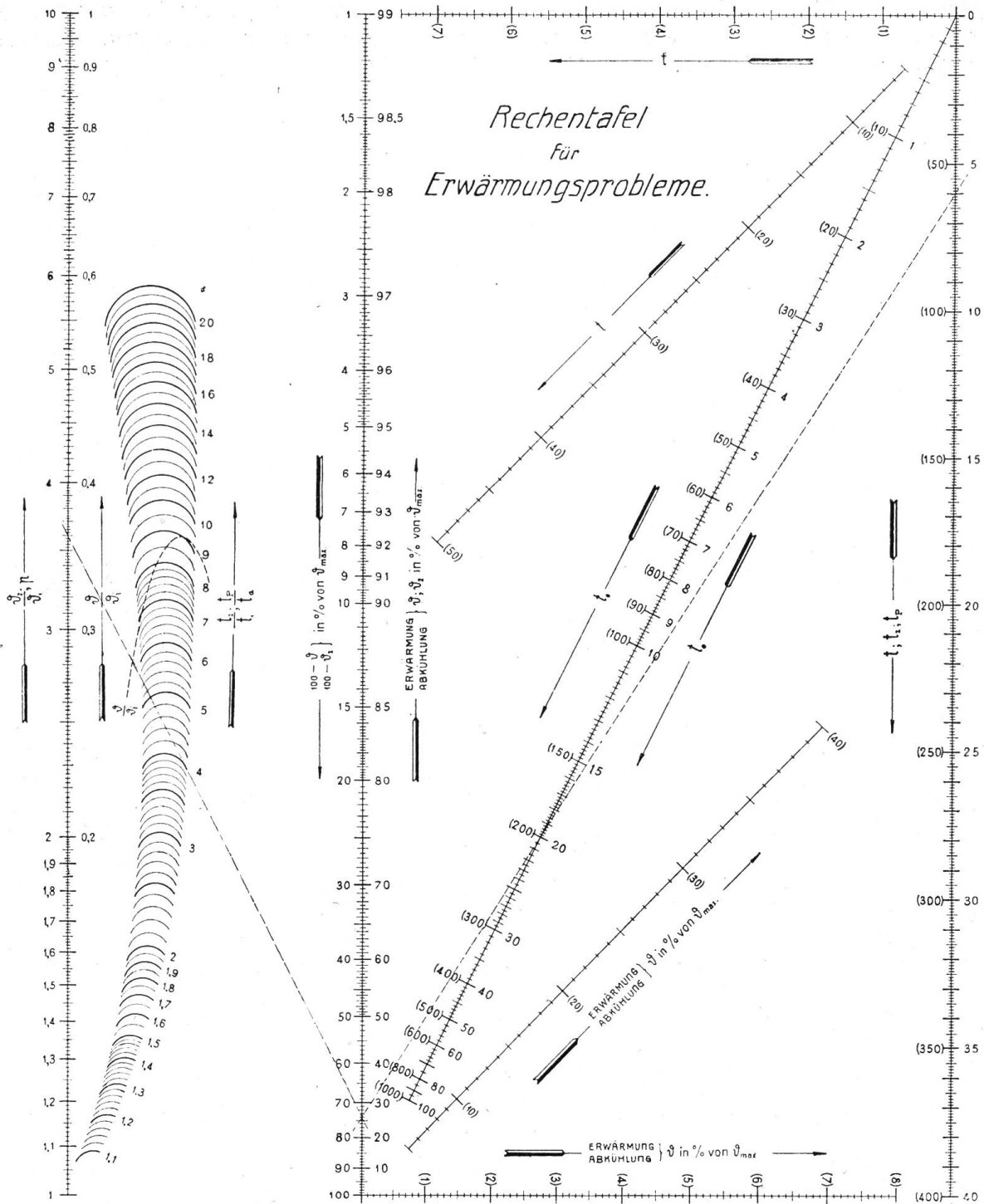


Fig. 7. Rechentafel.

tafel, die aber noch den Nachteil hat, dass zwischen den einzelnen Geraden t_0 interpoliert werden muss, was die Genauigkeit der Ablesung ungünstig beeinflusst.

Eine ideale Rechentafel erhalten wir nun durch Anwendung der hiezulande noch wenig bekannten *Nomographie* des französischen Mathematikers *M. d'Ocagne*. Die *Nomographie*¹⁾ bietet einen Ersatz für die Aufstellung von Tabellen, die, wenn es sich um Gleichungen zwischen mehr als zwei Variablen handelt, meist umständlich und unbequem sind.

In der vorliegenden Rechentafel, Fig. 7, ist, wie oben gesagt, ϑ in logarithmischer, t dagegen in gewöhnlicher Teilung aufgetragen. Diagonal beide verbindend ist die t_0 -Skala mit einer Teilung, die in projektiver Abhängigkeit zu den zwei andern steht, angeordnet. Je drei zusammengehörige Werte der drei Variablen liegen immer auf einer die drei Skalen schneidenden Geraden. Die Ablesung gestaltet sich mittels eines durchsichtigen Lineals und eines Reiters mit Spitze sehr einfach und mit einer grossen Genauigkeit. Für kleine Werte von ϑ und t , für welche die Ablesung infolge der unten enggeteilten logarithmischen Skala ϑ zu ungenau würde, sind je zwei weitere Skalen für Ablesung kleiner Werte von ϑ und t angeordnet, die mit den eingeklammerten Werten der t_0 -Skala zusammen zu benutzen sind. t und t_0 können in beliebigen, unter sich gleichen Zeitmassen, Sekunden, Minuten oder Stunden eingesetzt werden, die Ablesung bleibt auch richtig, wenn t und t_0 gleichzeitig n mal grösser oder kleiner abgelesen werden. Die Skalen links dienen zur Ermittlung von t_0 und ϑ_{\max} aus einer nicht fertig aufgenommenen Erwärmungskurve, von welcher entweder zwei beliebige Punkte oder ein Punkt und die Anfangstangente gegeben ist. Die erwähnte Tangentenkonstruktion und die Formel (13) sind nur beschränkt anwendbar. Wir können nun, um zu einer praktischen Rechentafel zu gelangen in der Weise vorgehen, dass wir $\frac{\vartheta_2}{\vartheta_{\max}}$ (also die Temperatur des höheren der beiden Punkte in Prozenten von ϑ_{\max}) ausdrücken

als Funktion der beiden Quotienten $\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}$ und $\frac{t_2}{t_1}$. Wenn man $\frac{\vartheta_2}{\vartheta_{\max}}$ durch ϑ_x ersetzt, so erhält man durch Umformung der Erwärmungsgleichung den Ausdruck

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\ln(1 - \vartheta_x)}{\ln\left(1 - \vartheta_x \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)}$$

der nach der Unbekannten ϑ_x nicht aufgelöst werden kann und für den auch keine der einfachen Rechentafelkonstruktionen angewendet werden konnte, weil, wie auch die Skalen für zwei Variable gewählt sein mögen, nie erreicht wird, dass für einen bestimmten Wert der dritten Variablen sämtliche Linien, die der Gleichung Genüge leisten, jeweils in einem Punkte sich schneiden, wie dies bei der skalaren Darstellung auf der rechten Seite der Tafel der Fall ist. Eine Lösung konnte dadurch erreicht werden, dass als Ort jedes Wertes der dritten Variablen statt eines Punktes die Kurve genommen wurde, die von den erwähnten Linien durch Einhüllung gebildet wird. Die Kurven konnten mit grosser Annäherung durch Kreisbogen ersetzt werden, was die Konstruktion dieser eigenartigen Skala bedeutend erleichterte. Der grösste Fehler, der dadurch in Kauf genommen wurde, ist zwei Prozent.

Ein Strahl vom entsprechenden Punkt der Skala $\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}$ bis zur ϑ Prozent-Skala, welcher an die dem Wert $\frac{t_2}{t_1}$ entsprechende Kurve tangiert, gibt den Wert ϑ Prozent für den Punkt ϑ_2 ; eine Verbindung dieses Punktes mit dem Punkte t_2 der t -Skala gibt im Schnitt mit der t_0 -Skala die Zeitkonstante.

Beispiel: Gegeben zwei Punkte der Erwärmungskurve $t_1 = 1,5$ min., $\vartheta_1 = 5^\circ \text{C}$, und $t_2 = 6$ min., $\vartheta_2 = 18^\circ \text{C}$. $\frac{t_2}{t_1} = 4$, $\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} = 3,6$; die Strahlen sind in der Rechentafel

¹⁾ Auf das System selbst kann hier nicht näher eingegangen werden. Literatur: *M. d'Ocagne: Calcul Graphique et Nomographie*; *Schilling: Ueber die Nomographie von M. d'Ocagne*; *Pirani: Graphische Darstellung in Wirtschaft und Technik (Sammlung Göschen)*.

Fig. 7 punktiert eingetragen, $\vartheta_{\max} = \frac{18^\circ}{26\%} = 69,2^\circ$, $t_0 = 20 \text{ min}$.

Die punktierte Kurve $\frac{\vartheta}{\vartheta_i}$ dient in Verbindung mit den senkrechten Skalen links und in der Mitte zur Ermittlung der Konstanten aus der Anfangstangente und den Koordinaten eines Punktes der Kurve. Gemäss Fig. 2 wird der Quotient $\frac{\text{Wirkliche Temperatur } \vartheta}{\text{Ideelle Temperatur } \vartheta_i}$ gebildet; ein Strahl aus dem entsprechenden Punkt der mit $\frac{\vartheta}{\vartheta_i}$ beschrifteten Skala links, der die punktierte Hilfskurve tangiert, schneidet auf der ϑ -Skala die Prozente von ϑ_{\max} des gegebenen Punktes ab, woraus man wie oben ϑ_{\max} und t_0 erhält.

In Verbindung mit den bereits abgeleiteten Begriffen kann mittelst dieser Rechentafel *jede beliebige Aufgabe über Erwärmung* schnell und sicher gelöst werden.¹⁾

Im Anschluss betrachten wir noch zwei angewandte Beispiele:

1. Bei rotierenden Maschinenteilen kann in der Regel die Temperatur erst nach dem Ausschalten und Stillsetzen durch Thermometer gemessen werden; bis dieses die wirkliche Temperatur anzeigt, ist dann seit dem Stromunterbruch eine gewisse Zeit verstrichen, so dass man die höchste aufgetretene Temperatur nicht kennt. Statt einer willkürlichen Korrektur empfiehlt sich die Aufnahme von zwei Punkten der Abkühlungskurve. Legt man (siehe Fig. 8) die y-Axe durch die Ordinate des Punktes ϑ_1 , so erhält man aus $\vartheta_{\max} = \vartheta_1$ und den Koordinaten des Punktes ϑ_2 die Zeitkonstante; mit dieser und den auf die y-Axe bezogenen Koordinaten des Punktes ϑ_2 ist dann ϑ_{\max} bestimmbar.

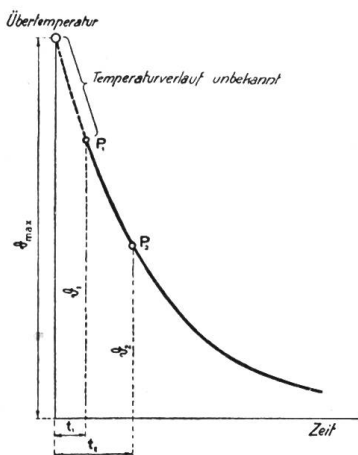


Fig. 8. Bestimmung der Anfangstemperatur einer Abkühlungskurve.

Durch die Einführung der Zeitkonstante wird auch der Begriff der *Stundenleistung* und das Verhältnis der letzteren zur *Dauerleistung* klargestellt. Der Begriff der Stundenleistung ist in kommerzieller Hinsicht ja recht bequem und hat in den vielen Fällen, wo der Käufer die Belastungsverhältnisse selbst nicht genau beurteilen kann, seine Berechtigung. In allen Fällen, wo die zeitliche Veränderung der Belastung festliegt, wie bei Förderanlagen, Bahnbetrieben etc. ist es nötig, dass die Leistung nach dem vorliegenden Belastungsdiagramm festgelegt werde, wenn man eine zu knappe oder zu reichliche Bemessung vermeiden will.

2. Ein Motor mit $t_0 = 70 \text{ min}$ erreicht eine Endtemperatur von 70°C . Nach einer Stunde ist ϑ auf 57,5 Prozent von ϑ_{\max} angestiegen, wenn also 70°C in einer Stunde erreicht sein dürfte, so können die Wattverluste zirka 74 Prozent, die Leistung zirka 32 Prozent höher sein als für Dauerleistung. Der gleiche Motor möge mit forcierter Ventilation statt 70°C nur 50°C Ubertemperatur erreichen, die Zeitkonstante wird, gemäss Gleichung (16), im Verhältnis der Ubertemperaturen sinken und die Ueberlastung gegenüber der Dauerleistung beträgt bezogen auf Verluste nur noch zirka 43 Prozent, bezogen auf Leistung zirka 19 Prozent. Der Motor ist zwar absolut besser geworden, aber während seine Dauerleistung durch die forcierte Ventilation um 18 Prozent gesteigert werden kann, steigt die Stundenleistung nur um zirka 7 Prozent. Da aber im intermittierenden Betrieb kaum solche im Verhältnis zu t_0 lange Einschaltzeiten vorkommen, so wird dieses ungünstige Resultat eventuell zu falschen Schlüssen führen.

3. Belastbarkeit von Motoren und Apparaten für intermittierenden Betrieb.

Der intermittierende (aussetzende) Betrieb unterscheidet sich vom kurzzeitigen Betrieb dadurch, dass die Pausen nicht so lang sind, um die Maschine auf die Aussentemperatur abzukühlen. Die Erwärmung ist in diesem Falle nicht etwa direkt abhängig von der End-

¹⁾ Die Rechentafel ist gesetzlich geschützt und wird im Format $44 \times 35 \text{ cm}$ demnächst im Handel erhältlich sein. In beschränkter Anzahl kann sie durch den Verfasser bezogen werden.

temperatur, sondern hauptsächlich vom Verlauf der Erwärmungskurven und der Abkühlungskurven. Das Temperatur-Diagramm wird erhalten durch Aneinanderreihen von Stücken der Erwärmungskurve und der Abkühlungskurve bis zum Eintritt des Beharrungszustandes (Fig. 9). Für den speziellen Fall, wo die Belastungszeiten und die Ruhepausen je unter sich gleich lang sind, wurde die Aufgabe rechnerisch gelöst von *Oelschläger*¹⁾. Die theoretische Ableitung, die auch in allen bedeutenden Lehrbüchern zu finden ist, soll hier nicht wiederholt werden. Es handelt sich darum, aus den zusammengehörigen Erwärmungs- und Abkühlungskurven je ein Stück derart herauszugreifen, dass die Temperaturdifferenz des durch die Zeit a aus der Erwärmungskurve ausgeschnittenen Stückes gleich ist der Temperaturdifferenz des durch die Zeit b aus der Abkühlungskurve ausgeschnittenen Stückes. Je nach dem Verhältnis der Zeiten a und b kommt man der Endtemperatur mehr oder weniger nahe, auch die absolute Grösse der Einschaltzeit im Verhältnis zur Zeit t_0 kommt in Betracht. Bei sehr kleinen Einschaltzeiten verschwinden die Spitzen und wir erhalten eine kontinuierliche Kurve, deren Maximaltemperatur ϑ'_{\max} zu der Maximaltemperatur bei Dauereinschaltung

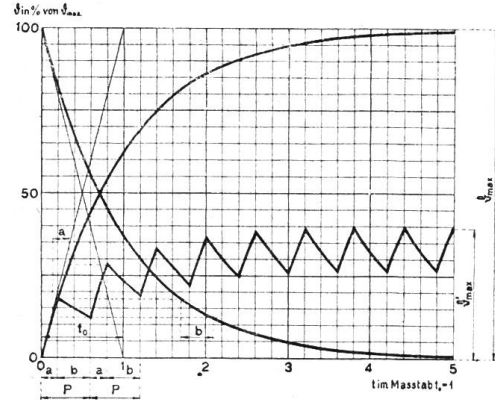


Fig. 9. Temperaturverlauf eines regelmäßigen Schaltspiels.

ϑ_{\max} im Verhältnis von $\frac{a}{P}$ steht. Sobald ausgeprägte Spitzen auftreten, sind die Verhältnisse a/P und $\vartheta'_{\max}/\vartheta_{\max}$ nicht mehr gleich, wenn ϑ'_{\max} die Temperatur der oberen Spitzen bedeutet. Die Temperatur ϑ'_{\max} kann auch erreicht werden bei einer geringeren, aber dauernden Belastung. Die beiden Temperaturen ϑ_{\max} und ϑ'_{\max} sind dann Endtemperaturen bei verschiedenen Belastungen, sie sind den Verlusten bei den betreffenden Belastungen proportional und das Verhältnis $\vartheta_{\max}/\vartheta'_{\max}$ ist gleichbedeutend mit der bei dem betreffenden intermittierenden Betrieb zulässigen Ueberlastung gegenüber Dauerbetrieb. Man bezeichnet diesen Ueberlastungsfaktor mit p und das Verhältnis der Variablen a , P , p und t_0 wird durch die Gleichung

$$(18) \quad \frac{a}{P} = \frac{1}{1 - \frac{t_0}{a} \ln \left(p - e^{\frac{a}{t_0}} (p - 1) \right)}$$

dargestellt. Die Gleichung enthält die drei Verhältnisse $\frac{a}{P}$; $\frac{a}{t_0}$ und $p = \frac{\vartheta'_{\max}}{\vartheta_{\max}}$, wovon das erste den aussetzenden Betrieb charakterisiert und auch mit dem Ausdruck *Intermittenz* bezeichnet wird, währenddem das zweite die Einschaltzeit im Masstabe der Zeitkonstanten enthält. Zur Berechnung des Ueberlastungsfaktors p für irgend einen Apparat muss ausser dem Intermittenzverhältnis nur noch t_0 bekannt sein. Aus dieser Form der Gleichung kann p nicht direkt bestimmt werden, es muss einer Tabelle oder einer für die Ablesung unbequemen Kurvenschar entnommen werden, wobei noch die Quotienten a/P und a/t_0 gebildet werden müssen. Die beschriebene Rechentafel gestattet nun die äusserst bequeme Ermittlung von p . Wir haben an Hand der Fig. 9 p durch den Quotienten der zwei Temperaturen $\vartheta_{\max}/\vartheta'_{\max}$ ausgedrückt. Für eine Belastung, die dauernd eingeschaltet den Apparat auf ϑ_{\max} erwärmen würde, müsste also die für einen Betrieb mit einer bestimmten Intermittenz erreichte Endtemperatur ϑ'_{\max} bestimmt werden. Dies ist aber nicht nötig, denn es zeigt sich bei irgend einem Diagramm für regelmässigen intermittierenden Betrieb, dass das Verhältnis der für Dauereinschaltung und intermittierenden Betrieb erreichten Höchsttemperaturen nicht erst im Beharrungszustande, sondern auch nach der ersten, zweiten, dritten und jeder folgenden Schaltung immer gleich p wird, so dass also auf einer Erwärmungskurve des betreffenden Apparates nur die Temperatur für *die Zeit P abzulesen*

¹⁾ E. T. Z., 1900, S. 1058.

und durch die Temperatur für die Zeit a zu dividieren ist, um p zu erhalten. Als Kurve kann für alle Fälle, wo t_0 bekannt ist, die allgemeine Erwärmungskurve dienen, man hat dann nur die beiden Zeiten P und a im Masstab von $t_0 = 1$ auszudrücken. Allgemein ist also

$$(19) \quad p = \frac{\vartheta \text{ für die Zeit } P/t_0}{\vartheta \text{ für die Zeit } a/t_0. ^1)}$$

Der Ueberlastungsfaktor p stellt sich dar als Quotient von Temperaturen zweier Punkte mit den Zeiten t_p und t_a , die zu einer Erwärmungskurve mit der Zeitkonstante t_0 gehören. Aus Fig. 9 ist dies deutlich ersichtlich. Nun braucht man einfach auf der Rechentafel mit t_0 als Drehpunkt gegenüber den Zeiten t_p und t_a die Temperaturen (in Prozenten von ϑ_{\max} ausgedrückt) abzulesen und die Werte durcheinander zu dividieren, wodurch man p erhält. Die Rechentafel gestattet aber noch eine zweite, bequemere Lösung. Die Hilfsskalen links

enthalten ja schon die Quotienten $\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}$ und $\frac{t_2}{t_1}$ und es ist die Analogie mit dem Problem

der Bestimmung von ϑ_{\max} aus den Koordinaten zweier Punkte ohne weiteres ersichtlich. Man sucht also für P die Prozente von ϑ_{\max} und findet dann durch Tangieren an die Kurve mit dem Werte $\frac{P}{a}$ direkt p auf der Skala links aussen. Die Ueberlastung p bezieht sich

auf Watt, ist die Belastung in Ampère ausgedrückt, so gilt \sqrt{p} , weil J proportional \sqrt{W} . Bei Maschinen und Transformatoren gilt in Bezug auf J , kW oder PS auch \sqrt{p} , wenn nur die mit dem Quadrat der Leistung anwachsenden Kupferverluste in Betracht gezogen werden. Der Einfluss der Eisenverluste, die mit der Leistung nicht oder nur wenig anwachsen, erfordert aber eine Korrektur. Wenn man setzt:

$$\frac{\text{Kupferverluste bei Dauerlast}}{\text{Eisenverluste bei Dauerlast und mittlerer Drehzahl}} = q$$

so ist, wenn man mit p' den Ueberlastungsfaktor bezogen auf Leistung oder Stromstärke bezeichnet und die Eisenverluste konstant annimmt

$$(21) \quad p' = \sqrt{\frac{(q+1)p-1}{q} } ^2)$$

Wollte man das lineare Ansteigen der Eisenverluste mit der Leistung berücksichtigen, so würde der Ausdruck für p' weit komplizierter. Mit dem Kurvenblatt Fig. 10 ist eine bequeme Bestimmung von p' als Funktion von p für beliebige Werte von q ermöglicht. Das Kurvenblatt ist wohl ohne Weiteres verständlich. Die Vertikale in $p' = 1$ (Dauerlast) schneidet die Kurve q in einem Punkt von dem aus man horizontal $q+1$ (totale Verluste für Dauer-

¹⁾ Dieses Resultat, das die Ablesung von p mittelst unserer Rechentafel ermöglicht, bestätigt sich auch durch entsprechende Umformung der Schlussgleichung von *Oelschläger*. Aus der Formel (18) folgt durch Ausklammern des Faktors $e^{\frac{a}{t_0}}$ unter dem Logarithmus:

$$\frac{a}{P} = \frac{1}{1 - \frac{t_0}{a} \ln \left(e^{\frac{a}{t_0}} (p e^{-\frac{a}{t_0}} - p + 1) \right)} \quad \text{oder} \quad \frac{a}{P} = \frac{1}{-\frac{t_0}{a} \ln \left(p (e^{-\frac{a}{t_0}} - 1) + 1 \right)} \quad \text{woraus}$$

$$-\frac{P}{t_0} = \ln \left(p (e^{-\frac{a}{t_0}} - 1) + 1 \right) \quad \text{und schliesslich}$$

$$(20) \quad p = \frac{1 - e^{-\frac{P}{t_0}}}{1 - e^{-\frac{a}{t_0}}}$$

Die Gleichung (20), deren Ableitung ich Herrn *G. Post* verdanke, leitet auch Dr. *M. Vidmar* auf etwas andere Weise her in dem bemerkenswerten Artikel über „Aussetzende Betriebe“, E. K. B., 4. Okt. 1917, welcher mir während der Drucklegung dieser Arbeit zur Kenntnis kam.

²⁾ Eine ähnliche Beziehung wurde eingeführt von *L. Isambert*, Erwärmung intermittierend belasteter Maschinen, *Lumière élect.* 31. I. 1914.

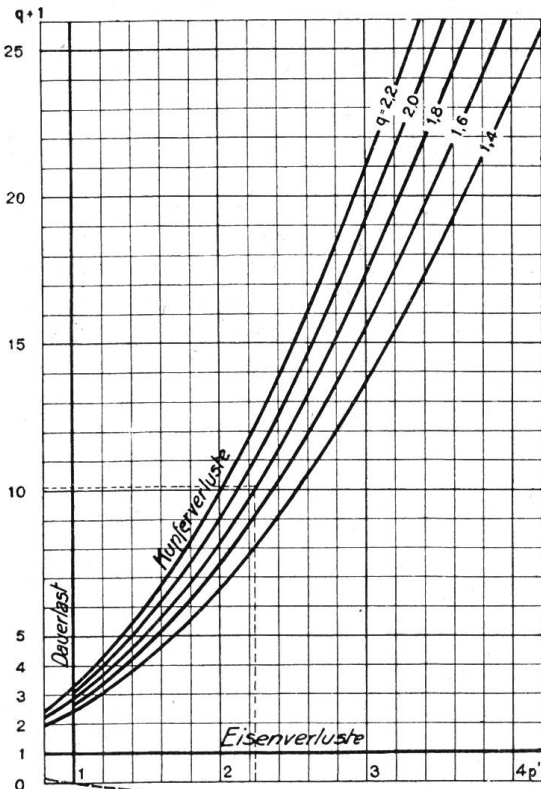


Fig. 10. Graphische Darstellung der Gleichung

$$p' = \sqrt{\frac{(q+1)p-1}{q}}$$

als für volle Drehzahl, macht eine Korrektur nötig, die wir am einfachsten vornehmen, indem wir nach Massnahme der schlechtern Abkühlungsverhältnisse für die Ruhepause und infolgedessen auch für die Periode P einen kleineren Wert einsetzen.

Wenn die Anlaufzeit im Verhältnis zur ganzen Einschaltzeit gross ist, so darf der Anlaufstrom, der zirka doppelt so gross ist wie der Normalstrom, nicht unberücksichtigt bleiben. Beträgt z. B. die Anlaufzeit die Hälfte der Einschaltzeit, so ist bei doppeltem Anlaufstrom der mittlere, in Berechnung kommende Strom

$$\sqrt{\frac{(2J)^2 + J^2}{2}} = \sqrt{2,5 J^2} = 1,58 J$$

Beispiel 1: Für einen Gleichstrommotor, der dauernd 6 PS leistet und dabei 50° C Uebertemperatur erreicht, soll die Belastbarkeit bei folgenden Betriebsverhältnissen ermittelt werden: Einschaltzeit a = 1,5 min., Ruhepause b = 9 min. Die Zeitkonstante sei an Hand von Versuchen ermittelt zu t₀ = 20 min. für volle Tourenzahl und t₀ = 40 min. für Abkühlung bei Stillstand.

Wenn wir mit t₀ = 20 min. rechnen, so müssen wir die im Verhältnis $\frac{40}{20} = 2$ mal langsamere Abkühlung bei Stillstand durch entsprechende Kürzung der Ruhepause berücksichtigen; b wird dann $\frac{9}{2} = 4,5$ und P = a + b min. Wir lesen gegenüber t₀ = 20 ab:

auf den schrägen Skalen für t = 6 ϑ = 25,8 Prozent und
 auf den horizontalen Skalen für t = 1,5 ϑ = 7,2 Prozent

$$p = \frac{25,8}{7,2} = 3,59.$$

Ohne Zwischenrechnung erhalten wir das Resultat mit Benutzung der Skalen links indem wir von ϑ Prozent für t=P an die Kurve $\frac{P}{a} = 4$ tangieren und auf der p-Skala den Wert

last) abliest, den abgelesenen Wert mit p multipliziert und rückwärts über die Kurve q zum gesuchten Wert p' gelangt.

Dieses Kurvenblatt ermöglicht die Ablesung von p' in analoger Weise, wenn die Eisenverluste mit der Belastung ändern. Die Eisenverlust-Kurve wird, reduziert auf den Wert 1 bei Dauerlast, aufgetragen (punktierte Kurve), man sucht dann mit dem Zirkel den Ort der p'-Axe, für den der Abstand zwischen der Kurve q und der Eisenverlust-Kurve gleich ist dem p-fachen Abstand der beiden Kurven bei Dauerlast.

Die Berechnung der Belastbarkeit eines Motors für irgend einen intermittierenden Betrieb gestaltet sich auf diese Weise äusserst einfach. Wir bestimmen durch Berechnung oder Versuch die Zeitkonstante und lesen in der Rechentafel gegenüber der Zeit für die Periode und dem Verhältnis t_p/t_a den Ueberlastungsfaktor p bezogen auf Wattverluste ab. Für überschlägige Rechnung können wir dann für die Umrechnung der Leistung oder Stromstärke p' = √p setzen; für die genauere Rechnung mit Berücksichtigung der Eisenverluste benützen wir Fig. 10. Der Umstand, dass die Zeitkonstante bei Maschinen mit Eigenventilation von der Drehzahl beeinflusst wird, d. h. für Stillstand meist wesentlich grösser ist

3,6 ablesen. Der entsprechende Linienzug ist in Fig. 7 punktiert eingetragen. Nehmen wir nur Bezug auf die Kupferverluste, so ist $p' = \sqrt{3,6} = 1,9$, benutzen wir aber die Kurventafel 10, so finden wir, wenn $q = 1,8$ angenommen wird $p' = 2,24$; der Motor kann also für die angegebenen Verhältnisse $6 \cdot 2,24 = 13,5$ PS leisten.

Wie lange kann obiger Motor ununterbrochen 13,5 PS abgeben, ohne die zulässige Uebertemperatur von 50°C zu überschreiten? Für $p = 3,6$, d. h. 3,6fache Verluste würde die Uebertemperatur, $\vartheta_{\max} = 3,6 \cdot 50^{\circ}\text{C}$. Lassen wir nur 50°C zu, so wird ϑ Prozent gleich $\frac{100}{3,6} = 27,8\%$ und bei $t_0 = 20$ min. resultiert ein t von $6,5$ min.

Für kurzzeitigen Betrieb gelten als normale Betriebszeiten 10, 30, 60 und 90 min. Wie gross ist die 10 min.-Leistung für obigen Motor?

Bei $t = 10$ min. und $t_0 = 20$ min. erreicht der Motor 40 Prozent seiner Endtemperatur $p = \frac{100}{40} = 2,5$ und p' (nach Kurvenblatt) = 1,84, die 10 min.-Leistung ist $6 \cdot 1,84 = 11$ PS.

Beispiel 2. Für schweren Kranbetrieb sei ein Hubmotor von 30 PS nötig, wobei angenommen sei: $a = 15$ sec., $b = 23$ sec., $a + b = 38$ sec., t_0 für volle Drehzahl = 35 min. = 2100 sec., t_0 für Stillstand (Abkühlung) = 80 min. = 4800 sec. Reduktion von b auf $23 \cdot \frac{35}{80} = 10$ sec.; Intermittenz $\frac{a}{P} = \frac{15}{15 + 10} = \frac{1}{1,67}$; $p = 1,67$ ¹⁾, $p' = 1,42$, wenn $q = 1,8$.

Wegen der Anlassperiode von 5 sec. mit doppeltem Normalstrom J ist der zur Berechnung

einzusetzende mittlere Strom $J_m = \sqrt{\frac{(2J)^2 \cdot 5 + J^2 \cdot 10}{15}} = \sqrt{2J^2} = 1,41J$. Auf den Nor-

malstrom bezogen, nimmt dann der Ueberlastungsfaktor den Wert $p' = \frac{1,42}{1,41} = \sim 1$ an.

Wir haben hier den interessanten Fall, dass die intermittierende Leistung mit der Dauerleistung zusammenfällt.

Gleichstrom-Nebenschlussmagnet für den gleichen Betrieb:

$t_0 = 2700$ sec.; $\frac{a}{P} = \frac{15}{15 + 23} = \sim \frac{1}{2,5}$; $p = 2,5$; die Wicklung kann gegenüber Dauerbetrieb mit der 2,5fachen Wattzahl belastet werden.

Motorkabel für den gleichen Betrieb: Für 30 PS und 500 Volt ist $J = 48,5$ Amp., $J_m = 1,41J = 68,5$ Amp. Wir untersuchen, ob mit Kabel 10 mm^2 auszukommen ist; nach V. D. E. zulässig $J = 43$ Amp., bei $\vartheta_{\max} 20^{\circ}\text{C}$. Nach Gleichung (16) ist $t_0 = 660$ sec.; $\frac{a}{P} = \frac{1}{2,5}$; $p = 2,47$; $p' = 1,57$; $\frac{J^1}{p'} = \frac{68,5}{1,57} = 43,7$ Amp., das Kabel reicht also aus.

Sehr einfach liegen die Verhältnisse gewöhnlich für Apparate, speziell Anlasswiderstände für intermittierenden Betrieb.

Jede einzelne Stufe des Widerstandes wird ihrem mittleren Strom, ihrer Einschaltzeit und Intermittenz entsprechend dimensioniert, sodass das ganze Widerstandsmaterial gleichmässig bis zur zulässigen Uebertemperatur beansprucht wird. Für häufig wiederkehrende Rechnungen empfiehlt sich die Anfertigung kombinierter Rechentafeln, die gestatten, komplizierte Rechnungen mit vielen Variablen in einem Zuge ohne Zwischenrechnungen zu Ende zu führen.

4. Temperaturdiagramme für Betriebe mit schwankender Belastung.

Für intermittierende Betriebe mit schwankender Belastung und unregelmässigem Schaltspiel ist die von *Oelschläger* angegebene Methode nicht mehr anwendbar. Man kann den Temperaturverlauf auf zeichnerischem Wege bestimmen, indem man an der betreffenden

¹⁾ Sobald a und P gegenüber t_0 sehr klein sind wie hier ($a = 15$ sec., $t_0 = 2100$ sec.), nähert sich p dem Wert $\frac{P}{a}$, d. h. dem reziproken Wert der Intermittenz.

Maschine Erwärmungs- und Abkühlungskurven für verschiedene Belastungen und Drehzahlen aufnimmt, die den Zeitabschnitten entsprechenden Kurvenstücke aneinanderreicht und dies solange fortsetzt, bis am Anfang und am Ende eines Schaltspieles gleiche Ubertemperatur erreicht wird.¹⁾ Dem Verfahren haften verschiedene Mängel an, es erfordert umfangreiche Versuche, ist ungenau und zeitraubend. Aehnlich verhält es sich mit dem auf der bereits erwähnten Tangentenkonstruktion basierenden zeichnerischen Verfahren.²⁾ Es hat sich deshalb bis heute in der Praxis keine Methode zur Ermittlung von Temperaturdiagrammen eingebürgert und die Dimensionierung wird nach Gefühl oder nach dem quadratischen Mittelwert ausgeführt. Man bestimmt aus der mittleren Leistung oder dem mittleren Strom $J_m = \sqrt{\frac{\sum (J^2 \cdot t)}{t_{\text{total}}}}$ die Motorgröße, d. h. wählt einen Motor, der, dauernd mit

J_m betrieben, die zulässige Ubertemperatur nicht überschreitet. Die Methode ist ungenau, weil sie auf allerlei Vereinfachungen basiert. Sie berücksichtigt weder die Wärmekapazität des Apparates, noch die Abkühlung während der Pausen, noch den Einfluss der variablen Drehzahl, die auf die Ventilation Einfluss hat. Eine Formel, die diese Faktoren berücksichtigt, existiert zwar³⁾, sie ist jedoch so ausserordentlich kompliziert, dass ihre Anwendung ausgeschlossen ist. Mit der vereinfachten Formel hat sie den Umstand gemein, dass sie nur die quadratisch mit der Leistung ansteigenden Verluste enthält, und den Einfluss der Eisenverluste, den wir bereits kennen gelernt haben, vernachlässigt.

Es fehlt nicht an Vorschlägen zur Korrektur des quadratischen Mittelwertes. Gewöhnlich berücksichtigt die Korrektur nur die verminderte Ventilation beim Anlauf und während der Ruhepausen in der von Abschnitt 3 her bekannten Weise⁴⁾, oder nimmt Rücksicht auf die Eisenverluste⁵⁾.

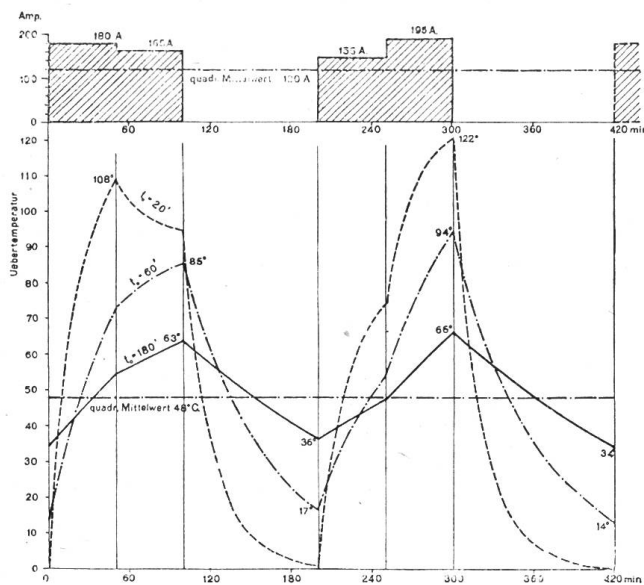


Fig. 11. Einfluss der Zeitkonstante auf den zeitlichen Verlauf der Erwärmung.

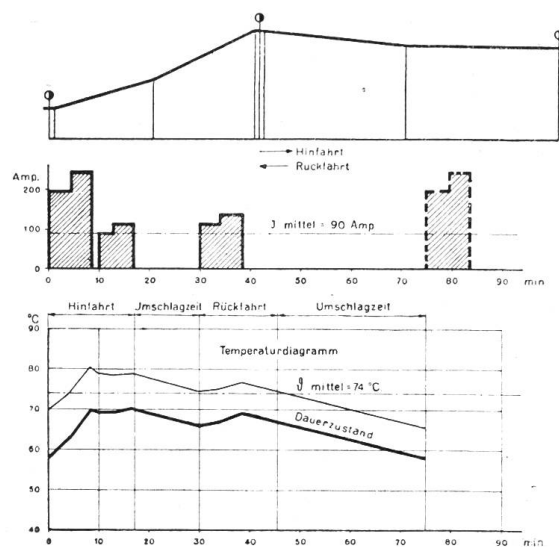


Fig. 12. Temperaturdiagramm eines Bahnmotors.

Solange die Wärmekapazität des Motors nicht berücksichtigt wird, können unter Umständen bedeutende Fehler entstehen. An Hand eines Beispiels wollen wir dies nachzu-

¹⁾ H. Engel: Graphisches Verfahren zur Vorausbestimmung der Erwärmung von Bahnmotoren, elektrische Kraftbetriebe und Bahnen 1915, Heft 31.

Th. Hook, Belastungsbezeichnungen und Belastungsfähigkeit von Widerständen, Elektrotechnik und Maschinenbau 1916, Heft 41 und 42.

²⁾ Dr. O. Szilas, vergleiche Fussnote 1, Seite 38.

³⁾ Müller und Mattersdorf: Bahnmotoren Seite 72 und 73.

⁴⁾ Siehe auch H. H. Broughton: Ueber die Leistungsangabe grosser Motoren für intermittierenden Betrieb, The Electrician 4. Mai 1917.

⁵⁾ Normalien für Bahnmotoren 1915, § 1104—1110 des „American Institute of Electrical Engineers.“

weisen suchen. Das Stromdiagramm Fig. 11 gehört zu einer Bahnstrecke mit langen Steigungen und langen Gefällen, welche letztere stromlos befahren werden. Für drei verschiedene Stromverbraucher, deren jeder bei dauernder Belastung mit dem quadratischen Mittelwert des Stromes, 120 Amp. eine Temperaturerhöhung von 48°C aufweisen möge, sind die Temperaturdiagramme aufgezeichnet. Ein langsamlaufender Lokomotivmotor mit $t_0 = 180$ min. weist schon max. 66° Uebertemperatur auf, währenddem ein raschlaufender gut ventilierter Motor gleicher Leistung mit $t_0 = 60$ min. während zwei längeren Zeitabschnitten die Temperaturgrenze bedeutend überschreitet. Noch weit auffälliger ist die Ueberschreitung bei dem Stromverbraucher mit $t_0 = 20$ min. (Kabel, Magnetspule), sie erstreckt sich über die Hälfte der Fahrzeit und weist Spitzen auf von 108° und 122° !

Die Temperaturdiagramme zeigen deutlich, dass die dem mittleren Strom entsprechende Temperatur *die Spitzen nicht berücksichtigt* und dass bei grossen Werten von a/t_0 die Resultate unbrauchbar werden.

Die beschriebene Rechentafel gibt die Möglichkeit, den zeitlichen Verlauf der Uebertemperatur für unregelmässige Schaltspiele mit wenig Zeitaufwand vorauszubestimmen.

Beispiel 1. Fig. 12 zeigt das Stromdiagramm für einen Bahnmotor. Jedem Belastungsabschnitt entspricht im Temperaturdiagramm das Stück einer Erwärmungskurve oder einer Abkühlungskurve, deren Ausgangstemperatur die am Anfang des Abschnittes herrschende Uebertemperatur ist und deren Beharrungsuebertemperatur für die betreffende Belastung aus der Endtemperaturkurve entnommen wird; für die Ruhepausen ist ϑ_{\max} als das *Maximum der Abkühlung* entsprechend der Beharrungsuebertemperatur 0°C aufzufassen. Die aus der Rechentafel für jeden einzelnen Zeitabschnitt als Funktion von t_0 und t abgelesenen Prozente beziehen sich auf die Temperaturdifferenz zwischen der für den Anfang des betreffenden Abschnittes geltenden Uebertemperatur und der Enduebertemperatur entsprechend der Dauerbelastung mit dem betreffenden Strom. Ist die letztere Uebertemperatur höher als die Uebertemperatur am Anfang des Abschnittes, so ergibt sich für den betreffenden Abschnitt eine Temperaturzunahme, im umgekehrten Falle eine Temperaturabnahme. Eine vorgedruckte Tabelle in der Form der nachstehenden Tabelle 2 bildet ein bequemes Schema für die vorzunehmenden Rechenoperationen. Die Werte der Rubriken a, b, c und e sind teils durch das vorliegende Stromdiagramm gegeben, teils durch Versuche oder Rechnung bekannt¹⁾ und werden eingetragen; dann werden die Werte der Rubrik d der Rechentafel entnommen und zuletzt für jeden einzelnen Zeitabschnitt die Werte der Rubriken f, g und h eingesetzt. Ist das Schaltspiel (bei Pendelstrecken Hin- und Rückfahrt) einmal durchfahren, so ist in den meisten Fällen der Beharrungszustand noch nicht erreicht und das Verfahren müsste so lange fortgesetzt werden bis Anfang und Ende eines Schaltspiels gleiche Uebertemperaturen aufweisen würden. Es ist für die Anwendungsmöglichkeit der Methode wesentlich, dass es gelungen ist das Verfahren abzukürzen. Denken wir uns den Motor nicht intermittierend mit verschiedenen Stromstärken, sondern dauernd mit dem mittleren Strom belastet, so sind offenbar jeweils die korrespondierenden Punkte des Temperaturdiagramms aus dem ersten, zweiten, dritten und n ten Schaltspiel Punkte einer Erwärmungskurve mit den Zeiten $0, P, 2P \dots nP$. Da die Zeitkonstante bekannt ist, können wir für irgend einen Punkt des Schaltspiels aus dem Temperaturzuwachs während einer Periode und der Zeit P der Periode ϑ in Prozent von ϑ_{\max} aus der Rechentafel ablesen, wodurch ϑ_{\max} selbst bestimmt ist. Auf diese Weise können wir nun auch für jedes unregelmässige Schaltspiel das Temperaturdiagramm für den Beharrungszustand berechnen. Beginnen wir mit dem Zeitpunkte bei dem wir die grösste Uebertemperatur vermuten, so brauchen wir, falls nur die letztere festzustellen ist, das Beharrungsschaltspiel nicht mehr durchzurechnen. In vielen Fällen wird man vorteilhaft statt mit 0 mit der aus dem quadratischen Mittelwert geschätzten Erwärmung beginnen und so im ersten Schaltspiel dem Dauerzustand schon nahe kommen. Wenn, wie in unserem Beispiel, t_0 verschiedene Werte annimmt, so rechnet

¹⁾ Ist man über die Motorgrösse und die Grössenordnung der Zeitkonstante noch ganz im Unklaren, so wählt man in erster Annäherung einen Motor, der mit dem aus dem Diagramm berechneten mittleren Strom dauernd betrieben, die zulässige Temperaturgrenze nicht ganz erreicht, da wie aus Fig. 11 ersichtlich, die Temperaturspitzen den Mittelwert oft überschreiten.

Bestimmung des Temperaturdiagramms eines Bahnmotors. (Hierzu Fig. 12.)

Tabelle 2.

Rubr.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	J Amp.	194	240	0	88	112	0	112	136	0		Für den Anfangspunkt des Schaltspiels reduziert sich die angenommene Uebertemperatur nach einmaligem Durchrechnen auf $70^{\circ} - 66^{\circ} = 4^{\circ}$, für den Dauerzustand ergibt sich $70^{\circ} - \frac{4^{\circ}}{38,9\%} = 59,7^{\circ}$, die zweite Durchrechnung, zur Probe ausgeführt, ergibt $59,1^{\circ}$, der Ablesungsfehler von $0,6^{\circ}$ ist belanglos.				
b	Zeitkonstante t_0 min.	90	90	225	90	90	225	90	90	225						
c	Zeitabschnitt t min.	4,5	4	1,5	3	4	13	4	4,5	36,5						
d	$\vartheta = f(t_0, t)$ %	4,88	4,35	0,69	3,28	4,35	5,61	4,35	4,88	14,97						
e	ϑ_{\max} für Dauerbelastung . . . °C	160	220	0	66	86	0	86	110	0						
f	Anfangstemperatur des Abschnittes = f + h des vorigen Abschnittes °C	70	74,4	80,7	80,1	79,6	79,9	75,4	75,9	77,6	66					
g	Temperaturdifferenz = e - f . . . °C	90	145,6	- 80,7	- 14,1	6,4	- 79,9	10,6	34,1	- 77,6						
h	Temperaturzuwachs = $\frac{g \cdot d}{100}$. . . °C	4,4	6,3	- 0,6	- 0,5	0,3	- 4,5	0,5	1,7	- 11,6						
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	J Amp.															
b	Zeitkonstante t_0 min.															
c	Zeitabschnitt t min.															
d	$\vartheta = f(t_0, t)$ %	4,88	4,35	0,69	3,28	4,35	5,61	4,35	4,88	14,97						
e	ϑ_{\max} für Dauerbelastung . . . °C	160	220	0	66	86	0	86	110	0						
f	Anfangstemperatur des Abschnittes = f + h des vorherigen Abschn. °C	59,7	64,6	71,4	69,9	69,8	70,5	66,5	67,4	69,5	59,1					
g	Temperaturdifferenz = e - f . . . °C	100,3	155,4	- 71,4	- 3,9	6,2	- 70,5	19,5	42,6	- 69,5						
h	Temperaturzuwachs $\frac{g \cdot d}{100}$. . . °C	4,9	6,8	- 0,5	- 0,1	0,7	- 4,0	0,9	2,1	- 10,4						
Quadratischer Mittelwert von J = $\sqrt{(194^2 \cdot 4,5 + 240^2 \cdot 4 + 0 + 88^2 \cdot 3 + 112^2 \cdot 4 + 0 + 112^2 \cdot 4 + 136^2 \cdot 4,5 + 0) : 75} = \sim 90$ Amp. $t_p = 44,4$ min. (Korrigiert für $t_0 = 90$ min.) $\vartheta\% = 38,9$; Beharrungsübertemperatur am Anfang des dritten Abschnittes = 71,4 °C.																

man mit dem kleinsten vorkommenden Wert von t_0 und benützt für die Abschnitte mit grösserem t_0 die im umgekehrten Verhältnisse der Zeitkonstanten reduzierten Werte von t zur Berechnung der Periode t_p^1).

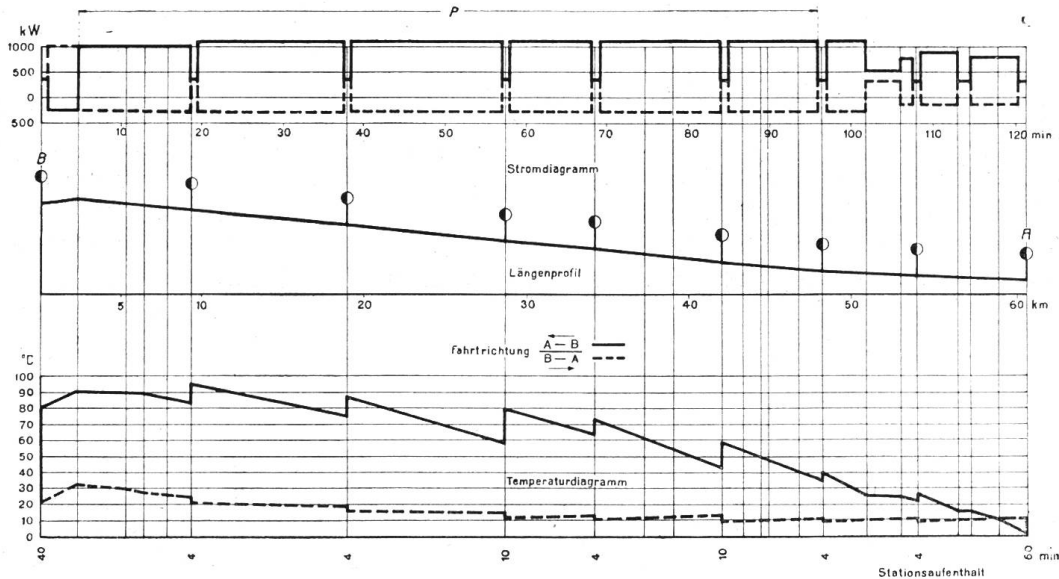


Fig. 13. Temperaturdiagramm eines Lokomotivmotors.

Beispiel 2. Das Temperaturdiagramm für einen Lokomotivmotor (Fig. 13) stellt einen interessanten Fall aus der Praxis vor. Da keine Versuchsdaten für einen der Leistung entsprechenden Motor vorlagen, wurde das Diagramm unter Verwendung eines bereits ausgeführten aber etwas zu kleinen Motors von 440 kW Aufnahme konstruiert, wobei eine maximale Uebertemperatur von 96°C resultierte. Einer zulässigen Uebertemperatur von 70°C

entspricht dann ein Motor mit zirka $440 \cdot \sqrt{\frac{96}{70}} = 515 \text{ kW Aufnahme}$. Fig. 14 zeigt die Endtemperaturkurve.

Der Motor ist künstlich ventiliert und hat eine Zeitkonstante von nur 30 Minuten. Diese den modernen Traktionsmotoren eigene ausserordentlich kleine Zeitkonstante hat zur Folge, dass der Begriff der Stundenleistung ein unrichtiges Bild von der Belastbarkeit des Motors gibt. Die Stundenleistung wird hier nur noch 8 Prozent höher als die Dauerleistung, während z. B. die Stundenleistung geschlossener Bahnmotoren zirka das dreifache der Dauerleistung beträgt.

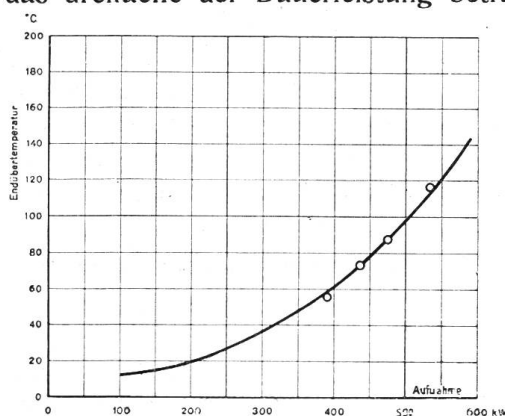


Fig. 14. Kurve der Endübertemperaturen des Lokomotivmotors (zum Diagramm Fig. 13).

Auch für einen ganz regellosen Fahrplan mit beliebigen Stationsaufenthalten und veränderlichen Zugsgewichten kann ein Temperaturdiagramm konstruiert werden, ohne etwa den ganzen, vielleicht 15-stündigen Fahrplan durchrechnen zu müssen. Wir wissen, dass in der Zeit $t = 3 t_0$ 95 Prozent, in der Zeit $t = 4 t_0$ zirka 98 Prozent der Endtemperatur erreicht wird; demgemäss greifen wir aus dem Fahrplan dasjenige Stück von der Länge $3 \div 4 \times t_0$ heraus, das bezüglich Zugfolge und Zugsgewicht das Maximum der Belastung ergibt und berechnen für dieses Stück in bekannter Weise das Temperaturdiagramm. Betrachten wir das Diagramm Fig. 13, so finden wir, dass es zur Ermittlung von ϑ_{\max} genügen würde, das mit P bezeichnete Stück der Bergfahrt zu berechnen. Die

Dauer der Aufenthalte auf den Endstationen hat auf ϑ_{\max} in diesem Falle gar keinen Einfluss.

Die Kurve der Endübertemperaturen für verschiedene Belastungen, die wir für die Berechnung der Temperaturdiagramme brauchen, lässt sich experimentell nur bis zu den

¹⁾ Vergleiche auch die in Abschnitt 3 erwähnte Korrektur.

für die Isolation noch unschädlichen Temperaturen aufnehmen. Wenn wir nicht in roher Annäherung ϑ_{\max} proportional J^2 anwachsen lassen wollen, so können wir aus den vorhandenen Versuchen den Exponenten n in $\vartheta_{\max} = \text{Konst. } W^n$ bestimmen und die Kurve $\vartheta_{\max} = f(W)$ verlängern; durch Kombination mit der Kurve $W = f(J)$ oder $\eta = f(J)$ erhalten wir die Kurve $\vartheta_{\max} = f(J)$ die bis zur zulässigen Grenze (Funkengrenze, Kippgrenze) aufzuzeichnen ist.

Das Verfahren zur Ermittlung des Dauerzustandes aus einem durchgeführten Schaltungsspiel kann auch zur Abkürzung von Versuchen und Versuchsfahrten gute Dienste leisten.

Einem Temperaturdiagramm wird man selbstverständlich die schwersten Bedingungen, unter welchen die Maschinen oder Apparate zu arbeiten haben, zu Grunde legen, auch wird man möglichst diejenigen Teile kontrollieren, die die höchste Erwärmung aufweisen.

Für welchen Teil einer Maschine die Temperatur zu kontrollieren ist, geht gewöhnlich schon aus der Berechnung oder dann aus den Versuchen im Prüfraum hervor.

Die wenigen angeführten Beispiele mögen wegleitend sein zur allgemeinen Anwendung und weiteren Ausgestaltung der Methode.

5. Schlussfolgerungen.

Während die Bestimmung der *stationären Erwärmung* der theoretischen Untersuchung wenig Raum bietet, können die mit der *zeitlich veränderlichen Erwärmung* zusammenhängenden Aufgaben mit Hilfe der Theorie der Erwärmung und Abkühlung *homogener Körper* gelöst werden. Die Einschränkungen denen diese Theorie für die Anwendung auf nicht homogene Körper unterworfen ist, beeinträchtigen ihre Verwendbarkeit keineswegs; in eine übersichtliche, allgemein anwendbare Form gebracht, ermöglicht sie die Ausnutzung der Konstruktionsmaterialien in Maschinen und Apparaten die für intermittierende Betriebe bestimmt sind sowie die Vereinfachung der Erwärmungsversuche.

Es wird auf den grossen Einfluss der Zeitkonstanten, auf den zeitlichen Verlauf der Erwärmung hingewiesen und gezeigt, auf welche Weise diese Konstante aus den Berechnungs- oder Versuchsdaten ermittelt werden kann. Ferner wird an Hand von Beispielen die Unzulänglichkeit des gebräuchlichen Verfahrens zur Vorausberechnung der Erwärmung von Maschinen und Apparaten für Betriebe mit schwankender Belastung dargetan und eine einfache Methode beschrieben, die gestattet, mit der Belastung bis zur zulässigen Temperaturgrenze zu gehen, ohne dieselbe auch nur kurzzeitig zu überschreiten.

Die hohe elektrische und magnetische Beanspruchung der aktiven Materialien in modernen Maschinen hat zur Folge, dass die Zeitkonstanten klein, die die Isolation gefährdenden Temperaturspitzen, welche bei der Dimensionierung nach dem quadratischen Mittelwert vernachlässigt werden, dagegen gross ausfallen und dass ferner der Begriff der Stundenleistung z. B. bei Bahnmotoren kaum mehr praktischen Wert besitzt.

Es wird daher vorgeschlagen, an Stelle der normalen Betriebszeiten 10, 30, 60 und 90 min. für kurzzeitigen Betrieb den Begriff der Zeitkonstante in die Normalien aufzunehmen und ausser der mechanischen und elektrischen Charakteristik von Maschinen etc. auch die *thermische Charakteristik* (Zeitkonstante für volle Drehzahl und für Stillstand und *Endtemperaturkurve*), welche für die Belastbarkeit von Maschinen und Apparaten für intermittierende Betriebe und Bahnen massgebend ist, zu veröffentlichen.

Berichtigung.

In dem Aufsatz „*Die elektrotechnische Weltindustrie und die zukünftigen Absatzverhältnisse für schweizerische elektrotechnische Erzeugnisse*“ von Dipl. Ing. P. Gurewitsch, Bulletin 1917 No. 1, ist auf Seite 13 ein Fehler unterlaufen. Die Addition der Kolonne 4 der Tabelle über die schweizerische Ausfuhr elektrotechnischer Erzeugnisse nach Italien ergibt nicht 4055, sondern 6055. Dementsprechend muss der nachfolgende Satz wie folgt lauten: „Wir sehen aus diesen Zahlen, dass sich die schweizerische Ausfuhr elektrotechnischer Erzeugnisse nach Italien von 1913 bis 1916 *verdreifachte*, während sie in den ersten 9 Monaten 1917 fast ebenso gross, wie die *ganze* Ausfuhr des Jahres 1916 war.“

Die Redaktion.