Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 6 (1915)
Heft: 7

Artikel: Magnetische Streuung
Autor: Kuhlmann, Karl
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1056332

Magnetische Streuung.

Von Prof. Dr. Ing. *Karl Kuhlmann*, Zürich.

Nach so langen Jahren erfolgreichen Elektromaschinenbaues noch über magnetische Streuung zu schreiben, erscheint nur dadurch gerechtfertigt, dass einmal die Frage an sich verwickelt ist, zweitens durch die Kommutatormotoren diese Frage von noch grösserer Bedeutung als bei den Induktionsmotoren geworden ist, und drittens die Techniker durch die Schaffung sog. technischer Theorien in dem Anfange der 90er Jahre die wirklichen physikalischen Verhaltnisse etwas auf Kosten der Kraftlinienvorstellung aus dem Auge verloren haben. Die Folge war das Auftauchen immer neuer Berechnungsmethoden für die sog. Streuungskoeffizienten und immer neuer Streuungsarten, sodass selbst der Eingeweihte schon ein gut Teil Mühe auf die Auseinanderhaltung all dieser „Abarten" verwenden musste. Da hat dann Herr Dr. Rogowski vor einigen Jahren die Sache sehr geklärt durch Aufteilung der ganzen komplizierten Streuungserscheinung in zwei Kategorien, der einfach und der doppeltverketteten Streuung. Wir teilen in Streuung erster und zweiter Ordnung.

Die einfach verkettete Streuung ist dabei die landläufige Streuung, also diejenige, welche dem mit der sekundären Spule gar nicht verketteten Fluss entspricht und die sich bei Wicklungen vornehmlich aus der Nuten-, Wickelkopf- und Zahnkopfstreuung zusammensetzt.

Der Name „doppelt verkettete Streuung" ist zwar nicht gerade glücklich gewählt, denn er nennt etwas Streuung, was doppelt verkettet ist. Das entspricht nicht der gewöhnlichen Vorstellung, die man sich von der Streuung macht. Statt doppelt verketteter Streuung würde die Ausdrucksweise: „Verlust an magnetischen Verkettungen oder an Kraftflusswindungen durch „teilweise Verkettung der Kraftflüsse" mit den induzierten Windungen" richtiger sein. Will man nun diesen Verlust in den Begriff der Streuung mit hineinbeziehen, so ist es gar nicht möglich, bei komplizierten Wicklungsanordnungen eine scharfe Unterscheidung zwischen dem zu treffen, was Nutzfluss und was Streufluss ist. Hier hat die Willkür ihr volles Recht und darum reden die Autoren, wenn sie in bester Absicht einander belehren wollen, auch so leicht an einander vorbei. Um dies zu zeigen, betrachten wir das nebenstehende Zweispulensystem. I sei die erregte (induzierende) Spule, II die zunächst unerregt gedachte (induzierte) Spule. Betrachtet man die einzelnen Flussröhren, so erkennt man darunter leicht die mit Φ_{s1} bezeichneten, das sind diejenigen, welche nur und auch nur mit Windungen von I allein verkettet sind. Sie representieren die Flussröhren, welche in ihrer Gesamtheit den reinen Streufluss Φ_{s1} ergeben.

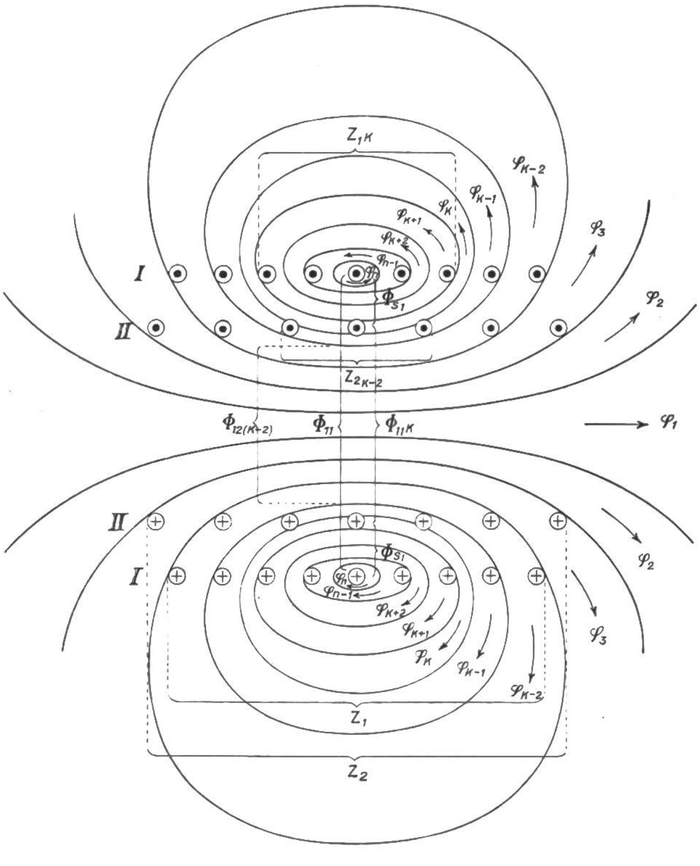

Fig. 1.

Dass sie den reinen Streufluss Φ_{s1} von I darstellen, unterliegt keinem Zweifel. Die übrigen Flüsse sind aber teilweise mit I und teilweise mit II verkettet, somit lässt sich über sie nicht ohne weiteres einwandsfrei entscheiden, wieweit hier der Begriff Streufluss berechtigt oder unberechtigt ist. Man geht hier am besten auf die Beziehung zurück, die für die magnetische Energie der beiden Spulen besteht.

Ist L_{11} die Selbstinduktivität der Spule I, der Strom in ihr i_1, M_{12} der Koeffizient der Gegeninduktivität der Spule I auf II, also wenn der Strom i_2 in II Null wäre, ferner M_{21} die Gegeninduktivität von II auf I, also wenn $i_2 = i_2$ und $i_1 = o$ wäre, L_{22} die Selbstinduktivität der Spule II. Dann schreibt sich, da $M_{12} = M_{21}$ ist, die magnetische Energie der beiden Spulen in der Form [1]), vorausgesetzt, dass i_1 und i_2 im gleichen Sinne magnetisieren:

$$U_{I,II} = \frac{1}{2} i_1^2 L_{11} + i_1 i_2 M_{12} + \frac{1}{2} i_2^2 L_{22} \text{ oder } \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

$$= \frac{1}{2} i_1 (i_1 L_{11} + i_2 M_{21}) + \frac{1}{2} i_2 (i_2 L_{22} + i_1 M_{12}) \quad . \quad . \quad 1a)$$

Durch die Erregung i_2 ist also von II die Energie $\frac{1}{2} i_1 i_2 M_{21}$ in I und der gleiche Betrag $\frac{1}{2} i_1 i_2 M_{12}$ durch die Erregung i_1, von I in II übertragen worden.

Wir haben somit als magnetischen Wirkungsgrad der Spule I gegen II

$$\eta_{1,2} = \frac{\frac{1}{2} i_1 i_2 M_{12}}{\frac{1}{2} i_1^2 L_{11}} = \frac{i_2 M_{12}}{i_1 L_{11}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

und analog als magnetischen Wirkungsgrad der Spule II gegen I

$$\eta_{2,1} = \frac{\frac{1}{2} i_1 i_2 M_{12}}{\frac{1}{2} i_2^2 L_{22}} = \frac{i_1 M_{21}}{i_2 L_{22}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Der totale magnetische Wirkungsgrad des Zweispulensystems ist also

$$\eta = \eta_{12} \, \eta_{21} = \frac{M_{12} \cdot M_{21}}{L_{11} \cdot L_{22}} = \frac{M_{12}^2}{L_{11} \cdot L_{22}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Der totale Verlust infolge unvollkommener magnetischer Verkettung also

$$\sigma = 1 - \eta = 1 - \frac{M_{12}^2}{L_{11} \cdot L_{22}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

hat man den totalen *Streuungskoeffizienten* des Zweispulensystems genannt.

Sind mehr als zwei Spulen gegeben, so ist, wenn statt M überall L verwendet wird:

$$M = \frac{1}{2} i_1 [i_1 L_{11} + i_2 L_{21} + i_3 L_{31} + \ldots + i_k L_{k1}] + \frac{1}{2} i_2 [i_1 L_{12} + i_2 L_{22} + \ldots + i_k L_{k2}]$$

$$+ \ldots + \frac{1}{2} i_k [i_1 L_{1k} + i_2 L_{2k} + \ldots + i_k L_{kk} + \ldots + i_2 L_{11k}] + \ldots$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k=n} \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} (i_k \cdot i_\lambda \cdot L_{\lambda k})$$

---

[1]) Siehe Orlich: Kapazität und Induktivität.
Donde König: Physik des Aethers.

Man kann nun setzen $\gamma_{l1} = \frac{1}{1+\tau_1}$, wo τ_1 den Heyland'schen Streuungskoeffizienten bedeutet und enthält.

$$\tau_1 = \frac{\frac{1}{2} i_1^2 L_{11}}{\frac{1}{2} i_1 i_2 M_{12}} - 1 = \frac{\frac{1}{2} i_1^2 L_{11} - \frac{1}{2} i_1 i_2 M_{12}}{\frac{1}{2} i_1 i_2 M_{12}} = \frac{\frac{1}{2} i_1^2 \lambda_1}{\frac{1}{2} i_1 i_2 M_{12}} \quad \ldots \quad 6)$$

worin λ_1 die resultierende Streuinduktivität der Spule I ist. Analog wird

$$\tau_2 = \frac{1}{\gamma_{l2}} - 1 = \frac{\frac{1}{2} i_2^2 L_{22} - \frac{1}{2} i_1 i_2 M_{21}}{\frac{1}{2} i_1 i_2 M_{21}} = \frac{\frac{1}{2} i_2^2 \lambda_2}{\frac{1}{2} i_1 i_2 M_{21}} \quad \ldots \quad 7)$$

Für die Koeffizienten L_{11} etc. finden wir folgende Gleichungen. Es ist:

$$\underset{\text{(Henry)}}{L_{11}} = \frac{\Sigma\,(\Phi_{11\,k} Z_{1\,k})\, 10^{-8}}{i_1} \quad \ldots \quad 8)$$

wobei wir mit

$$\Phi_{11\,k} = \sum_{k=1}^{k=k} (\varphi_{1\,k}) \quad \ldots \quad 9)$$

den totalen Fluss bezeichnen, welcher mit den $Z_{1\,k}$-Windungen der primären Spule ganz und gar verkettet ist und in Maxwell ausgedrückt sei. Wird er statt in Maxwell in Voltsek. ausgedrückt, so ist

$$\underset{\text{(Henry)}}{L_{11}} = \frac{\Sigma\,(\Phi_{11\,k} Z_{1\,k})}{i_1}$$

In der Praxis braucht man nun teils zur Berechnung der Hysteresisverluste, teils zur Berechnung der Erregerströme J_1 nicht so sehr die Teilflüsse $\varphi_{1\,k}$ oder die Flüsse $\Phi_{(11)\,k}$, sondern den totalen Fluss

$$\Phi_{11} = \sum_{k=1}^{k=n} \varphi_{1\,k} \quad \ldots \quad 10)$$

den die Spule I für sich allein erzeugt. Denkt man sich die Spule mit ihren Z_1-Windungen nun auf einen so kleinen Raum zusammengeschrumpft, dass gar keine Streuung eintreten könnte, also alle Z_1-Windungen mit Φ_{11} voll verschlungen sind, so wäre die Zahl der Kraftflusswindungen $\Phi_{11} \cdot Z_1$. Da sie in Wirklichkeit aber kleiner ist, so haben wir diesen Ausdruck noch mit einem Faktor K_{11} zu multiplizieren und erhalten so für L_{11} die Beziehungen.

$$L_{11} = \frac{k_{11} \cdot \Phi_{11} \cdot Z_1}{i_1} \quad \ldots \quad 11)$$

Damit wird also

$$K_{11} = \frac{\Sigma\,(\Phi_{11\,k} \cdot Z_{1\,k})}{\Phi_{11} \cdot Z_1} \quad \ldots \quad 12)$$

ein Faktor kleiner als 1, welcher die komplizierte Verkettung auf den einfachen Fall, wo Z_1 gleich 1 ist, zurückführt. Man nennt K_{11} den Wickelfaktor der Spule I.

Analog finden wir für M_{12}:

$$M_{12} = \frac{\Sigma\,(\Phi_{(12)\,k} Z_{2\,k})}{i_1} \quad \ldots \quad 13)$$

worin allgemein $\Phi_{(12)\,k}$ ein von $Z_{1\,k}$-Windungen der Spule I erregter und gleichzeitig mit $Z_{2\,k}$-Windungen der Spule II verschlungener Fluss ist, wenn $i_2 = 0$ ist. Somit wird analog:

$$M_{21} = \frac{\Sigma\,(\Phi_{(21)\,\lambda} \cdot Z_{1\,\lambda})}{i_2} \quad \ldots \quad 14)$$

worin $\Phi_{(21)\lambda}$ der von $Z_{2\lambda}$-Windungen der Spule II erzeugte und mit $Z_{1\lambda}$-Windungen der Spule I verschlungene Fluss ist, wobei die Flussröhren, welche von II allein erzeugt werden, lediglich zur leichteren Unterscheidung von denen der Spule I mit den Index λ statt mit k bezeichnet wurden.

$$\text{Ebenso ist } L_{22} = \frac{\Sigma\,(\Phi_{(22)\lambda} \cdot Z_{2\lambda})}{i_2} \quad \ldots\ldots \quad 15)$$

$$= \frac{k_{22} \cdot \Phi_{22} \cdot Z_{2\lambda}}{i_2}, \quad \ldots\ldots \quad 16)$$

$$\text{wenn } \Phi_{22} = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} \varphi_{(22)\lambda} \text{ ist} \quad \ldots\ldots \quad 17)$$

$$K_{22} = \frac{\Sigma\,(\Phi_{(22)\lambda} \cdot Z_{2\lambda})}{\Phi_{22} \cdot Z_2} \quad \ldots\ldots \quad 18)$$

$$M_{21} = \frac{\Sigma\,(\Phi_{(21)\lambda} \cdot Z_{1\lambda})}{i_2} = M_{12} \quad \ldots\ldots \quad 19)$$

Wollte man nun auch M_{12} und M_{21} mit Hülfe der K-Koeffizienten ausdrücken, so kann man jetzt in Zweifel geraten, welchen Fluss man zu Grunde legen soll. Wir entscheiden uns ganz willkürlich wie folgt:

Den totalen von I erzeugten Fluss setzen wir gleich Φ_{11} und zerlegen ihn in Φ_{s1}, den nur und auch nur mit I allein verketteten, reinen Streufluss und den Rest Φ_{12}, welcher sowohl mit I als auch mit II, sei es teilweise oder ganz, verkettet ist. Wir setzen also

$$\Phi_{11} = \Phi_{s1} + \Phi_{12} \text{ und erhalten:} \quad \ldots\ldots \quad 20)$$

$$M_{12} = \frac{k_{12} \cdot \Phi_{12} \cdot Z_2}{i_1} \quad \ldots\ldots \quad 21)$$

$$K_{12} = \frac{\Sigma\,(\Phi_{(12)k} \cdot Z_2)}{\Phi_{12} \cdot Z_2} \quad \ldots\ldots \quad 22)$$

$$\text{analog:} \quad M_{21} = \frac{k_{21}\, \Phi_{21} \cdot Z_1}{i_2} \quad \ldots\ldots \quad 23)$$

$$K_{21} = \frac{\Sigma\,(\Phi_{(21)\lambda} \cdot Z_{1\lambda})}{\Phi_{21} \cdot Z_1} \quad \ldots\ldots \quad 25)$$

Setzen wir diese Werte in die Gleichungen für τ_1 und τ_2 ein, so wird:

$$\tau_1 = \frac{\frac{1}{2}\, i_1^2\, \lambda_1}{\frac{1}{2}\, i_1\, i_2\, M_{12}} = \frac{i_1\, k_{11}\, \Phi_{11} Z_1 - i_2 \frac{k_{12}\, \Phi_{12}\, Z_2}{i_1}}{i_2 \frac{k_{12}\, \Phi_{12}\, Z_2}{i_1}} = \frac{k_{11}\, \Phi_{11}\, i_1\, Z_1}{k_{12}\, \Phi_{12}\, i_2\, Z_2} - 1 \quad \ldots \quad 26)$$

$$\text{bezw.} \; \frac{i_1\, Z_1}{i_2\, Z_2} = (1 + \tau_1) \frac{k_{12} \cdot \Phi_{12}}{k_{11} \cdot \Phi_{11}} \quad \ldots\ldots \quad 27)$$

Der Heyland'sche Streufaktor auf Grund der Energiebeziehungen definiert, hängt in seiner Definition also ab von dem Verhältnis $\frac{i_1\, Z_1}{i_2\, Z_2}$ der Ampèrewindungen der beiden Spulen. Das einfachste ist, ihn zu definieren für den Fall, dass $i_1\, Z_1 = i_2\, Z_2$ ist. Dann wird

$$\tau_1 = \frac{k_{11}\ \Phi_{11}}{k_{12}\ \Phi_{12}} - 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 28)$$

und stimmt nunmehr mit der Definition aus der Kraftflussvorstellung überein.

Nun ist es praktisch unzweckmässig, den Faktor K_{11} auszurechnen. Man trennt vielmehr die reine Streuung Φ_{s1} von Φ_{11} und zerlegt L_{11} wie folgt:

$$L_{11} = l'_{11} + \lambda_{s1}, \text{ worin } \lambda_{s1} \text{ dem Felde } \Phi_{s1} \text{ entspricht.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 29)$$

$$= \frac{\Sigma\ (\Phi_{(12)\,k}\ Z_{1\,k})}{i_1} + \frac{\Sigma\ (\Phi_{s1}\ k \cdot Z_{1\,k})}{i_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 30)$$

$$= \frac{k'_{11}\ \Phi_{12}\ Z_1}{i_1} + \frac{k_{s1}\ \Phi_{s\,i}\ Z_1}{i_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 30)$$

Hiermit wird dann

$$k_{11}\ \Phi_{11} = k'_{11}\ \Phi_{12} + k_{s1}\ \Phi_{s1} \text{ und} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 31)$$

$$\boxed{\tau_1 = \frac{k_{s1}\ \Phi_{s1}}{k_{12}\ \Phi_{12}} + \frac{k'_{11} - k_{12}}{k_{12}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 32)$$

$$\tau_1 = \tau_{s1} + \tau_{12} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 33)$$

Hierin entspricht τ_{s1}, dann dem Beitrag durch „reine Streuung" (Streuung erster Ordnung) und τ_{12} (Streuung zweiter Ordnung) der teilweisen Verkettung des Restflusses Φ_{12} mit Spule I und mit Spule II bei *Gleichheit der primären und sekundären Ampèrewindungen.*

Analog wird:

$$\boxed{\tau_2 = \frac{k_{s2}\ \Phi_{s2}}{k_{21}\ \Phi_{21}} + \frac{k'_{22} - k_{21}}{k_{21}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 34)$$

$$\tau_2 = \tau_{s2} + \tau_{21} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 35)$$

Will man noch die Streuinduktivitäten λ_1 und λ_2 berechnen, so ergibt sich folgendes aus Gleichung:

$$\text{Es ist } \lambda_1 = \tau_1 \frac{\frac{1}{2}\, i_1\, i_2\, M_{12}}{\frac{1}{2}\, i_1^2}$$

$$= \tau_1 \frac{i_2\ M_{12}}{i_1} = (\tau_{s1} + \tau_{12}) \frac{i_2\ M_{12}}{i_1} = (\tau_{s1} + \tau_{12}) \cdot \frac{i_2 \cdot \left(l_{11} \cdot \frac{Z_2}{Z_1}\right)}{i_1} = (\tau_{s1} + \tau_{12})\, l_{11} \qquad 36)$$

$$= \left(\frac{k_{s1}\ \Phi_{s1}}{k_{12}\ \Phi_{12}} + \frac{k'_{11} - k_{12}}{k_{12}}\right) \frac{k_{12} \cdot \Phi_{12} \cdot Z_2\ i_2}{i_1^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 37)$$

Wenn wir wie oben $i_1\, Z_1 = i_2\, Z_2$ voraussetzen, so wird

$$\lambda_1 = \frac{(k_{s1}\ \Phi_{s1} + k'_{11}\ \Phi_{12})\ Z_1}{i_1} - \frac{k_{12}\ \Phi_{12}\ Z_2}{i_1} \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 38)$$

Dieser Ausdruck für λ_1 ist identisch mit

$$\lambda_1 = L_{11} - M_{12} \frac{Z_1}{Z_2}, = L_n - l_{11} = L_{11} - (l'_{11} - \lambda_{12}) \quad . \quad . \quad . \quad 39)$$

Setzt man $\lambda_1 \lambda_{s1} + \lambda_{12}$, so ist . . . . . . 40)

$$\lambda_{s1} = \frac{k_{s1}\,\Phi_{s1}\,Z_1}{i_1}; \qquad \lambda_{12} = \frac{(k'_{11} - k_{12})\,\Phi_{12}\,Z_1}{i_1} \quad \text{. . . . . 41)}$$

$$\text{analog:} \quad \lambda_2 = \lambda_{s2} + \lambda_{21} = L_{22} - M_{12}\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) = L_{22} - l_{22} = L_{22}\,(l'_{22} - \lambda_{21}) \quad \text{. 42)}$$

Diese schon lange bekannten Definitionen von λ_1 und λ_2 machte auch Rogowski zum Ausgangspunkt seiner Gleichungen. Wir haben hier zu zeigen versucht, welchen Gründen sie entspringen, wenn man von der magnetischen Energie ausgeht.

Gehen wir zu dem Ausdrucke für die Energie zurück, so kann er auch folgendermassen geschrieben werden:

$$U_{I\,II} = \frac{1}{2}\,i_1\,Z_1\,(k'_{11}\,\Phi_{12} + k_{s1}\,\Phi_{s1} + k_{21}\,\Phi_{21})$$
$$+ \frac{1}{2}\,i_2\,Z_2\,(k'_{22}\,\Phi_{21} + k_{s2}\,\Phi_{s2} + k_{12}\,\Phi_{12}) \quad \text{. . . . 43)}$$

Wir können nun für die Bestimmung der Streuung folgende Bedingungen aufstellen.

a) Die ganze Energie soll nur im Felde Φ_{s1} und Φ_{s2} stecken, also es soll die „Streuung erster Ordnung" allein ermittelt werden. Dann muss sein:

$$k'_{11}\,\Phi_{12} + k_{21}\,\Phi_{21} = o \quad \text{und . . . . 44)}$$

$$k'_{22}\,\Phi_{21} + k_{12}\,\Phi_{12} = o \quad \text{oder dann muss sein: . . 45)}$$

$$\frac{k'_{11}}{k_{21}} = -\frac{\Phi_{21}}{\Phi_{12}} = \frac{k_{12}}{k'_{22}} \quad \text{oder } k'_{11}\,k'_{22} = k_{12}\cdot k_{21} \quad \text{. . . . 46)}$$

Die Ermittlung von τ_{s1} bezw. τ_{s2} geht also nur bei solchen Wicklungen, bei denen $k'_{11}\cdot k'_{22} = k_{12}\cdot k_{21}$ ist.

Da $\Phi_{12} = \Sigma\,(\varphi_{(12)\,k}) = \Sigma\left(\frac{i_1\,Z_{1k}}{\Re_{(12)\,k}}\right)$ ist; worin $\Re_{(12)\,k}$ der magnetische Widerstand der Flussröhre k ist, welche sowohl mit I als II verschlungen vorausgesetzt wird, so schreiben wir vereinfacht

$$\boldsymbol{\Phi_{12} = f_1\,i_1\,Z_1}\,, \quad \text{wo . . . . 47)}$$

$$f_1 = \frac{\Sigma\left(\frac{Z_{1k}}{\Re_{(12)\,k}}\right)}{Z_1}$$

$$\text{Analog wird } f_2 = \frac{\Sigma\left(\frac{Z_2\,\lambda}{\Re_{(21)}\,\lambda}\right)}{Z_2}$$

In diesem Falle a) muss dann aber auch der Strom:

$$i_1 = -i_2\cdot\frac{Z_2}{Z_1}\cdot\frac{f_2}{f_1}\cdot\frac{k_{21}}{k'_{11}} \quad \text{sein. . . . . . . 48)}$$

Die Faktoren f_1 und f_2 heissen wir die Ampèrewindungsfaktoren.

Die einzige Wicklung, welche die Bedingung $k'_{11}\,k'_{22} = k_{12}\cdot k_{21}$ erfüllt, ist aber nur die Einlochwicklung. Bei ihr ist aber auch $f_1 = f_2$ und $i_1\,Z_1 = -\,i_2\,Z_2$.

Die Ampèrewindungsfaktoren f_1 und f_2 sind experimentell, solange keine merkbare Sättigung besteht, schliesslich bestimmbar. Da man den Fluss Φ_{12} stets leicht aus der E. M. K.-Formel der Spule II und der Form der E. M. K.-Kurve berechnen kann und

$$f_1 = \frac{\Phi_{12}}{J_1 Z_1} \text{ ist.}$$

b) Will man hingegen die totale Streuung bestimmen, so darf bei dem Versuche nur Energie in den Streufeldern bestehen. Diese Energie ergiebt sich zu:

$$U'_{I,II} = \frac{1}{2} i_1^2 \lambda_1 + \frac{1}{2} i_2^2 \lambda_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 49)$$

Da nun allgemein $U_{I,II} = \frac{1}{2} i_1^2 L_{11} + i_1 i_2 M_{12} + \frac{1}{2} i_2^2 L_2$ ist, so folgt im Falle b) $U'_{I,II} = U_{I,II}$.

Also wird:

$$U_{I\,II} = \frac{1}{2} i_1 L_{11} + i_1 i_2 M_{12} + \frac{1}{2} i_2^2 L_{22} = \frac{1}{2} i_1^2 \lambda_1 + \frac{1}{2} i_2^2 \lambda_2$$

$$= \frac{1}{2} i_1^2 M_{12} \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{1}{2} i_1^2 \lambda_1 + i_1 i_2 M_{12} + \frac{1}{2} i_2^2 M_{12} \frac{Z_2}{Z_1} + \frac{1}{2} i_2^2 \lambda_2$$

Mithin muss sein $M_{12}\left(i_1^2 \frac{Z_1}{Z_2} + 2\, i_1 i_2 Z_1 Z_2 + i_2^2 \frac{Z_2}{Z_1}\right) = 0$ sein

oder $(i_1 Z_1)^2 + 2\, i_1 i_2 Z_1 Z_2 + (i_2 Z_2)^2 = 0$

also $(i_1 Z_1 + i_2 Z_2)^2 = o$ oder

$$\mathbf{i_1 Z_1 = - i_2 Z_2}$$

D. h. um die Streuungsinduktivitäten λ_1 und λ_2 zu messen, müssen die Ampèrewindungen entgegengesetzt einander gleich sein. (Rogowski). Dieses Ergebnis war aber nach dem, was wir oben über die Definition von λ_1 und λ_2 auf Grund der Energiebeziehungen ausführten, zu erwarten.

Aus den Gleichungen für $\tau_1 = \tau_{s1} + \tau_{12}$ folgt, dass τ_{12} sowohl positiv wie negativ sein kann, je nachdem $k'_{11} \gtrless k_{12}$ ist. Sind beide Wicklungen räumlich ganz gleichartig verteilt, so wird τ_{12} sogar den Wert Null erreichen. Ein negatives τ_{12} wäre das Ideal insofern, als dadurch der Streuungskoeffizient τ_1 eventuell negativ werden könnte. Dieses ist zu erreichen durch ein grosses k_{12} also relativ geringe Nutenzahl pro Spulenseite im sekundären Wicklungsteil. Führt man dies aus, so würde natürlich

$$\tau_{21} = \frac{k'_{22} - k_{21}}{k_{21}}$$

unbedingt positiv werden, da k'_{22} den Wert k_{21} um so mehr übertrifft, je kleiner die Nutenzahl der Spule II gegenüber derjenigen der Spule I ist.

Wir wollen uns nun noch fragen: Welchen Einfluss haben die Koeffizienten τ_{12} und τ_{21} auf die gesamte Streuung. Wir finden leicht:

$$\sigma = \frac{\tau_{s1}(1+\tau_{21}) + \tau_{s2}(1+\tau_{12}) + \tau_{s1}\tau_{s2} + \tau_{12} + \tau_{21} + \tau_{12}\tau_{21}}{1 + \tau_{s1}(1+\tau_{21}) + \tau_{s2}(1+\tau_{12}) + \tau_{s1}\tau_{s2} + \tau_{12} + \tau_{21} + \tau_{12}\tau_{21}} \quad . \quad 50)$$

Da nun, wenn τ_{12} positiv ist, τ_{21} oft um ebensoviel negativ wird, so geht hieraus hervor, dass die totale Streuung durch das Vorzeichen von τ_{12} bew. τ_{21} im allgemeinen wenig beeinflusst wird.