Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 6 (1915)
Heft: 2

Artikel: Calculs de transformateurs
Autor: Chavannes, Roger
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1056325

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

BULLETIN

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich mit den Jahres-Beilagen **„Statistik der Starkstromanlagen der Schweiz"** sowie **„Jahresheft"** und wird unter Mitwirkung einer vom Vorstand des S. E. V. ernannten Redaktionskommission herausgegeben.

Alle den Inhalt des „Bulletin" betreffenden Zuschriften sind zu richten an das

Generalsekretariat
des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins,
Neumühlequai 12, Zürich 1 - Telephon 9571

Alle Zuschriften betreffend Abonnement, Expedition und Inserate sind zu richten an den Verlag:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G.,
Hirschengraben 80/82 Zürich 1 Telephon 6741

Abonnementspreis
für Nichtmitglieder inklusive Jahresheft und Statistik:
Schweiz Fr. 15.—, Ausland Fr. 25.—.
Einzelne Nummern vom Verlage Fr. 1.50 plus Porto.

Publié sous la direction d'une Commission de Rédaction nommée par le Comité de l'A. S. E.

Ce bulletin paraît mensuellement et comporte comme annexes annuelles la **„Statistique des installations électriques à fort courant de la Suisse"**, ainsi que l'**„Annuaire"**.

Prière d'adresser toutes les communications concernant la matière du „Bulletin" au

Secrétariat général
de l'Association Suisse des Electriciens
Neumühlequai 12, Zurich 1 - Téléphone 9571

Toutes les correspondances concernant les abonnements, l'expédition et les annonces, doivent être adressées à l'éditeur:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei S. A.
Hirschengraben 80/82 Zurich 1 Téléphone 6741

Prix de l'abonnement annuel (gratuit pour les membres de l'A. S. E.), y compris l'Annuaire et la Statistique, Fr. 15.— pour la Suisse, Fr. 25.— pour l'étranger.
L'éditeur fournit des numéros isolés à Fr. 1.50, port en plus.

VI. Jahrgang
VI^e Année

Bulletin No. 2

Februar
Février 1915

Calculs de transformateurs.

Par *Roger Chavannes*, ing., Professeur à l'Ecole des Arts et Métiers à Genève.

Cette étude se bornera aux types de transformateurs statiques à noyaux verticaux dans le même plan, à bobines rondes, et se référera aux travaux de Dr. R. Pohl et H. Bohle (E.T.Z. 1905 p. 897) et Vidmar (Elektr. und Masch., Nov. 1913).

Notations.

d diamètre du cercle circonscrit à un noyau.
$d_1 = \mu d$ intervalle de ces cercles.
h hauteur du noyau, en cm.
f fréquence.
f_c facteur de remplissage du cuivre.
$f_f = S_f \frac{4}{\pi d^2}$ facteur de remplissage du fer.
S_f section transversale d'un noyau.
$s + S_f$ section transversale d'une culasse.
$K_1 = \frac{\rho}{\gamma_c}$ facteur des pertes du cuivre.
K_2 facteur des pertes du fer, ou perte par kg à la fréquence constante f, pour $B = 1$.
w_f w_c pertes en watts, du fer, du cuivre.
$w = w_f + w_c$ perte totale.
$a_c = \frac{w_c}{w}$; $a_f = \frac{w_f}{w}$ proportions de pertes.
σ densité dans le cuivre en amp. par mm^2.

G_f G_c poids du fer, du cuivre.
P prix total.
p_c p_f prix par kg de cuivre, de fer, ouvrés.
γ_c γ_f poids spécifiques du fer, du cuivre.
G_f' poids virtuel du fer.
$K_3 = \frac{G_f}{G_c}$ rapport de poids.
$K_3' = \frac{G_f'}{G_c}$ rapport de poids.

Méthode de Pohl et Bohle.

Cette méthode a été exposée par les auteurs pour le cas de culasses ayant même section que les noyaux, par conséquent avec $\varepsilon = 1$. Elle sera donnée ici, en résumé, en faisant intervenir ce facteur dont Vidmar a démontré toute l'importance.

Les pertes sont

$$w_c = a_c w = K_1 \sigma^2 G_c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$
$$w_f = a_f w = K_2 B^2 G_f'$$

où G_f' est le poids virtuel, défini par cette équation. Cette méthode de calcul des pertes est très suffisante quand la fréquence est constante et quand le coefficient K_2, qui est de l'ordre de grandeur de 1, 5 à 6×10^{-8}, est déterminé pour les inductions usuelles avec une carcasse de transformateur terminée.

Des éq. 1) et 2) on tire

$$w = \frac{G_c K_1 \sigma^2}{a_c} \qquad w = \frac{G_f' K_2 B^2}{a_f}$$

et par multiplication

$$w = \sqrt{\frac{G_c G_f' K_1 K_2}{a_c a_f}} (\sigma B)^2$$

Comme $G_f' = K_3' G_c$

$$G_c = \frac{w}{\sigma B} \sqrt{\frac{a_c a_f}{K_1 K_2 K_3'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

$$G_f = K_3 \frac{w}{\sigma B} \sqrt{\frac{a_c a_f}{K_1 K_2 K_3'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

La longueur des culasses est pour le monophasé

$$d\ (\mu + 2)$$

et pour le triphasé

$$d\ (3 + 2\ \mu)$$

La longueur moyenne d'une spire est

$$\lambda = \pi d \left(1 + \frac{\mu}{2}\right)$$

Nous aurons donc pour les poids, pour le monophasé

$$G_c = \gamma_c f_c h \pi d^2 \mu \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) 10^{-3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

$$G_f = \gamma_f f_f \frac{\pi}{2} d^2 [h + \varepsilon d (\mu + 2)] 10^{-3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

La perte fer croît comme le poids et comme le carré de B; et comme B est inverse de la section, le poids virtuel, qui donne la perte, devient

$$G_f' = \gamma_f f_f \frac{\pi}{2} d^2 \left[h + \frac{d}{\varepsilon} (\mu + 2) \right] 10^{-3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Pour le triphasé on aura

$$G_c = \frac{3}{2} \gamma_c f_c h \pi d^2 \mu \left(1 + \frac{\mu}{2} \right) 10^{-3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

$$G_f = \gamma_f f_f \frac{\pi d^2}{4} [3 h + 2 \varepsilon d (3 + 2 \mu)] 10^{-3} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

$$G_f' = \gamma_f f_f \frac{\pi d^2}{4} \left[3 h + \frac{2 d}{\varepsilon} (3 + 2 \mu) \right] 10^{-3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Cette dernière équation suppose que dans la culasse d'un transformateur triphasé règne le même flux que dans les noyaux. Cette hypothèse est controversable.

Les éq. 3) et 5); et d'autre part 4) et 6) donnent pour le monophasé, en appelant γ et β des facteurs

$$\beta = \sigma B d^2 [h + \varepsilon d (\mu + 2)] = \frac{K_3 w \cdot 10^8}{f_f \frac{\pi}{2} \gamma_f} \sqrt{\frac{a_c a_f}{K_1 K_2 K_3'}} \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

$$\gamma = \sigma B h d^2 \left(1 + \frac{\mu}{2} \right) \mu = \frac{w \cdot 10^3}{f_c \gamma_c \pi} \sqrt{\frac{a_c a_f}{K_1 K_2 K_3'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

L'équation de force électromotrice donne

$$N = \frac{E}{4{,}44 f S_f B} 10^8$$

où $S_f = \frac{\pi d^2}{4} f_f$

La densité de courant est

$$\sigma = \frac{N_1 I_1 + N_2 I_2}{N_1 s_1 + N_2 s_2} = \frac{NI}{Ns}$$

et

$$Ns = f_c \frac{d_1}{2} h 10^2$$

ce qui définit le coefficient de remplissage f_c

On en tire

$$\sigma B = \frac{EI \cdot 10^6}{4{,}44 \frac{\pi}{8} f f_c f_f h \mu d^3}$$

Posant la puissance $kVA = \frac{EI}{10^3}$

et pour le monophasé:

$$\alpha = 5{,}74 \frac{kVA}{f f_c f_f} 10^8 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

on aura

$$\sigma B = \frac{\alpha}{h \mu d^3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Pour le triphasé on aurait

$$\alpha = \frac{2}{3} 5{,}74 \frac{kVA}{f f_c f_f} 10^8$$

et $$\beta = \sigma B \cdot d^2 \left[\frac{3}{2} h + \varepsilon d (3 + 2\mu) \right] = \frac{K_3 w \cdot 10^3}{f_t \frac{\pi}{2} \gamma_f} \sqrt{\frac{a_c a_f}{K_1 K_2 K_3'}} \quad . \quad . \quad (8)$$

$$\gamma = \sigma B \cdot \frac{3}{2} d^2 \mu \left(1 + \frac{\mu}{2} \right) = \frac{w \cdot 10^3}{f_c \gamma_c \pi} \sqrt{\frac{a_c a_f}{K_1 K_2 K_3'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Des équations 11), 8) et 9) on tire: pour le monophasé

$$\mu = 2 \left(\frac{\gamma}{\alpha} d - 1 \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

$$\sigma B = \frac{\beta - \frac{\alpha}{\mu d}}{\varepsilon d^3 (\mu + 2)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

$$h = \frac{\alpha}{\sigma B \mu d^3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

et pour le triphasé

$$\mu = 2 \left(\frac{2}{3} \frac{\gamma}{\alpha} d - 1 \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

$$\sigma B = \frac{\beta - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{\mu d}}{\varepsilon d^3 (3 + 2\mu)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

$$h = \frac{\alpha}{\sigma B \mu d^3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Le groupe des équations 11) 12) 13) données par les auteurs avec $\varepsilon = 1$ forme la base de leur méthode. Dans la forme primitive elle consiste à calculer par tâtonnement la valeur de d qui rend σB maximum dans l'éq. 13. On trouve autant de valeurs de d que de valeurs de w. On établit donc en fonction de w les courbes de $d\ h\ G_f\ G_c$ et les surfaces de refroidissement. Ayant admis une certaine surface par watt à dissiper comme normale on trouve sur les courbes les valeurs de $w, d, h,$ etc. correspondantes.

La méthode est très élégante; mais entraîne à des calculs numériques assez longs qui rendent pénible une détermination de dimensions pour un type à puissances croissantes.

Quand $\varepsilon > 1$ il en résulte que $K_3' < K_3$; ce qui exige pour résoudre les équations 8) et 9) la détermination préalable de $\frac{K_3}{K_3'}$.

$$\frac{K_3}{K_3'} = \frac{G_f}{G_f'} = \frac{h + \varepsilon d (\mu + 2)}{h + \frac{d}{\varepsilon} (\mu + 2)} = \frac{\frac{h}{d} + \varepsilon (\mu + 2)}{\frac{h}{d} + \frac{1}{\varepsilon} (\mu + 2)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

et pour le triphasé

$$\frac{K_3}{K_3'} = \frac{G_f}{G_f'} = \frac{3h + 2\varepsilon (3 + 2\mu) d}{3h + \frac{2}{\varepsilon} (3 + 2\mu) d} = \frac{3 \frac{h}{d} + 2\varepsilon (3 + 2\mu)}{3 \frac{h}{d} + \frac{2}{\varepsilon} (3 + 2\mu)} \quad . \quad . \quad (15)$$

équations qui montrent que K_3' dépend de 3 facteurs

$$\frac{h}{d} \qquad \mu \qquad \text{et } \varepsilon .$$

On peut éliminer le premier en écrivant, pour le monophasé

$$K_3 = \frac{G_f}{G_c} = \frac{\gamma_f f_f \frac{\pi}{2} d^2 [h + \varepsilon d (\mu + 2)]}{\gamma_c f_c h \pi d^2 \mu \left(1 + \frac{\mu}{2}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

d'où

$$\frac{h}{d} = \frac{\varepsilon (\mu + 2)}{2 \mu \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) K_3 \frac{\gamma_c f_c}{\gamma_f f_f} - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

et pour le triphasé

$$\frac{h}{d} = \frac{\frac{2}{3} \varepsilon (3 + 2 \mu)}{2 \mu \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) K_3 \frac{\gamma_c f_c}{\gamma_f f_f} - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Si donc μ et ε étaient constants $\frac{h}{d}$ le serait aussi; car dans un problème on considère comme constants γ_c γ_f f_c et f_f.

Remplaçant dans les éq. 15) $\frac{h}{d}$ tiré des éq. 16) on trouve, pour le monophasé et pour le triphasé:

$$K_3' = \frac{K_3}{\varepsilon^2} + \frac{1}{2} \frac{f_f \gamma_f}{f_c \gamma_c} \frac{1 - \frac{1}{\varepsilon^2}}{\mu \left(1 + \frac{\mu}{2}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

équation qui montre que K_3' ne dépend que de μ et ε.

On aboutirait aux mêmes équations en partant de 12) qui donne

monophasé $$d = \frac{\alpha}{\gamma} \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

triphasé $$d = \frac{3}{2} \frac{\alpha}{\gamma} \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

en remarquant qu'on a

$$\frac{\beta}{\gamma} = 2 K_3 \frac{f_c \gamma_c}{f_f \gamma_f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

En cherchant les conditions qui rendent σB maximum dans l'éq. 13) on trouve que la valeur de μ ne dépend que de $\frac{\beta}{\gamma}$ qui est indépendant de la perte. Donc pour un problème déterminé μ est pratiquement une constante.

On pourrait encore tirer des éq. 11) 12) 13)

monophasé $$\frac{h}{d} = \frac{\varepsilon (\mu + 2)}{\frac{\beta}{\gamma} \mu \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

triphasé $$\frac{h}{d} = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon (3 + 2 \mu)}{\frac{\beta}{\gamma} \mu \left(1 + \frac{\mu}{2}\right) - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

où $\frac{\beta}{\gamma}$ étant indépendant de la puissance on voit que $\frac{h}{d}$ ne dépend que de μ. Les éq. 16 et 19 sont du reste identiques à cause de 18).

On pourrait être tenté de chercher la valeur de μ qui rend σB maximum dans l'éq. 13), et considérer ainsi ε comme la seule quantité à choisir librement comme constante du problème. On trouverait alors la valeur de d par l'éq. 12) en fonction de la perte, dont dépend γ. Mais ce chemin n'est pas fructueux.

Il est plus simple de considérer μ comme une valeur libre; qu'on choisira de manière à obtenir une valeur favorable de f_c. On est forcé du reste d'adopter f_c comme base, en partant d'une première étude détaillée; mais encore faut-il un rapport convenable de $\frac{h}{d_1}$ pour réaliser le f_c admis. Cette étude montrera qu'au point de vue des prix on peut faire varier notablement μ sans grande variation du prix; avec σB constant.

Il est remarquable que d dépend fort peu de μ. Ce diamètre est donné par les éq. 12) et 9), d'ou on tire:

monophasé
$$w\,d = \alpha\left(1 + \frac{\mu}{2}\right)\frac{f_c\,\gamma_c\,\pi}{10^3}\sqrt{\frac{K_1\,K_2\,K_3'}{a_c\,a_f}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

triphasé
$$w\,d = \frac{3}{2}\,\alpha\left(1 + \frac{\mu}{2}\right)\frac{f_c\,\gamma_c\,\pi}{10^3}\sqrt{\frac{K_1\,K_2\,K_3'}{a_c\,a_f}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Ces équations ne se prêtent pas aisément à une discussion algébrique, quoiqu'elle soit possible en remplaçant K_3' par sa valeur en fonction de μ, tirée de 17); mais en l'établissant numériquement pour un cas particulier on peut aisément voir que quand μ varie de 0,6 à 1,3, valeurs qui sont des extrêmes, $w\,d$ ne varie que de quelques pour cent, et passe par un minimum pour une valeur moyenne de μ. Voir la courbe $\frac{w\,d}{kVA}$ fig. 1.

Le minimum de prix est donné par la condition

$$\frac{G_f}{G_c} = \frac{p_c}{p_f} = K_3$$

Cette condition résulte donc d'un choix judicieux de K_3, choix qui résulte de conditions industrielles. Pour tôles alliées l'ordre de grandeur de K_3 est 2.

L'utilisation des matériaux dépend de σB, et elle est limitée par le refroidissement. En première approximation il est plus simple de fixer σB, en fonction des conditions pratiques de dissipation de l'énergie.

Transformateur monophasé
Courbes en fonction de μ de
$\frac{h}{d}$; $w\,d$; d ; G_f et w
pour $\varepsilon = 1{,}5$.

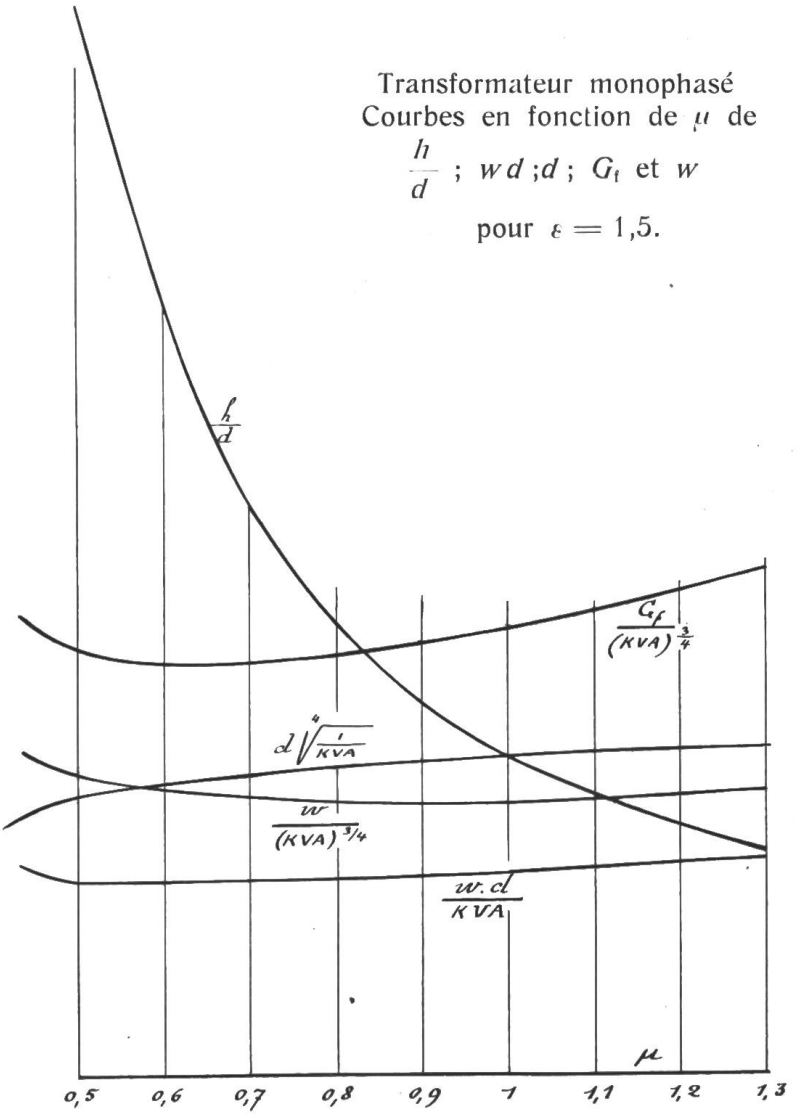

Fig. .

Prenant donc ε librement, on choisira μ en partant de la valeur de $\frac{h}{d}$ qui donne des proportions convenables, par l'éq. 15). On tire K_3' de 17) et $w\,d$ de 20). Le produit $w\,d$ est proportionnel à la puissance, qui détermine α.

Ayant $w\,d$ on tire le diamètre d correspondant à un σB imposé par 11) d'où on tire

$$d^4 = \frac{\alpha}{\mu\left(\frac{h}{d}\right)\sigma B} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Ainsi conduits les calculs sont faciles et rapides et s'appliquent en particulier à l'établissement de séries.

En prenant diverses valeurs de μ on obtiendra rapidement des tableaux comparatifs de *prix* et de *pertes* à égalité de σB, qui est la base normale de comparaison.

Méthode de Vidmar.

La détermination de ε et de μ reste indécise à certains points de vue, dans ce qui précède. La méthode de Vidmar donne ε et μ pour le prix minimum et en même temps pour la perte minimale. Elle a été exposée pour le triphasé; et nous la donnerons ici pour le monophasé, sans entrer dans le détail des calculs.

On a

$$K_3 = \frac{G_f}{G_c} = \frac{f_f \gamma_f \frac{\pi}{4} 10^{-3}}{f_c \gamma_c \pi \cdot 10^{-3}} \frac{d^2 [2\,d + 2\,\varepsilon\,(\mu + 2)\,d]}{d^2\,h\,\mu\left(1 + \frac{\mu}{2}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

d'où

$$\frac{h}{d} = \frac{\varepsilon\,(\mu + 2)}{2\,\mu\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) K_3 \frac{f_c \gamma_c}{f_f \gamma_f} - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

pour le triphasé $(\mu + 2)$ est à remplacer par $\frac{2}{3}(3 + 2\,\mu)$.

En portant l'éq. 16) dans les éq. 5) et 6) on a:

$$G_f = \varepsilon\,(\mu + 2)\,d^3 \pi \cdot 10^{-3} \frac{\frac{1}{2} f_f \gamma_f \times \mu\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) K_3 \gamma_c f_c}{\mu\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) K_3 f_c \gamma_c - \frac{1}{2} \gamma_f f_f}$$

$$G_c = \frac{G_f}{K_3} = \varepsilon\,(\mu + 2)\,d^3 \pi \cdot 10^{-3} \frac{\frac{1}{2} f_f \gamma_f \times \mu\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) \gamma_c f_c}{\mu\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) K_3 f_c \gamma_c - \frac{1}{2} \gamma_f f_f}$$

Ecrivant que le prix est

$$P = p_c\,G_c + p_f\,G_f$$

et posant la condition de minimum de prix

$$\frac{p_c}{p_f} = K_3$$

on obtient

$$P = 2\,\frac{\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right) f_c\,\gamma_c\,p_c \times \frac{1}{2}\,d_f\,\gamma_f\,p_f}{\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right) f_c\,\gamma_c\,p_c - \frac{1}{2}\,f_f\,\gamma_f\,p_f}\,\varepsilon\,(\mu+2)\,d^3\,\pi\cdot 10^{-3} \quad . \quad . \quad (21)$$

Pour le triphasé il faut remplacer $(\mu + 2)$ par $(3 + 2\,\mu)$.

Nous avons eu (éq. 10 et 11)

$$kVA = \frac{4{,}44\,\pi}{8}\,\sigma\,B\,f\,f_c\,f_f\,h\,\mu\,d^3\,10^{-9} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

équation dans laquelle on peut remplacer σ et B en fonction des pertes. On a pour le monophasé:

$$w = K_2\,B^2\,G_f' = K_2\,B^2\,\gamma_f\,f_f\,\frac{\pi\,d^2}{4}\left[2\,h + \frac{2}{\varepsilon}\,(\mu+2)\,d\right]10^{-3}$$

et remplaçant h tiré de 16)

$$B^2 = \frac{2\,w_f\,10^3}{K_2\,\gamma_f\,f_f\,\pi\,d^3\,(\mu+2)}\,\frac{\varepsilon\left[\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right)K_3\,\gamma_c\,f_c + \frac{1}{2}\,f_f\,\gamma_f\right]}{\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right)K_3\,f_c\,\gamma_c + (\varepsilon^2-1)\,\frac{1}{2}\,f_f\,\gamma_f} \quad . \quad (23)$$

et

$$\sigma^2 = \frac{w_c}{K_1\,G_c} = \frac{w_c\,10^3}{d^3\,K_1\,\pi}\,\frac{\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right)K_3\,\gamma_c\,f_c - \frac{1}{2}\,f_f\,\gamma_f}{\varepsilon\,(\mu+2)\left(1+\frac{\mu}{2}\right)\mu\,f_c\,\gamma_c \times \frac{1}{2}\,f_f\,\gamma_f} \quad . \quad . \quad (24)$$

valeurs à porter dans l'éq. 22. On obtient finalement

$$d = \frac{1{,}8\,(kVA)\,10^6}{f\,f_c\,f_f\,\varepsilon}\sqrt{\frac{K_1\,K_2}{w_f\,w_c}}\sqrt{\frac{1}{\mu}\left(1+\frac{\mu}{2}\right)f_c\,\gamma_c\left[\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right)K_3\,f_c\,\gamma_c + (\varepsilon^2-1)\,\frac{f_f\,\gamma_f}{2}\right]} \quad (25)$$

L'équation est identique pour le triphasé.

Cette équation peut être ramenée à l'éq. 20) à l'aide de transformations algébriques.

Dans l'éq. 21) qui donne le prix on voit que d^2 dépend de $\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{\frac{2}{3}}$. Les termes de l'éq. 25), élevée au carré, qui contiennent ε sont:

$$\frac{1}{\varepsilon^2}\left[\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right)p_c\,f_c\,\gamma_c + (\varepsilon^2-1)\,\frac{p_f\,f_f\,\gamma_f}{2}\right]$$

Vidmar en tire la valeur de ε qui donne le prix minimum. Il trouve:

$$\varepsilon^2 = \frac{4}{f_f\,\gamma_f}\left[\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right)K_3\,f_c\,\gamma_c - \frac{1}{2}\,f_f\,\gamma_f\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

Cette valeur, transportée dans l'éq. 25) donne

$$d = 1{,}56\,\frac{kVA}{f}\,10^6\sqrt{\frac{1}{\mu}\left(1+\frac{\mu}{2}\right)\frac{\gamma_c\,\gamma_f}{f_c\,f_f}\,\frac{K_1\,K_2}{w_f\,w_c}} \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

Les éq. 26) et 27) sont les mêmes pour triphasé et monophasé.

Remplaçant dans l'éq. 16) ε tiré de 26) on a: pour le monophasé

$$\frac{h}{d} = \sqrt{2}\,(\mu+2)\sqrt{\frac{\frac{1}{2}\,p_f\,f_f\,\gamma_f}{\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right)p_c\,f_c\,\gamma_c - \frac{1}{2}\,p_f\,f_f\,\gamma_f}} \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

Pour le triphasé le terme qui multiplie la racine est

$$\frac{2}{3}\sqrt{2}\,(3+2\,\mu)$$

Portant ces équations de dimensions dans l'éq. de prix on trouve:

$$P = 3{,}35\cdot 10^{14}\,(\mu+2)\,\frac{\left(1+\frac{\mu}{2}\right)^{2{,}5}}{\mu^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{kVA}{f}\right)^3\left[\frac{\gamma_c\,\gamma_f\,K_1\,K_2}{f_c\,f_f\,w_c\,w_f}\right]^{\frac{3}{2}} f_c\,\gamma_c\,p_c$$

$$\times\sqrt{\frac{\frac{1}{2}\,f_f\,\gamma_f\,p_f}{\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right)f_c\,\gamma_c\,p_c - \frac{1}{2}\,f_f\,\gamma_f\,p_f}}$$

et pour trouver la valeur de μ qui donne le prix minimum il faut différencier la fonction

$$\varphi\,(\mu) = \frac{(\mu+2)\left(1+\frac{\mu}{2}\right)^{2{,}5}}{\sqrt{\mu\left[\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right)f_c\,\gamma_c\,p_c - \frac{1}{2}\,f_f\,\gamma_f\,p_f\right]}}$$

ce qui donne en égalant à zéro la dérivée:

$$\frac{f_f\,\gamma_f\,p_f}{f_c\,\gamma_c\,p_c} = \frac{2\,\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right)(\mu^2+\mu-2)}{1{,}5\,\mu^2+2{,}5\,\mu-1} \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Pour le triphasé une équation analogue donne

$$\frac{f_f\,\gamma_f\,p_f}{f_c\,\gamma_c\,p_c} = \frac{2\,\mu\left(1+\frac{\mu}{2}\right)(2\,\mu^2+1{,}5\,\mu-3)}{3\,\mu^2+4\,\mu-1{,}5} \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Ces équations donnent graphiquement des courbes qui se rapprochent assez sensiblement de droites définies par les équations:

monophasé $$\mu = 1 + 0{,}31\,\frac{f_f\,\gamma_f\,p_f}{f_c\,\gamma_c\,p_c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

triphasé $$\mu = 0{,}9 + 0{,}35\,\frac{f_f\,\gamma_f\,p_f}{f_c\,\gamma_c\,d_c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Les éq. 26) et 28) donnent

monophasé $$\frac{h}{d} = 2\,\frac{\mu+2}{\varepsilon} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

triphasé $$\frac{h}{d} = \frac{4}{3}\,\frac{3+2\,\mu}{\varepsilon} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

Les éq. 27), 26), 30), 31) forment un groupe définissant le minimum de prix. Elles donnent

$$\varepsilon \; ; \; \mu \; ; \; d \; ; \; \frac{h}{d}$$

mais les valeurs de ε et μ ne sont plus libres.

Les dimensions ainsi obtenues ne sont pas nécessairement favorables, et quoiqu'elles donnent un minimum théorique pour le prix. peuvent ne pas donner le minimum pratique réel qui tient compte de la cuve, des isolants, des déchets etc. etc. En particulier les formes obtenues correspondent parfois à des culasses exagérées, caractérisées par ε grand, plus grand que 3 par exemple. Or rien ne garantit alors une répartition uniforme du flux. D'autre part μ est relativement grand. Aussi est-il convenable de corriger les résultats des équations de Vidmar en choisissant librement ε et μ; en se guidant pour cela à la fois par les considérations de prix et de forme.

Quand ε et μ sont librement choisis on peut se servir des éq. 16) et 25) pour déterminer d et $\frac{h}{d}$ ou procéder comme à la première méthode. Les résultats sont identiques.

Les calculs de poids sont facilités en introduisant dans les éq. de poids la valeur de $\frac{h}{d}$.

On a en effet pour le monophasé

$$G_f = f_f \gamma_f \frac{\pi}{2} d^3 \left[\frac{h}{d} + \varepsilon (\mu + 2) \right] 10^{-3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

ou encore

$$G_f = f_c \gamma_c K_3 \pi d^3 \left(\frac{h}{d} \right) \mu \left(1 + \frac{\mu}{2} \right) 10^{-3} \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

Comme on a posé $K_3 = \frac{G_f}{G_c} = \frac{p_c}{p_f}$ il en résulte que le prix est simplement

$$P = 2 \, G_f p_f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

Application numérique.

Calcul de transformateurs monophasés définis par:

$$f = 50 \; ; \; f_c = 0{,}32 \; ; \; f_f = 0{,}55$$

Ces facteurs permettent des tensions de quelques mille volts, et des noyaux en croix avec canal de ventilation.

$$K_1 = 2{,}4 \; ; \; K_2 = 2{,}5 \times 10^{-8} \; ; \; K_3 = 2$$

Ces chiffres correspondent à une température voisine de 70°, la résistivité étant 21,3 au km: mm², et à des toles alliées à faibles portes. On a pris $\gamma_f = 7{,}7$ et $\gamma_c = 8{,}9$.

On a $$\alpha = 5{,}74 \frac{kVA \cdot 10^8}{f f_c f_f} = 0{,}653 \, kVA \cdot 10^8$$

Pour comparer les résultats, nous admettrons uniformément $\sigma B = 15\,000$; et nous prendrons d'une part les résultats de Vidmar pour μ et ε; et d'autre part, adoptant $\varepsilon = 1{,}5$ qui donne des culasses raisonnables nous choisirons diverses valeurs de μ. Cela nous donnera autant de types.

Pour les conditions de prix et pertes minimum on a d'après Vidmar, pour le monophasé:

$$\varepsilon^2 = \frac{4}{f_f \gamma_f} \left[\mu \left(1 + \frac{\mu}{2} \right) K_3 f_c \gamma_c - \frac{1}{2} f_f \gamma_f \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

avec μ voisin de

$$\mu = 1 + 0{,}31 \frac{f_f \gamma_f}{2 f_c \gamma_c} = 1{,}23 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

d'où $\varepsilon = 2{,}94$.

La valeur de $\frac{h}{d}$ est donnée par

$$\frac{h}{d} = \frac{\varepsilon\,(\mu + 2)}{2\,\mu\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) K_2 \frac{\gamma_c f_c}{\gamma_f f_f} - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

et celle de dw par

$$w\,d = \alpha\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) \frac{f_c \gamma_c \pi}{10^3} \sqrt{\frac{K_1 K_2 K_3'}{a_c a_f}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

avec

$$K_3' = \frac{K_3}{2} + \frac{f_f \gamma_f}{2 f_c \gamma_c} \cdot \frac{1 - \frac{1}{\varepsilon^2}}{\mu\left(1 + \frac{\mu}{2}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

On trouvera enfin d

$$d = \sqrt[4]{\frac{\alpha}{\mu\left(\frac{h}{d}\right)\sigma B}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

On obtient ainsi:

No. du type	ε	μ	$\frac{h}{d}$	K_3'	$\frac{w\,d}{kVA}$	$d\sqrt[4]{\frac{1}{kVA}}$
1	2,94	1,23	2,2	0,565	346	6,33
2	1,5	1,2	1,154	1,104	483	7,47
3	1,5	1,0	1,485	1,164	465	7,37
4	1,5	0,8	2,09	1,257	450	7,14
5	1,5	0,6	3,566	1,419	443	6,705

A l'aide de ce tableau on calculera facilement les dimensions poids et prix pour une puissance quelconque. A titre de prix comparatifs on peut prendre simplement les poids de fer, ou pour avoir un ordre de grandeur voisin du prix effectif admettre par exemple 5 frs. par kg de fer, comme dans les tableaux suivants:

$kVA = 5$

No.	$w\,d$	d	h	w	G_f	P
1	1730	9,46	20,8	183	66,5	332
2	2415	11,16	12,86	216	55,1	275
3	2325	11,00	16,3	211	53,2	266
4	2250	10,66	22,3	211	50,9	254
5	2215	10,20	36,4	217	53	265
			$kVA = 100$			
1	34600	20,02	48,05	1728	630	3150
2	48300	23,62	22,25	2046	525	2625
3	46500	23,30	34,60	1997	506	2530
4	45000	22,60	47,20	1990	484	2420
5	44300	21,40	76,30	2070	488	2440

Les poids sont donnés par la formule 32).

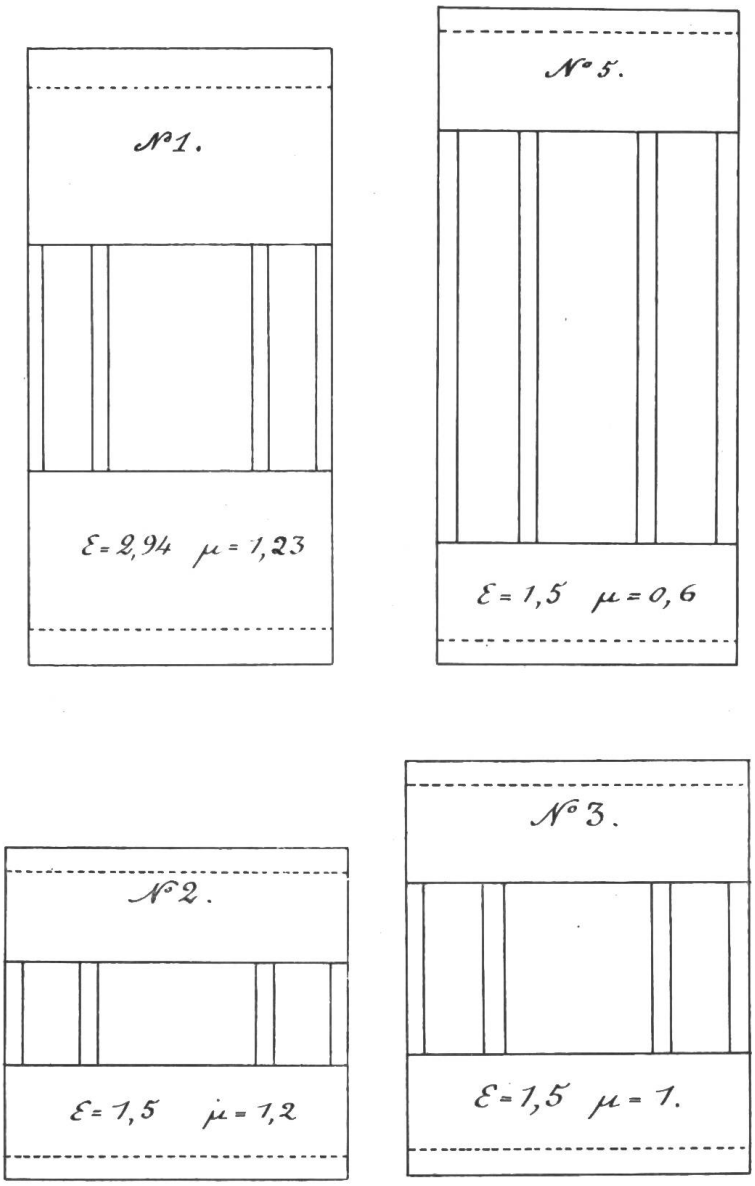

Fig. 2.
Transformateurs de puissances égales et σ B égaux.

Pour choisir le type on comparera à la fois les dessins, les pertes et les prix. Pour un même numéro le même dessin représente n'importe quelle puissance; puisque $\frac{h}{d}$ et μ sont constants.

Dans la formule du poids on peut écrire

$$G_f = C^{te} \times d^3$$

pour chaque type, le reste étant proportionnel; et de même pour la perte

$$w = C^{te} \times (kVA)^{\frac{3}{4}}$$

Les calculs sont donc très rapides pour une série du même type. Il peut y avoir intérêt à modifier le type dans une même série; d'autant plus que les coefficients de remplissage ne sont pas indépendants des dimensions, quoique leurs variations ne soient pas très grandes. Le choix de μ demande quelques tâtonnements; et il sera utile d'établir des courbes de G_f et w en fonction de μ.

Pour un même type B et σ sont constants pour une même proportion des pertes fer et cuivre. Il est facile de déterminer B et σ pour n'importe quelle proportion de w_f et w_c. Soit en effet le rapport

$$\frac{w_f}{w_c} = m$$

On a

$$K_2 B^2 G_f' = m \cdot K_1 \sigma^2 G_c$$

d'où

$$B^4 = m \frac{K_1}{K_2} \frac{1}{K_3'} (\sigma B)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Dans le cas particulier traité ici on a pris $w_f = w_c$ pour déterminer wd par l'éq· 20); mais on peut le calculer pour toute autre proportion; d en est indépendant, et seul w variera. Aussi est-il plus simple de tout calculer avec $w_f = w_c$ et quand les types sont fixés de prendre B et σ de manière à réaliser $\frac{w_f}{w_c}$ imposé; en laissant w et σ B constants.

La fig. 1 donne les courbes des dimensions relatives en fonction de μ; ainsi que celles de la perte w et du poids G_f auquel le prix est proportionnel. On observe que les minimum de poids et de pertes ne coïncident pas; mais entre des limites assez étendues de μ, entre 0,8 et 1,2, les variations sont faibles. Cela confirme le fait connu que des

types assez différents d'aspect ont des prix de revient sensiblement égaux et cela justifie la liberté du choix de μ.

Les fig. 2 et 3 donnent les dessins des types 1 à 5. Elles montrent que les types 2 à 5, dont les pertes et poids sont sensiblement équivalents sont cependant très différents, et correspondraient à des conditions du refroidissement inégales. On a figuré pour les culasses la hauteur que donne une section en croix avec canaux de ventilation, et en pointillé la hauteur correspondant à une section des noyaux en croix sans canaux, la culasse étant rectangulaire. On a négligé le fait qu'avec ces culasses rectangulaires le renforcement ε n'est pas le même pour le centre et les cotés. On a écarté les colonnes de manière à les aligner avec le bord des culasses de longueur $2\,d + d_1$. Cette pratique est justifiée par la nécessité de séparer les bobinages de diam. extérieur $d + d_1$.

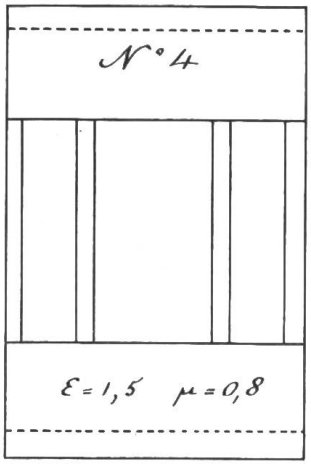

Fig. 3.

Le type No. 1 qui correspond aux équations de Vidmar n'est pas admissible, ε étant éxagéré. Si ε est réduit il faut aussi diminuer μ; ce qui ressort avec évidence du dessin du type No. 2.

Un constructeur aura sans doute avantage à modifier le type dans une même série, pour obtenir un plus petit nombre de dimensions de tôles et une réduction des déchets. Dans l'exemple particulier la valeur de $\mu = 0{,}8$ avec $\varepsilon = 1{,}5$, figuré par le type 4, fig. 3, semble donner une moyenne favorable.

Communications des organes de l'Association.

Séance du Comité de l'A. S. E. du 18 janvier 1915. Après expédition des affaires courantes, le Comité s'est occupé du programme de travail des commissions et des crédits à leur allouer.

On sait que les circonstances actuelles n'ont pas été sans influence sur l'activité des commissions: cependant la *Commission de la protection contre les surtensions* a pu aboutir à certaines conclusions qui seront publiées prochainement sous forme de *règles*.

D'autre part, *la Commission de l'appareillage à haute tension et de la protection contre l'incendie*, a continué ses travaux malgré les difficultés rencontrées. Il y a tout lieu de croire que les recherches entreprises conduiront à des résultats intéressants.

Le résumé de la séance de la Commission du 6 février 1915, publié plus loin, donne de plus amples détails à ce sujet.

La *Commission des appareils de cuisson et de chauffage* avait élaboré avant la guerre un programme de travail très complet, comprenant entre autres la vérification méthodique de l'économie des appareils de cuisson électriques actuellement dans le commerce. Les évènements survenus n'ont malheuresement pas encore permis de commencer les essais, mais on peut s'attendre à ce que la Commission reprenne prochainement ses travaux.

En ce qui concerne les autres commissions techniques, leur activité est réduite ou suspendue jusqu'au retour d'un ordre de choses normal. C'est particulièrement le cas des organisations de caractère international auxquelles nous collaborons.

Les crédits disponibles n'ont donc été affectés cette année qu'à un petit nombre de commissions. La somme principale a été attribuée à la Commission de l'appareillage à haute tension et de la protection contre l'incendie. Les travaux préparatoires étendus entrepris par cette Commission avaient absorbé, dès le courant de l'été dernier, les sommes mises à disposition avant la guerre.

La situation économique défavorable créée par les hostilités était de nature à faire réfléchir avant d'engager de nouvelles dépenses. Le Comité