Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens

Herausgeber: Association suisse des électriciens

Band: 5 (1914)

Heft: 5

Artikel: Régimes permanent et changements de régime dans les circuits électriques [fin]

Autor: Landry, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1056625

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 31.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

BULLETIN

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich mit den Jahres-Beilagen **„Statistik der Starkstromanlagen der Schweiz"** sowie **„Jahresheft"** und wird unter Mitwirkung einer vom Vorstand des S. E. V. ernannten Redaktionskommission herausgegeben.

Alle den Inhalt des „Bulletin" betreffenden Zuschriften sind zu richten an das

Generalsekretariat
des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins,
Neumühlequai 12, Zürich 1 - Telephon 9571

Alle Zuschriften betreffend Abonnement, Expedition und Inserate sind zu richten an den

Verlag: Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G., Zürich
Bahnhofstrasse 61, Zürich I (Telephon 6741)

Abonnementspreis
für Nichtmitglieder inklusive Jahresheft und Statistik:
Schweiz Fr. 15.—, Ausland Fr. 25.—.
Einzelne Nummern vom Verlage Fr. 1.50 plus Porto.

Publié sous la direction d'une Commission de Rédaction nommée par le Comité de l'A. S. E.

Ce bulletin paraît mensuellement et comporte comme annexes annuelles la **„Statistique des installations électriques à fort courant de la Suisse"**, ainsi que l'**„Annuaire"**.

Prière d'adresser toutes les communications concernant la matière du „Bulletin" au

Secrétariat général
de l'Association Suisse des Electriciens
Neumühlequai 12, Zurich 1 - Téléphone 9571

Toutes les correspondances concernant les abonnements, l'expédition et les annonces, doivent être adressées à l'éditeur:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei S. A. Zurich
Bahnhofstrasse 61, Zurich I (Téléphone 6741)

Prix de l'abonnement annuel (gratuit pour les membres de l'A. S. E.), y compris l'Annuaire et la Statistique, Fr. 15.— pour la Suisse, Fr. 25.— pour l'étranger.
L'éditeur fournit des numéros isolés à Fr. 1.50, port en plus.

V. Jahrgang
Ve Année

Bulletin No. 5

Mai
Mai 1914

Régimes permanents et changements de régime dans les circuits électriques.

Par *J. Landry,* professeur, Lausanne.

(Fin.*)

Les quelques cas qui viennent d'être examinés montrent les effets auxquels les circuits localisés peuvent être exposés pendant les changements de régime. Les résultats obtenus indiquent *l'allure générale* des phénomènes tels qu'ils se présentent soit à l'ouverture, soit à la fermeture, celles-ci étant supposées instantanées, ce qui ne répond évidemment pas à la réalité. Pour en connaître tous les détails, il faudrait être mieux orienté qu'on ne l'est actuellement sur maintes propriétés des appareils de manœuvre, en particulier sur le caractère et les effets des arcs qui se forment entre pièces de contact des interrupteurs à la mise en et hors circuit. Il y a là matière à d'intéressantes et utiles recherches.

Comme il n'entre pas dans le cadre de ce travail d'étudier en détail les moyens à employer pour éviter les effets signalés, nous voulons simplement retenir de ce qui précède les caractères distinctifs des phénomènes qui accompagnent les changements de régime dans les circuits localisés et tout spécialement le fait que les *surtensions et les surintensités* dont il a été parlé apparaissent, grâce à la *localisation* des constantes caractérisant les appareils dont ces circuits sont composés (résistances, self-inductances et capacités remplaçantes), comme affectant instantanément *l'ensemble* ou telle branche bien déterminée de ces circuits. D'après cela, une surtension affectant, par exemple, une branche inductive (circuit de générateur ou de récepteur) se répartirait *instantanément et uniformément* sur l'ensemble des spires dont cette partie de circuit serait constituée et il en résulterait que le facteur de surtension de *spire* à *spire* serait le même que le facteur de surtension de *l'ensemble*,

*) Voir: numéro de février, pages 33 à 52.
numéro de mars, pages 77 à 102.
numéro d'avril, pages 125 à 141.

de telle sorte que les dites surtensions n'offriraient vraisemblablement un danger qu'en ce qui concerne l'isolement contre la masse, c'est-à-dire contre le *sol*. C'est bien ainsi qu'on se représenta les choses pendant longtemps, à tel point que tous les dispositifs de protection consistaient jusqu'à une époque relativement récente en appareils ayant pour but de limiter les surélévations de tension entre conducteurs ou entre conducteurs et sol.

Si l'assimilation des circuits quels qu'ils soient à des *circuits localisés remplaçants* renseigne sur l'ordre de grandeur des surtensions totales auxquelles l'appareillage électrique peut être exposé, elle présente le grave inconvénient de laisser entièrement dans l'ombre le vrai caractère de la transmission de l'état électrique qui, pas plus que d'autres états physiques, ne se transmet instantanément d'un point de l'espace à un autre. En effet, tout ébranlement électrique tel, par exemple, que celui produit par la mise en relation d'une source avec les extrémités d'une ligne de deux conducteurs parallèles réunis d'une façon quelconque à l'autre extrémité, s'étend graduellement du générateur au récepteur auquel il ne devient perceptible qu'au bout d'un temps bien déterminé. Ce temps est généralement très court en raison de l'extrême vitesse de propagation de l'état électrique, mais sa prise en considération, soit le fait de tenir compte de l'élément « *distance* » est susceptible de fournir l'explication de nombre de phénomènes, d'accidents, tels que les claquages spontanés entre spires d'un enroulement inductif, que la considération des circuits localisés remplaçants, pour les raisons déjà indiquées ci-dessus, est impuissante à révéler.

Ceci nous amène à dire quelques mots de ce qui caractérise les

circuits à constantes distribuées,

soit au point de vue des résonances dont ils peuvent être le siège, soit au point de vue plus général de la façon dont les changements de régime s'y déroulent.

I. Nous avons vu plus haut que les circuits localisés ont une période d'oscillation propre unique T_0 (fréquence f_0) dont la valeur diffère très peu de $2\pi\sqrt{CL}$, tant que la résistance R du circuit est relativement faible, et que le circuit entre en résonance lorsque la période de l'un quelconque des harmoniques de la f. é. m. agissante coincide avec T_0. Comme le phénomène de la *résonance* peut susciter des surtensions dangereuses, il est important de connaître la façon dont les circuits à constantes distribuées se comportent à cet égard.

La recherche de la *période d'oscillation propre* d'un tel réseau peut se faire directement et assez facilement dans le cas où l'on néglige la résistance r et la perditance g. Le calcul revient à établir la solution générale des équations (4) et (5) ou (6) et (7) dans les conditions indiquées ci-dessus. L'équation (6) devient:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = cl\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}. \tag{142}$$

Sa solution est immédiate.

$$\left\{\begin{aligned} v &= f_1\left(x - \frac{1}{\sqrt{cl}}t\right) + f_2\left(x + \frac{1}{\sqrt{cl}}t\right) \\ \text{et} \quad i &= \sqrt{\frac{c}{l}}\left[f_1\left(x - \frac{1}{\sqrt{cl}}t\right) - f_2\left(x + \frac{1}{\sqrt{cl}}t\right)\right] \end{aligned}\right. \tag{143}$$

expressions dans lesquelles f_1 et f_2 sont des fonctions arbitraires que l'on peut calculer assez facilement en tenant compte des conditions du problème et qui apparaissent, du moins dans la plupart des cas, sous la forme de *séries inharmoniques*. Mais les calculs sont assez longs. Nous les éviterons donc, d'autant plus qu'il est possible d'arriver plus directement au but que nous nous proposons en premier lieu et qui est de montrer la *multiplicité des périodes de résonance* des circuits à constantes distribuées. Pour cela, nous nous servirons des résultats obtenus dans le chapitre que nous avons consacré à l'étude des régimes permanents et nous considérerons quelques cas simples.

a. Prenons, en comptant les distances à partir de l'extrémité réceptrice, le cas de la ligne ouverte alimentée en $x = L_0$ par un générateur d'impédance négligeable et fournissant une tension $v = V\sqrt{2}\,sin\,\omega t$ en $x = 0$, soit à l'extrémité ouverte.

Comme dans ce cas

$$\beta = 0\,,\ \gamma = \omega\sqrt{lc}\,,\ Z_0 = \sqrt{\frac{l}{c}} \text{ et } \delta = 0\,,$$

les solutions générales (105) (voir Bulletin No. 3, page 96) deviennent:

$$v = V_1\sqrt{2}\,sin\,(\omega t + \omega\sqrt{lc}\cdot x - \alpha_1) + V_2\sqrt{2}\,sin\,(\omega t - \omega\sqrt{lc}\cdot x - \alpha_2)$$

$$\text{et}\quad i = \sqrt{\frac{c}{l}}\,[V_1\sqrt{2}\,sin\,(\omega t + \omega\sqrt{lc}\cdot x - \alpha_1) - V_2\sqrt{2}\,sin\,(\omega t - \omega\sqrt{lc}\cdot x - \alpha_2)]$$

En tenant compte des conditions particulières du problème, soit de ce que $v = V\sqrt{2}\,sin(\omega t)$ et $i = 0$, pour $x = 0$, il vient pour déterminer V_1, V_2, α_1 et α_2

$$V\sqrt{2}\,sin\,(\omega t) = V_1\sqrt{2}\,sin\,(\omega t - \alpha_1) + V_2\sqrt{2}\,sin\,(\omega t - \alpha_2)$$

$$0 = \sqrt{\frac{c}{l}}\,[V_1\sqrt{2}\,sin\,(\omega t - \alpha_1) - V_2\sqrt{2}\,sin\,(\omega t - \alpha_2)]$$

d'où $V_1 = V_2 = \frac{V}{2}$; $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ et par conséquent:

(144)

$$v = \frac{V\sqrt{2}}{2}\,[sin\,(\omega t + \omega\sqrt{lc}\cdot x) + sin\,(\omega t - \omega\sqrt{lc}\cdot x)] = V\sqrt{2}\,sin\,(\omega t)\,cos\,\omega\sqrt{lc}\cdot x$$

$$\text{et}\quad i = \sqrt{\frac{c}{l}}\,\frac{V\sqrt{2}}{2}\,[sin\,(\omega t + \omega\sqrt{lc}\,x) - sin\,(\omega t - \omega\sqrt{lc}\,x)] = \sqrt{\frac{c}{l}}\,V\sqrt{2}\,cos\,(\omega t)\,sin\,\omega\sqrt{lc}\cdot x$$

Ces résultats montrent que v et i apparaissent sous la forme **d'ondes stationnaires.** La ligne vibre, électriquement parlant, de telle sorte que v, par exemple, a la même phase en tous les points de la ligne tandis que sa valeur efficace ou son amplitude varient sinusoidalement le long de cette dernière. Il en est de même pour i, mais avec quadrature dans le temps et dans l'espace par rapport à v. Autrement dit, la tension v présente des **„nœuds“** et l'intensité i des **„ventres“ fixes** pour toutes les valeurs de x (ceci bien entendu pour une fréquence f donnée) qui satisfont à la relation:

$$\omega\sqrt{lc}\,x = (2k + 1)\frac{\pi}{2}\,,\ \text{avec } k = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \ldots\ \infty$$

Le premier de ces nœuds de tension ou ventres de courant est à une distance

(145) $$x_0 = \frac{1}{\omega\sqrt{lc}}\,\frac{\pi}{2} = \frac{1}{4f\sqrt{lc}}$$

de l'extrémité réceptrice et il est évident, puisque

$$\frac{V}{V_{L_0}} = \frac{1}{cos\,\omega\sqrt{lc}\,L_0}\,,$$

que si $x_0 = L_0$, $\frac{V}{V_{L_0}}$, qui exprime le rapport de la tension à l'arrivée $x = 0$ à la tension au départ $x = x_0 = L_0$, sera infiniment grand. C'est ce qui pourrait se produire pour une ligne sans perte ($r = g = 0$) dont la longueur serait égale au quart de la longueur d'onde λ. Un tel phénomène n'est pas à craindre sur les lignes usuelles tant qu'on se restreint à la période fondamentale des tensions alternatives usuelles, car $\frac{1}{\sqrt{lc}} = v = 300\,000$ km par seconde pour les lignes aériennes et dès lors

$$x_0 = \frac{300\,000}{4f} = \frac{75\,000}{f}$$

ce qui donne 1500 km pour $f = 50$.

Mais pour une valeur donnée de L_0, le rapport $\frac{V}{V_{L_0}}$ peut devenir infini pour toutes les valeurs de ω qui satisfont à la relation

$$\omega = \frac{2k+1}{\sqrt{lc}\,L_0}\,\frac{\pi}{2}, \text{ avec } k = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots \infty \tag{146}$$

ou pour toutes les fréquences telles que

$$f = \frac{(2k+1)}{4L_0\sqrt{lc}} = \frac{(2k+1)\cdot 300\,000}{4L_0} \tag{147}$$

et cela pour la première fois pour

$$f_0 = \frac{75\,000}{L_0}, \text{ puis pour } f_1 = \frac{75\,000}{\frac{L_0}{3}} = 3f_0;\ f_2 = 5f_0, \ldots \text{ etc.}$$

On voit donc qu'*une ligne ouverte de longueur donnée et ayant des pertes négligeables, fermée sur un générateur d'impédance nulle, peut entrer en résonance pour une infinité de fréquences dont les valeurs forment une série harmonique indéfinie, tandis qu'un circuit localisé n'a qu'une seule et unique fréquence de résonance* (voir [136]). Autrement dit, une ligne ouverte de longueur L_0 peut entrer en résonance **à la fois** avec tous les harmoniques de rang impair d'une tension complexe de générateur qui aurait pour fréquence fondamentale la valeur f_0 indiquée ci-dessus, tandis qu'un circuit localisé qui aurait même capacité totale et même self-inductance totale n'entrerait en résonance que pour une seule fréquence, soit celle qui aurait pour valeur $\frac{2}{\pi} f_0$.

Cette multiplicité des fréquences de résonance ou des périodes d'oscillations propres des lignes est un premier côté par lequel les circuits à constantes distribuées se distinguent des circuits localisés. Les lignes ne se distinguent les unes des autres que par l'ordre de grandeur de la plus petite fréquence pour laquelle il peut y avoir résonance et cette première fréquence a une valeur d'autant plus élevée que les lignes sont plus courtes.

b. Admettons maintenant que la ligne que nous supposerons toujours sans pertes et alimentée par un générateur d'impédance négligeable soit fermée à son extrémité réceptrice par un condensateur de capacité C'. Les équations (105) deviennent alors, en tenant compte de ce que

$$v = V\sqrt{2}\sin(\omega t) \text{ et } i = \omega C' V\sqrt{2}\cos\omega t, \text{ pour } x = 0,$$

$$V\sqrt{2}\sin(\omega t) = V_1\sqrt{2}\sin(\omega t - \alpha_1) + V_2\sqrt{2}\sin(\omega t - \alpha_2)$$

$$\text{et } \sqrt{\frac{l}{c}}\,V\omega C'\sqrt{2}\cos(\omega t) = V_1\sqrt{2}\sin(\omega t - \alpha_1) - V_2\sqrt{2}\sin(\omega t - \alpha_2)$$

d'où pour déterminer V_1, V_2, α_1 et α_2 les équations de condition

$$2V_1\sin(\omega t - \alpha_1) = V\left[\sin(\omega t) + \sqrt{\frac{l}{c}}\,\omega C'\cos(\omega t)\right]$$

$$\text{et } 2V_2\sin(\omega t - \alpha_2) = V\left[\sin(\omega t) - \sqrt{\frac{l}{c}}\,\omega C'\cos(\omega t)\right]$$

dont on tire sans difficulté

$$\alpha_2 = \alpha = -\alpha_1 \text{ avec } tg\,\alpha = \sqrt{\frac{l}{c}}\,\omega C'$$

et $$V_1 = V_2 = \frac{V}{2}\sqrt{1+\omega^2 C'^2 \frac{l}{c}} = \frac{V}{2}\sqrt{1+tg^2\alpha} = \frac{V}{2\cos\alpha}$$

On a alors, après quelques transformations évidentes

(148)

$$v = V\sqrt{2}\sqrt{1+\omega^2 C'^2 \frac{l}{c}}\sin(\omega t)\cos(\omega\sqrt{lc}\cdot x+\alpha) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)\frac{\cos(\omega\sqrt{lc}\cdot x+\alpha)}{\cos\alpha} \text{ et}$$

$$i = \sqrt{\frac{c}{l}}V\sqrt{2}\sqrt{1+\omega^2 C'^2\frac{l}{c}}\cos(\omega t)\sin(\omega\sqrt{lc}\cdot x+\alpha) = \sqrt{\frac{c}{l}}V\sqrt{2}\cos\omega t\frac{\sin(\omega\sqrt{lc}\,x+\alpha)}{\cos\alpha}$$

et l'on voit ainsi que v et i apparaissent de nouveau sous la forme d'ondes stationnaires, mais les ventres de courant ou les noeuds de tension se sont rapprochés de l'extrémité réceptrice d'une quantité correspondant à l'angle α, soit d'une longueur

$$\frac{a}{\gamma} = \frac{\alpha}{\omega\sqrt{lc}}.$$

La tension v présente des noeuds et l'intensité i du courant des ventres pour toutes les valeurs de x qui satisfont à la relation

$$\omega\sqrt{lc}\,x = -\alpha + (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad \text{avec } k = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \ldots\infty$$

Mais on voit surtout que le rapport $\frac{V}{V_{L_0}}$, en désignant toujours par L_0 la longueur de la ligne, rapport dont la valeur est

(149) $$\frac{V}{V_{L_0}} = \frac{1}{\frac{\cos(\omega\sqrt{lc}\,L_0+\alpha)}{\cos\alpha}} = \frac{1}{\cos\omega\sqrt{lc}\,L_0 - \sqrt{\frac{l}{c}}\,\omega C'\sin\omega\sqrt{lc}\cdot L_0}$$

devient infini pour toutes les valeurs de ω qui satisfont à l'équation transcendante

(150) $$tg\,\omega\sqrt{lc}\cdot L_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{l}{c}}\,\omega C'} = \frac{1}{\omega\sqrt{lc}\,L_0}\cdot\frac{L_0 c}{C'}$$

Cette équation est l'expression de la condition de résonance entre générateur sans impédance et ligne avec condensateur d'extrémité de capacité C'. Il y a donc, comme dans le cas précédent, *résonance pour une infinité de fréquences, mais les valeurs de ces dernières ne sont plus les mêmes que dans le cas précédemment traité et elles ne forment pas une série harmonique, mais bien une série* **inharmonique indéfinie** dont les termes peuvent être obtenus en résolvant l'équation (150), ce qui peut se faire graphiquement en traçant les courbes

$$tg\,\omega\sqrt{lc}\cdot L_0 \text{ et } \frac{1}{\omega\sqrt{lc}\,L_0}\frac{L_0 c}{C'} \text{ en fonction de } \omega\sqrt{lc}\cdot L_0$$

et en déterminant leurs intersections. Ces termes se rapprochent d'autant plus rapidement de ceux d'une série harmonique que le rapport de la capacité totale de la ligne $L_0 c$ à celle du condensateur C' est plus petit.

Lorsque $\omega\sqrt{lc}\,L_0$ est très petit, c'est-à-dire lorsque L_0 est très petit, on peut confondre $tg\,\omega\sqrt{lc}\,L_0$ avec $\omega\sqrt{lc}\,L_0$ et la condition de résonance s'écrit

$$\omega^2 lc L_0^2 = \frac{L_0 c}{C'} \quad \text{ou} \quad \omega^2 L_0 l C' = \omega^2 L C' = 1$$

ce qui est la condition de résonance d'un circuit localisé de self-inductance $L_0 l$ et de capacité C'.

c. — Si, au lieu du condensateur de capacité C', on place à l'extrémité de la ligne une bobine de self-inductance L', on voit facilement par des calculs qu'il est inutile de reproduire que l'ensemble générateur sans impédance, ligne et bobine de self-inductance peut également entrer en résonance pour une infinité de fréquences dont les valeurs forment une **série inharmonique** indéfinie et sont données par les racines de l'équation transcendante

$$tg\,\omega\sqrt{lc}\,L_0 = \frac{1}{\omega\sqrt{lc}\,L_0}\,\frac{L_0\,l}{L'} \tag{151}$$

Et il serait facile de multiplier les cas en établissant les équations définissant les conditions de résonance entre générateur quelconque de self-inductance L'', ligne et des capacités ou des self-inductances en combinaison quelconque avec ces éléments. On arriverait ainsi à montrer ce qui ressort déjà des cas traités, savoir que les *périodes d'oscillations propres d'un réseau en charge dépendent dans une certaine mesure de la valeur et de la nature de cette charge et que l'oscillation propre d'un réseau est une oscillation complexe formée d'une infinité d'oscillations simples dont chacune peut provoquer la résonance d'une harmonique s'il s'en trouve de même fréquence dans les f. é. m. ou tensions agissant dans le réseau* (f. é. m. de générateurs, arcs oscillants, etc).

Ainsi, supposons qu'un générateur ait dans sa f. é. m. un harmonique de rang n et de valeur efficace E_n et admettons que la ligne ait une longueur L_0 qui soit égale au quart de la longueur d'onde λ_n *de la ligne* pour cet harmonique. Si la ligne est ouverte à son extrémité, il y aura résonance pour le dit harmonique dont la tension s'élèvera indéfiniment à l'extrémité ouverte. Mais si, par exemple, la ligne est fermée par une bobine de self-inductance L', il n'y aura généralement plus résonance pour le dit harmonique dont la tension à l'extrémité réceptrice apparaîtra amplifiée dans le rapport

$$\frac{1}{\cos n\omega\sqrt{lc}\,L_0 - \dfrac{n\omega\sqrt{lc}\,L'}{l}\,\sin n\omega\sqrt{lc}\cdot L_0}$$

ω désignant ici la pulsation de l'onde fondamentale de la f. é. m. du générateur, et il facile de voir, en calculant la valeur absolue de ce rapport, qu'il pourra, suivant les valeurs relatives de la self-inductance de la ligne et de celle de la bobine y avoir *surtension* ou *soustension* de l'harmonique considéré à l'arrivée.

Dans tout ce qui précède, nous avons admis $r = g = 0$, soit une ligne sans perte d'énergie, et nous avons considéré différents appareils récepteurs tels que condensateurs, bobines de self-inductance, résistance infinie (circuit ouvert), soit des cas sans puissance réelle transmise. Nous avons été ainsi conduit à la notion d'*ondes stationnaires* ou de ligne vibrant à la façon d'un diapason. Nous serions encore arrivé au même résultat en considérant une ligne court-circuitée à son extrémité où nous aurions eu un *nœud* de tension et un *ventre* de courant. Par contre, une analyse détaillée montre, ainsi que nous l'avons déjà vu précédemment, que si l'on tient compte de la résistance de la ligne ou si les appareils récepteurs consomment une puissance réelle, v et i prennent la forme d'ondes mobiles, c'est-à-dire d'ondes dont les nœuds et les ventres se déplacent à la vitesse v. Mais on verrait aussi que la résistance de la ligne, à la condition de ne pas être trop considérable, n'a pas grand effet sur les valeurs des périodes d'oscillations propres des réseaux, comme cela était déjà le cas pour la période d'oscillation propre unique des circuits localisés. Tout ce que nous venons de voir à cet égard subsiste donc entièrement. L'effet de la résistance r, ainsi que celui de la perditance g, se traduit principalement par une atténuation des surtensions de résonance, qui, tout en pouvant être considérables suivant les cas, conservent toujours des valeurs finies.

II. Les régimes permanents dont il a été question dans le chapitre précédent et les phénomènes de résonance dont nous venons de parler ne s'établissent pas instantanément. Comme dans le cas des circuits localisés, les changements de régime, ce mot étant pris dans son sens le plus général, sont caractérisés par des *courants* et des *tensions* tran-

sitoires, mais dans le cas qui nous occupe, ces courants et tensions, fonctions de la distance et du temps, apparaissent sous le forme d'ondes complexes qui s'évanouissent graduellement suivant une loi exponentielle et qui laissent derrière elles, après avoir subi de multiples réflexions en tous les points de transition, c'est-à-dire partout où se produit un changement de caractéristique Z, le régime permanent nouveau.

S'il est relativement facile d'établir les lois de variation de v et de i lors d'un changement de régime se produisant dans un circuit localisé, il est beaucoup plus difficile d'établir une solution rigoureuse du problême relatif aux changements de régime dans les circuits étendus, pour autant que l'on tienne à déterminer avec exactitude les valeurs de v et de i en chaque instant et en tout point du circuit. Les équations (4), (5), (6) et (7), que nous avons appelées équations générales des circuits électriques, caractérisent les grandeurs v et i dans les circuits composés de conducteurs parallèles et dans lesquels l'énergie n'est transmise que dans la direction de l'axe de ces conducteurs, condition qui n'est approximativement remplie que dans les lignes de transmission, mais qui ne l'est pas dans les conducteurs enroulés. Autrement dit, les équations en question caractérisent la transmission par ondes planes dont le front se trouve dans un plan perpendiculaire à l'axe des conducteurs et se déplace parallèlement à ces derniers, et encore faut-il pour se représenter les choses ainsi considérer que la grandeur r ne saurait avoir la signification qu'on lui donne dans les représentations ordinaires. En effet, les équations d'Heaviside [(4) et (5)] et celles qui s'en déduisent [(6) et (7)] tiennent compte de la résistance en tant que cause d'une perte énergie, mais elles procèdent comme si cette perte d'énergie avait pour siège le milieu magnétique entourant les conducteurs et non pas ces conducteurs eux-mêmes et elles ne tiennent ainsi pas compte de la déformation du plan de l'onde au voisinage immédiat de ces derniers. Mais si, pour les raisons qui viennent d'être dites, il n'est pas possible d'établir une théorie rigoureuse qui prenne en considération comme il conviendrait la résistance des conducteurs, il est possible, ainsi qu'on le fait généralement, d'établir une solution qui tienne compte de la *valeur* des pertes d'énergie (amortissement), qui soit suffisamment exacte lorsque ces pertes sont relativement faibles et qui soit rigoureuse dans le cas de pertes nulles. Cette solution est de la forme

$$v = v' \varepsilon^{-\beta t}$$

où v' est la solution générale de l'équation

$$\frac{\partial^2 v'}{\partial x^2} = cl \frac{\partial^2 v'}{\partial t^2}$$

soit, ainsi que nous l'avons déjà indiqué

$$v' = f_1\left(x - \frac{1}{\sqrt{cl}}\, t\right) + f_2\left(x + \frac{1}{\sqrt{cl}}\, t\right)$$

et où

$$\beta = \frac{r}{2\,l} + \frac{g}{2\,c}$$

On écrira donc pour v_t et i_t, grandeurs caractérisant le régime libre

$$(152) \qquad \begin{aligned} v_t &= \varepsilon^{-\beta t}\left[f_1\left(x - \frac{1}{\sqrt{cl}}\, t\right) + f_2\left(x + \frac{1}{\sqrt{cl}}\, t\right)\right] \\ \text{et} \qquad i_t &= \varepsilon^{-\beta t}\sqrt{\frac{c}{l}}\left[f_1\left(x - \frac{1}{\sqrt{cl}}\, t\right) - f_2\left(x + \frac{1}{\sqrt{cl}}\, t\right)\right] \end{aligned}$$

et le problême est ainsi ramené, dans chaque cas particulier, à la détermination des fonctions f_1 et f_2, ce qui peut se faire en tenant compte des conditions initiales et des liaisons du circuit. Les solutions complètes du problême seront alors données par les équations (108) dans lesquelles v_2 et i_2 caractérisent le régime permanent nouveau, c'est-à-dire le régime permanent après changement. On voit ainsi que v et i, tension et courant réellement existants, peuvent être considérés comme le résultat de la superposition du régime

permanent v_2 et i_2 amorti en distance et du régime libre v_t et i_t caractérisé lui-même, en ce qui concerne v_t, par la somme de deux ondes complexes amorties indéformables qui se meuvent en sens inverse l'une de l'autre avec la vitesse

$$v = \frac{1}{\sqrt{lc}}$$

et, en ce qui concerne le courant i_t, par la différence des deux mêmes ondes réduites dans le rapport

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{l}{c}}} = \sqrt{\frac{c}{l}}$$

Ces ondes complexes diffèrent de cas en cas et leurs fonctions représentatives f_1 et f_2 apparaissent généralement sous la forme de séries indéfinies ou sommes d'ondes élémentaires en séries inharmoniques semblables à celles qui ont été mises en évidence sous No. I ci-dessus pour divers cas particuliers, du moins en ce qui concerne leurs longueurs d'ondes, fréquences, etc.

Si l'on se place au point de vue exclusivement technique, on peut dire qu'il est assez indifférent de connaître explicitement les fonctions f_1 et f_2 développées, car les faits qui intéressent l'ingénieur et qui concernent avant tout la sécurité des installations électriques peuvent être mis en évidence sans grand appareil mathématique et sans faire appel à des représentations trop compliquées.

De même que les mouvements ondulatoires qui caractérisent certains phénomènes physiques, tels que les phénomènes optiques ou les phénomènes acoustiques, subissent des réflexions sur la surface de séparation de deux milieux différents, les *ondes électriques* ayant pour guides des conducteurs tels que ceux dont il s'agit ici subissent des **réflexions partielles ou totales** en tous les points de **transition,** c'est-à-dire en tous les points à partir desquels la caractérisque Z_0 subit un *changement de valeur.* L'onde de tension est réfléchie *sans changement de phase* (onde réfléchie de même signe que l'onde incidente) lorsqu'elle passe d'un conducteur de caractéristique Z_{01} (câble) sur un conducteur de caractéristique $Z_{02} > Z_{01}$ (ligne aérienne, enroulement d'appareil inductif); il y a alors *élévation instantanée de tension au point de transition.* Elle est réfléchie, au contraire, *avec perte de phase de 180°* ou d'une demi-période l'orsqu'elle passe d'un conducteur de caractéristique Z_{01} (ligne aérienne) sur un conducteur de caractéristique $Z_{02} < Z_{01}$ (câble); il y a alors *abaissement ou fléchissement instantané de tension au point de transition.* Le contraire a lieu dans l'onde de courant pour laquelle il y a réflexion avec perte de phase de 180° (diminution d'intensité) lorsque $Z_{02} > Z_{01}$, c'est à-dire au passage dans un milieu plus **„dur“,** et réflexion sans perte de phase (augmentation d'intensité) pour $Z_{02} < Z_{01}$, soit au passage dans un milieu plus **„mou“.** Par contre, il n'y a réflexion ni pour l'une, ni pour l'autre, au passage au point de jonction de deux conducteurs ayant mêmes caractéristiques $Z_{02} = Z_{01}$. Quant à l'importance de ces réflexions, elle dépend essentiellement du degré de „dûreté“ des conducteurs vers lesquels les ondes se rendent.

a. — Afin de montrer d'une façon simple comment un régime permanent peut s'établir dans un circuit à constantes distribuées, considérons le cas d'une ligne aérienne de longueur L, ouverte à son extrémité réceptrice et alimentée à son autre extrémité, $x = O$, par un générateur d'impédance négligeable produisant une tension sinusoidale $v_0 = V_0 \sqrt{2} \sin(\omega t)$. Admettons, afin d'éviter toute objection qui pourrait être faite au procédé que nous allons employer, que la pulsation soit relativement élevée ou que la ligne n'ait pas de distorsion ($r : l = g : c$). Si l'on se reporte à ce qui a été dit plus haut à ce sujet (voir Bulletin No 3, pages 84 et 85; voir aussi figure 21, page 99), on voit que l'on peut écrire dans les deux cas

$$Z_0 = \sqrt{\frac{l}{c}} \text{ et } \delta = 0.$$

Si donc l'on ferme le circuit du générateur au moment $t = o$ auquel $v_0 = o$, ce à quoi rien ne saurait s'opposer théoriquement, la ligne se mettra sous tension par une onde sinusoidale amortie avançant à la vitesse

$$v = \frac{1}{\sqrt{lc}} = 300\,000 \text{ km}$$

par seconde. Cette onde ne sera perceptible à l'extrémité ouverte qu'au bout d'un temps

$$t_1 = \frac{L}{v} = \frac{L}{300\,000} \text{ secondes,}$$

et ce n'est qu'à partir de cet instant t_1 que le groupement récepteur placé en $x = L$ exercera un effet sur le régime permanent vers lequel tendra le système générateur-ligne-récepteurs. Au moment où l'onde se présente «en pointe» en $x = L$, soit donc à l'instant t_1, avec les valeurs $v = i = 0$, la tension du générateur a la valeur

$$v_0 = V_0 \sqrt{2} \sin(\omega t_1) = V_0 \sqrt{2} \sin \omega \frac{L}{v} = V_0 \sqrt{2} \sin \gamma L;$$

son débit, la valeur

$$i_0 = V_0 \sqrt{\frac{c}{l}} \sqrt{2} \sin \gamma L$$

et en un point d'abcisse x de la ligne règne à cet instant t_1 une tension

$$v_x = V_0 \sqrt{2}\, \varepsilon^{-\beta x} \sin \gamma (L - x)$$

et une intensité

$$i_x = V_0 \sqrt{\frac{c}{l}} \sqrt{2}\, \varepsilon^{-\beta x} \sin \gamma (L - x)$$

Si, au lieu d'être ouverte en $x = L$, la ligne y était fermée sur un récepteur d'impédance Z_0 ou, ce qui revient au même, si la ligne supposée homogène s'étendait à l'infini, l'onde continuerait à avancer, sans réflexion au point $x = L$, où l'on aurait pour tous les temps $> t_1$

$$v_L = V_0 \sqrt{2}\, \varepsilon^{-\beta L} \sin \omega (t - t_1)$$

et

$$i_L = V_0 \sqrt{\frac{c}{l}} \sqrt{2}\, \varepsilon^{-\beta L} \sin \omega (t - t_1).$$

Elle serait complétement absorbée par le récepteur.

Mais comme la ligne est ouverte en $x = L$ et qu'en conséquence i_L doit être constamment nul, l'onde est intégralement réfléchie dès son arrivée en $x = L$, soit dès l'instant t_1. Autrement dit, dès son arrivée en $x = L$, l'onde de tension est *totalement réfléchie sans perte de phase* et la tension, deux fois plus grande que celle que l'on aurait au même point sur ligne homogène infiniment longue ou sur ligne de longueur L fermée sur un récepteur d'impédance Z_0, se met à varier sinusoidalement suivant la fonction

$$v_L = 2 V_0 \sqrt{2}\, \varepsilon^{-\beta L} \sin \omega (t - t_1) = 2 V_0 \sqrt{2}\, \varepsilon^{-\beta L} \sin (\omega t - \gamma L)$$

qui, ainsi que nous l'avons déjà dit, n'a d'existence réelle en $x = L$ qu'à partir de l'instant $t_1 = \frac{L}{v}$.

v_L apparaît ainsi comme la somme de l'onde incidente

$$V_0 \sqrt{2}\, \varepsilon^{-\beta L} \sin \omega (t - t_1)$$

entretenue par le générateur, et de l'onde réfléchie, de même valeur que l'onde incidente en $x = L$, qui se rend au générateur auquel elle se présente au temps $t = 2 t_1$ pour y

subir une réflexion totale avec perte de phase de 180°, repartir vers l'extrémité réceptrice où elle arrive au temps $t = 3\,t_1$ et y prendre à partir de cet instant, par suite d'une nouvelle réflexion totale sans perte de phase, la valeur

$$2\,V_0\sqrt{2}\,\varepsilon^{-3\beta L}\,sin\,\omega\,(t - 3\,t_1) = 2\,V_0\sqrt{2}\,\varepsilon^{-3\beta L}\,sin(\omega t - 3\,\gamma L)$$

La tension v_L qui, dès son apparition en $x = L$, soit dès l'instant $t = t_1$, variait suivant la fonction

$$v_L = 2\,V_0\sqrt{2}\,\varepsilon^{-\beta L}\,sin\,(\omega t - \gamma L)$$

saute brusquement à la valeur

$$v_L = 2\,V_0\sqrt{2}\,\varepsilon^{-\beta L}\,sin\,(\omega t - \gamma L) - 2\,V_0\sqrt{2}\,\varepsilon^{-3\beta L}\,sin\,(\omega t - 3\,\gamma L)$$

au temps $t = 3\,t_1 = 3\,\frac{L}{v}$, puis à la valeur

$$v_L = 2\,V_0\sqrt{2}\,\varepsilon^{-\beta L}\,sin\,(\omega t - \gamma L) - 2\,V_0\sqrt{2}\,\varepsilon^{-3\beta L}\,sin(\omega t - 3\gamma L) + 2\,V_0\sqrt{2}\,\varepsilon^{-5\beta L}\,sin(\omega t - 5\gamma L)$$

au temps $t = 5\,t_1$, etc. La tension v_L en $x = L$ tend donc vers la valeur de régime

$$v_L = 2\,V_0\sqrt{2}\sum_{k=0}^{k=\infty} \pm\,\varepsilon^{-(2k+1)\beta L}\,sin\,[\omega t - (2\,k + 1)\,\gamma L) \tag{153}$$

expression dans laquelle chaque terme n'a d'existence réelle qu'à partir de l'instant

$$(2\,k + 1)\,t_1 = (2\,k + 1)\,\frac{L}{v}\,,\ \text{avec}\ k = 0,\ 1,\ 2,\ 3\ \ldots\ \infty$$

L'équation (153) peut s'écrire symboliquement

$$\begin{aligned} \boldsymbol{V_L} &= 2\,V_0\,[\varepsilon^{-(\beta + j\gamma)L} - \varepsilon^{-3(\beta + j\gamma)L} + \varepsilon^{-5(\beta + j\gamma)L} - \varepsilon^{-7(\beta + j\gamma)L} + \ldots\,] \\ &= 2\,V_0\,\varepsilon^{-(\beta + j\gamma)L}\,[1 - \varepsilon^{-2(\beta + j\gamma)L} + \varepsilon^{-4(\beta + j\gamma)L} - \varepsilon^{-6(\beta + j\gamma)L} + \ldots\,] \end{aligned}$$

La parenthèse représentant une progression géométrique dont la raison est $-\,\varepsilon^{-2(\beta + j\gamma)L}$, on peut écrire

$$\boldsymbol{V_L} = V_0\,\frac{2\,\varepsilon^{-(\beta + j\gamma)L}}{1 + \varepsilon^{-2(\beta + j\gamma)L}} = V_0\,\frac{1}{\dfrac{\varepsilon^{-(\beta + j\gamma)L} + \varepsilon^{(\beta + j\gamma)L}}{2}}$$

soit

$$\boldsymbol{V_L} = V_0\,\frac{1}{\cos h \cdot (\beta + j\gamma)\,L} = V_0\,sec\ h \cdot (\beta + j\gamma)\,L$$

ce qui est la formule (94) établie précédemment dans le chapitre consacré à l'étude des régimes permanents (voir Bulletin No. 3, page 92).

Nous avons tracé dans la figure 28 le graphique représentant la période d'établissement du régime permanent considéré pour une ligne alimentée en $x = 0$ par un générateur de tension $v_0 = 100\sqrt{2}\,sin\,(2\,\pi\,60\,t)$ c'est-à-dire de tension efficace $V_0 = 0A_0 = 100$ volts et de 60 périodes par seconde. Nous avons admis $\beta = 0{,}5.10^{-3}$; $\gamma = \omega\sqrt{lc} = \frac{2\,\pi\,60}{300\,000}$; $L = 400$ km et par conséquent $\gamma\,L = 28^0\,56'$ (la figure est construite avec $\gamma\,L = 29^0$).

Le vecteur $0A_1 = V_0\,\varepsilon^{-\beta L}$, décalé de l'angle $\gamma\,L$ en arrière de $0\,A_0$, représente la valeur efficace de la tension à son arrivée en $x = L$ au temps t_1; $0\,A = 2 \cdot 0\,A_1$, représente la valeur efficace de la tension au même point dès l'instant t_1 (première réflexion) et jusqu'au temps $3t_1$; $0\,A'_1 = V_0\,\varepsilon^{-2\beta L}$, la valeur efficace de la tension de l'onde réfléchie à son arrivée en $x = 0$ où elle passe en $0\,A^1{}_2$ (deuxième réflexion); $0\,B_1 = V_0\,\varepsilon^{-3\beta L}$, la valeur efficace de la tension de l'onde réfléchie à son retour en $x = L$ au temps $3\,t_1$; $0\,B'_1 = 2 \cdot 0B_1$, la valeur efficace de la tension de l'onde réfléchie dès l'instant $3\,t_1$ (troisième réflexion); $0\,B$, vecteur résultant de $0\,A$ et $AB = 0\,B'_1$, la valeur efficace de la tension qui règne en

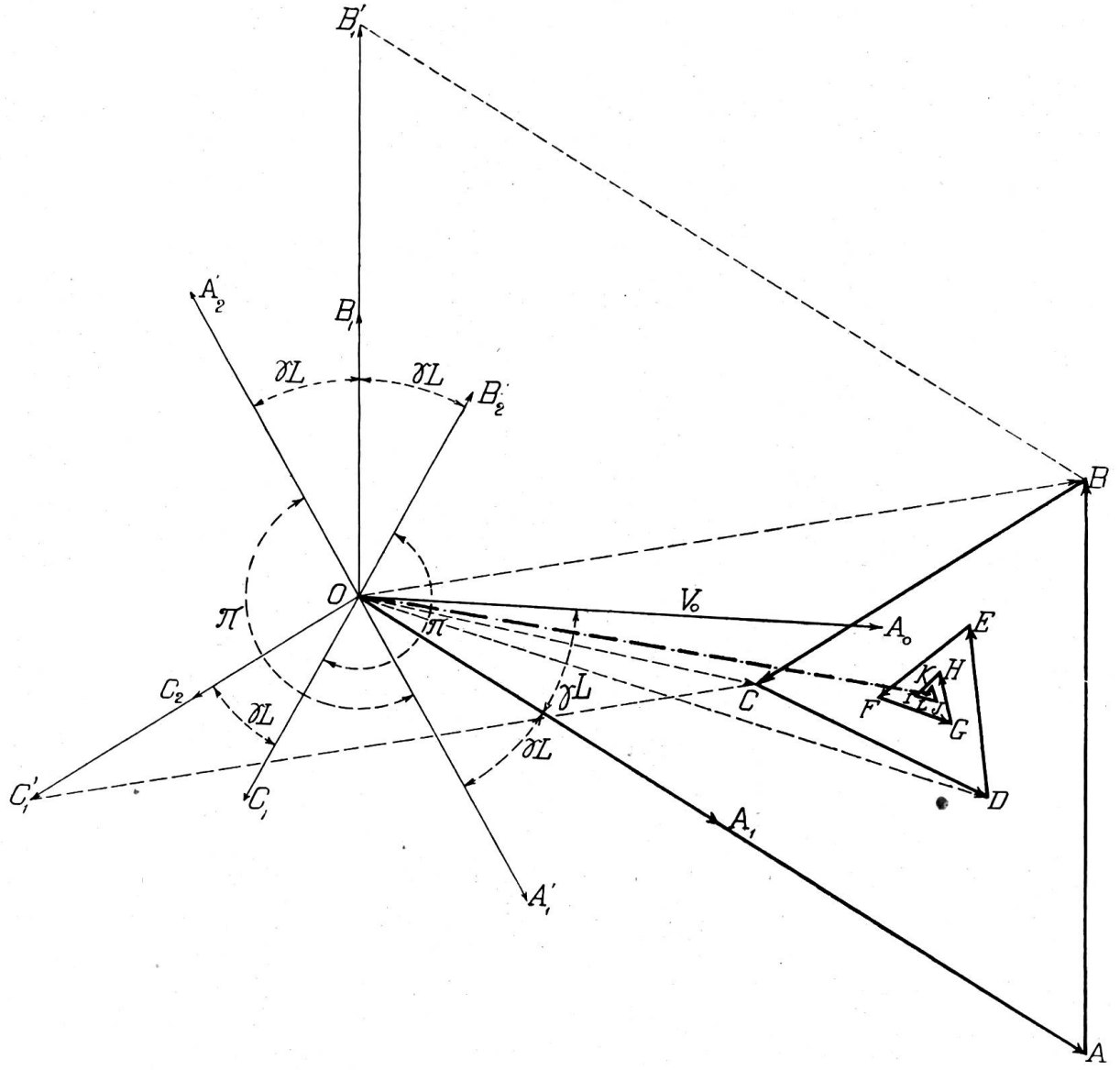

Fig. 28.

Graphique représentative de l'établissement du régime permanent de tension à l'extrémité ouverte d'une ligne pour laquelle $L = 400$ km ; $\beta = 5.10^{-3}$; $\gamma L = 29^0$

$x = L$ pendant l'intervalle $3t_1$ à $5t_1$, et ainsi de suite. La tension de régime en $x = L$ est représentée en valeur efficace par le vecteur en traits mixtes qui est la ligne de fermeture du poligone O $ABCDE$.... représentant l'effet des réflexions successives au point d'arrivée; sa valeur, obtenue soit graphiquement, soit par la formule (94), ressort à 111 volts. Les valeurs instantanées de la tension en $x = L$ pourraient se déduire facilement du graphique de la figure 28 en combinant convenablement les arcs de sinusoides dont les vecteurs représentatifs sont $0A$, $0B$, $0C$ etc.; on passerait ainsi, par branches des sinusoides successives $0B$, $0C$ etc., et en restant sur chacune d'elles durant le temps $2t_1$, de la sinusoide $0A$ à la sinusoide finale représentée par le vecteur en traits mixtes.

Le même procédé peut être employé pour déterminer l'intensité du courant i_0 fourni à la ligne en $x = 0$ (courant de charge). On voit en effet, en se reportant à ce qui a été dit au commencement de ce paragraphe, que l'onde de courant de valeur initiale $\frac{V_0}{Z_0}$ est réfléchie totalement avec changement de phase à l'extrémité $x = L$ et cela aux instants

t_1, $3t_1$, $5t_1$, etc., et qu'elle est réfléchie totalement sans changement de phase en $x = 0$, aux instants $2t_1$, $4t_1$, $6t_1$, etc. On peut donc écrire, ainsi que nous l'avons fait pour la tension

$$(154) \qquad i_0 = -\frac{V_0}{Z_0}\sqrt{2}\,sin(\omega t) + 2\frac{V_0}{Z_0}\sqrt{2}\sum_{k=0}^{k=\infty} \pm \varepsilon^{-2k\beta L}\,sin(\omega t - 2k\gamma L)$$

expression dans laquelle chaque terme sous le signe Σ n'a d'existence réelle en $x = 0$ qu'à partir de l'instant $2kt_1 = 2k\frac{L}{v}$.

L'expression (154) peut aussi s'écrire symboliquement

$$I_0 = \frac{V_0}{Z_0}\left[1 - 2\,\varepsilon^{-2(\beta+j\gamma)L}\left[1 - \varepsilon^{-2(\beta+j\gamma)L} + \varepsilon^{-4(\beta+j\gamma)L} - \ldots\right]\right]$$

c'est-à-dire, après opérations et transformations:

$$I_0 = \frac{V_0}{Z_0}\,\frac{\varepsilon^{-(\beta+j\gamma)L} - \varepsilon^{(\beta+j\gamma)L}}{\varepsilon^{-(\beta+j\gamma)L} + \varepsilon^{(\beta+j\gamma)L}} = \frac{V_0}{Z_0}\,tg\,h\cdot(\beta + j\gamma)\,L$$

ce qui est le résultat déjà trouvé page 92 du Bulletin No. 3 (voir formule (93)).

On pourrait naturellement étendre ce procédé à tous les cas possibles: établissement du régime permanent en cas de court-circuit à l'extrémité réceptrice; établissement du régime pour ligne fermée en $x = L$ sur des récepteurs quelconques. On retrouverait de cette façon en tenant compte, bien entendu, des coefficients de réflexion appropriés, toutes les formules établies dans le chapitre consacré aux régimes permanents.

L'exemple que nous venons de traiter et qui correspond, en ce qui concerne la grandeur β (amortissement), aux cas de la pratique industrielle, se prête à un certain nombre de remarques.

1. — Tout d'abord, nous voyons que la tension à l'arrivée est établie à 1 % près de sa valeur de régime permanent après que l'onde a parcouru environ 12 fois *aller* et *retour* la distance de 400 km, soit donc après un temps

$$\theta = 12 \cdot 2 \cdot \frac{400}{300\,000} = 0{,}032 \text{ secondes.}$$

Pendant ce temps, la tension du générateur dont la période est de 1/60 secondes a effectué *deux oscillations complètes. Pour une valeur donnée de β, ce temps est absolument indépendant de la longueur de la ligne.*

2. — L'alternateur étant fermé au moment où $v_0 = 0$, la tension à l'arrivée ne peut atteindre une valeur voisine du double de l'amplitude $V_0\sqrt{2}$ que si l'amortissement est faible et si la ligne a une longueur telle que $\frac{2L}{v} = 2t_1$ soit voisin de $\frac{T}{4}$, T étant la période de la tension du générateur.

Mais la fermeture du circuit à ce moment-là est extrêmement improbable; elle a beaucoup plus de chances de se produire au voisinage du maximum de l'onde de tension du générateur et il est facile de comprendre que la tension instantanée maximum à laquelle il faille s'attendre à l'extrémité d'une ligne ouverte, lors de sa mise sous tension, soit voisine de $2V_0\sqrt{2}$, c'est-à-dire le double de l'amplitude de la tension du générateur, surtout dans le cas d'une ligne courte et peu amortie.

3. — Au moment de la fermeture, le courant débité par le générateur pendant les tout premiers instants, soit pendant le temps $2t_1$, peut être très notable lorsque la tension V_0 est élevée et cela en raison de la faible valeur relative de la caractéristique Z_0 des lignes, surtout des câbles. Comme le départ d'une ligne pendant les premiers instants ne dépend que de Z_0 et nullement de la composition ou de la nature des récepteurs, on en conclut que la mise en service d'un circuit à constantes distribuées est toujours accompa-

gnée de *surintensités* d'autant plus élevées que la tension du générateur est plus élevée, que la caractéristique est plus faible et que la fermeture a lieu plus près du maximum de l'onde de tension du générateur.

4. — Il est aisé de comprendre que si γL avait la valeur $\frac{\pi}{2}$ ou un multiple entier impair de ce nombre, c'est-à-dire si, pour une fréquence donnée, L était égal à

$$\frac{\pi}{2\gamma} = \frac{\pi}{2\pi f\sqrt{lc}\cdot 2} = \frac{1}{4f\sqrt{lc}}$$

ou si, pour une longueur donnée, f était égal à $\frac{1}{4L\sqrt{lc}}$ (ou si L ou f étaient des multiples entiers impairs de ces nombres), les ondes réfléchies seraient toutes de même phase à leur retour en $x = L$ où la tension pourrait s'élever par bonds successifs à la valeur $\frac{V_0}{\beta L}$ (voir page 94 du Bulletin No. 3), en supposant βL suffisamment petit, ou même au-delà de toute limite en cas d'amortissement négligeable.

5. — Enfin, on peut imaginer facilement que si la ligne ouverte en $x = L$ se termine par des appareils inductifs (bobines de self-inductance) et aboutit sur des éléments représentant des capacités (barres de couplage, condensateurs), c'est-à-dire sur des systèmes essentiellement oscillants, il pourra de même se produire à cet endroit des surélévations de tension dangereuses. Il suffira pour cela qu'il y ait rithme entre la fréquence des réflexions en $x = L$ et celle des oscillations propres du système amorcées par l'arrivée de la première onde en $x = L$.

b. — Considérons maintenant le cas d'une ligne homogène qui soit dans les mêmes conditions d'alimentation que sous a), mais qui soit fermée sur un récepteur d'impédance Z_1 A son arrivée en $x = L$, l'onde de tension ne sera réfléchie que si Z_1 diffère de Z_0. Elle le sera avec ou sans changement de phase suivant que $Z_1 \lessgtr Z_0$ et dans une mesure qui dépendra du rapport $\frac{Z_1}{Z_0}$. Ainsi que l'a déjà montré HEAVISIDE, à son arrivée en $x = L$ l'onde de tension dont la valeur sera désignée par v_1 sera *partiellement* réfléchie. En désignant par ρ_v le rapport de la tension de l'onde réfléchie à celle de l'onde incidente en $x = L$, on aura:

$$\rho_v = \frac{v_1'}{v_1} = \frac{\frac{Z_1}{Z_0} - 1}{\frac{Z_1}{Z_0} + 1} = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} \tag{155}$$

soit $\rho_v = +1$, pour $Z_1 = \infty$ (ligne ouverte), et
$\rho_v = -1$, pour $Z_1 = 0$ (ligne en court-circuit).

Quant à la valeur de la tension appliquée aux extrémités du récepteur à partir de l'instant t_1, soit la valeur de la tension de *l'onde transmise,* elle sera évidemment

$$v_2 = v_1 + v_1' = v_1\left[1 + \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}\right] = v_1\frac{2\,Z_1}{Z_1 + Z_0} \tag{156}$$

Elle sera donc $\gtrless$ que v_1 suivant que Z_1 sera $\gtrless$ que Z_0.

Le facteur de surtension ne saurait donc être supérieur à *deux.* Mais il est une autre face de la question. Si l'on admettait comme nous l'avons déjà fait auparavant que le générateur soit mis en circuit au moment où $v_0 = 0$ et que le récepteur ait une caractéristique Z_1 beaucoup plus grande que Z_0, c'est-à-dire que le coefficient de réflexion ρ_v ait une valeur voisine de 1, on arriverait à la conclusion que l'onde transmise, en pénétrant en pointe dans le récepteur, ne pourrait occasionner entre points rapprochés de

l'enroulement, c'est-à-dire entre spires, des tensions bien supérieures à ce qu'elles sont en régime établi. Le point de vue change du tout au tout si l'on considère que la fermeture peut avoir lieu au moment où la tension du générateur passe par son maximum et qu'en conséquence l'onde de tension peut se présenter en $x = L$ avec une valeur voisine de ce maximum, c'est-à-dire avec un **front raide** de valeur voisine de $V_0 \sqrt{2}$ (lignes courtes, faible amortissement). Dès lors, les spires d'entrée se trouvent exposées à être soumises à des différences de potentiel dangereuses, puisque, la symétrie étant supposée réalisée, elles peuvent avoir à supporter la pleine tension du générateur et même davantage en cas de défaut de simultanéité de contact dans les interrupteurs.

Pour illustrer ce qui vient d'être dit sous a) et b), nous ne pouvons mieux faire que de reproduire ici deux figures empruntées au travail publié par K. W. Wagner, dans E. T. Z. 1911, No. 36.

La figure 29 est un oscillogramme montrant comment s'établit le régime: tension constante-courant nul, dans une ligne ouverte à l'une de ses extrémités et alimentée à l'autre extrémité par une source de courant continu. La courbe inférieure représente l'onde du courant de charge en $x = 0$, avec réflexions très nettes aux instants $2t_1 = 2\frac{L}{v}$, $4t_1$, etc. La courbe supérieure est l'onde de tension en $x = L$, soit à l'extrémité ouverte, point que l'onde n'atteint qu'au temps $t_1 = \frac{L}{v}$ (première réflexion) avec réflexions ultérieures aux instants $3t_1$, $5t_1$, $7t_1$, etc.

La figure 30 montre la pointe momentanée de tension entre extrémités d'une section (1/25me) de la ligne artificielle (combinaison de résistances, selfes-inductances et condensa-

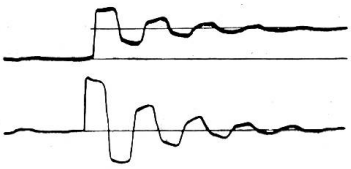

Fig. 29.

Fig. 30.

teurs reproduisant assez fidèlement une ligne à constantes distribuées) à laquelle la figure 29 se rapporte.

c — Les cas considérés jusqu'ici, se rapportent à des exemples simples, puisque nous avons admis un générateur sans impédance et une ligne homogène avec ou sans récepteurs à l'extrémité.

Nous ne pouvons pas songer, étant donnée la déjà trop grande place prise par ce travail, à examiner en détail tous les cas qui mériteraient d'être relevés. Les phénomènes de propagation et de réflexion dont nous venons de parler, peuvent être extrêmement variés et compliqués, suivant la façon dont les éléments d'un circuit ou d'un réseau sont constitués et disposés. Il y a lieu de mentionner tout spécialement les effets des réflexions „en retour" dans les générateurs, au moment de la fermeture d'un interrupteur; les réflexions échelonnées ayant pour effet d'augmenter à chaque point de transition, la valeur de la tension de la première *onde transmise*, au moment de la fermeture d'un circuit hétérogène (câbles-lignes aériennes) et cela de telle façon, que la dite tension peut prendre des valeurs bien supérieures au double de la tension de la source; les effets des ondes libérées, au moment de brusques variations de régime (variations de charge, établissement ou rupture d'un court-circuit, mises à la terre, etc.); enfin, les effets d'origine externe qui, en principe, ne diffèrent pas essentiellement de ceux d'origine interne, mais sur les caractères distinctifs desquels l'on ne connaît qu'assez peu de chose.

Nous reproduirons simplement, en raison de l'intérêt qu'ils présentent, quelques oscillogrammes également empruntés aux publications déjà mentionnées de K. W. Wagner, E. T. Z. 1912, No. 51.

La figure 31 reproduit des courbes de tension et d'intensité de courant à la fermeture, sur un générateur de courant continu, d'une ligne hétérogène artificielle ouverte à son extrémité réceptrice et composée de trois sections homogènes dont la première, côté générateur, figure un câble de caractéristique $Z_{01} = 197{,}5\,\Omega$, la deuxième, une ligne aérienne de caractéristique $Z_{02} = 623\ \Omega$, et la dernière, un circuit d'appareil inductif de caractéristique $Z_{03} = 1975\ \Omega$. Les trois courbes supérieures représentent l'intensité du courant

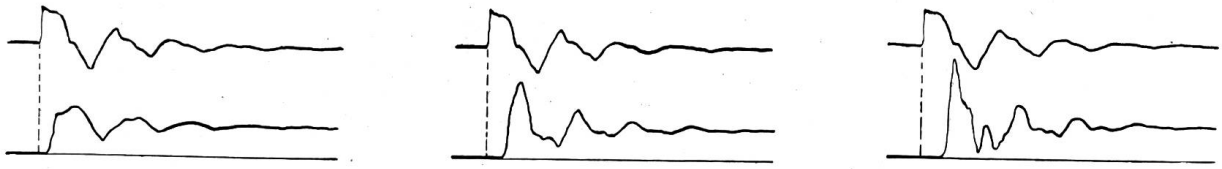

Fig. 31.

débité en $x = 0$. La première courbe inférieure, depuis la gauche, représente le tension au point de transition ligne I — ligne II; la deuxième, la courbe de tension au point de transition II — III, et la troisième, la courbe de tension à l'extrémité ouverte du tronçon III où la tension apparaît, grâce à l'amortissement appréciable, 3,33 fois plus grande que celle de la source, contre 4,62, qui serait la valeur du facteur de surtension, s'il n'y avait pas eu d'amortissement.

Nous ne pouvons pas davantage — ce n'est d'ailleurs pas là le but de cet article — discuter ici les moyens préconisés pour éviter ou parer les effets des phénomènes de propagation ou de résonance, dont il a été question dans ce qui précède. Les interrupteurs à contacts supplémentaires, avec résistances insérées, peuvent être employés dans le but d'éviter les surtensions et les surintensités de fermeture. Les bobines de réactance, les condensateurs ou des combinaisons des deux sont préconisés dans le but de transformer les fronts d'ondes raides en fronts inclinés, adoucis, et d'éviter ainsi les différences de potentiel exagérées entre les points voisins dans le sens axial et tout spécialement entre spires des générateurs, transformateurs et récepteurs. Tout cela paraît juste en principe, mais il faut reconnaître que l'on manque presque complétement d'indications expérimentales sérieuses et dignes de foi sur le côté quantitatif et sur les effets réels des dispositifs de protection les plus divers et si diversement jugés, que l'on rencontre actuellement dans les installations électriques.

A notre point de vue, la connaissance toujours plus approfondie et l'exacte compréhension des phénomènes dont les circuits électriques peuvent être le siège, doivent avoir pour effet, avant tout, de montrer aux constructeurs et aux exploitants le degré de sécurité qu'i convient d'exiger des éléments constitutifs des réseaux, le soin que l'on doit apporter dans la conception des installations, la minutie réfléchie que l'on doit mettre dans le choix des dispositions générales et souvent des moindres détails, car c'est dans l'observation de cette vérité banale: *simplicité et robustesse* qu'il faut voir, croyons-nous, tout au moins en ce qui concerne la plupart des effets redoutés, le moyen le meilleur et peut-être aussi le moins onéreux de sauvegarder les installations électriques.