

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 4 (1913)  
**Heft:** 11

**Artikel:** Ein Beitrag zur Theorie und Berechnung der Stromwandler  
**Autor:** Wirz, Emil  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1056801>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

# BULLETIN

## ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich mit den Jahres-Beilagen „Statistik der Starkstromanlagen der Schweiz“ sowie „Jahresheft“ und wird unter Mitwirkung einer vom Vorstand des S. E. V. ernannten Redaktionskommission herausgegeben.

Alle den Inhalt des „Bulletin“ betreffenden Zuschriften sind zu richten an das

Generalsekretariat

des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins,  
Neumühlequai 12, Zürich 1 - Telefon 9571

Alle Zuschriften betreffend Abonnement, Expedition und Inserate sind zu richten an den

Verlag: Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei  
A.-G., Zürich

Bahnhofstrasse 61, Zürich I (Telephon 6741)

Est publié sous la direction d'une Commission de Rédaction nommée par le Comité de l'A. S. E.

Ce bulletin paraît mensuellement et comporte comme annexes annuelles la „Statistique des installations électriques à fort courant de la Suisse“, ainsi que l'„Annuaire“.

Toutes les communications concernant la matière du „Bulletin“ sont à adresser au

Secrétariat général

de l'Association Suisse des Electriciens,  
Neumühlequai 12, Zurich 1 - Téléphone 9571

Toutes les correspondances concernant les abonnements, l'expédition et les insertions sont à adresser à

l'éditeur: Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei  
S.-A., Zurich

Bahnhofstrasse 61, Zurich I (Téléphone 6741)

IV. Jahrgang  
IV<sup>e</sup> Année

Bulletin No. 11

November 1913  
Novembre

### Ein Beitrag zur Theorie und Berechnung der Stromwandler

von Dr.-Ing. *Emil Wirz*, Burgdorf.

Seit einer Reihe von Jahren verwendet man in der Elektrotechnik zur Messung hoher Wechselspannungen und starker Wechselströme eine Art Transformatoren, die man ganz allgemein als Messtransformatoren bezeichnet hat.

Wie der Name schon sagt handelt es sich dabei um Apparate, welche in der Hauptsache Wechselströme beliebiger Grösse in eine für Messinstrumente geeignete Grösse zu transformieren haben oder auch lediglich nur dazu dienen, die Hochspannung von den Messinstrumenten fernzuhalten.

Die Messtransformatoren kann man allgemein in zwei Gruppen einteilen, nämlich in Spannungstransformatoren und in Stromtransformatoren, die bisweilen auch Spannungswandler und Stromwandler benannt werden.

Die erste Gruppe, die Spannungswandler, haben hauptsächlich den Zweck, Hochspannung in eine proportionale Messspannung von solcher Grösse zu transformieren, dass Messinstrumente normaler Bauart und ohne Gefahr für das Bedienungspersonal angeschlossen werden können. Diese Spannungswandler finden hauptsächlich dort Verwendung, wo die Spannung in der Messung eine Rolle spielt wie z. B. bei Spannungsmessern, Leistungsmessern, Zählern, Relais etc.

Die zweite Gruppe hingegen, die Stromwandler, können verschiedenen Zwecken dienen. In erster Linie kann auch hier die Transformation starker Ströme in solche geringerer Intensität massgebend sein, oder wie es wohl in den meisten Fällen vorkommt, soll lediglich nur die Hochspannung von den Messinstrumenten ferngehalten werden, oder auch können beide Bedingungen gleichzeitig gestellt werden.

Diese beiden Gruppen von Messtransformatoren müssen eine Reihe von Eigenschaften besitzen, die sie für die verschiedenen Anwendungsgebiete brauchbar machen, wobei wiederum für Spannungswandler andere Gesichtspunkte wie für Stromwandler massgebend sind und wodurch es auch nötig wird, beide Gruppen getrennt zu behandeln.

Im folgenden soll deshalb die Gruppe der Stromwandler nach theoretischen und praktischen Gesichtspunkten behandelt und gezeigt werden, wie sich die Abmessungen dieser Apparate nach den massgebenden Arbeitsbedingungen ermitteln lassen.

Die Gruppe der Spannungswandler soll einer späteren Arbeit vorbehalten bleiben.

In der Literatur sind über das Gebiet der Messtransformatoren wenig Arbeiten zu verzeichnen.<sup>1)</sup> Das mag seinen Grund darin haben, dass man gewohnt war, die gut ausgebaute Theorie der Grosstransformatoren einfach auf die Messtransformatoren zu übertragen, da beide dem Prinzip nach übereinstimmen und sich nur in der Art und Grösse ihrer sekundären Belastung unterscheiden. Die Erfahrung lehrte aber bald, dass gerade die Art der sekundären Belastung bei Stromwandlern ganz andere Gesichtspunkte zur Konstruktion dieser Apparate erforderte als man im Grosstransformatorenbau gewohnt war, und hierbei Eigenschaften zu beachten sind, die zum Teil bei Grosstransformatoren belanglos sind.

Langwierige Versuche mussten dann auch hier die unangenehmen Begleiterscheinungen bei derartigen Apparaten beseitigen helfen, da eben die Literatur über die theoretischen Grundlagen dieser Apparate zu wenig Anhaltspunkte enthielt.

Die wenigen in die Oeffentlichkeit gelangten Arbeiten, meist experimenteller Natur, die über die Grösse und Art der auftretenden Fehler einigen Aufschluss geben, sind jedoch ihrer Kürze wegen bezüglich Konstruktionseinzelheiten auch nicht gerade geeignet, die teilweise verwickelten Verhältnisse klar zu stellen.

Die vorliegende Arbeit soll deshalb dazu bestimmt sein, diese Lücke auszufüllen und auf theoretischer Grundlage die Bedingungen festzustellen, bei welchen die günstigsten Dimensionen und die kleinsten Fehlerquellen auftreten.

Die Bedingungen, welche ein guter Stromwandler erfüllen muss, hat Görner<sup>2)</sup> bereits früher aufgestellt und mögen hier nochmals wiedergegeben werden.

Ein praktisch brauchbares Messresultat gewährleistet ein Stromwandler, wenn

- 1) Proportionalität zwischen den primären und sekundären Grössen besteht,
- 2) kleine Phasenabweichungen von  $180^\circ$  zwischen Primär- und Sekundärströmen auftreten,
- 3) das Uebersetzungsverhältnis in weiten Grenzen unabhängig von der Periodenzahl ist,
- 4) Primär- und Sekundärströme gleiche Kurvenformen aufweisen und
- 5) das Uebersetzungsverhältnis und die Phasenabweichungen von  $180^\circ$  in weiten Grenzen unabhängig von der sekundären Belastung sind.

Diese Bedingungen lassen sich praktisch beim Stromwandler sehr gut einhalten, wenn bei der Konstruktion gewisse theoretische Gesetzmässigkeiten beachtet werden, wie im folgenden gezeigt werden soll.

## I. Teil. Theorie und Arbeitsweise.

Zur Herleitung der Hauptgleichungen eines Stromwandlers gehen wir vom allgemeinen Transformator aus und legen der Rechnung vorerst die symbolische Darstellungsweise zu Grunde.<sup>3)</sup> Die Kenntniss der Theorie und Arbeitsweise des allgemeinen Transformators soll dieser Arbeit vorausgesetzt und die graphische Darstellungsweise durch Vektordiagramme nach Möglichkeit vermieden werden, da sich Vektordiagramme mit derart extremen Vektorgrossen wie sie bei Stromwandlern vorkommen, nicht mehr gut graphisch darstellen lassen, und die aus solchen Diagrammen ermittelten Werte deshalb auch keinen Anspruch auf grosse Genauigkeit haben.

<sup>1)</sup> Hier mögen nur die Arbeiten von Görner S. E. Z. 1906, Seite 434, und auch Bulletin des S. E. V., Heft 6, 1911, ferner die Arbeit von Keinath, München 1909, und diejenige von Sterzel E. T. Z. 1909, Seite 489 und 817 erwähnt werden.

<sup>2)</sup> Görner, Bulletin des S. E. V. 1911, Heft 6.

<sup>3)</sup> Die symbolischen Grössen sind im folgenden mit deutschen Buchstaben bezeichnet.

Wir lassen zuerst den Stromwandler als solchen ausser acht und betrachten vorerst zwei Betriebszustände des allgemeinen Transformators, nämlich den Leerlaufzustand Fig. 1a), d. h. denjenigen Zustand, bei welchem der Primärwicklung eine bestimmte Spannung aufgedrückt wird und die Sekundärklemmen offen sind, und den Kurzschlusszustand Fig. 1b), d. h. denjenigen Zustand, bei welchem die Sekundärklemmen durch eine widerstandslose Verbindung kurzgeschlossen sind und in der Sekundärwicklung der normale Vollaststrom fliesst.

Bezeichnen wir beim Leerlaufzustand die primäre Klemmenspannung mit  $\mathfrak{P}_{10}$  und die sekundäre Klemmenspannung mit  $\mathfrak{P}_2$ , so wird bei dieser Spannung  $\mathfrak{P}_{10}$  die Primärwicklung einen Strom  $\mathfrak{J}_{10}$  aufnehmen, der in der Hauptsache durch die Magnetisierung bedingt ist.

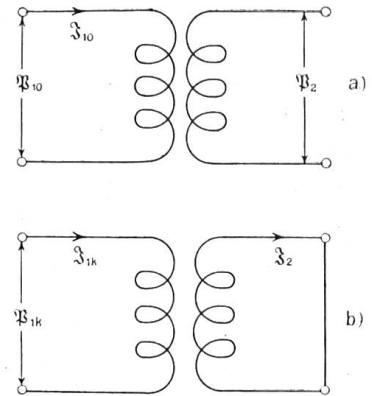


Fig. 1.

Wir können dann setzen  $\mathfrak{J}_{10} = \mathfrak{P}_{10} \cdot \eta_{10}$ , worin  $\eta_{10}$  ein Mass für die elektrische Leitfähigkeit des Stromkreises darstellt und als seine Admittanz bezeichnet wird und sich auch ausdrücken lässt durch  $\eta_{10} = g_{10} + j b_{10} = y \cdot e^{j \varphi_{10}}$

Der Leerlaufstrom  $\mathfrak{J}_{10}$  zerfällt dann in eine Wattkomponente  $\mathfrak{P}_{10} \cdot g_{10}$  und in eine wattlose Komponente  $\mathfrak{P}_{10} \cdot b_{10}$ .

Die primäre Leerlaufspannung kann noch ausgedrückt werden durch  $\mathfrak{P}_{10} = \mathfrak{C}_1 \cdot \mathfrak{P}_2$  worin  $\mathfrak{C}_1 = C_1 \cdot e^{j \psi_1}$  ist und eine komplexe Zahl darstellt, die das Verhältnis zwischen den beiden Vektoren  $\mathfrak{P}_{10}$  und  $\mathfrak{P}_2$  angibt.

Schliessen wir nun durch eine widerstandslose Verbindung die Sekundärklemmen kurz und regulieren die Primärspannung so ein, dass in der Sekundärwicklung der normale Vollaststrom  $\mathfrak{J}_2$  fliesst, so nimmt die Primärwicklung aus dem Netz einen Strom  $\mathfrak{J}_{1k}$  auf. Für diesen primären Kurzschlussstrom können wir dann ähnlich wie bei Leerlauf setzen:  $\mathfrak{J}_{1k} = \mathfrak{C}_2 \cdot \mathfrak{J}_2$  wobei wiederum  $\mathfrak{C}_2 = C_2 \cdot e^{j \psi_2}$  und wie  $\mathfrak{C}_1$  eine komplexe Zahl darstellt, die das Verhältnis der Vektoren  $\mathfrak{J}_{1k}$  und  $\mathfrak{J}_2$  angibt.

Die Kurzschlussspannung, die dann an den Primärklemmen herrscht, ist schliesslich  $\mathfrak{P}_{1k} = \mathfrak{J}_{1k} \cdot \mathfrak{Z}_k$  worin  $\mathfrak{Z}_k = r_k - j x_k = z_k \cdot e^{-j \varphi_k}$  als Kurzschlussimpedanz des Stromkreises bezeichnet wird und ein Mass für seinen scheinbaren Widerstand darstellt.

Von diesen beiden Zuständen, dem Leerlauf- und dem Kurzschlusszustand des allgemeinen Transformators können wir nun ohne weiteres zum normalen Belastungszustand übergehen. Zu ihm gelangen wir, indem wir vom Leerlauf  $\mathfrak{J}_2 = 0$  ausgehend, ohne die Spannung  $\mathfrak{P}_2$  zu verändern, den die Sekundärwicklung durchfliessenden Strom allmählich erhöhen, oder, indem wir vom Kurzschluss ausgehend, ohne den Strom  $\mathfrak{J}_2$  zu verändern, die Sekundärspannung  $\mathfrak{P}_2$  allmählich steigern.

Die Sekundärspannung  $\mathfrak{P}_2$  bedingt an den Primärklemmen einen Spannungsvektor  $\mathfrak{C}_1 \cdot \mathfrak{P}_2$  und einen Stromvektor  $\mathfrak{J}_{10} = \mathfrak{P}_{10} \cdot \eta_{10}$ . Der Sekundärstrom  $\mathfrak{J}_2$  bedingt in gleicher Weise an den Primärklemmen einen Stromvektor  $\mathfrak{C}_2 \cdot \mathfrak{J}_2$  und einen Spannungsvektor  $\mathfrak{P}_{1k} = \mathfrak{J}_{1k} \cdot \mathfrak{Z}_k$ . Da beide Zustände im Stromkreise sich nicht beeinflussen, so erhalten wir durch Uebereinanderlagerung der beiden Zustände bei Leerlauf und Kurzschluss den Belastungszustand.

An den Primärklemmen ergibt sich somit bei Belastung der Spannungsvektor

$$\mathfrak{P}_1 = \mathfrak{P}_{10} + \mathfrak{P}_{1k} = \mathfrak{C}_1 \cdot \mathfrak{P}_2 + \mathfrak{J}_{1k} \cdot \mathfrak{Z}_k$$

und der Stromvektor

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_{10} + \mathfrak{J}_{1k} = \mathfrak{P}_{10} \cdot \eta_{10} = \mathfrak{C}_2 \cdot \mathfrak{J}_2$$

oder da  $\mathfrak{J}_{1k} = \mathfrak{C}_2 \cdot \mathfrak{J}_2$  und  $\mathfrak{P}_{10} = \mathfrak{C}_1 \cdot \mathfrak{P}_2$  ist, so erhalten wir jetzt die beiden Hauptgleichungen des allgemeinen Transformators:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{P}_1 &= \mathfrak{C}_1 \cdot \mathfrak{P}_2 + \mathfrak{C}_2 \cdot \mathfrak{J}_2 \cdot \mathfrak{Z}_k \\ \mathfrak{J}_1 &= \mathfrak{C}_2 \cdot \mathfrak{J}_2 + \mathfrak{C}_1 \cdot \mathfrak{P}_2 \cdot \eta_{10} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 1)$$

und



Durch diese beiden Gleichungen ist für jede beliebige Belastung  $\mathfrak{B}_2$  ( $\mathfrak{P}_2; \mathfrak{I}_2$ ) der Zustand des allgemeinen Transformators vollständig bestimmt.

Die erste dieser Gleichungen stellt die Spannungsgleichung dar und kommt hauptsächlich für die Berechnung der Spannungswandler in Betracht. Die zweite Gleichung hingegen stellt die Stromgleichung dar und können aus ihr alle für Stromwandler in Betracht fallenden Faktoren berechnet werden.

Wie aus den Gleichungen 1) hervorgeht, ist jeder Stromkreis durch die vier Konstanten  $\mathfrak{C}_1$ ,  $\mathfrak{C}_2$ ,  $\eta_{10}$  und  $\delta_k$  bestimmt. Es lässt sich aber nachweisen, dass zwischen diesen vier Konstanten stets eine bestimmte Beziehung besteht, sodass nur drei Konstante nötig sind um einen Stromkreis zu charakterisieren.<sup>1)</sup>

Bei der Ableitung der beiden Hauptgleichungen des allgemeinen Transformators haben wir stillschweigend die Voraussetzung gemacht, dass die abgeleiteten Gleichungen ganz allgemein für alle Anordnungen der beiden Wicklungen Gültigkeit besitzen.

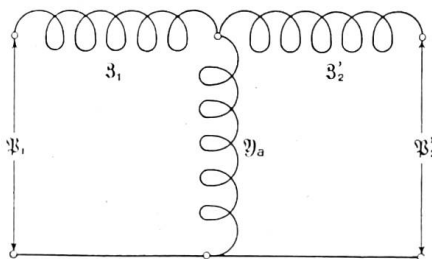


Fig. 2.

Dies ist auch in der Tat der Fall, wenn wir beachten, dass bei verschiedenen grossen Wicklungen die Sekundärgrössen im Verhältnis der Windungszahlen auf das Primärsystem reduziert werden müssen. In der Praxis kommt dieser Fall ungleichgrosser Wicklungen wohl am häufigsten vor und mögen deshalb in der folgenden Rechnung an Stelle der Sekundärgrössen überall die auf Primär reduzierten Grössen eingeführt werden.<sup>2)</sup>

Denken wir uns nun den Stromkreis der Fig. 1) ersetzt durch denjenigen der Fig. 2) mit den Konstanten  $\delta_1$ ,  $\delta'_2$  und  $\eta_a$ , so können aus diesen die Konstanten  $\delta_k$ ,  $\eta_a$ ,  $\mathfrak{C}_1$  und  $\mathfrak{C}_2$  berechnet werden.

Bei Leerlauf nimmt dieser Stromkreis einen Strom  $\mathfrak{I}_{10}$  auf, welcher sich ausdrücken lässt durch:

$$\mathfrak{I}_{10} = \frac{\mathfrak{P}_{10}}{\delta_1 + \frac{1}{\eta_a}} = \frac{\mathfrak{P}_{10} \cdot \eta_a}{1 + \delta_1 \cdot \eta_a} = \mathfrak{P}_{10} \cdot \eta_{10}$$

Die Sekundärspannung  $\mathfrak{P}'_2$  ist dann gleich:

$$\mathfrak{P}'_2 = \mathfrak{P}_{10} - \mathfrak{I}_{10} \cdot \delta_1 = \mathfrak{P}_{10} - \frac{\mathfrak{P}_{10} \cdot \eta_a \cdot \delta_1}{1 + \delta_1 \cdot \eta_a} = \frac{\mathfrak{P}_{10}}{1 + \delta_1 \cdot \eta_a} = \frac{\mathfrak{P}_{10}}{\mathfrak{C}_1}$$

In diesem Stromkreis ist somit

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} \mathfrak{C}_1 &= 1 + \delta_1 \cdot \eta_a \\ \eta_{10} &= \frac{\eta_a}{\mathfrak{C}_1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 3)^{3)}$$

Auf dieselbe Weise erhalten wir auch ferner

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} \mathfrak{C}_2 &= 1 + \delta'_2 \cdot \eta_a \\ \eta_{20} &= \frac{\eta_a}{\mathfrak{C}_2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 4)^{3)}$$

worin  $\eta_{20}$  die an den Sekundärklemmen gemessene Leerlaufadmittanz bedeutet.

Aus der zweiten Hauptgleichung Gleich. 1) und aus den Gleich. 3) bis 4) lässt sich nun die Arbeitsgleichung eines Stromwandlers ableiten.

<sup>1)</sup> Siehe Arnold, Wechselstromtechnik, Bd. I, 2. Aufl.

<sup>2)</sup> Zum Unterschiede von den Sekundärgrössen sollen die reduzierten Faktoren mit einem Index (') versehen werden.

<sup>3)</sup> Auf die Bedeutung dieser Faktoren für die experimentelle Untersuchung von Strom- und Spannungswandlern soll in einer späteren Arbeit näher eingegangen werden.

Multiplizieren wir hierin beide Seiten mit  $\mathfrak{F}'_2$ , so geht dieselbe in die bekannte Transformatorgleichung über

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{I}_1 &= \mathfrak{I}'_2 + \mathfrak{I}_a \\ \text{und worin } \mathfrak{I}_a &= \mathfrak{I}'_2 (a + j b) \text{ ist,} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 7b)$$

und den Magnetisierungsstrom des Primärkreises darstellt.

Der veränderliche Faktor in der Arbeitsgleichung  $(a + j b)$  stellt also nichts anderes als das Verhältnis von Magnetisierungs- und reduziertem Sekundärstrom dar. Die Grösse dieses Verhältnisses gibt uns dann ein Mass für die Güte des Stromwandlers.

Die Stromvektoren obiger Gleichung lassen sich nun auch in einem Diagramm darstellen. Wählen wir in einem rechtwinkligen Koordinatensystem die Ordinatenachse als reelle und die Abscissenachse als imaginäre Achse und tragen in Richtung der positiven Ordinatenachse den auf Primär reduzierten Sekundärstrom auf, so lässt sich mit den drei Stromvektoren  $\mathfrak{I}_1$ ,  $\mathfrak{I}_a$  und  $\mathfrak{I}'_2$  das bekannte Kapp'sche Stromdreieck konstruieren (Fig. 3).

Aus diesem Diagramm ist nun auch teilweise die Bedeutung des Produktes  $\mathfrak{I}'_2 (a + j b)$  zu erkennen, welches aussagt, dass sich der Magnetisierungsstrom in zwei Komponenten zerlegen lässt, nämlich in eine Komponente in Phase mit  $\mathfrak{I}'_2$  und in eine solche um  $90^\circ$  dagegen verzögert oder verfrüht, je nachdem  $b$  positiv oder negativ ist. Der Winkel zwischen  $\mathfrak{I}_1$  und  $\mathfrak{I}'_2$  stellt dann den Phasenabweichungswinkel von  $180^\circ$  dar, welcher wiederum positiv oder negativ sein kann, je nachdem  $b$  positiv oder negativ ist, das heisst: die Phasenverschiebung zwischen Primär- und Sekundärstrom kann kleiner oder grösser als  $180^\circ$  sein. In der Praxis ist der letztere Fall wohl der häufigere, währenddem der erstere Fall, die Phasenverschiebung kleiner als  $180^\circ$  bei Stromwandlern zu den Seltenheiten gehört, aus Gründen, die im engen Zusammenhange mit der Preisfrage derartiger Apparate stehen.

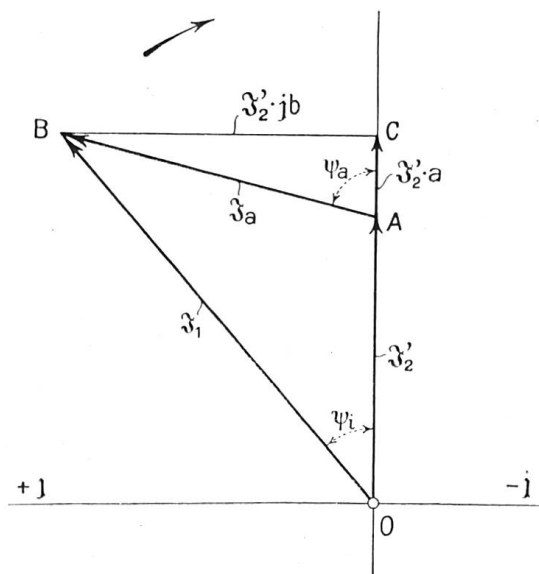


Fig. 3.

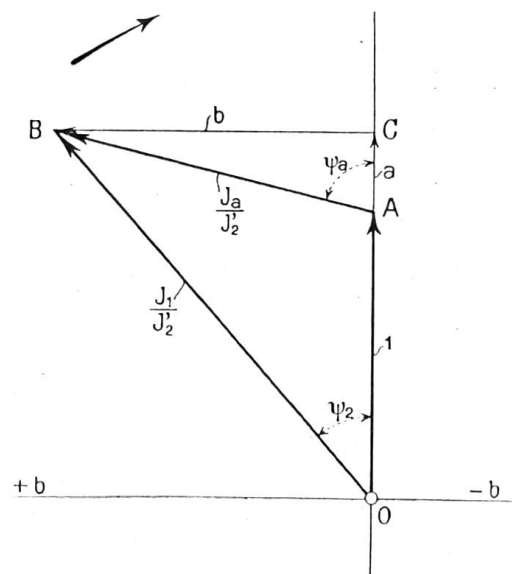


Fig. 4.

Wir verlassen nun die symbolische Darstellungsweise und gehen zur Umrechnung der Arbeitsgleichung in reelle Werte über, da im allgemeinen in der Praxis dieser Darstellungsweise wenig Verständnis entgegengebracht wird und die Rechnung mit reellen Werten üblicher ist.

Die Umrechnung dieser abgeleiteten Gleichungen ist ohne weiteres möglich, da sich jede komplexe Zahl nach bekannten Grundsätzen in eine reelle umwandeln lässt.

Dann lässt sich Gleich. 7<sub>a</sub>) in reellen Werten schreiben

$$\frac{J_1}{J'_2} = \sqrt{(1 + a)^2 + b^2} \dots \dots \dots 8)$$

worin  $a$  und  $b$  den Werten der Gleich. 7) entsprechen. Des weitem ist dann auch

$$\frac{J_a}{J'_2} = \sqrt{a^2 + b^2} \quad . . . . . 8a)$$

Diese Verhältnisse lassen sich nun genau wie die einzelnen Vektoren in einem Diagramm darstellen, wenn wir im Stromdreieck der Fig. 3 alle Seiten derselben durch  $J'_2$  dividieren, Fig. 4. Tragen wir deshalb in der positiven Ordinatenachse in irgend einem Masstab die Einheit auf, so lässt mit den Verhältnissen  $\frac{J_1}{J'_2}$  und  $\frac{J_a}{J'_2}$  im gleichen Masstab aufgetragen, ein Dreieck konstruieren, das dem Kapp'schen Stromdreieck der Fig. 3 vollkommen ähnlich ist. In diesem neuen Diagramm stellt dann das Lot vom Punkte  $B$  auf die Ordinatenachse die Grösse  $b$  und die Verlängerung der Einheit bis zum Lot auf dieselbe die Grösse  $a$  dar. Ebenso wie im Diagramm der Fig. 3 stellt dann auch der Winkel zwischen  $\frac{J_1}{J'_2}$  und der Ordinatenachse den Phasenabweichungswinkel  $\psi_i$  der beiden Ströme  $J_1$  und  $J'_2$  bzw.  $J_2$  dar.

Aus diesem Diagramme geht dann weiter hervor, dass sich dieser Fehlwinkel ausdrücken lässt durch

$$\operatorname{tg} \psi_i = \frac{\pm b}{1 + a} \quad . . . . . 8b)$$

und ebenso der Winkel zwischen  $J_a$  und  $J'_2$  durch

$$\operatorname{tg} \psi_{2a} = \frac{\pm b}{a} \quad . . . . . 8c)$$

Aus diesen Gleichungen geht daher hervor, dass sich sowohl das Uebersetzungsverhältnis als auch die Phasenabweichung der Ströme, aus diesen Faktoren  $a$  und  $b$  einwandfrei bestimmen lässt, die ihrerseits sich wiederum aus den Magnetisierungsgrössen und aus den Faktoren des Sekundärkreises berechnen lassen.

Ersetzen wir nun in den Gleich. 8) und 8c) die Faktoren  $a$  und  $b$  durch ihre ursprünglichen Werte, so erhalten wir schliesslich für einen Stromwandler die nachfolgenden Hauptgleichungen, die wir als Ausgangspunkt unserer Betrachtungen und zur Berechnung dieser Apparate benutzen werden.

### I. Hauptgleichungen.

$$\left. \begin{aligned} p_i &= \frac{J_1}{J'_2} = \\ \sqrt{1 + \left[ (r_2 + r_A) g_a + (x_2 + x_A) b_a \right] \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 + \left[ (r_2 + r_A) b_a - (x_2 + x_A) g_a \right]^2 \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^4} & \quad 9) \\ \text{und} \\ \operatorname{tg} \psi_i &= \frac{(r_2 + r_A) b_a - (x_2 + x_A) g_a}{\left( \frac{w_2}{w_1} \right)^2 + (r_2 + r_A) g_a + (x_2 + x_A) b_a} \end{aligned} \right\}$$

### II. Hauptgleichungen.

$$\left. \begin{aligned} p_{ia} &= \frac{J_a}{J'_2} = \sqrt{\left[ (r_2 + r_A) g_a + (x_2 + x_A) b_a \right]^2 + \left[ (r_2 + r_A) b_a - (x_2 + x_A) g_a \right]^2 \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2} \\ \text{und} \\ \operatorname{tg} \psi_{2a} &= \frac{(r_2 + r_A) b_a - (x_2 + x_A) g_a}{(r_2 + r_A) g_a + (x_2 + x_A) b_a} \end{aligned} \right\} 10)$$

Diese Gleichungen sind streng richtig, da darin keinerlei Vernachlässigungen gemacht wurden und gelten uneingeschränkt für alle Belastungen und Belastungsarten.

Die ersten Hauptgleichungen sind wichtig zur Besprechung der Phasenfehler und des Uebersetzungsverhältnisses, sowie zur zahlenmässigen Ermittlung der günstigsten Abmessungen eines Stromwandlers. Die zweiten Hauptgleichungen hingegen sind mehr für die Beurteilung der magnetischen Verhältnisse von Wichtigkeit.

In der einschlägigen Literatur sind fast durchweg die Verhältnisse  $\frac{J_1}{J'_2}$  und  $\frac{J_a}{J'_2}$  als lineare Funktionen der Faktoren des Sekundärkreises und der Magnetisierung angeführt, währenddem die obigen Gleichungen quadratischer Natur sind.

Dies hat seinen Grund darin, dass allgemein die Winkelabweichung zwischen Primär- und Sekundärstrom vernachlässigbar klein vorausgesetzt wurde, was praktisch keineswegs der Fall ist, da weitaus die grösste Zahl der sich im Betriebe befindlichen Stromwandler Winkelabweichungen von weit mehr als 30 Minuten aufweisen.

Im folgenden soll daher untersucht werden, welchen Einfluss die einzelnen Faktoren der Arbeitsgleichungen auf die Arbeitsweise eines Stromwandlers ausüben und wie weit Vernachlässigungen zulässig sind.

Zu diesem Zwecke ziehen wir zum Vergleich den allgemeinen Transformator heran, da sich dieser vom Stromwandler nur in der Art des sekundären Belastungszustandes unterscheidet. Beim ersteren ändern sich nämlich mit der Belastung auch die Verhältnisse, im Sekundärkreis insbesondere  $r_A$  und  $x_A$ , währenddem die Magnetisierungsgrössen  $g_a$  und  $b_a$  konstant bleiben. Beim Stromwandler hingegen ist gerade das Umgekehrte der Fall, da sich hierbei die Magnetisierungsgrössen mit dem Primärstrom ändern und bei einem im Betrieb befindlichen Stromwandler der äussere sekundäre Stromkreis keinen Änderungen mehr unterworfen ist. Die Grössen  $r_A$  und  $x_A$  sind also im Betriebszustand als konstant zu betrachten und hängen von den Stromkreisen der angeschlossenen Apparate ab.

Die Magnetisierungsgrössen  $g_a$  und  $b_a$  dagegen stellen variable Faktoren dar, die in der Hauptsache vom Primärstrom abhängen, sich jedoch nicht proportional mit diesem, sondern auf eine nicht mathematisch genau definierbare Art verändern.

Zur Diskussion dieser Grössen sind die Verlust- und Magnetisierungskurven der für Stromwandler in Frage kommenden Eisensorten nötig, da durch diese die Art ihrer Veränderlichkeit gegeben ist. Da sich jedoch diese Kurven nur auf experimentellem Wege ermitteln lassen, so soll im therotischen Teil dieser Arbeit von einer Diskussion über  $g_a$  und  $b_a$  Abstand genommen werden, da diese im zweiten Teil bei der zahlenmässigen Berechnung eines Stromwandlers näher behandelt werden sollen.

Zur Behandlung bleibt jetzt nur noch die Frage übrig, ob sich aus den Arbeitsgleichungen Bedingungen für den kleinsten Uebersetzungsfehler und den kleinsten Phasenfehler herleiten lassen. Eine mathematische Untersuchung der Gleich. 9) auf Maxima und Minima zeigt jedoch, dass dies nur möglich ist mit gewissen Nebenbedingungen, die durch  $g_a$  und  $b_a$  bedingt sind.

Wir wollen uns aber hier lange mathematische Ableitungen ersparen, da wir durch eine einfache Ueberlegung mit Hilfe der Gleichung für die Winkelabweichung auch zum Ziele kommen.

In Gleich. 9) für die Winkelabweichung  $\varphi_i$  tritt offenbar ein Minimum ein, wenn  $(r_2 + r_A) b_a - (x_2 + x_A) g_a = 0$  wird, d. h. in diesem Falle wird  $\tan \varphi_i = 0$  und  $\varphi_i = 0$ , sodass Primär- und Sekundärstrom genau auf eine 180°-Phase kommen.

Aus dieser Beziehung geht daher hervor, dass es möglich ist, durch eine geeignete Wahl der Wicklungen bei einer bestimmten sekundären Belastung eine genaue 180°-Phase zu erreichen. Sie ist deshalb ausserordentlich wichtig für die Berechnung eines Stromwandlers und soll noch etwas allgemeiner gefasst werden, da sich aus ihr noch andere, für die Praxis überaus wichtige Bedingungen ableiten lassen.

In Gleich. 9) für die Winkelabweichung erkennen wir nämlich, dass dieser Fehlwinkel positiv, Null oder negativ sein kann, je nachdem der Zähler dieser Gleichung positiv, Null oder negativ wird. Wir können daher obige Beziehung ganz allgemein schreiben:

$$[r_2 + r_A] b_a \gtrless [x_2 + x_A] g_a \dots \dots \dots 11)$$

wodurch bei jeder Belastung die Art und Grösse der Phasenverschiebung eines Stromwandlers vollkommen charakterisiert ist.

*In dieser Beziehung sagt dann der erste Fall  $(r_2 + r_A) b_a > (x_2 + x_A) g_a$  aus, dass die Phasenverschiebung zwischen Primär- und Sekundärstrom kleiner als  $180^\circ$  ist, dagegen beim zweiten Fall  $(r_2 + r_A) b_a = (x_2 + x_A) g_a$  die Phasenverschiebung Null und schliesslich beim dritten Fall  $(r_2 + r_A) b_a < (x_2 + x_A) g_a$  dieselbe grösser als  $180^\circ$  wird.*

Durch diese Beziehungen sind wir nun in der Lage, für alle Belastungsmöglichkeiten die Phasenverhältnisse den wirklich vorhandenen Verhältnissen anzupassen, da die Grössen  $r_2$  und  $x_2$  einerseits in einem bestimmten Verhältnis zur sekundären Windungszahl und andererseits zu den Faktoren des äusseren sekundären Belastungsstromkreises  $r_A$  und  $x_A$  stehen und gemeinsam die Grösse der Eisenbeanspruchung bestimmen, wie wir später sehen werden.

Für den Uebersetzungsfaktor lassen sich aus Gleich. 9) auch gewisse Minimalbedingungen herleiten, die sich aber nicht immer mit denjenigen der Phasenverhältnisse decken.

Aus Gleich. 9) für den Uebersetzungsfaktor geht offenbar hervor, dass auch darin die Grösse des Fehlwinkels  $\varphi_i$  einen bedeutenden Einfluss ausübt, da der Uebersetzungsfaktor auch von der Grösse  $b = (r_2 + r_A) b_a - (x_2 + x_A) g_a$  abhängt.<sup>1)</sup> Es muss deshalb unmittelbar der Gedanke nahe liegen, dass für  $(v_2 + v_A) b_a = (x_2 + x_A) g_a$  auch ein Minimum für  $\frac{J_1}{J'_2}$  eintritt. Wie jedoch die strenge mathematische Behandlung dieses Problems zeigt, ist dies nicht immer der Fall, da in der Arbeitsgleichung der Faktor  $a = (r_2 + r_A) g_a + (x_2 + x_A) b_a$  niemals verschwindet, sondern unter Umständen grösser wird als für den Fall  $\varphi_i \gtrless 0$ . Diese eigentümliche Erscheinung hat offenbar ihren Grund in der Abhängigkeit der Magnetisierungsgrössen  $g_a$  und  $b_a$  von der verwendeten Eisensorte, auf deren Eigenschaften wir jedoch erst im zweiten Teil dieser Arbeit eingehen wollen.

Die Praxis lehrt aber, dass bei den für Stromwandler verwendbaren Eisensorten das Minimum des Faktors  $\frac{J_1}{J'_2}$  auch ungefähr in der Nähe von  $\varphi_i = 0$  liegt, sodass wir angenähert auch für diesen die Minimalbedingungen der Gleich. 11) benützen können. Aus Gleich. 11) können wir daher für alle praktischen Fälle die günstigsten Dimensionen eines Stromwandlers ermitteln, wenn wir darin die Grössen  $r_2; x_2; g_a$  und  $b_a$  durch ihre Beziehungen zu den Abmessungen der Wicklungen und des Eisenkörpers ersetzen.

Diese Gleichung ist daher ausserordentlich wichtig für die Dimensionierung eines Stromwandlers, da ohne sie die Festlegung der Wicklungen nur auf experimentellem Wege möglich ist.

In der Literatur sind hierüber wenig oder gar keine Anhaltspunkte zu finden, ob schon die Praxis schon seit einiger Zeit über gewisse Beziehungen zwischen der Genauigkeit und den Abmessungen der Wicklungen orientiert war. Dies geht auch aus einer Patentanmeldung vom Jahre 1909 der A.-G. Hartmann & Braun hervor, deren Patentanspruch sich auf ein Verfahren zur Herstellung einer Phasenverschiebung von  $180^\circ$  zwischen Primär- und Sekundärstrom eines Stromwandlers bezog und dadurch gekennzeichnet war, dass im Sekundärkreis der ohmsche Widerstand und die äussere Selbstinduktion hin-

<sup>1)</sup> Aus Gleich. 8 und 8a) lässt sich der absolute Uebersetzungsfaktor schreiben  $p_i = \frac{J_1}{J'_2} = \frac{a}{\cos \varphi_i}$  woraus hervorgeht, dass  $p_i$  nicht allein von  $\varphi_i$ , sondern auch von  $a$  abhängt. Z. B. kann  $\varphi_i = 0$  sein und trotzdem  $p_i$  erheblich von 1 abweichen, wobei  $p_i$  auf dem aufsteigenden oder absteigenden Ast der Kurve liegen kann.



sichtlich der Grössen- und Phasenverhältnisse in eine die beabsichtigte Verschiebung hervorrufoende Beziehung zur inneren Selbstinduktion gebracht werden.

In diesem Patentanspruch war daher bereits in der Hauptsache der Weg angedeutet, auf welchem sich die günstigsten Grössen- und Phasenverhältnisse erreichen lassen, jedoch scheint darin die Begründung mit Hilfe der allgemeinen Transformator diagramme doch nicht volle Klarheit bezüglich der bestimmenden Verhältnisse im Sekundärkreis gebracht zu haben, da solche Diagramme nicht ohne weiteres allgemeingültige Minimalbedingungen erkennen lassen.<sup>1)</sup>

Zum Schlusse dieser theoretischen Betrachtungen soll nun noch kurz gezeigt werden, wie sich aus der Gleichung für die günstigsten Grössen- und Phasenverhältnisse eine Beziehung für die Windungszahl herleiten lässt.

Aus Gleich. 11) haben wir das wichtige Resultat erhalten, dass die Grössen- und Phasenverhältnisse beim Stromwandler in der Hauptsache bestimmt sind durch die Grösse der Gesamtimpedanz des Sekundärkreises und durch die Grösse der Erregeradmittanz des Primärkreises.

Die Gesamtimpedanz des Sekundärkreises setzt sich dann wiederum aus zwei Teilen zusammen, nämlich aus der Impedanz der Sekundärwicklung und derjenigen des äusseren sekundären Belastungsstromkreises, welche letztere wir jedoch bei ein und derselben Type als konstant voraussetzen wollen, da sich dieselbe in Bezug auf die Windungszahl passiv verhält und im wesentlichen nur für die Festlegung der Typengrösse von Wichtigkeit ist, weil in der Praxis bei jeder Stromwandlertype eine gewisse Fehlergrenze nur innerhalb einer bestimmten sekundären Belastung garantiert wird.

Zur Aufstellung einer Beziehung für die sekundäre Windungszahl wird daher vorwiegend nur die Impedanz der Sekundärwicklung in Betracht kommen, da dieselbe in der Hauptsache durch die Dimensionen der Wicklungen bestimmt ist. Die Erregeradmittanz insbesondere  $g_a$  und  $b_a$  mögen in den folgenden Ableitungen vorerst nur als nicht näher definierte Konstante mitgeführt werden, da ihr Einfluss auf die Grösse der sekundären Windungszahl in der Hauptsache von der Höhe der Eisenbeanspruchung abhängt, wie wir später sehen werden.

Der Berechnung der Windungszahl soll im folgenden der einfachste Fall der Zustandsgleichung 11) zu Grunde gelegt werden, nämlich der, bei welchem Primär- und Sekundärstrom genau  $180^\circ$  phasenverschoben sind.

Für diesen Fall lautet dann die Zustandsgleichung:

$$(r_2 + r_A) b_a = (x_2 + x_A) g_a$$

Nehmen wir hierin vorerst an, der effektive Widerstand der Sekundärwicklung sei proportional mit der Windungszahl und die effektive Reaktanz proportional mit dem Quadrate derselben, so wird:  $r_2 = k_2 \cdot w_2$  und  $x_2 = k_3 \cdot w_2^2$ , worin wir vorerst  $k_2$  und  $k_3$  als Konstante betrachten wollen. In Wirklichkeit sind jedoch  $k_2$  und  $k_3$  keine Konstanten, sondern auch direkt von der Windungszahl abhängig. Ihre Berücksichtigung führt aber zu derart verwickelten und unübersehbaren Gleichungen, die für die Praxis kein grosses Interesse mehr besitzen, da die Praxis keine absolut genaue Berechnung derartiger Apparate verlangt, sondern lediglich nur Stromwandler so zu dimensionieren wünscht, dass sie im Bereiche der günstigsten Verhältnisse arbeiten. Eine Näherungsmethode, wie sie im folgenden gegeben ist, wird daher in den weitaus meisten Fällen mit genügender Genauigkeit ausreichen, um so mehr noch, da die magnetischen Verhältnisse des aktiven Eisenkörpers innerhalb ein und derselben Type beträchtlichen Variationen unterworfen sind und sich auch nur näherungsweise ermitteln lassen.

Mit diesen Werten für  $r_2$  und  $x_2$  lässt sich dann die Zustandsgleichung schreiben:

$$w_2^2 \cdot k_3 \cdot g_a - w_2 \cdot k_2 \cdot b_a - [r_A b_a - x_A \cdot g_a] = 0$$

welche eine quadratische Gleichung darstellt und für die Windungszahl die Beziehung liefert:

<sup>1)</sup> Die eigentliche Begründung dieses Patentanspruches ist in einem später von Görner im „Bulletin des Schweiz. Elektrotechn. Vereins“, Heft 6, 1911 erschienenen Aufsatz zu finden.

$$w_2 \cong \frac{k_2 \cdot b_a \pm \sqrt{(k_2 \cdot b_a)^2 + 4 k_3 \cdot g_a (r_A b_a - x_A g_a)}}{2 k_3 \cdot g_a} \quad . . . . . 12)$$

Für die Praxis ist die Wurzel nicht bequem und kann näherungsweise in eine geometrische Reihe aufgelöst werden, bei welcher die Glieder höherer Ordnung im allgemeinen ihrer Kleinheit wegen vernachlässigt werden dürfen.

In eine unendliche Reihe aufgelöst wird daher die Beziehung für  $w_2$

$$w_2 = \frac{k_2 \cdot b_a}{2 \cdot k_3 \cdot g_a} \left[ 1 \pm \left( 1 + \frac{4}{2} \frac{k_3 \cdot g_a}{k_2^2 \cdot b_a^2} (r_A b_a - x_A g_a) - \frac{16}{8} \frac{k_3^2 \cdot g_a^2}{k_2^4 \cdot b_a^4} \cdot (r_A b_a - x_A g_a)^2 + \dots \right) \right]$$

oder aber

$$w_2 \cong \frac{b_a \cdot k_2}{g_a \cdot k_3} + \left( r_A - x_A \frac{g_a}{b_a} \right) \frac{1}{k_2} - \frac{g_a \cdot k_3}{b_a \cdot k_2^3} \left( r_A - x_A \frac{g_a}{b_a} \right)^2 + \dots \quad 12 a)$$

Vernachlässigen wir schliesslich auch hierin das Glied mit  $\left( r_A - x_A \frac{g_a}{b_a} \right)^2$ , so wird

$$w_2 \cong \frac{b_a \cdot k_2}{g_a \cdot k_3} + \left( r_A - x_A \frac{g_a}{b_a} \right) \frac{1}{k_2} \quad . . . . . 12 b)$$

eine Gleichung, die, wie wir später sehen werden, sich leicht auswerten lässt, und die die Grösse der sekundären Windungszahl bei einer Verschiebung von  $180^\circ$  zwischen Primär- und Sekundärstrom angibt.

Sehen wir in dieser Gleichung vorerst von den Magnetisierungsfaktoren ab, so lässt sie erkennen, dass sich die Windungszahl aus zwei Faktoren zusammensetzt, die zwei Betriebszuständen entsprechen, welche für die Konstruktion von Stromwandlern ausserordentlich wichtig sind. Ist nämlich der Stromwandler kurzgeschlossen, so verschwinden in Gleich. 12 a) alle Glieder, die  $r_A$  und  $x_A$  enthalten.

Für diesen Zustand, den Kurzschlusszustand, berechnet sich dann die Windungszahl aus:

$$w_2 \cong \frac{b_a \cdot k_2}{g_a \cdot k_3} \quad . . . . . 12 c)$$

Würden wir nun in diesen beiden Gleich. 12 b) und 12 c) konstante Induktion im Eisen bezw.  $\frac{b_a}{g_a} = \text{konstant}$  voraussetzen, so müsste sich die Windungszahl vom Kurzschluss

bis zum maximalen Belastungszustand um einen Betrag vergrössern, der dem Produkt  $\left[ r_A - x_A \frac{g_a}{b_a} \right] \frac{1}{k_2}$  entspricht. Da jedoch die einmal gewählte Windungszahl unverändert

bleibt und damit auch die Faktoren  $k_2$  und  $k_3$ , so kann sich daher nur der Quotient  $\frac{b_a}{g_a}$

verändern, welcher sich aber wiederum nur nach bestimmten, dem verwendeten Eisen eigentümlichen Gesetzen verändern kann. Durch eine allmähliche Erhöhung der Belastung, vom Kurzschlusszustand ausgehend, ändert sich die Gesamtimpedanz des Sekundärkreises und damit auch die induzierte sekundäre E. M. K. und die Induktion im Eisen, welche letztere daher auch die Veränderung von  $\frac{b_a}{g_a}$  bewirkt. Die Grösse von  $\frac{b_a}{g_a}$  lässt sich dann für jede

Induktion aus den Verlust- und Magnetisierungskurven des Eisenkörpers ermitteln, wenn die zugehörige Induktion bekannt ist.

Wie wir eben gesehen haben, ist es für einen Stromwandler nicht ganz gleichgültig, ob wir die Windungszahl bei maximaler Belastung oder bei Kurzschluss bestimmen, da sich nicht für beide Zustände gleichzeitig eine genaue  $180^\circ$ -Phase erreichen lässt.

Berechnen wir z. B. die Windungszahl bei maximaler Belastung, so wird bei Kurzschluss die Phasenverschiebung von  $180^\circ$  abweichen und ebenso im umgekehrten Falle.

Die Phasenabweichung wird dabei nach früherem im ersten Falle bei Kurzschluss positiv und im zweiten Falle bei Vollast negativ werden.

Die Windungszahl wird daher am zweckmässigsten aus Gleich. 12 e) berechnet, wodurch bei Kurzschluss und maximalem Primärstrom die Phasenverschiebung der Ströme grösser als  $180^\circ$  wird, da bekanntlich mit abnehmendem Primärstrom die Phasenverschiebung abnimmt und dadurch ein Ausgleich in der Grösse des Phasenfehlers stattfindet. Bei der Festlegung der Windungszahl spielt nun noch ein anderer Faktor eine wesentliche Rolle, der bei obigen Betrachtungen nicht näher beachtet wurde. Wie nämlich aus Gleich. 12 b) hervorgeht, ist es nicht ganz gleichgültig, ob die sekundäre Belastung induktionsfrei oder induktiv ist. So wird eine reine induktionsfreie Belastung für eine genaue  $180^\circ$ -Phase eine grössere Windungszahl erfordern als eine rein induktive, wobei sich jedoch der erstere Fall in stärkerem Masse auf die Grösse der Windungszahl geltend macht wie der letztere.

Wir haben daher wiederum zwei Spezialfälle zu unterscheiden, nämlich

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) nur ohmsche Belastung: } w_2 = \frac{b_a}{g_a} \cdot \frac{k_2}{k_3} + \frac{r_A}{k_2} \cdot \dots \dots \dots \\ \text{b) nur induktive Belastung: } w_2 = \frac{b_a}{g_a} \cdot \frac{k_2}{k_3} - \frac{g_a}{b_a} \cdot \frac{x_A}{k_a} \dots \dots \end{array} \right\} \quad 12 \text{ d)}$$

wobei jedoch der letztere Fall ausser Betracht fällt, da im allgemeinen die Reaktanz des Belastungsstromkreises verschwindend klein ist.<sup>1)</sup> Für normale Stromwandlertypen, wie sie für Schalttafelinstrumente Verwendung finden, kommt daher fast ausschliesslich nur der erste Fall, rein ohmsche Belastung in Betracht, da sich aus ihm die Wicklungen mit genügender Genauigkeit berechnen lassen.

Aus diesen Gleichungen (12 b—12 d) lässt sich nun die sekundäre Windungszahl nicht ohne weiteres berechnen, da das Verhältnis  $\frac{b_a}{g_a}$  indirekt auch wieder von der Windungszahl abhängt. Zu ihrer Auswertung ist daher noch eine Beziehung nötig, die die Abhängigkeit der Eiseninduktion von der Grösse der Wicklung und der sekundären Belastung zum Ausdruck bringt.

Wie bekannt ist, kann die Induktion im Eisen ausgedrückt werden durch

$$B_t = \frac{E_2 \cdot 10^8}{4,44 \cdot c \cdot w_2 \cdot q_{ei}}$$

worin  $E_2$  die sekundär induzierte E. M. K. bedeutet und bestimmt ist, durch die Grösse des Sekundärstromes und die sekundäre Totalimpedanz. Diese letztere lässt sich ausdrücken durch

$$Z_{2t} = \sqrt{[r_A + w_2 k_2]^2 + [x_A + w_2 \cdot k_3]^2}$$

Vernachlässigen wir auch hierin die Reaktanz der Belastung, so lässt sie sich in eine unendliche Reihe entwickelt schreiben

$$Z_{2t} \cong w_2^2 \cdot k_3 + \frac{1}{2} \frac{[r_A + w_2 \cdot k_2]^2}{w_2^2 \cdot k_3}$$

worin die Glieder höherer Ordnung vernachlässigt sind.

Mit diesen Beziehungen ergibt sich dann schliesslich für die Induktion

$$B_t \cong \frac{J_2 \cdot w_2 \cdot k_3}{4,44 \cdot c \cdot q_{ei}} \cdot 10^8 + \frac{J_2 \cdot 10^8}{4,44 \cdot c \cdot q_{ei}} \cdot \frac{1}{2} \frac{[r_A + w_2 \cdot k_2]^2}{w_2^3 \cdot k_3}$$

oder aber

$$B_t \cong \frac{J_2 \cdot w_2 k_3}{4,44 \cdot c \cdot q_{ei}} \cdot 10^8 \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{[r_A + w_2 k_2]^2}{w_2^2 \cdot k_3} \right] \dots \dots \dots 13)$$

<sup>1)</sup> Hievon machen Zähler oder überhaupt Ferrarisinstrumente, bei welchen die Stromspulen Eisen enthalten, eine Ausnahme, da hierbei die Reaktanz  $\frac{1}{5}$  bis  $\frac{1}{1}$  des eff. Widerstandes ausmachen kann.

Für einen gut dimensionierten Stromwandler soll im allgemeinen der Klammerausdruck nie grösser 1,5 sein, da sonst erfahrungsgemäss die auftretenden Fehler von Kurzschluss bis Vollast zu gross würden, weil sich von einem zum andern dieser Belastungszustände die Induktion zu stark verändern würde. Mit diesen beiden Gleichungen 12 d) und 13) und den Verlust- und Amperewindungszahlkurven ist nun die Sekundärwicklung für eine genaue 180°-Phase vollkommen bestimmt, so dass hieraus die Windungszahl ermittelt werden kann, wie wir nun sehen werden.

## II. Teil. Berechnung und Arbeitsweise.

Im vorhergehenden wurde gezeigt, wie sich aus den Arbeitsgleichungen eines Stromwandlers Bedingungen für die günstigsten Grössen- und Phasenverhältnisse ableiten lassen.

Im folgenden soll nun gezeigt werden, wie sich diese Bedingungen auswerten und sich die Dimensionen eines Stromwandlers zahlenmässig berechnen lassen. Vorerst jedoch möge die sekundäre Belastung ganz beiseite gelassen werden, da zuerst die in der Arbeitsgleichung auftretenden Faktoren der Magnetisierung und der Sekundärwicklung einer näheren Betrachtung unterzogen werden sollen, da die Kenntnis ihrer Beziehungen zu den Abmessungen der Wicklung und des Eisenkörpers zur späteren Berechnung eines Stromwandlers unerlässlich sind.

### a) Magnetisierungsgrössen $g_a$ und $b_a$ .

Wie bekannt ist, muss für die Magnetisierung eines Eisenkernes Arbeit aufgewendet werden, die durch die Hysteresis und die Wirbelstromkreise bedingt ist und von aussen durch den Magnetisierungsstrom zugeführt und in Wärme umgesetzt wird. Beim Stromwandler kann daher nicht die volle, der Primärwicklung zugeführte Energie den Sekundärklemmen entnommen werden, da davon ein Teil zur Arbeitsübertragung im Eisen verbraucht wird. Der Primärstrom zerfällt daher, wie bereits früher gezeigt wurde, in zwei Komponenten, nämlich in den auf Primär reduzierten Sekundärstrom und in den Magnetisierungsstrom. Der letztere kann wiederum in zwei Komponenten zerlegt werden, in die Wattkomponente, bedingt durch die Hysteresis und die Wirbelströme und in die wattlose Komponente, die nötig ist, um den erzeugten Kraftfluss durch den ganzen magnetischen Kreis hindurchzutreiben. Die erstere, die Wattkomponente, ist in Phase mit dem erzeugten Hauptkraftfluss, währenddem die zweite, die wattlose Komponente um 90° gegen den Hauptkraftfluss verschoben ist.

Im Grosstransformatorenbau spielt die erstere eine ganz bedeutende Rolle, da von den Energieverlusten im Transformator der Wirkungsgrad abhängt. Die wattlose Komponente hingegen hat hierbei nur nebensächlichen Charakter, da dieselbe in der Hauptsache nur zur Bestimmung des Leerlaufstromes erforderlich ist. Beim Stromwandler hingegen liegen die Verhältnisse wesentlich anders, da hierbei der wattlosen Komponente infolge ihrer Beeinflussung der Phasenverhältnisse eine weitaus grössere Bedeutung als der Wattkomponente zukommt.

Bezeichnen wir mit  $W_{ei}$  die gesamten Eisenverluste, so lässt sich die Wattkomponente des Magnetisierungsstromes ausdrücken durch:  $J_{aw} = \frac{W_{ei}}{E_1}$  worin  $E_1 = 4,44 f_k \cdot c \cdot w \cdot \phi \cdot 10^{-8}$

die induzierte primäre E. M. K. bedeutet. Diese Wattkomponente ist gegen die primäre E. M. K.  $E_1$  um 90° verschoben, sodass dieselbe auf die Achse der E. M. K. bezogen ausgedrückt werden kann durch:  $J_{aw} = E_1 \cdot g_a$  wobei  $g_a$ , wie früher die primäre Konduktanz darstellt. Zur Berechnung der wattlosen Komponente  $J_{awl}$  kann in derselben Weise vorgegangen werden, jedoch muss hierbei von der Amperewindungszahl ausgegangen werden, die nötig ist, um die Induktion im Eisen auf eine gewisse Höhe zu bringen. Diese Amperewindungszahl setzt sich aus zwei Teilen zusammen, nämlich aus den Amperewindungen für das Eisen und denjenigen für vorhandene Luftwege. Bezeichnen wir mit  $AW_{ei}$  die Eisenamperewindungen und mit  $AW_l$  die Luftamperewindungen, so kann die

wattlose Komponente ausgedrückt werden durch  $J_{awl} = \frac{AW_1 + AW_{ei}}{\sqrt{2} \cdot w_1}$  oder aber wie oben  $J_{awl} = E_1 \cdot b_a$ , worin wie früher  $b_a$  die primäre Suszeptanz darstellt.

Aus diesen beiden Beziehungen für die watt- und wattlose Komponente lassen sich daher die Grössen  $g_a$  und  $b_a$  berechnen, wenn die Verluste und die Amperewindungszahlen als Funktion der Induktion im Eisen bekannt sind. Die Verluste und Amperewindungszahlen lassen sich jedoch nicht mit Bestimmtheit voraus berechnen, sodass man hierbei auf Versuchsmittelwerte angewiesen ist und die Vorausberechnung derartiger Apparate dadurch mit gewissen Unsicherheiten behaftet wird. Für die Praxis spielt dies jedoch keine wesentliche Rolle, weil wir mit der Vorausberechnung lediglich nur bezwecken, die Abmessungen eines Stromwandlers derart festzulegen, dass derselbe unter normalen Verhältnissen in der Zone der günstigsten Grössen- und Phasenverhältnisse arbeitet.

Wie nun oben bemerkt wurde, sind zur Berechnung der Magnetisierungsgrössen  $g_a$  und  $b_a$  die Verlust- und Amperewindungszahlkurven als Funktion der Induktion des betrachteten Eisenkörpers erforderlich, da, wie schon früher gezeigt wurde, sich diese Grössen mit dem Primärstrom verändern. Wir müssten daher für jede zu berechnende Type zuerst die Verlust- und Amperewindungszahlkurven in Abhängigkeit der Induktion ermitteln, die sich mit jeder Aenderung der Abmessungen des Eisenkörpers auch wieder ändern würden. Daher wird es zweckmässig sein, diese Kurven von den Abmessungen des Eisenkörpers unabhängig zu machen, was auch ohne weiteres gelingt, wenn wir die Verluste pro kg Eisen und die totalen Amperewindungszahlen pro cm Kraftlinienlänge in Abhängigkeit der Induktion auftragen. In Fig. 5 a und b sind diese Kurven für legiertes und normales

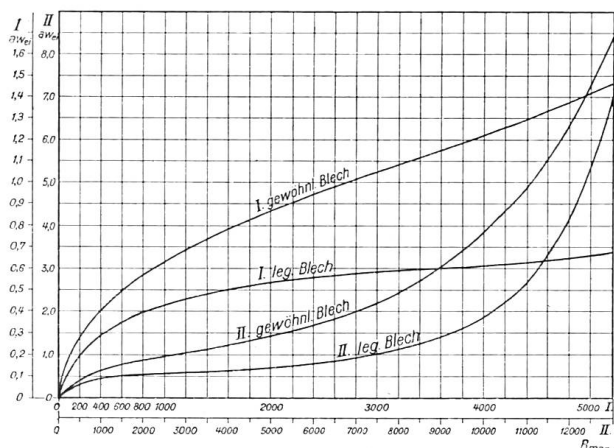


Fig. 5a. Induktionskurven für gewöhnliches und legiertes Dynamo-blech von 0,5 mm Stärke.

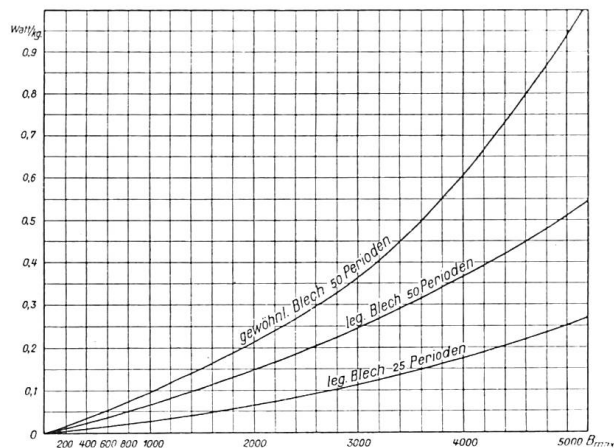


Fig. 5b. Verlustkurven für gewöhnliches und legiertes Dynamo-blech von 0,5 mm Stärke für 50 und 25 Perioden.

Dynamoblech von 0,5 mm Stärke als Funktion der Induktion aufgetragen, wie sie bei diesen Eisensorten von zuverlässigen Autoren ermittelt wurden.<sup>1)</sup>

Für die Eisenverluste und die Amperewindungszahl kann dann gesetzt werden:

$$\left. \begin{aligned} W_{ei} &= L_m \cdot q_{ei} \cdot w_{ei} \cdot \gamma \cdot 10^{-3} \text{ Watt und} \\ AW_t &= AW_1 + AW_{ei} = 0,8 \alpha \cdot \delta_o \cdot B_{\max} + L_m \cdot aw_{ei} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 14)$$

worin bedeuten:  $w_{ei}$  = Verlust pro kg Eisen bei der betrachteten Induktion  $B_{\max}$ ;  $aw_{ei}$  = Amperewindungszahl pro cm Kraftlinienlänge bei der Induktion  $B_{\max}$ ;  $L_m$  = mittlere Kraftlinienlänge im Eisen in cm;  $q_{ei}$  = aktiver Eisenquerschnitt in  $\text{cm}^2$ ;  $\gamma$  = spez. Gewicht des Eisens;  $\alpha$  = Zahl der vorhandenen Stossfugen oder Luftwege und schliesslich  $\delta_o$  = äquivalente Länge des Luftweges der Stossfuge.

<sup>1)</sup> Diese Kurven sind in der Hauptsache aus den Arbeiten von „Gumlich und Rogowski, die Messung der Permeabilität des Eisens bei sehr kleinen Feldstärken“, E. T. Z. 1911, S. 108 und aus „E. Gumlich, Messung hoher Induktionen“, E. T. Z., S. 1065, 1909, konstruiert.



Ueber die Grösse des letzten Faktors gibt die Fig. 6 Aufschluss, welche Kurven von Ewing und Bohle experimentell ermittelt wurden.<sup>1)</sup>

Die totalen Erregeramperewindungen setzen sich also aus zwei Teilen zusammen, nämlich aus den Luft- und Eisenamperewindungen. Die letzteren, die Eisenamperewindungen sind beim Stromwandler immer vorherrschend, da man nach Möglichkeit Luftwege im magnetischen Kreis aus Rücksicht auf die ungünstige Beeinflussung der Phasenverhältnisse zu vermeiden sucht und durch die meist geringen Beanspruchungen des Eisenkörpers die Luftamperewindungen gegenüber denjenigen des Eisens sehr klein werden. Wir können daher zur Vorausberechnung der Wicklungen die Luftamperewindungen vernachlässigen, da ihr Einfluss hierbei nicht so sehr in's Gewicht fällt, besonders weil die Verluste des Eisenkörpers durch Unebenheiten und Gratabbildung unter Umständen erheblich grösser werden können, als sie in den Kurven der Fig. 5 angegeben sind und so den Einfluss der vernachlässigten Luftamperewindungen zum Teil kompensieren. Die Magnetisierungsfaktoren lassen sich somit für die Vorausberechnung schreiben:

$$g_a = \frac{L_m \cdot q_{ei} \cdot w_{ei} \cdot \gamma \cdot 10^{-3}}{[4,44 \cdot c \cdot w_1 \cdot q_{ei} \cdot B_{\max} \cdot 10^{-8}]^2} = \frac{L_m \cdot w_{ei} \cdot \gamma \cdot 10^{-13}}{q_{ei} \cdot w_1^2 [4,44 \cdot c \cdot B_{\max}]^2}$$

und  $b_a \cong \frac{L_m \cdot a w_{ei} \cdot 10^{-8}}{\sqrt{2} \cdot w_1^2 \cdot q_{ei} \cdot [4,44 \cdot c \cdot B_{\max}]}$

und schliesslich für die genauere Berechnung

$$b_a = \frac{L_m \cdot a w_{ei} + 0,8 \cdot \alpha \cdot \delta_o \cdot B_{\max}}{\sqrt{2} \cdot w_1^2 \cdot q_{ei} [4,44 \cdot c \cdot B_{\max}]} \cdot 10^8$$

. . . . 15)

Aus diesen Beziehungen geht nun hervor, dass sich die Faktoren  $g_a$  und  $b_a$  proportional mit der mittleren Kraftlinienlänge und umgekehrt proportional mit dem Eisenquerschnitt bei gleichbleibender Induktion verändern. Daher muss auch bei einer Vergrösserung der mittleren Kraftlinienlänge der Eisenquerschnitt bei gleichbleibender Induktion vergrössert werden, um für eine Typenreihe die gleichen Grössen- und Phasenverhältnisse zu erhalten. Dass dies tatsächlich der Fall ist, lässt sich ohne weiteres mit Hilfe der Gleich. 11) beweisen.

Für die Berechnung der Wicklungen sind nun die Faktoren  $g_a$  und  $b_a$  einzeln nicht unbedingt nötig, da hierzu vorwiegend nur ihr Verhältnis  $\frac{g_a}{b_a}$  bzw.  $\frac{b_a}{g_a}$  gebraucht wird, welches sich in der Hauptsache aus dem Verhältnis  $\frac{w_{ei}}{a w_{ei}}$  bzw.  $\frac{a w_{ei}}{w_{ei}}$  zusammensetzt und aus den Verlust- und Amperewindungskurven berechnet werden kann.

In Fig. 7 ist das Verhältnis  $\frac{a w_{ei}}{w_{ei}}$  als Funktion der Induktion für zwei verschiedene Blechsarten aufgetragen, wie es sich aus den Kurven der Fig. 5 berechnet.

<sup>1)</sup> Vergleiche Ewing, Magnetic. Induction in Iron and other Metals und Journ. of the Inst. of Elektr. Ing. 1908, No. 191.

Zu den Werten der Kurven muss dann noch die Papierstärke  $\delta_i$  addiert werden, wenn bei Stossfugen dünneres Papier dazwischen gelegt wird.

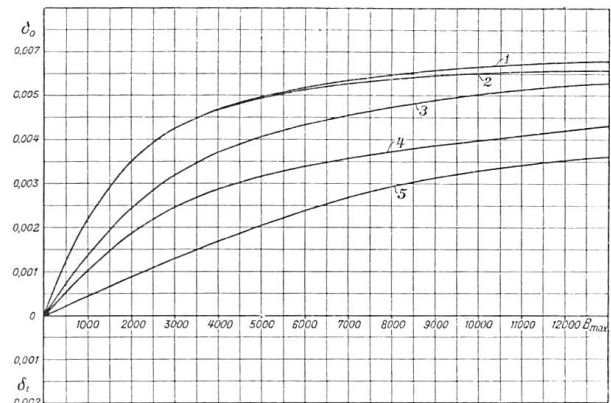


Fig. 6. Äquivalenter Luftweg der Stossfugen und Verzäpfungen bei Transformatoren als Funktion der Induktion.

Kurve 1: Stossfuge ohne Druck und unbearbeitet.  
Kurve 2: Stossfuge ohne Druck und bearbeitet.  
Kurve 3: Stossfuge mit Druck unbearbeitet.  
Kurve 4: Stossfuge mit Druck bearbeitet.  
Kurve 5: Fuge verzäpft.



Als Maximalwert der Induktion wurden 3500 Linien pro  $\text{cm}^2$  angenommen, da bei einem normalen Stromwandler diese Beanspruchung wohl selten erreicht werden dürfte. Theoretisch wäre jedoch auch für Stromwandler eine solche Beanspruchung sehr günstig, da bekanntlich die  $\mu$ -Kurve für gute Eisensorten zwischen 5000 und 8000 Linien pro  $\text{cm}^2$  ein Maximum erreicht und im allgemeinen auf die Art und Grösse der auftretenden Fehler bestimmend wirkt. Praktisch lässt sich jedoch über die Grössenordnung des  $\mu$ -Maximums keine bestimmte Grenze festlegen, da hierfür die Qualität des Eisens, konstruktive Gesichtspunkte und nicht im mindesten die Grösse der maximal zulässigen sekundären Belastung massgebend ist. So viel lässt sich jedoch sagen, dass eine hohe Anfangspermeabilität der verwendeten Blechsorte auch einen günstigen Verlauf der Fehlerkurven bewirkt und Luftstrecken im Kraftlinienwege eine erhebliche Reduktion der Permeabilität verursachen.<sup>1)</sup> Stossfugen sind daher bei Stromwandlern nach Möglichkeit zu vermeiden und Eisensorten mit hoher Anfangspermeabilität anzuwenden, wie solche bei hochlegierten Blechen und in noch höherem Masse in neuester Zeit bei Elektrolyteisen beobachtet wurden.

Aus Gleich. 15) ergibt sich schliesslich noch

$$\frac{b_a}{g_a} \cong \frac{a_{Wei}}{w_{ei}} \cdot \frac{4,44 \cdot c \cdot B_{\max}}{\sqrt{2} \cdot \gamma} \cdot 10^{-5} = \frac{a_{Wei}}{w_{ei}} \cdot \frac{\pi \cdot c \cdot B_{\max}}{\gamma} \cdot 10^{-5} \quad . \quad . \quad . \quad 15a)$$

worin als variabler Faktor jetzt das Produkt  $\frac{a_{Wei}}{w_{ei}} \cdot B_{\max}$  auftritt und für die Wahl der

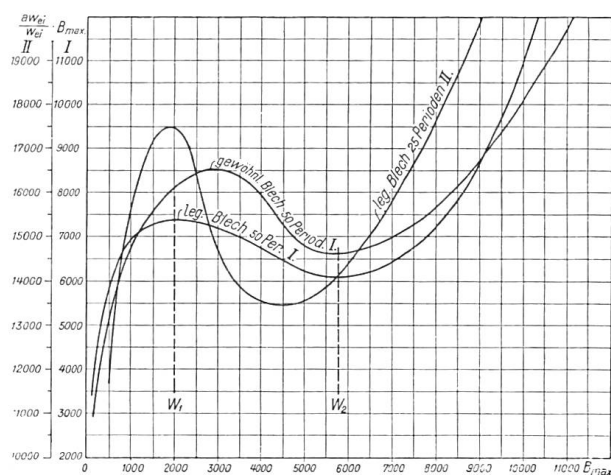


Fig. 8. Kurven des Verhältnisses  $\frac{a_{Wei}}{w_{ei}} \cdot B_{\max}$  als Funktion der Induktion für gewöhnliches und legiertes Blech bei 50 und 25 Perioden.

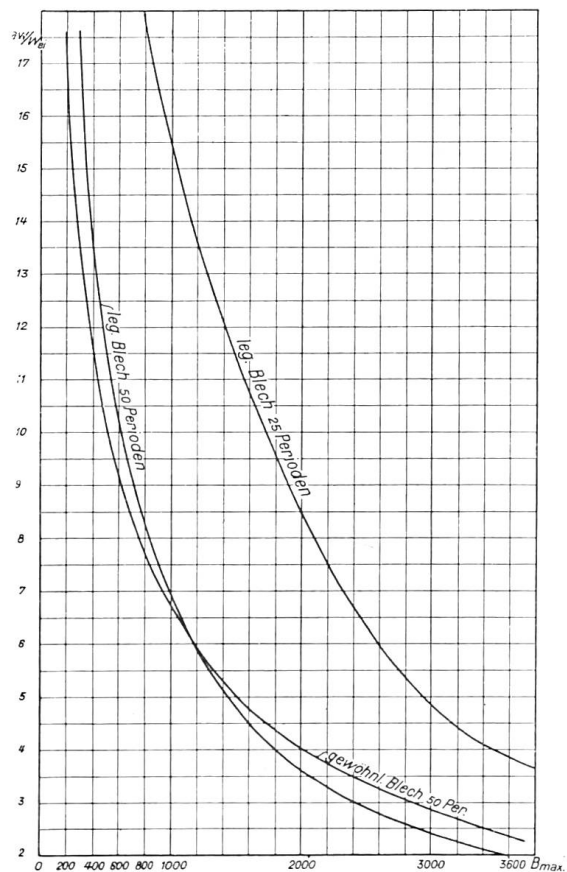


Fig. 7. Kurven des Verhältnisses  $\frac{a_{Wei}}{w_{ei}}$  als Funktion der Induktion für gewöhnliches und legiertes Blech von 0,5 mm Stärke bei 50 und 25 Perioden.

maximalen Eisenbeanspruchung und damit auch für den Verlauf der Fehlerkurven von Wichtigkeit ist, wie sich aus den Kurven der Fig. 8 erkennen lässt. Die in Fig. 8 aufgezzeichneten Kurven zeigen für gewöhnliches und legiertes Blech bei 50 und 25 Perioden

den Verlauf des Produktes  $\frac{a_{Wei}}{w_{ei}} \cdot B_{\max}$  als

Funktion der Induktion, worin die bei jeder Kurve auftretenden zwei Wendepunkte besonderes Interesse erregen und für die Dimensionierung der Wicklungen und des Eisenkörpers wichtig sind. Der erste Wendepunkt  $W_1$  bei niedriger Induktion entspricht nämlich ungefähr dem kleinsten Grössen- und Phasenfehler und zwar in dem Sinne, dass mit zu- oder abnehmender Induktion die Grössen-

<sup>1)</sup> Siehe auch Keinath, Dissertation, München 1909.

wenn die Induktion bei maximaler Belastung in der Nähe dieses ersten Wendepunktes gewählt wird. Der zweite Wendepunkt  $W_2$  hingegen bei höherer Induktion entspricht und Phasenfehler wieder zunehmen. Der Uebersetzungsfehler wird daher am kleinsten, ungefähr dem Maximum der  $\mu$ -Kurve und gibt die äusserste Grenze der bei Stromwandlern zulässigen Induktion an. Für die Praxis kommt nun nur der erste Wendepunkt in Betracht, da der zweite infolge des enormen Kupferaufwandes und der daraus folgenden Unwirtschaftlichkeit praktisch nicht erreicht werden kann, umsoweniger noch, da die Tendenz der Preise für derartige Apparate eher im Fallen als im Steigen begriffen ist.

Für die Beurteilung der Phasenverhältnisse sind jedoch beide Wendepunkte im vorliegenden Falle von Wichtigkeit, da sich aus ihnen einen Schluss auf die Zeichenfolge ( $\pm$ ) derselben ziehen lässt und daraus der ungefähre Verlauf des Phasenfehlers angegeben werden kann. Ist nämlich der Eisenkörper derart dimensioniert, dass der Phasenfehler im ersten Wendepunkt verschwindet, so wird der Phasenfehler mit abnehmender Induktion in einer hyperbelähnlichen Kurve im negativen Sinne zunehmen. Für alle Werte der Induktion zwischen dem ersten und zweiten Wendepunkt hingegen wird der Phasenfehler zuerst positiv werden und in der Nähe des zweiten Wendepunktes wieder Null und schliesslich negativen Werten zustreben, wie dies in Fig. 9 in der ersten Kurve angedeutet ist. Der Phasenfehler kann daher teils positiv und teils negativ werden, je nach der Höhe der gewählten Maximalbeanspruchung, oder auch ganz negativ bleiben. Für die Praxis ist daher diese Erscheinung geradezu ideal, da dadurch die Stromwandler allen vorkommenden Verhältnissen bezüglich Phasenfehler angepasst werden könnten, wenn die geschilderten Verhältnisse in allen Fällen zutreffen.

Eine nähere Untersuchung des Produktes  $\left(\frac{aw_{ei}}{w_{ei}}\right) B_{\max}$  zeigt jedoch, dass ihr Verlauf durch

das Verhältnis  $\frac{aw_{ei}}{w_{ei}}$  in der Hauptsache bestimmt

ist, welches sich aber von Fall zu Fall ändern kann und nicht nur von der Qualität des Eisens, sondern auch von der Konstruktion des Stromwandlers abhängt. So z. B. stellt der oben behandelte Fall den Spezialfall mit vollkommen geschlossenem Eisenkern dar, wobei also Stossfugen oder sonstige Luftwege im magnetischen Kreis ganz vermieden sind.

Sind jedoch Stossfugen vorhanden, so ändert sich in erster Linie das Verhältnis  $\frac{aw_{ei}}{w_{ei}}$  und da-

mit auch der Verlauf des Produktes  $\left(\frac{aw_{ei}}{w_{ei}}\right) \cdot B_{\max}$ .

So kann es vorkommen, dass die Wendepunkte der Fig. 8 ganz verschwinden, und dadurch der Verlauf dieser Kurven eine andere Form annimmt, wodurch auch der Phasenfehler ein vollkommen verändertes Bild zeigt, wie dies in Fig. 9 durch die verschiedenen Kurven dargestellt ist. Diese Kurven sind nun keineswegs neu, da bereits schon Keinath<sup>1)</sup> auf

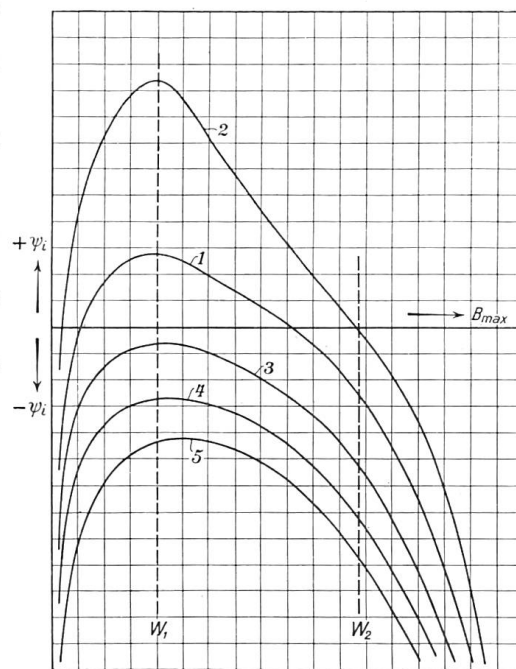


Fig. 9. Phasenabweichungswinkel als Funktion der Eiseninduktion bei verschiedenen Periodenzahlen oder auch sonst verschiedenen Magnetisierungsverhältnissen.

Kurve 2 gilt bei kleinen Verlusten oder auch bei kleinen Periodenzahlen.

Kurve 5 gilt bei grossen Verlusten.

Die übrigen Kurven entsprechen Zwischenwerten.

<sup>1)</sup> Keinath hat in seiner Dissertation die Kurven der Phasenfehler in Abhängigkeit des Streuwinkels und des Winkels zwischen Magnetisierungsstrom und dessen Wattkomponente berechnet. Leider ist jedoch diese Berechnungsweise praktisch nicht ohne weiteres durchführbar und gibt kein richtiges Bild über die tatsächlichen beim Stromwandler herrschenden Verhältnisse, weil nicht der Streuwinkel allein, sondern in der Hauptsache die magnetischen Verhältnisse des Eisenkörpers die Ursache der Phasenfehler sind. Ausserdem sind diese Kurven mit verkehrten Vorzeichen aufgezeichnet.

diesen eigentümlichen Verlauf der Fehlerkurven hingewiesen hat, jedoch die Ursache in der Hauptsache dem Streuwinkel zuschrieb.

Zum Schlusse dieser Betrachtungen der magnetischen Verhältnisse soll nun noch einiges über die Wahl des Eisenquerschnitts gesagt werden.

Der Eisenquerschnitt ist in der Hauptsache durch die Grösse der maximalen sekundären Belastung bestimmt, da nämlich an einen guten Stromwandler die Forderung gestellt wird, dass von Kurzschluss bis Vollast der Grössen- und Phasenfehler nur innerhalb einer gewissen Fehlergrenze variieren darf.

Bezeichnen wir mit  $B_k$  die Induktion im Eisen bei normalem sekundärem Vollaststrom und kurzgeschlossenen Sekundärklemmen, und mit  $B_t$  diejenige bei max. Sekundärbelastung, so ist annähernd  $B_t \cong B_k + B_a$ , wenn wir mit  $B_a$  die Induktion des vom Spannungsabfall des äusseren sekundären Belastungsstromkreises allein verursachten Feldes bezeichnen und die Phasenverschiebung zwischen  $B_a$  und  $B_k$  vernachlässigen.

Wie diese Gleichung aussagt, verändert sich  $B_t$  von Kurzschluss bis Vollast umso weniger, je grösser  $B_k$  gegenüber  $B_a$  ist. Für die in der Praxis meist üblichen Fehlergrenzen genügt im allgemeinen die Forderung, dass  $B_k \geq B_a$  wird, wobei dann im ungünstigsten Falle die Induktion von Kurzschluss bis Vollast auf das doppelte ansteigt.

Wählen wir daher die Induktion im Eisen aus den Kurven von  $\left(\frac{aw_{ei}}{w_{ei}}\right) \cdot B_{\max}$ , so muss der Eisenquerschnitt so gewählt werden, dass die mit dem äusseren sekundären Spannungsabfall berechnete Induktion kleiner oder höchstens gleich  $\frac{B_t}{2}$  wird, oder aber es ist

$$q_{ei} \cong \frac{J_2 \cdot Z_A \cdot 10^{-10}}{4,44 \cdot c \cdot w_2 \cdot \left[ \frac{B_t}{5} \text{ bis } \frac{B_t}{2} \right]} \quad \dots \dots \dots 16)$$

Für gute Stromwandler schwankt  $B_t$  zwischen 1000 bis 2500 Linien pro  $\text{cm}^2$ , sodass zur Berechnung des Eisenquerschnitts eine solche von 200 bis höchstens 800 zu wählen ist. Bei der Festlegung des Eisenquerschnitts muss dann vorläufig eine sekundäre Windungszahl angenommen werden, die aber wiederum vorläufig eher zu klein als zu gross gewählt werden soll. Die genaue Festlegung der Windungszahl und der Eisenbeanspruchung kann dann erst nach der genauen Festlegung der Dimensionen des Eisenkörpers erfolgen.

#### b) Streureaktanz $x_2$ der Sekundärwicklung.

Wie aus der Theorie der Wechselströme bekannt ist, lässt sich die Reaktanz einer Spule ausdrücken durch:  $x = 2\pi \cdot c \cdot L$ , worin  $c$  die Periodenzahl und  $L$  den Selbstinduktionskoeffizienten der Spule darstellt.

Bei Transformatoren, die zwei getrennte Wicklungen besitzen, sind dann die Selbstinduktionskoeffizienten der Wicklung allgemein bestimmt durch die

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= S_1 + M \frac{w_1}{w_2} \\ L_2 &= S_2 + M \frac{w_2}{w_1} \end{aligned} \right\} \text{Beziehungen:} \quad \text{worin } S_1 \text{ und } S_2 \text{ die Streuinduktionskoeffizienten der}$$

Primär- und Sekundärwicklung und  $M$  den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion darstellen. Hierin sind die Streuinduktionskoeffizienten  $S_1$  und  $S_2$  praktisch als unabhängig von den übrigen Belastungs- und Magnetisierungsgrössen des Transformators zu betrachten, währenddem  $M$  von der gegenseitigen Verkettung der Stromkreise also auch vom jeweiligen Strom in den Wicklungen, beziehungsweise vom Hauptkraftfluss im Eisen abhängt. Für die Praxis sind daher diese Selbstinduktionskoeffizienten sehr unbequem, da dieselben für jede Belastung einen andern Wert erhielten und so die Berechnung derartiger Apparate sehr erschweren würden. Wir werden daher im folgenden wie es allgemein üblich ist,

nur mit dem Streuinduktionskoeffizienten rechnen, wodurch die Berechnung der sekundären Streureaktanz zum Teil von der Primärwicklung unabhängig wird, da uns vorerst nur die Sekundärwicklung interessiert.

Für die sekundäre Streureaktanz kann dann gesetzt werden:  $x_2 = 2 \cdot \pi \cdot c \cdot S_2$ , worin sich der Streuinduktionskoeffizient  $S_2$ , wie Rogowski<sup>1)</sup> gezeigt hat, mit verhältnismässig grosser Genauigkeit berechnen lässt. Wir wollen jedoch hier von der genauen Berechnung absehen und uns nur mit einer näherungsweisen Berechnung begnügen, da die erstere sehr zeitraubend und für die Praxis zu umständlich ist. Nach einer von Arnold<sup>2)</sup> angegebenen Näherungsformel ergibt sich dann für den sekundären Streuinduktionskoeffizienten für eine Zylinderwicklung, die ja bekanntlich nur allein für Stromwandler in Frage kommt, die Beziehung:

a) für runde Kerne:

$$S_1 = k \frac{0,4 \cdot \pi}{l_{s_2}} \cdot w_2^2 \cdot U_{2v} \cdot \left[ \frac{A_2}{3} + \frac{A}{2} \right] \cdot 10^{-8}$$

b) für rechteckige Kerne:

$$S_1 = k \frac{0,4 \cdot \pi}{l_{s_2}} \cdot w_2^2 \cdot U_{2e} \cdot \left[ \frac{A_2}{3} + \frac{A}{2} \right] \cdot 10^{-8}$$

17)

worin bedeuten:  $l_{s_2}$  = Länge der Sekundärwicklung;  $U_{2v}$  und  $U_{2e}$  = mittlerer Umfang der runden bzw. rechteckigen Spulen;  $A_2$  = Dicke der Sekundärwicklung;  $A$  = Dicke der Isolation zwischen Primär- und Sekundärwicklung und schliesslich  $k$  ein Koeffizient der nach Rogowski sich angenähert ausdrücken lässt durch

$$k \cong \frac{k_1 \cdot l_{s_2} - 1 + e^{-k_1 l_{s_2}}}{k_1 l_{s_2}} \quad \text{worin } k_1 = \frac{\pi}{A_1 + A_2 + A} \quad \text{und } e \text{ die Basis der nat. Logar.}$$

bedeuten. Die Praxis hat jedoch gezeigt, dass diese Gleichungen für den Streuinduktionskoeffizienten durchschnittlich zu kleine Werte ergeben, sodass die erhaltenen Werte im Mittel um 6 % zu erhöhen sind.

Für die Streureaktanz ergeben sich daher schliesslich die Beziehungen:

a) für runde Spulen:

$$X_2 \cong \frac{8,36 \cdot k \cdot c \cdot w_2^2 \cdot U_{2v}}{l_{s_2}} \cdot \left[ \frac{A_2}{3} + \frac{A}{2} \right] \cdot 10^{-8}$$

b) für rechteckige Spulen:

$$X_2 \cong \frac{8,36 \cdot k \cdot c \cdot w_2^2 \cdot U_{2e}}{l_{s_2}} \cdot \left[ \frac{A_2}{3} + \frac{A}{2} \right] \cdot 10^{-8}$$

18)

Sehen wir in diesen Gleichungen von den Faktoren  $k$ ;  $A_2$ ;  $U_{2v}$  und  $U_{2e}$  ab, so ist die Streureaktanz bei runden und rechteckigen Spulen proportional dem Quadrate der Windungszahl und umgekehrt proportional der Wickellänge  $l_{s_2}$ .

In Wirklichkeit ist jedoch die Windungszahl nicht proportional mit dem Quadrate der Windungszahl, da die Faktoren  $k$ ;  $A_2$ ;  $U_{2v}$  und  $U_{2e}$  auch wieder von der Windungszahl abhängen, wie weiter unten gezeigt werden soll.

Wie daher die Gleich. 18) aussagt, ist die Reaktanz um so grösser, je grösser der mittlere Umfang und je kleiner die Wickellänge ist. Für eine genaue 180°-Phase und bei gleichbleibendem Eisenquerschnitt muss daher die Windungszahl um so grösser werden je grösser die Wickellänge ist, was jedoch für die Praxis nicht besonders günstig ist, da die sehr niedrigen Verkaufspreise wenig Windungen, also auch wenig Kupfer erfordern. Wie aber Versuche lehren, liefern Stromwandler mit grosser Wickellänge bessere Fehlerkurven als solche mit kleiner, da offenbar bei grosser Wickellänge eine gleichmässige

<sup>1)</sup> Siehe Rogowski, „Ueber das Streufeld und den Streuinduktionskoeffizienten eines Transformators“, Berlin 1908.

<sup>2)</sup> Arnold, Wechselstromtechnik Bd. II, 2. Aufl., S. 25.

Induktionsverteilung die Magnetisierungsgrößen günstig beeinflusst. Aus Gleich. 18) lässt sich schliesslich noch der Faktor  $k_3$  berechnen, welcher sich ausdrücken lässt durch:

$$\begin{aligned} \text{a) für runde Spulen: } k_{3v} &= \frac{8,36 \cdot k \cdot c \cdot U_{2v} \cdot 10^8}{I_{s2}} \cdot \left[ \frac{A_2}{3} + \frac{A}{2} \right] \\ \text{b) für rechteckige Spulen: } k_{3e} &= \frac{8,36 \cdot k \cdot c \cdot U_{2e} \cdot 10^8}{I_{s2}} \cdot \left[ \frac{A_2}{3} + \frac{A}{2} \right] \end{aligned} \quad 18 \text{ a)}$$

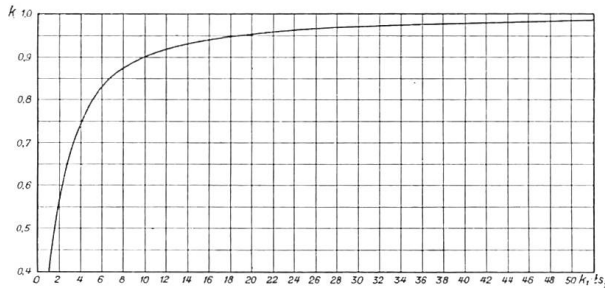


Fig. 10. Kurve für  $k$  in Abhängigkeit von  $k_1 \cdot I_{s2}$ .

allemales berechnet und in Kurvenform aufgetragen werden, sodass dann für jeden beliebigen Wert von  $k_1 \cdot I_{s2}$  der entsprechende Wert für  $k$  aus dieser Kurve entnommen werden kann, Fig. 10.

### c) Effektiver Widerstand $r_2$ der Sekundärwicklung.

Zur Vorausberechnung der Sekundärwicklung ist nun noch ihr effektiver Widerstand  $r_2$  erforderlich, der, wie wir früher gesehen haben, annähernd proportional mit der Windungszahl ist. Der effektive Widerstand einer von Wechselstrom durchflossenen Spule setzt sich im allgemeinen aus zwei Teilen zusammen, nämlich aus dem rein ohmschen Widerstand und der Widerstandserhöhung durch Wirbelströme und ungleichmässige Stromverteilung. Beide lassen sich aus den Dimensionen der Wicklungen und der Art des verwendeten Wechselstromes berechnen, jedoch ist die Berechnung der Widerstandserhöhung derart umständlich und zeitraubend, dass man sich in der Praxis hierfür nur mit einem Erfahrungsfaktor begnügt.

Der reine ohmsche Widerstand einer Spule lässt sich dann bekanntlich ausdrücken durch

$$r_{2g} = \frac{(1 + \alpha T) l m_2 \cdot w_2}{5700 \cdot q_2}$$

worin  $\alpha$  = Temperaturkoeffizient des Kupfers oder allgemein des verwendeten Materials;  $T$  = Temperatur der Spule;  $l m_2$  = mittlere Windungslänge der Sekundärwicklung und  $q_2$  = sekundärer Drahtquerschnitt bedeutet und schliesslich 5700 einen Faktor darstellt, der vom spez. Widerstand des Kupfers herrührt und für andere Metalle auch andere Werte erhält.

Um nun noch die Widerstandserhöhung zu berücksichtigen, ist in der Praxis üblich, den ohmschen Widerstand mit einem Erfahrungsfaktor zu multiplizieren, um den effektiven Widerstand zu erhalten. Bezeichnen wir daher mit  $k_w$  diesen Faktor, so wird der effektive Widerstand der Sekundärwicklung:

$$r_2 = k_w \cdot r_{2g} = \frac{k_w [1 + \alpha T] l m_2 \cdot w_2}{5700 \cdot q_2} = k_2 \cdot w_2 \quad 19)$$

Der Faktor  $k_w$  schwankt für die bei Stromwandlern üblichen Frequenzen zwischen  $k_w = 1,06$  bis  $1,25$ , wobei für die Sekundärwicklung bis etwa 5 Ampere für  $k_w = 1,1$  im Mittel gesetzt werden kann. Für die Primärwicklung schwankt dieser Faktor erheblich und nimmt mit dem Kupferquerschnitt zu, jedoch dürfte auch hierbei für ganz grosse Querschnitte  $k_w$  nicht grösser als  $1,25$  bis  $1,35$  sein.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Nach Abschluss dieser Arbeit erschien im „Archiv für Elektrotechnik“ von Rogowski eine Arbeit über die zusätzlichen Kupferverluste, worin gezeigt wird, dass der Faktor  $k_w$  von der Kupferhöhe abhängt und diese so gewählt werden kann, dass  $k_w$  höchstens  $1,33$  wird, da sonst eine Kupferverschwendung eintreten würde. Siehe Heft 3, Bd. II, 1913.



In diesen Gleichungen 18) und 19) ist nun die mittlere Windungslänge  $l_{m2}$  auch identisch mit dem mittleren Umfang der Sekundärwicklung.

Für diesen lassen sich dann angenähert die Beziehungen aufstellen

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) für runde Spulen: } U_{m2v} = I_{m2v} \cong \pi \cdot [D + 2d_0 + \Delta_2] \\ \text{b) für rechteckige Spulen: } U_{m2k} \cong 2[A + B] + 2 \cdot \pi \left[ d_0 + \frac{\Delta_2}{2} \right] \end{array} \right\} \dots \dots 20)$$

worin  $A$  und  $B$  die Eisenkerndimensionen;  $D$  = Durchmesser des Kernkreises;  $d_0$  = Dicke der Isolation zwischen Kern und Sekundärwicklung;  $di$  = Dicke des isolierten Drahtes und schliesslich  $\Delta_2$  wiederum die Dicke der Sekundärwicklung darstellt.

Die Dicke der Sekundärwicklung lässt sich dann auch wieder, je nach der Art, wie die Spule gewickelt ist, als Funktion der Lagenzahl und der sekundären Windungszahl ausdrücken. Die allgemeinste Art der Wicklung ist die, dass jede Lage je eine Windung weniger als die vorhergehende Lage erhält, wie dies in Fig. 11 dargestellt ist. Für diese Wicklungsart, die ein Minimum von Raum bei rundem Draht beansprucht, lässt sich dann die totale sekundäre Windungszahl ausdrücken durch:

$$w_2 = \left[ w_{21s} - \frac{1}{2}(n-1) \right] n \quad \text{worin } w_{21s} = \frac{l_{s2}}{di}$$

die Windungszahl der untersten Lage und  $n$  die Zahl der gesamten Lagen darstellen. Die Lagenzahl lässt sich daher als Wurzel aus dieser quadratischen Gleichung ermitteln, die sich dann auch wieder in eine unendliche Reihe auflösen lässt, in welcher die Glieder höherer Ordnung im allgemeinen vernachlässigt werden können. Für die Lagenzahl ergibt sich daher angenähert die Beziehung:

$$n \cong \frac{2w_2}{2w_{21s} + 1} + \frac{4w_2^2}{(2w_{21s} + 1)^3} + \frac{8w_2^3}{(2w_{21s} + 1)^5} + \dots \dots 20a)$$

worin das Glied mit  $w_2^3$  nur für sehr hohe Windungszahlen noch in Betracht kommt.

Aus Fig. 11 lässt sich nun noch die Dicke der Sekundärwicklung für die oben angegebene Wicklungsart ausdrücken durch:

$$\Delta_2 = di + di \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}(n-1) = \frac{di}{2} \left[ 2 + \sqrt{3}(n-1) \right] \dots \dots 20b)$$

worin  $di$  = Dicke des isolierten Drahtes und  $n$  aus Gleich. 20a) zu entnehmen ist. Aus diesen Beziehungen geht daher hervor, dass sowohl die mittlere Windungslänge, als auch die Dicke der Sekundärwicklung von der Windungszahl abhängig ist, sodass sich die sekundäre Windungszahl nur näherungsweise und durch wiederholte Nachrechnung aus Gleich. 12 bis 12d) berechnen lässt.

Im folgenden soll nun an einem Beispiel gezeigt werden, wie sich aus den abgeleiteten Beziehungen ein Stromwandler berechnen lässt. Die experimentelle Untersuchung eines Stromwandlers, sowie Vorschläge über die Normalisierung der Fehlergarantien und sonstige für die Praxis wichtige Eigenschaften von Stromwandlern sollen einer späteren Arbeit vorbehalten bleiben.

### Berechnungsbeispiel.

Als Berechnungsbeispiel möge ein Stromwandler für  $\frac{150}{5}$  Ampere, 10 000 Volt Betriebsspannung, 50 Perioden und 20-Volt-Ampere sekundäre Belastung bei  $\pm 1\%$  Fehler von Kurzschluss bis normale Belastung und  $\frac{1}{10}$  bis  $\frac{1}{1}$  Normalstrom gewählt werden.

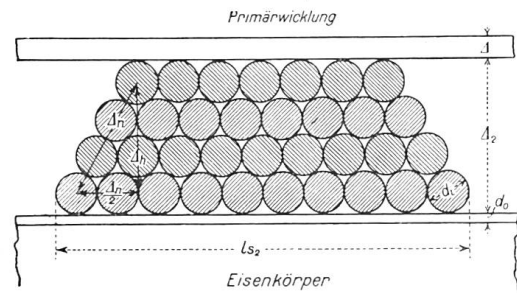


Fig. 11. Schema zu einer Stufenwicklung  
 $\Delta_n = (n-1) di$



Die Bedingungen sind daher: gute Fehlerkurven mit einem höchst zulässigen Fehler von  $\pm 1\%$ . [Uebersetzungs- und Phasenfehler.]

Bei einer Belastung von 20 Voltampere und 5 Ampere Sekundärstrom ergibt sich dann ein Spannungsabfall des äusseren sekundären Stromkreises von 4 Volt oder aber vorläufig bei rein Ohmscher Belastung ein Arbeitswiderstand von  $0,8\ \Omega$ . Mit diesen Angaben müssen nun zuerst die Eisendimensionen festgelegt werden.

Zur Berechnung des Eisenquerschnitts werde die Induktion, die allein dem Spannungsabfall entspricht, zu  $B_a = 450$  Gauss angenommen und die voraussichtliche sekundäre Windungszahl auf 300 geschätzt.

Der Eisenquerschnitt ergibt sich dann nach Gleich. 16) zu

$$q_{ei} = \frac{4 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 50 \cdot 300 \cdot 450} = 13,32\text{ cm}^2$$

Wir wählen daher einen Bruttoquerschnitt von  $3,5 \times 4,2 \cong 14,7\text{ cm}$ , dem dann ein Nettoquerschnitt von  $\approx 3,3\text{ cm}^2$  entspricht oder sich ein Eisenfüllfaktor von  $\frac{13,3}{14,7} = 0,905$  ergibt.

Zur Festlegung der Kernlänge ist die Betriebsspannung und die erforderliche sekundäre Wickellänge massgebend. Hierbei ist in erster Linie darauf zu achten, dass die Primärwicklung gut gegen Eisen bzw. gegen Erde isoliert ist und die vorgeschriebene Prüfspannung aushalten kann. Der Stromwandler möge deshalb in Isoliermasse eingegossen sein, für die man pro 1 mm Dicke eine Durchschlagsspannung von 5000 bis 40000 Volt rechnet. Aus Sicherheitsgründen soll hier jedoch mit einer verhältnismässig niederen Durchschlagsspannung gerechnet werden, um nicht zu kleine Abstände zwischen der Primärwicklung und dem Eisenkörper zu erhalten.

Bei 10000 Volt Betriebsspannung ist dann nach den Prüfvorschriften die Prüfspannung 20000 Volt, oder indem wir pro 1 mm Isoliermasse eine Durchschlagsspannung von 6000 Volt annehmen, ergibt sich der nötige Abstand zwischen Primärwicklung und Hülsenrand zu ca.  $\frac{30000}{6000} = 5\text{ mm}$ , d. h. bei 30000 Volt würde der Stromwandler durchschlagen.

Zur Sicherheit soll aber dieser Abstand noch vergrössert werden, da die Isoliermasse nicht immer vollkommen homogen ist und daher auch nicht überall die gleiche Durchschlagsspannung zeigt. Mit einer vierfachen Sicherheit wird dann dieser Abstand circa 15 mm einseitig. Für die Primärwicklung nehmen wir am zweckmässigsten Flachkupfer von  $15 \times 6,5\text{ mm}^2 = 97,5\text{ mm}^2$ , entsprechend einer Kupferbelastung von

$$\frac{150}{97,5} = 1,54\text{ Amp./mm}^2$$

Bei 300 Windungen Sekundär ergäbe sich dann die primäre Windungszahl zu 10. Rechnet man für Unebenheiten und Isolation zwischen zwei Windungen 1 mm, so beansprucht die Primärwicklung eine Wickellänge von ca. 75 mm, oder aber die Schenkellänge wird jetzt:  $75 + 2 \times 15 \cong 105\text{ mm}$ .

Da jedoch voraussichtlich schon bei der ersten Nachrechnung die Windungszahlen erhöht werden müssen, so wird die Schenkellänge zu 120 mm angenommen. Im allgemeinen wird nun die Sekundärwicklung nicht über die ganze Schenkellänge verteilt, sondern auf jeder Seite wird ein freier Abstand von 4 bis 5 mm gelassen, sodass sich nur noch eine sekundäre Wickellänge von  $l_{s2} = 110\text{ mm}$  ergibt.

Ausser der Fensteröffnung sind nun die Eisendimensionen bekannt, sodass die Wicklungen dimensioniert werden können. Die Festlegung der Fensteröffnung kann erst erfolgen, nachdem die Wicklungen für den betreffenden Typus festgelegt sind.

Zur Berechnung der Wicklungen gehen wir jetzt von Gleich. 12 d) und 13) aus, bei welchen uns nur die Querschnittsdimensionen des Eisenkörpers und die Wickellänge  $l_{s2}$  bekannt sein müssen. Da wir einen rechteckigen Kernquerschnitt gewählt haben, wird

es zweckmässig sein, auch für die Wicklungen die rechteckige Form zu wählen, weil wir dabei den Wickelraum am vorteilhaftesten ausnützen können.

Als Isolation zwischen Kern und Sekundärwicklung soll eine Pressspanhülse von  $d_0 = 1,5$  mm Stärke verwendet werden.

Zur Auswertung der Gleich. 12 d) und 13) müssen nun zuerst die Faktoren  $k_2$  und  $k_3$  berechnet werden.

Für einen Sekundärstrom von 5 Ampere ist ein Kupferquerschnitt von  $2,545 \text{ mm}^2$ , entsprechend einem Drahtdurchmesser von  $d_n = 1,8$  mm nötig. Mit einer doppelten Baumwollumschlingung ergibt sich dann eine isolierte Drahtstärke von  $d_i = 2,2$  mm im Mittel. Die Sekundärwicklung möge in Stufenform gewickelt werden, wobei dann jede folgende Lage eine Windung weniger als die vorhergehende erhält. (Siehe Fig. 11.)

Für diesen Fall ist dann nach Gleich. 20 a) die Windungszahl einer Lage:

$$w_{21s} = \frac{I_{s2}}{d_i} = \frac{110}{2,2} = 50 \text{ Windungen, oder aber bei 300 Windungen total wird die Lagenzahl}$$

$$n \cong \frac{2 \cdot w_2}{2 \cdot w_{21s} + 1} + \frac{(2 w_2)^2}{(2 w_{21s} + 1)^2} = \frac{2 \cdot 300}{2 \cdot 50 + 1} + \frac{(2 \cdot 300)^2}{(2 \cdot 50 + 1)^3} \cong 5,975$$

oder rund 6 Lagen total, da jede angefangene Lage für die Berechnung der totalen Dicke der Wicklung als voll gerechnet werden muss.

Die Dicke der Sekundärwicklung  $A_2$  wird dann nach Gleich. 20 b)

$$A_2 = d_i \left[ 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} (n - 1) \right] = 2,2 \left[ 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} (6 - 1) \right] \cong 11,73 \text{ mm.}$$

Die mittlere Windungslänge  $l_{m2}$  für eine rechteckige Spule wird schliesslich nach Gleich. 20 b)

$$l_{m2} = 2 \left[ A + B \right] + 2 \pi \left[ d_0 + \frac{A_2}{2} \right] = 2 \left[ 3,5 + 4,2 \right] + 2 \pi \left[ 1,5 + \frac{11,73}{2} \right] = 212,26 \text{ mm}$$

wenn wie oben angegeben, die Stärke der Isolation zwischen Eisen und Sekundärwicklung = 1,5 mm angenommen wird.

Für die Isolierhülse zwischen Primär- und Sekundärwicklung kann Hartpapier von 4 mm Stärke verwendet werden, die dann in Luft eine Durchschlagsspannung von circa 20 000 Volt und eingegossen eine solche von 25 000 Volt besitzt.

Zur Berechnung des Faktors  $k_3$  ist nun noch der Faktor  $k$  nötig, welcher letzterer sich mit Hilfe des Produktes  $k_1 \cdot I_{s2}$  aus der Fig. 10 ermitteln lässt.

Es ist dann:

$$k_1 \cdot I_{s2} = \frac{\pi \cdot I_{s2}}{A_1 + A_2 + A} = \frac{\pi \cdot 110}{15 + 11,73 + 4} = 0,1021 \cdot 110 = 11,24$$

Aus der Kurve der Fig. 10 ergibt sich dann für diesen Wert für  $k = 0,912$

Dann ist nach Gleich. 18 a) der Faktor  $k_3$

$$k_3 = \frac{8,36 \cdot k \cdot c \cdot l_{m2} \cdot 10^8 \cdot \left[ \frac{A_2}{3} + \frac{A}{2} \right]}{I_{s2}} = \frac{8,36 \cdot 0,912 \cdot 50 \cdot 21,23 \cdot 10^8 \left[ \frac{1,173}{3} + \frac{0,4}{2} \right]}{11,0}$$

$$= 4,35 \cdot 10^{-6}$$

Nehmen wir nun eine Temperatur der Spule von  $15^\circ$  an, so wird schliesslich nach Gleich. 19)

$$k_2 = \frac{k_w \cdot [1 + \alpha T] \cdot l_{m2}}{5700 \cdot q_2} = \frac{1,1 \cdot 1,06 \cdot 21,23}{5700 \cdot 2,545} = 1,71 \cdot 10^{-3}$$

Mit diesen Werten kann schliesslich nach Gleich. 13) für 300 Windungen die Induktion im Eisen berechnet werden. Wir wollen aber hierbei nicht den vollen, sondern

nur die Hälfte des Arbeitswiderstandes in Betracht ziehen, da sonst der Stromwandler zu viel Kupfer erhalten und dadurch für die Praxis zu teuer würde. In diesem Falle tritt dann die 180°-Phase der Ströme nicht bei 5 Ampere, sondern schon bei 2,5 Ampere auf, sodass sich der Phasenfehler über den Messbereich gleichmässiger verteilt und eine bessere Fehlerkurve liefert. Für das Uebersetzungsverhältnis hingegen würden sich die Verhältnisse mit dem vollen Arbeitswiderstand günstiger gestalten, weil eine grössere Windungszahl eine Abflachung der Uebersetzungsfehlerkurve bewirkt. Da jedoch Stromwandler durch auf- oder abwickeln von Windungen beliebig abgeglichen werden können, so soll vorerst angenommen werden, dass sich auch beim vollen Spannungsabfall von 4 Volt die gewünschte Genauigkeit mit der aus der Hälfte berechneten Windungszahl erreichen lässt.

Für die Eiseninduktion ergibt sich dann nach Gleich. 13) bei Vollaststrom:

$$B_t \cong \frac{I_2 \cdot w_2 \cdot k_3 \cdot 10^8}{4,44 \cdot c \cdot q_{ei}} \cdot \left[ 1 + \left[ \frac{\frac{v_a}{2} + w_2 \cdot k_2}{w_2^2 \cdot k_3} \right]^2 \cdot \frac{1}{2} \right] =$$

$$= \frac{5 \cdot 300 \cdot 4,35 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 50 \cdot 13,3} \left[ 1 + \left[ \frac{0,4 + 300 \cdot 1,71 \cdot 10^{-3}}{300^2 \cdot 4,35 \cdot 10^{-6}} \right]^2 \cdot \frac{1}{2} \right] =$$

$$= 221 [1 + 2,719] = 221 \cdot 3,719 \cong 723$$

Für diese Induktion ergibt sich weiter aus den Kurven der Fig. 7 für legiertes Blech

$$\text{für } \frac{aw_{ei}}{w_{ei}} = 8,95$$

Mit diesem Verhältnis berechnet sich ferner das Verhältnis  $\frac{b_a}{g_a}$  nach Gleich. 15a) zu

$$\frac{b_a}{g_a} = \frac{aw_{ei}}{w_{ei}} \cdot \frac{\pi \cdot c \cdot B_{\max}}{\gamma} \cdot 10^{-5} = 8,95 \frac{\pi \cdot 50 \cdot 723}{7,78} \cdot 10^{-5} = 1,307$$

Bei einer 180°-Phase zwischen Primär- und Sekundärstrom ergibt sich somit für die sekundäre Windungszahl in erster Annäherung nach Gleich. 12d) zu

$$w_2 = \frac{b_a}{g_a} \cdot \frac{k_2}{k_3} + \frac{\frac{v_2}{2}}{k_2} = 1,307 \cdot \frac{1,71 \cdot 10^{-3}}{4,35 \cdot 10^{-6}} + \frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1,71} = 514 + 234 \cong 748$$

Mit dieser Windungszahl müsste nun die Rechnung nochmals durchgeführt werden, da dieser Näherwert viel zu weit vom wahren Wert entfernt liegt. Um schneller zum Ziele zu gelangen, nehmen wir deshalb aus obigen beiden Windungszahlen das Mittel und rechnen nochmals auf dieselbe Weise nach.

Dann wird

$$w_2 = \frac{300 + 748}{2} = 524$$

Die Lagenzahl ist jetzt  $n \cong 12$  und die Dicke der Wicklung  $d_2 = 23,15$  mm und ferner die mittlere Windungslänge  $l_{m2} = 248,2$  mm.

Ferner ist jetzt  $k_1 = 0,0746$  und  $k_1 \cdot l_{s2} = 8,21$  oder  $k = 0,878$ .

Dann wird  $k_3 = 7,51 \cdot 10^{-6}$  und  $k_2 = 1,997 \cdot 10^{-3}$  und schliesslich die Induktion im Eisen  $B_t \cong 666 \cdot 1,246 \cong 830$ , so dass aus Fig. 7  $\frac{aw_{ei}}{w_{ei}} = 8,075$  und  $\frac{b_a}{g_a} = 1,352$  wird. In zweiter Annäherung ergibt sich daher die sekundäre Windungszahl bei einer 180°-Phase zu

$$w_2 = 1,352 \cdot \frac{1,997}{7,51} 10^3 + \frac{0,4}{1,997} 10^3 \cong 360 + 200 \cong 560 \text{ Windungen.}$$

Bei einer 180°-Phase liegt also für diesen Eisenkern die nötige Windungszahl zwischen 524 und 560, sodass für kleinere Werte der Phasenfehler dauernd negativ und für grössere Werte teils negativ und teils positiv wird beim halben Spannungsabfall des äusseren Sekundärkreises. Für den vollen Spannungsabfall von 4 Volt, entsprechend einem Arbeitswiderstand

von  $0,8 \Omega$ , muss der Phasenfehler deshalb zum teil positiv und zum teil negativ werden, wenn wir die Windungszahl in den oben berechneten Grenzen wählen. Da jedoch, wie schon eingangs erwähnt wurde, die Preise für Stromwandler verhältnismässig niedrig sind, so wollen wir auch hier das Kupfergewicht möglichst reduzieren, indem wir eine etwas kleinere Windungszahl wählen als der  $180^\circ$ -Phase entsprechen würde. Der Phasenabweichungswinkel wird dann entsprechend grösser werden, jedoch ruft ein solcher von  $\pm 10$  Minuten praktisch noch zulässige Fehler hervor.

Wir wählen deshalb eine sekundäre Windungszahl von ungefähr 500 Windungen, mit welcher nun zuerst die primäre Windungszahl festgelegt werden muss.

Mit 500 Windungen Sekundär ist die primäre Windungszahl ca. 16,66, entsprechend einer totalen Amperewindungszahl von 2500. Da jedoch Primär ein Bruchteil der Windungszahl nicht gut möglich ist, so kann sie nur entweder 16 oder 17 Windungen betragen. Wir entschliessen uns deshalb zu 17 Windungen primär.<sup>1)</sup> Die sekundäre Windungszahl ist dann etwas kleiner als sie sich aus der totalen Amperewindungszahl 2550 ergibt, da für die Magnetisierung ein kleiner Teil verzerrt wird. Im Mittel kann dieser *AW*-Zahlverlust auf ca. 1 bis 1,5 % der totalen *AW*-Zahl geschätzt werden oder aber  $AW_{ei} \cong 25,5$  bis 38,25. Setzen wir hierfür rund 30 *AW* in Rechnung, so bleiben für die sekundäre *AW*-Zahl 2520 oder bei einem Sekundärstrom von 5 Ampere eine Windungszahl von  $504 = w_2$ .

Mit dieser Windungszahl ergeben sich nun die Konstanten der Wicklung wie folgt: die Lagenzahl ist  $n \cong 11$  Lagen, die Dicke der Wicklung  $\Delta_2 = 21,25$  mm und die mittlere sekundäre Windungslänge  $l_{m2} = 242,21$  mm.

Der Faktor  $k_1 = 0,07805$  und  $k_1 \cdot l_{s2} = 8,586$  oder  $k = 0,884$ . Ferner ist dann  $k_3 \cong 7,39 \cdot 10^{-6}$  und  $k_2 \cong 1,946 \cdot 10^{-3}$ .

Bei einem Arbeitswiderstand von  $0,8 \Omega$  ergibt sich sodann die gesamte Eiseninduktion als Funktion des Sekundärstromes zu

$$B_t \cong \frac{J_2 \cdot 504 \cdot 7,39}{4,44 \cdot 50 \cdot 13,3} \cdot 10^2 \left[ 1 + \left( \frac{0,8 + 504 \cdot 1,946 \cdot 10^{-3}}{504^2 \cdot 7,39 \cdot 10^{-6}} \right)^{-3} \cdot \frac{1}{2} \right]$$

$$= J_2 \cdot 1,245 \cdot 1,45 \cdot 10^2 = J_2 \cdot 1,807 \cdot 10^2.$$

Zur Berechnung der Phasenfehler und der Uebersetzungsfehler ist vorerst noch die Fensteröffnung festzulegen, da von ihrer Grösse die mittlere Kraftlinienlänge im Eisen und somit auch die Magnetisierungsgrössen abhängen.

Die gesamte Dicke beider Wicklungen mit der Isolierhülse ergibt sich zu  $15 + 4 + 21,25 \cong 40,3$  mm. Rechnen wir daher noch mit einem Abstand von ca. 15 mm zwischen der Oberspannungswicklung und dem zweiten Schenkel, so ergibt sich eine totale Fensteröffnung von 55 bis 60 mm.

Der Sicherheit wegen möge der letztere Wert, also eine Fensteröffnung von 60 mm angenommen werden (Fig. 12). Dann ist die mittlere Kraftlinienlänge im Eisen  $L_{ei m} \cong 500$  mm. Die Luftamperewindungen mögen vorerst vernachlässigt werden.

Nach Gleich. 15) ergibt sich dann die magnetische Konduktanz zu

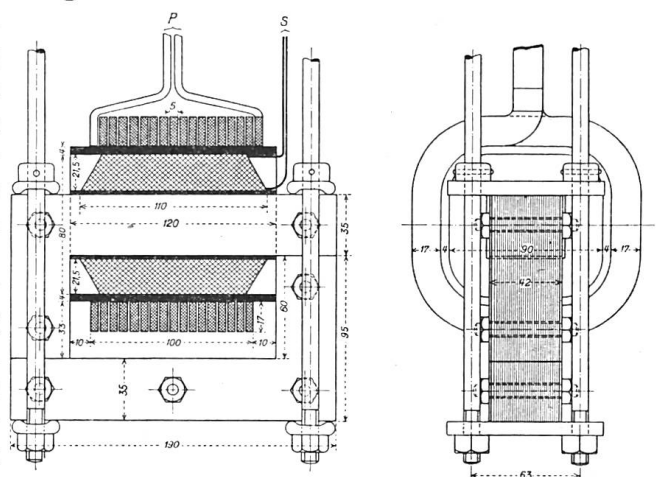


Fig. 12. Stromwandler für 150/5 Amp. 10 000 Volt Betriebsspannung 20 Volt-Ampère Sekundärleistung mit Masseisolation.

<sup>1)</sup> Bei 17 Windungen Primär muss dann der Kupferquerschnitt wieder geändert werden, da sonst die Schenkellänge nicht mehr ausreichen würde. In Fig. 12 ist deshalb ein Kupferquerschnitt von  $17 \times 5$  mm gewählt worden.

$$g_a = \frac{L_{ei} \cdot w_{ei} \cdot \gamma \cdot 10^{13}}{q_{ei} \cdot w_1^2 [4,44 c \cdot B]^2} = 2,053 \cdot 10^7 \cdot \frac{w_{ei}}{B_{\max}^2} \text{ und die Suszeptanz zu}$$

$$b_a = \frac{L_{ei} \cdot a w_{ei} \cdot 10^8}{\sqrt{2} \cdot w_1^2 \cdot q_{ei} \cdot 4,44 \cdot c \cdot B_{\max}} = 4,13 \cdot 10^3 \cdot \frac{a w_{ei}}{B_{\max}}$$

In der nachfolgenden Tabelle sind nun für verschiedene Ströme die Werte für  $B_{\max}$ ;  $a w_{ei}$ ;  $w_{ei}$ ;  $g_a$  und  $b_a$  berechnet, wie sie sich für einen Spannungsabfall von 4 Volt des Belastungsstromkreises ergeben.

$J_2$	$B_{\max}$	$a w_{ei}$	$w_{ei}$	$b_a$	$g_a$
7,5	1354	0,481	0,091	1,465	1,02
5,0	904	0,418	0,056	1,912	1,406
2,5	452	0,31	0,026	2,835	2,615
0,5	90,4	0,115	0,004	5,26	10,03

Mit den Konstanten  $k_2$  und  $k_3$  ergibt sich schliesslich noch die Reaktanz und der effektive Widerstand der Sekundärwicklung zu:

$$x_2 = w_2^2 \cdot k_3 = 504^2 \cdot 7,39 \cdot 10^{-6} \cong 1,85 \Omega \quad \text{und}$$

$$r_2 = w_2 \cdot k_2 = 504 \cdot 1,946 \cdot 10^{-3} \cong 0,982 \Omega.$$

Der Widerstand des Belastungsstromkreises ist dann bei 4 Volt Abfall  $r_A = 0,8 \Omega$ , wenn wir nur Ohmsche Belastung voraussetzen.

Mit diesen Werten für  $g_a$ ,  $b_a$ ;  $r_2$  und  $x_2$  ergeben sich schliesslich folgende Werte für die Grössen- und Phasenfehler aus Gleich. 9), wenn wir stossfugen-freien Eisenkörper voraussetzen oder ihren Einfluss vernachlässigen.

$$J_2/J_1 = u = \frac{150}{5} = 30 \text{ normal.}$$

$J_2$	$tg \psi_i$	$\psi_i$	$p_i$	$u_i = p_i \cdot \frac{w_2}{w_1}$	$J_1$	$f\% = \frac{u_i - u}{u} \cdot 100$	$f_{h1} = \frac{J_1 - J}{J} \cdot 100$
7,5	$9,183 \cdot 10^{-4}$	$+2'50''$	1,00515	29,8	223,5	$+0,67\%$	$-0,67$
5,0	$9,152 \cdot 10^{-4}$	$+3'8''$	1,00687	29,91	149,55	$+0,3\%$	$-0,3$
2,5	$2,418 \cdot 10^{-4}$	$+0'50''$	1,0112	29,979	74,9475	$+0,07\%$	$-0,07$
0,5	$-1,014 \cdot 10^{-3}$	$-3'30''$	1,0314	30,578	15,289	$-1,93\%$	$+1,93$

Aus diesen Berechnungen geht nun hervor, dass das Uebersetzungsverhältnis von  $\frac{1}{10}$  bis  $\frac{1}{1}$  Sekundärstrom um ca. 2,2 % variiert und dass der grösste Fehler bei  $\frac{1}{10}$  Sekundärstrom auftritt. Bei Vollaststrom, also 5 Ampere, beträgt jedoch der Fehler nur  $+0,3\%$ , sodass durch Entfernen einiger Windungen der Fehler bei Vollaststrom auf ca.  $+0,8$  bis  $+0,9\%$  erhöht werden kann, wodurch dann der Fehler bei  $\frac{1}{10}$  Vollaststrom auf ca.  $-1,1$  bis  $-1,0\%$  sinkt. Normalerweise ist dies aber nicht einmal nötig, da in der Praxis meistens nur ein Messbereich von  $\frac{1}{1}$  bis  $\frac{1}{5}$  verlangt wird. Die in obiger Tabelle berechneten Werte sind ferner in Fig. 13 in Abhängigkeit des Sekundärstromes

aufgetragen, woraus hervorgeht, dass bei  $\frac{1}{5}$  des Sekundärstromes die Fehler noch innerhalb  $\pm 1\%$  bleiben.

Zu untersuchen ist nun noch, wie sich der Stromwandler verhält, wenn der Eisenkörper Stossfugen oder sonst Luftwege im magnetischen Kreis besitzt, da es in den meisten Fällen nicht mehr möglich ist, Stossfugen oder Verzäpfungen zu vermeiden. Hierbei soll jedoch nur ein Wert, nämlich bei 5 Ampère Sekundärstrom nachkontrolliert werden, da sich im allgemeinen der Verlauf der Kurven in Fig. 13 nicht wesentlich ändert. Mit Stossfugen ändert sich dann in erster Linie der Faktor  $aw_{ei}$ . Dieser muss jetzt ausgedrückt werden durch  $aw = aw_{ei} + aw_1$  wobei nach Gleich. 15)

$$aw_1 = \frac{0,8 \cdot \alpha \cdot \delta_0}{Lej_m} \cdot B_{\max} \text{ ist.}$$

Aus den Kurven der Fig. 6 ergibt sich für  $\delta_0$ , wenn wir 2 bearbeitete Stossfugen unter Druck annehmen, für  $B_{\max} = 904$ ,  $\delta_0 = 0,00095$  oder aber

$$aw_1 = \frac{0,8 \cdot 2 \cdot 0,00095}{50} \cdot 904 = 0,0275$$

Dann ist  $aw_t = 0,418 + 0,0275 = 0,4455$  und  $g_a \cong 1,912$ ;

$$b_a = 4,13 \cdot 10^3 \cdot \frac{aw}{B_{\max}} = \frac{4,13 \cdot 10^3 \cdot 0,4455}{904} = 2,036$$

Dann wird

$$\operatorname{tg} \psi_i = \frac{(0,982 + 0,8) 2,036 - 1,85 \cdot 1,406}{879 + 1,782 \cdot 1,406 + 1,85 \cdot 2,036} = 0,001157$$

oder aber  $\psi_i \cong 4$  Minuten gegenüber  $3' 8''$  ohne Stossfugen.

Der absolute Uebersetzungsfehler wird  $p_i \cong 1,001713$  oder das Uebersetzungsverhältnis  $u = 29,86$ . Der Uebersetzungsfehler wird daher jetzt  $+0,467\%$  gegenüber  $+0,3\%$  ohne Stossfugen. Durch Stossfugen wird daher sowohl der Uebersetzungsfehler als auch der Phasenfehler vergrössert, und zwar werden sich diese Fehler durch Stossfugen nicht um einen konstanten Betrag vergrössern, sondern sind, wie Gleich. 15) aussagt, von der Höhe der Eiseninduktion, also auch von der Grösse der Ströme und nicht am wenigsten von der Zahl der Stossfugen abhängig.

Zum Schlusse ist nun noch zu untersuchen, wie gross die Fehler sind bei Kurzschluss und um wieviel sich die Grössen- und Phasenfehler von Kurzschluss bis Vollast ändern. Bei Kurzschluss, d. h. wenn die Sekundärklemmen kurzgeschlossen sind und in der Sekundärwicklung ein Strom von 5 Ampère fliesst, ergibt sich die totale Eiseninduktion zu

$$B_t = \frac{5 \cdot 504 \cdot 7,39 \cdot 10^2}{4,44 \cdot 50 \cdot 13,3} \left\{ 1 + \left[ \frac{504 \cdot 1,946 \cdot 10^3}{504^2 \cdot 7,39} \right]^2 \cdot \frac{1}{2} \right\} = 630 \cdot 1,1365 = 716$$

Damit ergeben sich für  $b_a$  und  $g_a$ , wenn wir wiederum die Stossfugen vernachlässigen  $b_a = 2,039$  und  $g_a = 1,76$ .

Dann ist

$$\operatorname{tg} \psi_i = \frac{0,982 \cdot 2,039 - 1,85 \cdot 1,76}{879 + 0,982 \cdot 1,76 + 2,039 \cdot 1,85} = \frac{-1,255}{884,5} = 0,001419$$

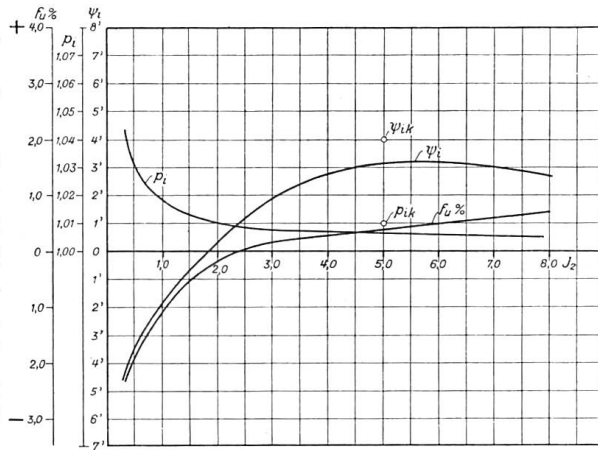


Fig. 13. Berechnete Fehlerkurven des in Fig. 12 aufgezeichneten Stromwandlers.



oder aber  $\varphi_i \cong 4' 55''$  gegenüber  $3' 8''$  bei Vollast und  $p_i = J_1/J_2 \cong 1,0063$  gegenüber  $1,00687$  bei Vollast.

Der Phasenfehler nimmt daher mit abnehmender Belastung zu und der Uebersetzungsfehler ab, d. h. der letztere wird günstig und der erstere ungünstig durch die Sekundärbelastung beeinflusst, jedoch bleiben die auftretenden Fehler noch in zulässigen Grenzen.

Bei der Berechnung der primären Windungszahl haben wir angenommen, dass die sekundäre Amperewindungszahl infolge der Magnetisierung um 1 bis 1,5 % kleiner sei als die primäre. Im folgenden soll nun noch nachgerechnet werden, wie gross die Magnetisierungsamperewindungszahl in diesem Falle wird und wie sich diese mit dem Sekundärstrom verändert bei gleichbleibendem Arbeitswiderstand des Belastungsstromkreises.

Nach Gleich. 10) wird das Verhältnis  $p_{ia} = \frac{J_a}{J_2}$

1) Bei 5 Ampère Sekundärstrom

$$p_{ia} = \sqrt{(1,782 \cdot 1,406 + 1,85 \cdot 1,912)^2 + (1,782 \cdot 1,912 - 1,85 \cdot 1,406)^2} \cdot \left(\frac{17}{504}\right)^2 = \\ = \left(\frac{17}{504}\right)^2 \cdot 6,564$$

oder aber  $u_a = \frac{J_a}{J_2} = 0,2214$  und  $J_a = 1,207$  Ampère.

Die Erregeramperewindungszahl wird dann  $AW_a \cong 20,52$  bei 5 Ampere sekundär.

2) Bei 0,5 Ampere oder  $\frac{1}{10}$  Sekundärstrom:

$$p_{ia} = \sqrt{[1,782 \cdot 10,03 + 1,85 \cdot 5,26]^2 + [1,782 \cdot 5,26 - 1,85 \cdot 10,03]^2} \cdot \left(\frac{17}{504}\right)^2 = \\ = \left(\frac{17}{504}\right)^2 \cdot 29,08$$

oder aber  $u_a = 0,9808$  und  $J_a = 0,4904$  Ampère, somit die Erregeramperewindungszahl  $AW_a \cong 8,34$ .

Im ersteren Falle beträgt daher die Erreger-AW 0,805 % und im zweiten Falle 3,27 % der totalen Amperewindungszahl, sodass die angenommenen Werte von 1 bis 1,5 % einen guten Mittelwert darstellen, da die Stromwandler allgemein bei Vollast berechnet werden.

Wie daher das vorliegende Berechnungsbeispiel zeigt, lässt sich mit Hilfe der abgeleiteten Gleichungen ein Stromwandler derart berechnen, dass er in der Zone der günstigsten Verhältnisse arbeitet. Es bleibt jedoch noch die Frage zu beantworten, wie sich die berechneten Fehler dann gegenüber denjenigen des ausgeführten Stromwandlers verhalten. Hierüber ist zu sagen, dass die auftretenden Fehler um so mehr von den berechneten abweichen, mit je weniger Sorgfalt der Eisenkörper bearbeitet und zusammengesetzt wird. Bei der Fabrikation der Stromwandler ist deshalb der Herstellung der Eisenkörper die grösste Aufmerksamkeit zu widmen.

