Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens

Herausgeber: Association suisse des électriciens

Band: 4 (1913)

Heft: 6

Artikel: Die Rückwirkung des Einschaltstromes von Transformatoren auf das Netz

Autor: Kuhlmann, Karl

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1056790

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

BULLETIN

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich mit den Jahres-Beilagen **„Statistik der Starkstromanlagen der Schweiz"** sowie **„Jahresheft"** und wird unter Mitwirkung einer vom Vorstand des S. E. V. ernannten Redaktionskommission herausgegeben.

Alle den Inhalt des „Bulletin" betreffenden Zuschriften sind zu richten an die

REDAKTIONSKOMMISSION:
Sekretariat des Schweiz. Elektr. Vereins,
Hardturmstrasse 20, Zürich III - Telephon 522

Alle Zuschriften betreffend Abonnement, Expedition und Inserate sind zu richten an den

Verlag: Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G., Zürich
Bahnhofstrasse 61, Zürich I (Telephon 6741)

Est publié sous la direction d'une Commission de Rédaction nommée par le Comité de l'A. S. E.

Ce bulletin parait mensuellement et comporte comme annexes annuelles la **„Statistique des installations électriques à fort courant de la Suisse"**, ainsi que l'**„Annuaire"**.

Toutes les communications concernant la matière du „Bulletin" sont à adresser à la

COMMISSION DE LA REDACTION:
Secrétariat de l'Association Suisse des Electr.,
Hardturmstrasse 20, Zurich III - Téléphone 522

Toutes les correspondances concernant les abonnements, l'expédition et les insertions sont à adresser à

l'éditeur: Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei S.-A., Zurich
Bahnhofstrasse 61, Zurich I (Téléphone 6741)

IV. Jahrgang
IVe Année

Bulletin No. 6

Juni
Juin 1913

Die Rückwirkung des Einschaltstromes von Transformatoren auf das Netz.

Von Prof. Dr. Ing. *Karl Kuhlmann.*

1. Allgemeine Orientierung über die physikalischen Vorgänge beim Einschalten mehrerer Transformatoren. Bisher ist meines Wissens in der Literatur nur der Fall untersucht worden, dass ein einzelner Transformator auf ein sehr grosses Wechselstromnetz geschaltet wird. Es bilden sich dann Stromstösse aus, die, wie die einschlägige Literatur [1]) zur Genüge dargetan hat, bei stark gesättigten Transformatoren oft sogar den normalen Belastungsstrom um ein Vielfaches überschreiten. Wenn nun mehrere Transformatoren an ein und dasselbe Netz angeschlossen sind, so fragt es sich, in welcher Weise jene Einschaltströme auf das Netz bezw. auf die übrigen Transformatoren zurückwirken. Eine solche Rückwirkung wird stets in mehr oder minder grossem Masse zu bemerken sein. Denn infolge des unvermeidlichen Spannungsabfalles in den Zuleitungen und im Generator wird im Augenblicke des Einschaltens sowohl die Grösse wie der zeitliche Verlauf der Netzspannung Aenderungen erfahren. Die magnetische Trägheit der bereits eingeschalteten Transformatoren und Motoren sucht solche plötzlichen Aenderungen natürlich hintanzuhalten, und es bedarf zur Herbeiführung des neuen Gleichgewichtszustandes im Netz zunächst mal eines Ausgleichsvorganges zwischen dem neu hinzugeschalteten Transformator und dem Generator einerseits und, was uns hier besonders interessiert, zwischen dem neu eingeschalteten Transformator und den übrigen bereits eingeschalteten Transformatoren andererseits.

Diese Betrachtungen gelten nicht nur für Transformatoren, sondern für jeden Stromverbraucher, der die dem Netze entnommene Energie in magnetische Energie umwandelt, diese zeitweilig in sich aufspeichert und zeitweilig dem Netze wieder zurückgibt. Die Aehnlichkeit dieser Vorgänge mit denen bei Verwendung von Kondensatoren, Kabeln usw. lässt

[1]) *Hay,* The electrical Review 1898, S. 326. *Kuhlmann,* E. T. Z. 1908, S. 1096. *Schwaiger,* E. und M. Wien, 1909, S. 633. *Linke,* Arch. f. Elekt., Bd. I, S. 16. *Rogowski,* Arch. f. Elekt., Bd. I, Heft 8.

vermuten, dass auch beim Einschalten von Kabeln und anderen mit Kapazität behafteten Apparaten ähnliche Ausgleichsvorgänge zwischen den Stromverbrauchern entstehen.

Müssen also einerseits solche Ausgleichsvorgänge ebenso in bereits eingeschalteten Transformatoren wie in dem neu hinzugeschalteten Transformator entstehen, so können diese Ströme in den bereits eingeschalteten Transformatoren natürlich auch ebenso unangenehme Folgen zeitigen wie in dem neu hinzugeschalteten Transformator. Allerdings werden die jeweiligen örtlichen Verhältnisse des Netzes und die Belastung eine grosse Bedeutung in bezug auf das Hervortreten dieser Erscheinungen an den bereits eingeschalteten Transformatoren haben. Recht unangenehme Folgen beobachtete der Verfasser z. B. vor etwa 5—6 Jahren in einem englischen Netze. Die Sachlage war hier folgende:

Von einer grossen Kraftstation wurden mittels Kabel eine Anzahl Transformatorenstationen gespeist. Wurde nun in einer derselben, welche ziemlich weit entfernt von der Zentrale war, ein etwa 1000-KVA-Transformator neu hinzugeschaltet, so entstand bei geeignetem Augenblickswerte der Netzspannung ein so gewaltiger Ueberstrom, dass der Ueberstromschutz diesen Transformator sofort wieder abschaltete. Gleichzeitig aber trat auch in einem an die gleichen Sammelschienen angeschlossenen leerlaufenden Transformator ein annähernd gleich grosser Ueberstrom auf, so dass auch dieser Transformator durch seinen Ueberstromschutz wieder abgeschaltet wurde. Die ganze Station war also durch das Einschalten des 1000-KVA-Transformators stromlos geworden.

Aber die Störung ging häufig sogar so weit, dass auch leerlaufende Transformatoren mit abgeschaltet wurden, die sich in einer einige Kilometer von der Versuchsstation entfernt liegenden zweiten Transformatorenstation befanden. Die Rückwirkungen auf das Netz waren also recht empfindliche. Man könnte sie bezeichnen als partielle Energiependelungen im Netz.

Ein Oszillograph, um Stromkurven aufzunehmen, war nicht zur Stelle. Dass aber der beim Einschalten auftretende, mit der Zeit nach einer Exponentialfunktion abklingende Gleichstrom der Störenfried war, wurde vom Verfasser einfach durch Einschalten eines Gleichstromamperemeters in die Transformatorenleitungen festgestellt. Dieses Instrument schlug ganz kräftig aus und ging erst nach Verlauf einiger Zeit auf Null zurück. In gleicher Weise aufklärend wirkten einige weitere Versuche qualitativer Art.

Bei einer ersten Versuchsreihe wurden die Oelschalterkontakte ganz langsam so weit einander genähert, dass zwar noch kein *direkter* mechanischer Kontakt, wohl aber infolge der Netzspannung selbst eine Durchbrechung der trennenden Oelschicht und somit ein Stromschluss eintrat. Offenbar erfolgte dieser jetzt in dem Augenblicke, wo die Spannung durch den Maximalwert ging. Der fast um 90° gegen die Spannung verspätete Leerlaufstrom wäre im stationären Zustande gerade im Nullwerte, konnte also praktisch in seinem „normalen" Nullpunkte und nicht in einem gewaltsam erzwungenen Nullwerte beginnen. Ueberströme blieben in diesem Falle aus.

Bei einer zweiten Versuchsreihe wurde der Oelschalter zu wiederholten Malen schnell eingeschaltet. Es gelang dann häufig, gerade den Moment zu erfassen, wo der Ueberstrom ganz gewaltig war. Er trat dann mit fast gleicher Heftigkeit auch in einem anderen, bereits eingeschalteten Transformator auf und schaltete diesen, wie oben erwähnt, durch die Ueberstromschutzapparate wieder ab.

2. Mathematische Behandlung der Aufgabe. Bekanntlich sind die Einschaltstösse dann am grössten, wenn die Spannung des Netzes im Einschaltmomente gerade durch den Nullwert hindurchgeht. Der Leerlaufstrom befindet sich dann für den stationären Fall gerade im Maximum, wobei die im Magnetfelde des Transformators aufgespeicherte magnetische Energie gleich $^1/_2 J_0 \cdot \Phi_0$ ist, wenn J_0 der Maximalwert des Leerlaufstromes und Φ_0 der Maximalwert des von J_0 erzeugten Kraftlinienflusses ist. Diese Energie schickt im stationären Betriebe der Transformator in der dem Durchgange der Spannung durch Null folgenden Viertelperiode zum Generator zurück. Wird aber gerade im Spannungsnullpunkte ein Transformator neu hinzugeschaltet, und liegt er dem bereits eingeschalteten Trans-

formator räumlich näher als der Generator, so ist anzunehmen, dass die Energie $\frac{J_0 \varphi_0}{2}$ sich teilweise auf den neu eingeschalteten Transformator ergiesst. Inwieweit dies zutrifft, das das mag die folgende mehr rechnerische Behandlung [1]) der Erscheinung zeigen.

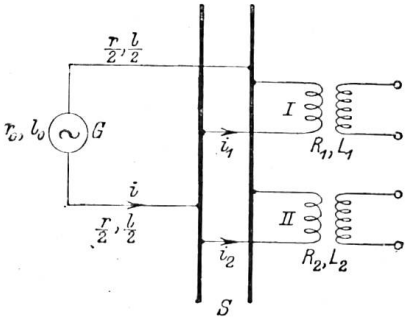

Abb. 1. Schaltungsskizze.

Gegeben sei ein Wechselstromgenerator G (Abb. 1) mit dem Wicklungswiderstande r_0 der Induktivität l_0. Er arbeite über eine Leitung vom Widerstande r und der Induktivität l auf eine Sammelschiene S. Von dieser zweigen die Leitungen zu den Primärwicklungen zweier Transformatoren I und II ab. Der primäre Wicklungswiderstand derselben sei R_1 bezw. R_2 und die Induktivität sei L_1 bezw. L_2. Der Generator erzeuge im Leerlauf eine EMK.

$$e_0 = E_{0t} = E_0 \sin \omega t,$$

zur Abkürzung setzen wir:

$$R = r_0 + r; \; L = l_0 + l.$$

Bezeichnen wir mit J, J_1, J_2 die Effektivwerte der Ströme in der Zuleitung im Transformator I und im Transformator II, und mit i, i_1, i_2 die entsprechenden Augenblickswerte, so ist auf Grund der Fig. 1

$$e_0 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + iR + L \frac{di}{dt} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

$$e_0 = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + iR + L \frac{di}{dt} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

$$i = i_1 + i_2$$

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + i_1 R_1 = L_2 \frac{di_2}{dt} + i_2 R_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

Unter Beachtung von 3) wird aus 1) und 2):

$$e_0 = i_1 (R_1 + R) + (L_1 + L) \frac{di_1}{dt} + i_2 R + L \frac{di_2}{dt} \quad \ldots \ldots \quad 1a)$$

analog

$$e_0 = i_2 (R_2 + R) + (L_2 + L) \frac{di_2}{dt} + i_1 R + L \frac{di_1}{dt} \quad \ldots \ldots \quad 2a)$$

Wird 1a) mit L und 2a) mit $(L_1 + L)$ multipliziert, so folgt durch Subtraktion der ersten von der zweiten Gleichung:

$$i_1 = \frac{e_0 \cdot L_1 - i_2 ((R L_1 + R_2 (L_1 + L)) - (L L_1 + L_1 L_2 + L_2 L) \frac{di_2}{dt}}{R L_1 - R_1 L} \quad \ldots \quad 5)$$

und hieraus:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{L_1 \cdot \frac{de_0}{dt} - (R L_1 + R_2 (L_1 + L)) \frac{di_2}{dt} - (L L_1 + L_1 L_2 + L_2 L) \frac{di_2^2}{dt^2}}{R L_1 - R_1 L} \quad \ldots \quad 6)$$

Setzt man diese Werte in Gleichung 2a) ein, indem man noch zur Abkürzung setzt:

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= L L_1 + L_1 L_2 + L_2 L \\ \nu &= R(L_1 + L_2) + R_1 (L_2 + L) + R_2 (L_1 + L) \\ \rho &= R R_1 + R_1 R_2 + R_2 R \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad 7)$$

[1]) Die Anregung zu dieser rechnerischen Behandlung des Problems verdanke ich Herrn Dr. Ing. *Rogowski.*

so ergibt sich

$$e_0 R_1 + L_1 \frac{de_0}{dt} = i_2 \rho + \nu \frac{di_2}{dt} + \lambda \frac{di_2^2}{dt^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 8)$$

Da $e_0 = E_0 \sin \omega t$, so lässt sich Gleichung 8) auch schreiben:

$$E_0 \cdot \sqrt{\frac{R_1^2 + \omega L_1^2}{\lambda^2}} \cdot \sin\left(\omega t + \operatorname{arctg} \frac{\omega L_1}{R_1}\right) = \frac{d^2 i_2}{dt^2} + \frac{\nu}{\lambda} \frac{di_2}{dt} + \frac{\rho}{\lambda} i_2 \quad . \; . \; . \quad 8a)$$

Dies ist eine für i_2 lineare Differentialgleichung II. Ordnung mit Störungsfunktion. Ihre Lösung, d. h. ihr vollständiges Integral besteht bekanntlich aus zwei Summanden $i_{2s} + j_2$. Es ist also

$$i_2 = i_{2s} + j_2 .$$

i_{2s} ist der stationäre Wechselstrom, der einen konstanten Maximalwert hat.

j_2 ist der Ausgleichsstrom, welcher bald nach dem Einschalten verschwindend klein wird, so dass der Strom i_2 dann ganz in den Strom i_{2s} übergeht.

Hier interessiert uns lediglich der Ausgleichsstrom j_2. Er ist seinem Charakter nach ein Gleichstrom. Wir erhalten ihn, wenn wir die linke Seite der Gleichung 8a) gleich Null setzen. Der Strom i_{2s} bezw. I_{2s} kann dagegen leicht mit Hilfe des Vektordiagrammes gefunden werden. Aus 8a) erhalten wir also:

$$0 = \frac{dj_2^2}{dt^2} + \frac{\nu}{\lambda} \cdot \frac{dj_2}{dt} + \frac{\rho}{\lambda} \cdot j_2$$

und die Lösung, wenn t die laufende Zeit und t_1 die Einschaltzeit bedeutet:

$$j_2 = C_1 \cdot \varepsilon^{a_1 (t - t_1)} + C_2 \, \varepsilon^{a_2 (t - t_1)} . \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 9)$$

Hierin sind die Exponentenfaktoren a_1 und a_2 die Wurzeln der quadratischen Gleichung:

$$a_2 + \frac{\nu}{\lambda} a + \frac{\rho}{\lambda} = 0 .$$

Also

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= \frac{-\nu + \sqrt{\nu^2 - 4\lambda\rho}}{2\lambda} & a_2 &= \frac{-\nu - \sqrt{\nu^2 - 4\lambda\rho}}{2\lambda} \\ &= -\frac{\nu - q}{2} & a_2 &= \frac{-\nu + q}{2} \\ & & q &= \sqrt{\nu^2 - 4\lambda\rho} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 10)$$

Um j_1, den im Transformator I fliessenden Ausgleichsstrom zu finden, ersetzen wir in Gleichung 5) i_1 durch j_1 und i_2 durch j_2 und setzen wieder $e_0 = 0$. Dann wird

$$j_1 = \frac{-_1 \, \varepsilon^{a_1 (t - t_1)} [R L_1 + R_2 (L_1 + L) + a_1 \lambda] - C_2 \, \varepsilon^{a_2 (t - t_1)} [R L_1 + R_2 (L_1 + L) + a_2 \lambda]}{R L_1 - R_1 L}$$

oder

$$j_1 = \frac{C_1 \, \varepsilon^{a_1 (t - t_1)} \left[R L_1 + R_2 (L_1 + L) - \frac{\nu - q}{2}\right] + C_2 \, \varepsilon^{a_2 (t - t_1)} \left[R L_1 + R_2 (L_1 + L) - \frac{\nu + q}{2}\right]}{R_1 L - R L_1} \quad 11)$$

Der in der Zuleitung fliessende Ausgleichsstrom ist

$$j = j_1 + j_2$$

und somit

$$j = \frac{C_1 \, \varepsilon^{a_1 (t - t_1)} \left[R_1 L + R_2 (L_1 + L) - \frac{\nu - q}{2}\right] + C_2 \, \varepsilon^{a_2 (t - t_1)} \left[R_1 L + R_2 (L_1 + L) - \frac{\nu + q}{2}\right]}{R_1 L - R L_1} \quad . \; 12)$$

Bekannt sind uns für $t - t_1 = 0$ die Werte für j, j_1 und j_2. Sie seien mit j_0, j_{10}, j_{20} bezeichnet und ergeben sich als Differenz aus den stationären Strömen am Anfange und am Ende des Ausgleichsvorganges. Wir geben den ersteren den Index a, den letzteren den Index b. Dann ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} j_{10} &= i_{1a} - i_{1b} \\ j_{20} &= i_{2a} - i_{2b} = 0 - i_{2b} = - i_{2b} \\ j_0 &= i_a - i_b = i_{1a} - (i_{2b} + i_{1b} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 13)$$

Mit diesen Werten findet man aus den Gleichungen 9) und 11)

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{(i_{1a} - i_{1b})(R_1 L - R L_1) + i_{2b}\left[R L_1 + R_2 (L_1 + L) - \frac{\nu + q}{2}\right]}{q} \\ C_2 &= -\frac{(i_{1a} - i_{1b})(R_1 L - R L_1) + i_{2b}\left[R L_1 + R_2 (L_1 + L) - \frac{\nu + q}{2}\right]}{q} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad 14)$$

Durch die Beziehungen 7—14 ist das Problem gelöst. Einige Beispiele sollen dies näher erläutern.

3. Beispiel I: Es sei

$$E_0 = 100 \text{ Volt}, \quad \omega = 314;$$
$$R_1 = 2{,}5; \quad R_2 = 2{,}5; \quad R = 3{,}25 \text{ Ohm};$$
$$L_1 = 1{,}388 \cdot 10^{-2}, \quad L_2 = 1{,}388 \cdot 10^{-2} \text{ Henry } L = 0.$$

Es handelt sich also um zwei gleiche Transformatoren.

a) Ist Transformator I allein eingeschaltet, so

$$J_{1a} = \frac{100}{\sqrt{(2{,}5 + 3{,}25)^2 + 314^2\, 1{,}388^2\, 10^{-4}}} = 13{,}9 \text{ Amp.} = J_a, J_{2a} = 0\,.$$

$$tg(E_0, J_{1a}) = tg\,\varphi_{0a} = \frac{\omega(L_1 + L)}{R_1 + R} = 0{,}76; \quad \varphi_{0a} = 37^0\, 15';$$

$$tg(E_1, J_{1a}) = tg\,\varphi_{1a} = \frac{\omega L_1}{R_1} = 1{,}746; \quad \varphi_{1a} = 60^0\, 12';$$

Hierin ist E_{1a} die Spannung an der Sammelschiene vor dem Einschalten des zweiten Transformators

$$E_{1a} = 13{,}9 \sqrt{2{,}5^2 + 314^2 \cdot 1{,}388^2 \cdot 10^{-4}} = 70 \text{ Volt.}$$
$$\sphericalangle (E_{1a}, E_0) = 23^0.$$

b) Wenn beide Transformatoren eingeschaltet sind, so ist im stationären Zustande

$$tg\,\varphi_{0b} = \frac{\omega\left(L + \frac{L_1}{2}\right)}{R + \frac{R_1}{2}} = 0{,}485; \quad \varphi_{0b} = 25^0\, 50';$$

$$tg\,\varphi_{1b} = \frac{\omega L_1}{R_1} = \frac{\omega L_2}{R_2} = 1{,}746; \quad \varphi_{1b} = \varphi_{2b} = 60^0\, 12';$$

$$J_{1b} = \frac{J_b}{2} = \frac{100}{\sqrt{\left(3{,}25 + \frac{250}{2}\right)^2 + 314^2 \cdot 10^{-4}\left(\frac{1{,}388}{2}\right)^2}} = 10 \text{ Amp.}$$

$$J_{2b} = 10 \text{ Amp.}\; J_b = 20 \text{ Amp.}\; E_{1b} = 10 \cdot \sqrt{2{,}5^2 + 314^2 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}388^2} = 50{,}5 \text{ Volt.}$$

Durch das Zuschalten des zweiten Transformators ist also die Sammelschienenspannung von 70 Volt auf 50,5 Volt gefallen. Es werde eingeschaltet, wenn $E_{1a} = 0$ ist, und zwar ist dann $\omega t_1 + 23^0 = 0^0$ oder $\omega t_1 + 23^0 = 180^0$. Wir wählen letzteren Augenblick. Es ist also $\omega t_1 = 180^0 - 23^0 = 157^0$.

Dann ist $i_{1a} = 12{,}08$ Amp. Also $j_{10} = 4{,}55$ Amp.
$i_{1b} = 7{,}53$ „ $j_{20} = 7{,}53$ „

Nach 7) wird

$$\nu = 11{,}5 \cdot 1{,}388 \cdot 10^{-2}; \quad \lambda = (1{,}388 \cdot 10^{-2})^2; \quad \rho = 22{,}5.$$
$$q = 6{,}5 \cdot 1{,}388 \cdot 10^{-2}; \quad a_1 = -180; \quad a_2 = -650.$$

Nach 14) wird: $C_1 = -6{,}04$; $C_2 = -1{,}49$.

Nach 11) wird somit:

$$j_1 = 6{,}04\, \varepsilon^{-180(t-t_1)} - 1{,}49\, \varepsilon^{-650(t-t_1)} = j_1' + j_1'';$$
$$j_2 = -6{,}04\, \varepsilon^{-180(t-t_1)} - 1{,}49\, \varepsilon^{-650(t-t_1)} = -j_1' + j_1'';$$
$$j = -2 \cdot 1 \cdot 49 \cdot \varepsilon^{-650(t-t)} = -2{,}98\, \varepsilon^{-650(t-t)} = +2\, j_1''.$$

Wir sehen schon hieraus, *dass bei 2 gleich grossen Transformatoren der Ausgleichsstrom in ihnen aus 2 Teilen j_1' und j_1'' besteht. Der erstere j_1' ist im Transformator I stets entgegengesetzt gerichtet wie im Transformator II. Er zirkuliert also nur zwischen den beiden Transformatoren. Der zweite Stromteil j_1'' hat in beiden Transformatoren dieselbe Richtung. Er kommt vom Generator, und er allein fliesst — natürlich in doppelter Stärke — in der Zuleitung. Wegen der stärkeren Dämpfung ist dieser Stromteil j_1'' aber längst abgeklungen, während der erstere j_1' noch kräftig zwischen den Transformatoren zirkuliert.* Recht deutlich erkennt man diese Vorgänge aus den Liniendiagrammen (Abb. 2 bis 4).

Diese sind auf Grund der folgenden Tabelle konstruiert, aus welcher auch deutlich hervorgeht, wie der Energieaustausch während der Dauer des Ausgleichsvorganges sich vollzieht. Dabei ist bezeichnet mit p_0 die Momentanleistung des Generators, p_1 die Momentanleistung im Transformator I, p_2 die Momentanleistung im Transformator II und mit $p = i^2 R$ die Leistung, die als Kupferverlust in der Zuleitung verbraucht wird. Positive Zahlen deuten, einen Effekt*verbrauch*, negative eine Effekt*abgabe* an. Unter $p_{1,2}$ ist die Summe der im Transformator I und II bestehenden Leistungen verstanden. Es ist also $p_{12} = p_1 + p_2$. Der Kupferverlust in der Leistung ist natürlich $-(p_0 + p_{12}) = p = i_2^2 R$.

$t-t_1$ sec	j_1 Amp.	j_2 Amp.	j Amp.	i_1 Amp.	i_2 Amp.	i Amp.	e_0 Volt	e_1 Volt	p_0 Watt	$p_{1,2}$ Volt	$-(p_0+p_{12})$ Watt	p Watt	p_1 Watt	p_2 Watt
0	4,55	−7,53	−2,98	12,1	0,00	12,1	39,07	0	− 473	0	− 473	+ 473	0	0
$\frac{1}{2400}$	4,45	−6,71	−2,26	11,03	−0,13	10,9	26,72	− 8,17	− 292	− 89	+ 384	+ 380	− 90,6	+ 1,06
$\frac{1}{1200}$	4,31	−6,05	−1,74	9,89	−0,47	9,42	13,92	−16,91	− 131	−159	+ 290	+ 290	−167	+ 8,00
$\frac{1}{600}$	3,90	−4,90	−1,00	7,14	−1,66	5,48	−12,19	−30,62	+ 67,5	−167	+ 99,5	+ 99,5	−218,5	+ 51,5
$\frac{1}{300}$	3,13	−3,51	−0,37	1,22	−5,42	− 4,20	−60,18	−46,58	− 252	+195	+ 57	+ 57	− 57	+252
$\frac{1}{150}$	1,80	−1,84	−0,039	−7,66	−11,30	−18,9	−99,25	−38,50	−1875	+728	+1147	+1160	+295	+433
$\frac{1}{100}$	1,00	−1,00	−0,000	−6,55	−8,55	−15,10	−39,07	+10,15	− 590	−153	+ 743	+ 740	− 65,5	− 87,5
$\frac{1}{50}$	0,165	−0,165	0,000	+7,72	+7,39	+15,10	+39,07	−10,15	− 590	−153	+ 743	+ 740	− 89	− 84

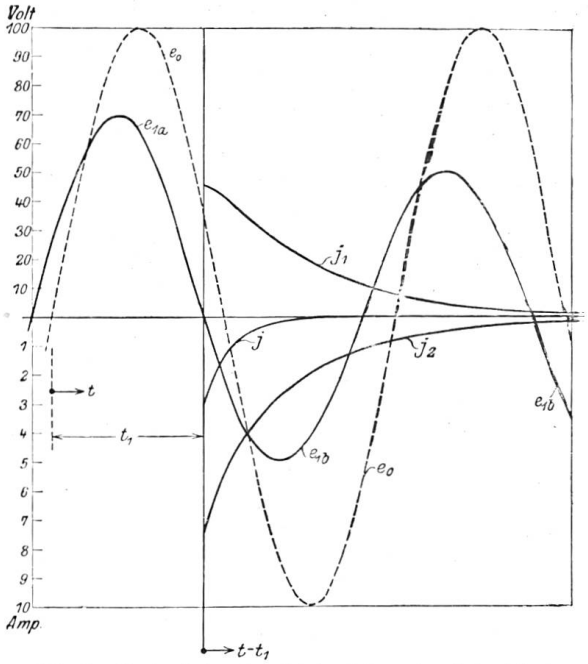

Abb. 2. Verlauf der Ausgleichsströme des Beispiels 1.

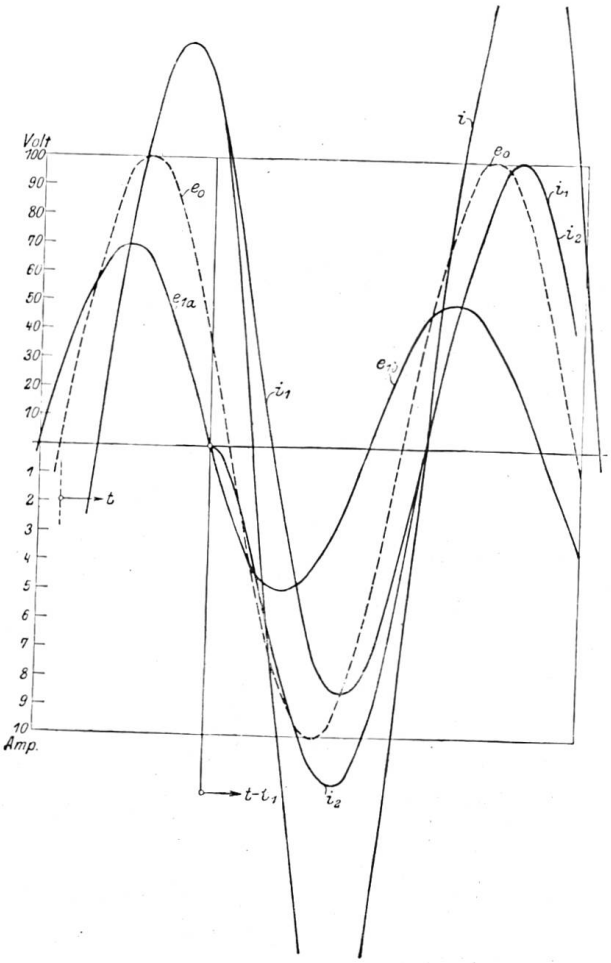

Abb. 3. Verlauf der Ströme des Beispiels 1.

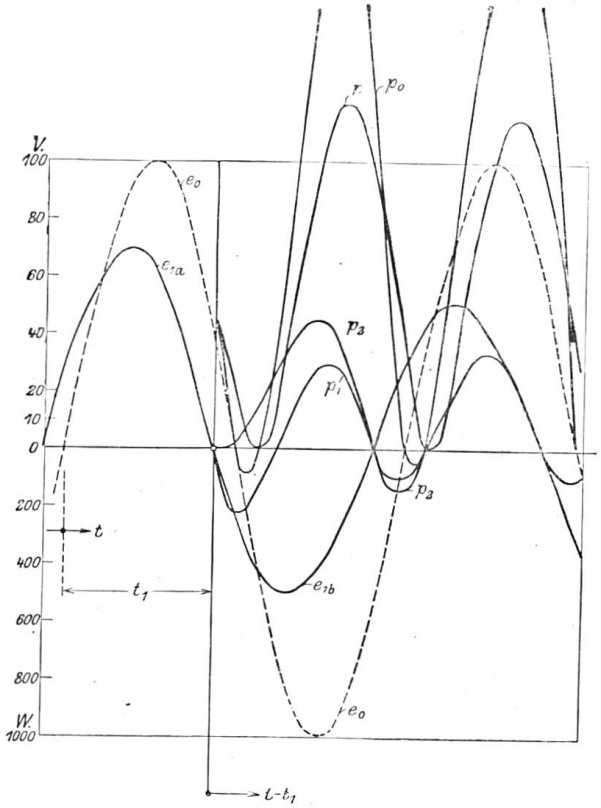

Abb. 4. Verlauf der Effekte des Beispiels 1.

Die Werte der Tabelle sind mit dem Rechenschieber ermittelt, woraus sich die auftretenden Abweichungen zwischen p und $p_0 - p_{12}$ erklären.

Recht interessant ist z. B. der Augenblick, wo $t - t_1 = \frac{1}{600}$ *sec* ist. Dann gibt Transformator I Leistung an den Transformator II, an die Zuleitung und an den Generator ab, während bei $t - t_1 = \frac{1}{2400}$ und $\frac{1}{1200}$ Generator und Transformator I die Leitungsverluste $i^2 R$ gemeinsam decken.

4. Beispiel 2: Wir wenden uns hiermit dem Falle zu, wo der Widerstand der Transformatorenwicklungen sehr klein ist gegen den der Zuleitung. Dieser Fall wird der Praxis sehr nahe kommen; denn die hohen Wirkungsgrade der Transformatoren erfordern natürlich sehr geringe Wicklungswiderstände und Eisenverluste.

Es sei $R = 3$ Ohm, $L = 0{,}5$ Henry
$R_1 = 0$ „ $L_1 = 1$ „
$R_2 = 0$ „ $L_2 = 1$ „
$E_0 = 1000$ Volt. $\omega = 314$.

Wir setzen also beide Transformatoren wieder gleich gross voraus.

Dann wird

$\gamma = 6$, $\rho = 0$, $\lambda = 2$. $J_{1a} = 2{,}19$ Amp. $J_{1b} = 1{,}58 = J_{2b}$.
$a_2 = 0$, $a_2 = -3$

$$C_1 = -1{,}097 \qquad C_2 = -0{,}483$$

wenn bei $E_{1a} = 0$ eingeschaltet wird.

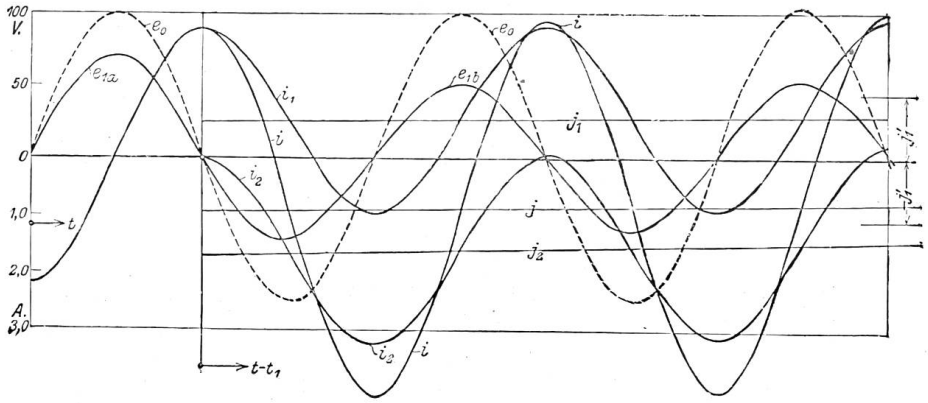

Abb. 5. Verlauf des Ausgleichsvorgangs bei Beispiel 2. j_1 und j_2 gehen allmählich in j_1' und $-j_1'$ über.

Der Maximalwert der Sammelschienenspannung in der Transformatorenstation wird vor dem Einschalten des zweiten Transformators:

$$E_{1a} = 2{,}19 \cdot 314 \cdot 1 = 688 \text{ Volt}$$

nach dem Einschalten: $E_{1b} = 1{,}58 \cdot 314 \cdot 1 = 496$ „

Der Strom in der Zuleitung wird vor dem Einschalten des zweiten Transformators:

$$J_a = 2{,}19 \text{ Amp.}$$

und nach dem Einschalten $J_b = 2 \cdot 1{,}58 = 3{,}16$ Amp.

Hiermit ergeben sich die Ausgleichsströme:

$$j_1 = 1{,}097 - 0{,}483\, \varepsilon^{-3(t-t_1)} = j_1' + j_1'' = j_1' + \frac{j}{2}$$

$$j_2 = 1{,}097 - 0{,}483\, \varepsilon^{-3(t-t_1)} = -j_1' + j_1'' = j_1' + \frac{j}{2}$$

$$j = -0{,}966\, \varepsilon^{-3(t-t_1)} \qquad = 2 j_1''.$$

Hieraus ersieht man, dass bei sehr kleinen Wicklungswiderständen der Transformatoren der Ausgleichsstrom j_1' zwischen den beiden Transformatoren noch in voller Stärke besteht, während der vom Generator kommende Ausgleichsstrom j schon längst abgeklungen ist. Tatsächlich wird natürlich auch j_1' mit der Zeit verschwinden, aber es dauert manchmal recht lange. In England beobachtete der Verfasser, dass es etwa eine Minute dauerte, bis diese partiellen Energiependelungen verschwanden.

Dieser Ausgleichsstrom beträgt in unserem Beispiele etwa $^2/_3$ des maximalen Leerlaufstromes. Wie man nun aus der Abbildung 5 ersieht, ist nach Abklingen des Stromes j der Strom J in der Zuleitung ein zur Abszissenachse vollkommen symmetrischer Wechselstrom, während die Ströme J_1 und J_2 in den Transformatoren zur Abszissenachse unsymmetrisch verlaufen. Sie sind um den Wert j_1' oberhalb bezw. unterhalb der Abszissenachse verschoben. Bei J_1 überwiegen die positiven, bei J_2 die negativen Ordinatenwerte.

5. Beispiel 3: Die Transformatoren seien in ihren Leistungen ungleich. Transformator I sei viermal so gross wie Transformator II.

a) Es werde zunächst der grosse, dann der kleine Transformator eingeschaltet.

$R_1 = 0{,}5,\ L_1 = 1;$	$R_2 = 2,\ L_2 = 4;$	$R = 3,\ L = 0{,}05.$
$E_0 = 1000$ Volt	$J_{1a} = 3{,}04$ Amp.	$J_{1b} = 3{,}00$ Amp.
$E_{1a} = 955$ „	$J_1 = 3{,}04$ „	$J_b = 3{,}748$ „
$E_{1b} = 943$ „	$\varphi_{1b} = \varphi_{2b} = 90_0$	$J_{2b} = 0{,}748$ „

Dann wird, wenn wieder bei $E_{1a} = 0$ eingeschaltet wird:

$$j_1 = 0{,}617 \cdot \varepsilon^{-5(t-t_1)} - 0{,}577 \cdot \varepsilon^{-4(t-t_1)} = j_1' + j_1''$$
$$j_2 = -\ 0{,}606\ \varepsilon^{-0{,}5(t-t_1)} - 0{,}142 \cdot \varepsilon^{-4(t-t_1)} = j_2' + j_2''$$
$$j = 0{,}011\ \varepsilon^{-0{,}5(t-t_1)} - 0{,}719\ \varepsilon^{-4(t-t_1)} = j' + j''$$

Eine Kontrolle für die Richtigkeit der Rechnung ergibt sich dadurch, dass für $t = t^1$ $j_2 = -J_{2b}$ sein muss, da hier

$$\varphi_{2b} \cong 90^0$$

ist.

b) Es werde zunächst der kleine, dann der grosse Transformator eingeschaltet, und zwar bei $E_{1a} = 0$.

$R_1 = 2,\ L_1 = 4;$	$R_2 = 0{,}5,\ L_1 = 1;$	$R = 3,\ L = 0{,}05$
$E_0 = 1000$ Volt	$E_{1a} = 988$ Volt	$E_{1b} = 943$ Volt
	$J_{1a} = 0{,}786$ Amp.	$J_{1b} = 0{,}748$ Amp.
	$J_a = 0{,}786$ „	$J_b = 3{,}748$ „
	$J_{2a} = 0$ „	$J_{2b} = 3{,}00$ „

Mit diesen Werten wird:

$$j_1 = +\ 0{,}636 \cdot \varepsilon^{-0{,}5(t-t_1)} - 0{,}591 \cdot \varepsilon^{-4(t-t_1)}$$
$$j_2 = -\ 0{,}636 \cdot \varepsilon^{-0{,}5(t-t_1)} - 2{,}364\ \varepsilon^{-4(t-t_1)}$$
$$j = -\ 2{,}955\ \varepsilon^{-4(t-t_1)}$$

Man erkennt hieraus, dass in diesem zweiten Falle der bereits eingeschaltete kleinere Transformator fast seine ganze magnetische Energie an den grossen Transformator abgibt, dass aber auch die vom Generator gelieferte Ausgleichungsenergie nicht unbedeutend ist infolge des grossen Leistungsunterschiedes der Transformatoren.

6. Beispiel 4: Von besonderem Interesse ist der Fall, dass $R = 0$, $L = 0$ ist. Dann wird:

$$\lambda = L_1 L_2; \qquad \varkappa = R_1 L_2 + R_2 L_1; \qquad \rho = R_1 R_2; \qquad q = R_1 L_2 - R_2 L_1$$

$$a_1 = -\frac{R_2}{L_2}\ a_2 = -\frac{R_1}{L_1};\ -\left(\frac{\varkappa + q}{2}\right) = -\ R_1 L_2,\ -\left(\frac{\varkappa - q}{2}\right) = -\ R_2 L_1$$

$C_1 = -\ i_{2b}$; $C_2 = 0$; wir erhalten somit das allgemein bekannte, zu erwartende Ergebnis:

$$j_2 = -\ i_{2b} \cdot \varepsilon^{-\frac{R_2}{L_2}(t-t_1)} \text{ und } j_1 = 0.$$

7. Versuche. Einfluss der veränderlichen Permeabilität des Eisens.

Nachdem wir die physikalischen Vorgänge für ein konstantes L, L_1 und L_2, also praktisch geringe Sättigung, klar gelegt haben, wollen wir noch auf den Einfluss der veränderlichen Permeabilität des Eisens eingehen. Die Erscheinungen werden natürlich jetzt in weit stärkerem Masse hervortreten als vorher bei konstanten Induktionskoeffizienten.

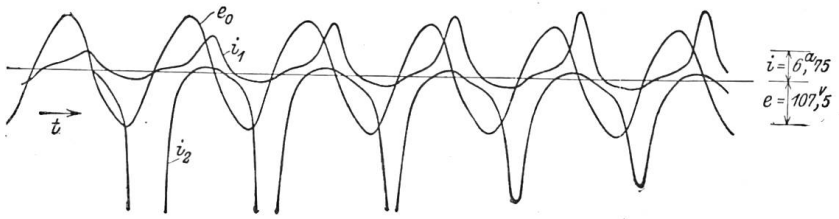

Abb. 6. Beide Transformatoren unbelastet.
e_0 = Spannung. i_1 = eingeschalteter Transformator. i_2 = zugeschalteter Transformator.
R = 0,04 Ohm.

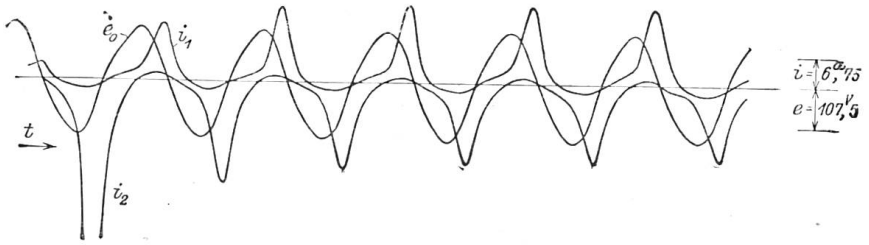

Abb. 7. Beide Transformatoren unbelastet.
e_0 = Spannung. i = Strom in der gemeinsamen Zuleitung. i_2 = Einschaltstrom des zweiten Transformators.
R = 0,04 Ohm.

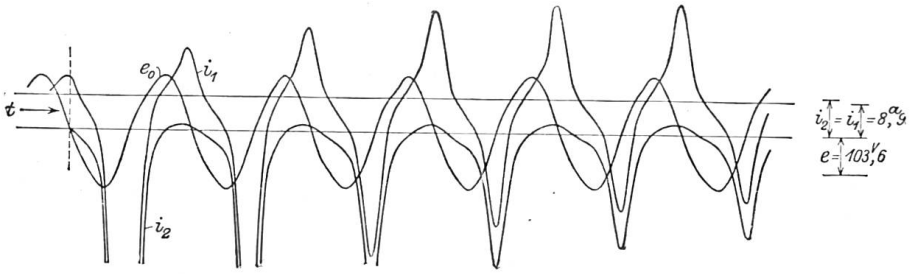

Abb. 8. Beide Transformatoren unbelastet.
e_0 = Spannung. i_1 = eingeschalteter Transformator. i_2 = zugeschalteter Transformator.
R = 1,04 Ohm.

Auf eine rechnerische Behandlung der komplizierten Vorgänge soll jedoch nicht eingegangen werden, vielmehr wollen wir uns auf die Wiedergabe von Oszillogrammen beschränken, welche über die Einschalt- und Ausgleichungsvorgänge an einem 5-KVA-Einphasentransformator für 50 Perioden 100 Volt aufgenommen wurden.[1]).

Die Transformatoren waren bei den Versuchen etwa mit einer maximalen Sättigung von ca. B_{max} = 8500 beansprucht und unter Zwischenschaltung eines Kabels von etwa $^1/_{25}$ Ohm direkt an das Einphasennetz der Stadt Zürich angeschlossen. Der Kabelwiderstand konnte durch Regulierwiderstände auf R = 2,04 Ohm erhöht werden. Der Widerstand der Transformatorwicklung war 0,02 Ohm, der Eisenverlust ca. 140 Watt bei 100 Volt.

Oszillogramm 1 zeigt den Verlauf der Klemmenspannung E_0, ferner den Verlauf des Stromes i_1 vom bereits eingeschalteten Transformator und i_2 vom neu hinzugeschalteten Transformator. Eingeschaltet wurde stets, wenn die Spannung E_0, die hier praktisch mit E_{1a} zusammenfiel, durch Null hindurchging. Der Kabelwiderstand war R = 0,04 Ohm.

[1]) Die Oszillogramme sind von meinem Assistenten Herrn *Forrer* aufgenommen worden.

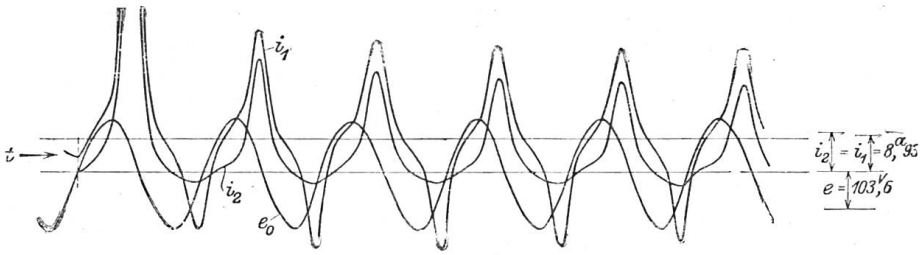

Abb. 9. Beide Transformatoren unbelastet.
e_0 = Spannung. i = Strom in der gemeinsamen Zuleitung. i_2 = Einschaltstrom des zweiten Transformators.
R = 1,04 Ohm.

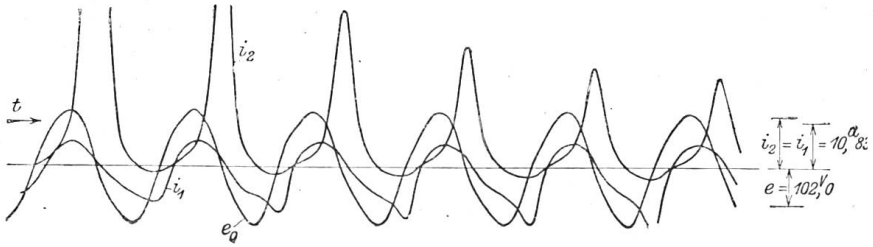

Abb. 10. Transformator I belastet, II unbelastet.
i_1 = Strom im Transformator I. i_2 = Einschaltstrom des Transformator II. e_0 = Spannung.
R = 0,04 Ohm.

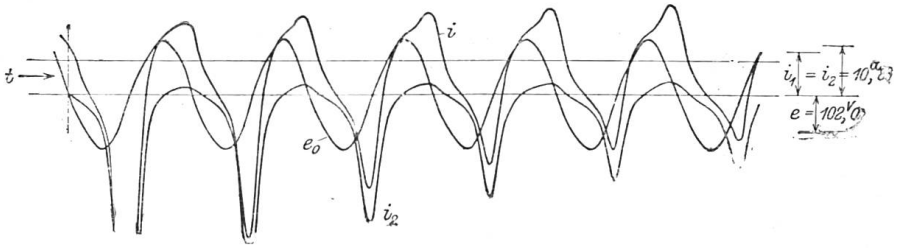

Abb. 11. Transformator I belastet, II unbelastet.
i = Gesamtstrom
i_2 = Strom im II. Transformator } beim Einschalten von Transformator II.
e_0 = Spannung. R = 0,04 Ohm.

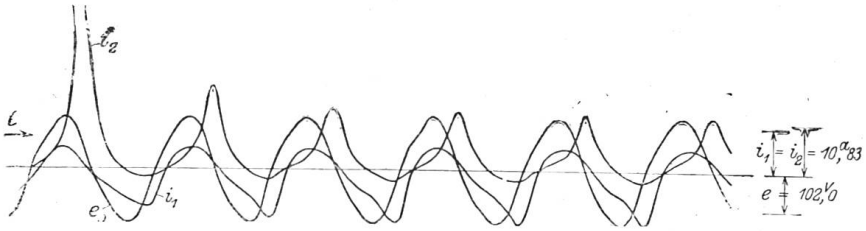

Abb. 12. Transformator I belastet, II leerlaufend.
i_1 = Strom im Transformator I
i_2 = Strom im Transformator II } beim Einschalten von Transformator II.
e_0 = Spannung. R = 1,04 Ohm.

Abb. 13. Transformator I belastet, II unbelastet.
i = Gesamtstrom
i_2 = Strom im Transformator II } beim Einschalten von Transformator II.
e_0 = Spannung. R = 1,04 Ohm.

Im *Oszillogramm* 2 sind dargestellt unter gleichen Verhältnissen E_0, i_2 und i der Strom in der Zuleitung.

Man erkennt deutlich, dass die stationären Ströme i_1 und i_2 erst ganz allmählich erreicht werden und vorher starke Energiependelungen zwischen den beiden Transformatoren herrschen, denn i_1 und i_2 haben fast ständig entgegengesetzes Vorzeichen. Die Abszissenachse für i ist der Deutlichkeit halber heraufgerückt.

Die Oszillogramme 3 und 4 zeigen dieselben Kurven bei $R = 1{,}04$ Ohm Widerstand des Zuleitungskabels, wodurch die Pendelungen des Gesamtstromes stark vermindert werden bezw. stärker gedämpft werden.

Den Einfluss der Belastung auf die Stromschwankungen im Transformator I, wenn Transformator II leer eingeschaltet wurde, zeigen die Oszillogramme 5 bis 8. Die Belastung des Transformators I wirkt wie eine Verkleinerung seiner Induktivität und eine Vergrösserung seines ohmschen Widerstandes. Daher dauern die Pendelungen im Gesamtstrome relativ länger an als ohne Belastung, während die Pendelungen des Stromes i_2 schneller abklingen.

Die Rückwirkungen von i_2 auf i_1 sind jetzt natürlich relativ kleiner als ohne Belastung.

Die rein praktische Frage, wie man die eingangs besprochenen Störungen vermeiden kann, beantwortet sich dahin, dass die bekannten Mittel der Verwendung von Stufenschaltern und trägen Auslösevorrichtungen natürlich auch hier ausreichen.