Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens

Herausgeber: Association suisse des électriciens

Band: 2 (1911)

Heft: 10

Artikel: Über das Drehmoment des Wechselstrom-Seriemotors

Autor: Farny, J.L.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1057208

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 28.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

BULLETIN

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich mit den Jahres-Beilagen "Statistik der Starkstromanlagen der Schweiz" sowie "Jahresheft" und wird unter Mitwirkung einer vom Vorstand des S. E. V. ernannten Redaktionskommission herausgegeben.

Alle den Inhalt des "Bulletin" betreffenden Zuschriften sind zu richten an die

Redaktion: Ing.-Consulent Dr. W. Kummer, Mythenstrasse 15, Zürich II (Telephon 5806)

Alle Zuschriften betreffend Abonnement, Expedition und Inserate sind zu richten an den

Verlag: Fachschriften-Verlag A.-G., Zürich Bahnhofstrasse 61, Zürich I (Telephon 6741)

Est publié sous la direction d'une Commission de Rédaction nommée par le Comité de l'A. S. E.

Ce bulletin parait mensuellement et comporte comme annexes annuelles la "Statistique des installations électriques à fort courant de la Suisse", ainsi que l'"Annuaire".

Toutes les communications concernant la matière du "Bulletin" sont à adresser à la

Rédaction: Ing.-Conseil Dr. W. Kummer Mythenstrasse 15, Zurich II (Téléphone 5806)

Toutes les correspondances concernant les abonnements, l'expédition et les insertions sont à adresser à

l'éditeur: Fachschriften-Verlag A.-G., Zurich Bahnhofstrasse 61, Zurich I (Téléphone 6741)

II. Jahrgang IIe Ánnée

Bulletin No. 10

Oktober Octobre

Ueber das Drehmoment des Wechselstrom-Seriemotors.

Nach Prof. J. L. Farny, Zürich 1).

I. Bestimmung der mittlern Tangentialkraft.

Die nachfolgende Untersuchung bezweckt die genaue Formulierung des analytischen Ausdruckes des Drehmoments eines Wechselstrom-Seriemotors und die Gegenüberstellung dieses Ausdrucks mit dem entsprechenden, für einen Gleichstrom-Seriemotor gültigen Ausdrucke. Zur Ableitung einer solchen Beziehung gehen wir aus von der Elementarformel, die den Momentanwert der Tangential- oder Zugkraft am Ankerumfang einer mit z in Serie geschalteten Leitern bewickelten Armatur von der Länge L, ausdrückt in Abhängigkeit vom Momentanwert $I_{a\ mom}$ des totalen Ankerstroms und vom Momentanwert \overline{H}_{mom} der mittleren Feldstärke des Magnetfeldes, in dem der Anker ruht oder rotiert. Die bezügliche Elementarformel lautet:

$$K_{mom} = I_{a \ mom} \cdot z \cdot L \cdot \overline{H}_{mom}$$

Wird an dem Seriemotor bei separater Gleichstromerregung und fremdem Antrieb auf dem Prüffeld die an den Bürsten entstehende Gleichstromspannung bei offenem Ankerstromkreis und konstanter Geschwindigkeit gemessen, mit andern Worten: wird die Gleichstrom-Leerlauf-Charakteristik des als Generator gedachten Motors abgenommen, so erhält man den Zusammenhang von H_{mom} mit $I_{a\ mom}$ sozusagen gleichzeitig. Es ist:

$$E_{gl} = v \cdot L \cdot z \cdot \overline{H}_{gl}$$

 $E_{gl} =$ gemessene Gleichstrom-elektromotorische Kraft.

v = peripherische Ankergeschwindigkeit.

 $\overline{H}_{gl} =$ mittlere Feldstärke, welche vom Stator-Erregergleichstrom $I_{a\ gl}$ erzeugt wird.

Wenn $I_{a \ mom} = I_{a \ gl}$, ist auch $H_{mom} = H_{gl}$.

¹⁾ Prof. J. L. Farny hat zu diesem Aufsatz der Redaktion seine Vorlesungs-Unterlagen und die von seinen frühern Assistenten Dipl.-Ing. B. Brandestini und Dipl.-Ing. Fritz Steiner gezeichneten Vorlesungs-Vorlagen zur Verfügung gestellt.

Nachdem v, L, z Konstanten sind, stellt also die Gleichstrom-Leerlauf-Charakteristik in einem zu bestimmenden Masstab den Zusammenhang zwischen dem momentanen Wechselstrom-Ankerstrom, $I_{a\ mom}$ und H_{mom} dar, da ja Stator- und Rotorstrom einander in jedem Augenblicke gleich sind.

Im Falle einer Neukonstruktion ist dieser Zusammenhang nicht bekannt und muss erst ermittelt werden. Am Schluss soll eine Methode entwickelt werden, welche trachtet, diese Aufgabe in nicht allzukomplizierter Weise zu lösen.

In Abbildung 1 sei also auf diese oder jene Art die Kurve

$$\overline{H}_{mom} = f_1 (I_{a mom})$$

erhalten gedacht, d. h. die zur Bestimmung der augenblicklichen Zugkraft Kmom notwendige Grösse \overline{H}_{mom} ermittelt, bezw. in Abhängigkeit von $I_{a\ mom}$ festgelegt. Jedem Momentanwert von Ia entspricht daher ein Momentanwert der Zugkraft. Von Bedeutung für die Praxis ist aber nicht die momentane, sondern die mittlere Zugkraft während einer Periode des speisenden Wechselstroms. Diese mittlere Zugkraft pro Periode bestimmt sich aus:

$$\overline{K} = rac{1}{T} \int\limits_{0}^{T} K_{mom} dt = L \cdot z \cdot rac{1}{T} \int\limits_{0}^{T} I_{a \ mom} \cdot \overline{H}_{mom} \cdot dt,$$

wo T die Periodendauer bedeutet, dt das Zeitelement.

Zur Bestimmung dieses Mittelwertes stellen wir den zeitlichen Verlauf der Stromstärke in Polarkoordinaten dar, indem wir den Polarwinkel a proportional den Zeiten t und den Radiusvektor r auf dem Polarstrahl proportional den zugehörigen Momentanwerten der Stromstärke machen (Abbildung 2). Wir tragen jeweilen den zugehörigen Wert von H_{mom} auf denselben Strahl ab. Die zu Grunde zu legenden Masstäbe sind bestimmt durch die Ansätze:

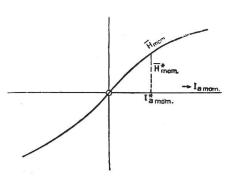


Abbildung 1. Kurve von \overline{H}_{mom} als Funktion von la mom .

somit:

$$I_{a \; mom} = f \cdot r^{\; m}/_{m} \; ; \quad \overline{H}_{mom} = g \cdot \varrho^{\; m}/_{m} \; ,$$

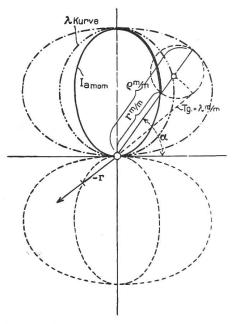
$$f = \frac{I_{a \; mom}}{r^{\; m}/_{m}} = \frac{I_{a \; max}}{100^{\; m}/_{m}} = \frac{I_{a \; eff}}{r_{eff}^{\; m}/_{m}}$$

$$g = \frac{\overline{H}_{mom}}{\varrho^{\; m}/_{m}} = \frac{\overline{H}_{max}}{100^{\; m}/_{m}} = \frac{\overline{H}_{eff}}{\varrho_{eff}^{\; m}/_{m}}$$

$$\overline{K} = L \cdot z \cdot f \cdot g \; \frac{1}{T} \int_{0}^{1} r \cdot \varrho \cdot dt$$

$$\frac{t}{T} = \frac{\alpha}{2\pi}, \quad \frac{dt}{T} = \frac{d\alpha}{2\pi}$$

$$\overline{K} = L \cdot z \cdot f \cdot g \; \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{1} r \cdot \varrho \cdot d\alpha \; .$$
Abbildung 2. Darstellung der Strom- und \overline{H}_{mom} . Kurven in Polarkoordinaten und Ermittlung der λ -Kurve.



Durch Konstruktion wird gebildet:

$$r \cdot \varrho = \lambda^2$$

womit sich ergibt:

$$\overline{K} = L \cdot z \cdot f \cdot g \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \lambda^{2} \cdot d\alpha.$$

Es ist der Inhalt der λ-Kurve:

$$S_{\lambda}=rac{1}{2}\int\limits_{0}^{2}\lambda^{2}\,dlpha$$
 ,

woraus

$$\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2}\lambda^{2}\,d\alpha=\frac{S_{\lambda}}{\pi},$$

also

$$\overline{K} = L \cdot z \cdot f \cdot g \frac{S_{\lambda}}{\pi}$$

Es gilt die Beziehung:

$$r_{eff} = \sqrt{rac{1}{T} \int\limits_{0}^{T} r^2 \, dt} = \sqrt{rac{1}{2\pi} \int\limits_{0}^{2\pi} r^2 \, dlpha} \; ;$$
 $S_r = rac{1}{2} \int\limits_{0}^{2\pi} r^2 \, dlpha \; ext{ ist der Inhalt der } r ext{-Kurve}$
 $rac{S_r}{\pi} = rac{1}{2\pi} \int\limits_{0}^{2\pi} r^2 \, dlpha \; ;$
 $r_{eff} = \sqrt{rac{S_r}{\pi}}$

dann folgt

und ganz entsprechend erhält man auch

$$\varrho_{eff} = \sqrt{\frac{S_{\varrho}}{\pi}}.$$

Durch Ersetzen von f und g in der Formel für K folgt:

$$ar{K} = L \cdot z \cdot rac{I_{a \; eff}}{r_{eff}} \cdot rac{ar{H}_{eff}}{arrho_{eff}} \cdot rac{S_{\lambda}}{\pi}$$
 $ar{K} = L \cdot z \cdot I_{a \; eff} \cdot ar{H}_{eff} \cdot rac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_{r} \cdot S_{arrho}}},$

womit mittels Multiplikation mit dem Anker-Radius das Drehmoment gegeben ist.

II. Diskussion über den Wert von $\frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}}$.

Im soeben erhaltenen Ausdruck bedeutet nun $\frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}}$ einen Zahlenfaktor (den man in Analogie mit dem Leistungsfaktor, in welchem er übrigens enthalten sein wird, sobald der Anker sich dreht, als Zugkrafts- oder Drehmoments-Faktor bezeichnen könnte), dessen Grössen-

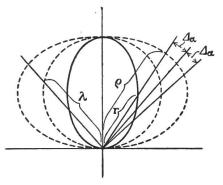


Abbildung 3. Zur Bestimmung des Maximalwertes von $\frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}}$.

ordnung wir nunmehr zu bestimmen haben. Zu diesem Behufe zerlegen wir die drei Flächen in kleine Sektoren mit O als Spitze und mit gleichen Winkelöffnungen $\Delta \alpha$ (Abbildung 3). Dann ist:

$$\mathcal{S}_{\lambda} = rac{1}{2} \, \varDelta \, \alpha \, \left\{ \lambda_1{}^2 + \lambda_2{}^2 + \lambda_3{}^2 + \ldots \, .
ight.
ight.
ight.$$

$$S_r = \frac{1}{2} \Delta \alpha \left\{ r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots \right\}$$

$$\mathcal{S}_{\varrho}=rac{1}{2}\,arDelta\,lpha\,\left\{arrho_{1}{}^{2}+arrho_{2}{}^{2}+arrho_{3}{}^{2}+\ldots\,.\,
ight.
ight\}$$

somit:

$$rac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{arrho}}} = rac{\lambda_1^{\,2} + \lambda_2^{\,2} + \lambda_3^{\,2} + \dots}{\sqrt{\,(r_1^{\,2} + r_2^{\,2} + r_3^{\,2} + \dots)\,\,(arrho_1^{\,2} + arrho_2^{\,2} + arrho_3^{\,2} + \dots)\,}} \cdot$$

Mit Rücksicht auf die Beziehungen:

$$\lambda_1^2 = r_1 \cdot \varrho_1^{}, \quad \lambda_2^2 = r_2 \cdot \varrho_2^{}, \quad \lambda_3^2 = r_3 \cdot \varrho_3^{} \ldots$$

ergibt sich:

$$\frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\theta}}} = \frac{r_1 \varrho_1 + r_2 \varrho_2 + r_3 \varrho_3 + \dots}{\sqrt{(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots) (\varrho_1^2 + \varrho_2^2 + \varrho_3^2 + \dots)}} \cdot$$

Wir setzen nun: $\varrho_1=m_1\cdot r_1$, $\varrho_2=m_2\cdot r_2$, $\varrho_3=m_3\cdot r_3$...

$$m_1 \gtrsim 1$$
, $m_2 \gtrsim 1$

(es sind m_1 , m_2 usw. > 0)

und erhalten:

$$\frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}} = \frac{m_1 \, r_1^2 + m_2 \, r_2^2 + m_3 \, r_3^2 + \dots}{\sqrt{(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots)(m_1^2 \, r_1^2 + m_2^2 \, r_2^2 + \dots)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(m_1 \, r_1^2 + m_2 \, r_2^2 + m_3 \, r_3^2 + \dots)(m_1 \, r_1^2 + m_2 \, r_2^2 + m_3 \, r_3^2 + \dots)}{(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots)(m_1^2 \, r_1^2 + m_2^2 \, r_2^2 + m_3^2 \, r_3^2 + \dots)}}.$$

Indem wir nun unter der Wurzel rechts im Zähler und Nenner die angedeuteten Multiplikationen ausführen, erhalten wir den folgenden Wert, wobei wir bemerken, dass im Zähler die Zahl der Summanden gleich ist derjenigen im Nenner:

$$\sqrt{\frac{m_{1}^{2} r_{1}^{4} + m_{2}^{2} r_{2}^{4} + m_{3}^{2} r_{3}^{4} + \ldots + r_{1}^{2} r_{2}^{2} 2 m_{1} m_{2} + r_{1}^{2} r_{3}^{2} 2 m_{1} m_{3} + \ldots}}{+ r_{1}^{2} r_{1}^{4} + m_{2}^{2} r_{2}^{4} + m_{3}^{2} r_{3}^{4} + \ldots + r_{1}^{2} r_{2}^{2} (m_{1}^{2} + m_{2}^{2}) + r_{1}^{2} r_{3}^{2} (m_{1}^{2} + m_{3}^{2}) + \ldots}}{+ r_{2}^{2} r_{3}^{2} 2 m_{2} m_{3} + r_{2}^{2} r_{4}^{2} 2 m_{2} m_{4} + \ldots}}{+ r_{2}^{2} r_{3}^{2} (m_{2}^{2} + m_{3}^{2}) + r_{2}^{2} r_{4}^{2} (m_{2}^{2} + m_{4}^{2}) + \ldots}}.$$

Wenn sämtliche Summanden im Zähler unter der Wurzel kleiner sind, als die entsprechenden Summanden im Nenner, so ist offenbar die Summe im Zähler kleiner, als die Summe im Nenner. Alle Summanden sind positiv, weil alle drei Schnittpunkte eines Strahles mit den drei Kurven auf derselben Seite des Strahles von O aus liegen. Während in unserem Wurzelausdruck die beiden ersten Serien oben und unten gleiche Summanden aufweisen, unterscheiden sich die Summanden der beiden zweiten Serien durch $(m_1^2 + m_2^2)$ und $(2 m_1 m_2)$. Es lässt sich nun zeigen, dass

$$m_1^2 + m_2^2 > 2 m_1 m_2$$

Wir setzen:

$$m_2 = m_1 + \Delta_1$$
 $m_2^2 = m_1^2 + 2 m_1 \Delta_1 + \Delta_1^2$
 $\Delta_1 \geqslant O$

wobei:

beziehungsweise: $\Delta_1 = O$ an der Grenze, wenn $\Delta \alpha = O$

$$\frac{m_1^2 + m_2^2}{2 m_1 m_2} = \frac{2 m_1^2 + 2 m_1 \Delta_1 + \Delta_1^2}{2 m_1^2 + 2 m_1 \Delta_1} = 1 + \frac{\Delta_1^2}{2 m_1^2 + 2 m_1 \Delta_1}$$

$$\frac{m_1^2 + m_2^2}{2 m_1 m_2} > 1$$

weil $\Delta_1^2 > O$ und weil 2 m_1 $\Delta_1 = O$ gegenüber 2 m_1^2 für $\Delta \alpha = -O$.

Entsprechend würde man finden:

$$\frac{m_1^2 + m_3^2}{2 m_1 m_3} > 1$$
 u. s. w.

(auch wenn $m_1 < 1$ ist).

Es ist daher die Summe im Zähler des Wurzelausdrucks stets kleiner als diejenige des Nenners, woraus folgt, dass:

$$\frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}} < 1$$
,

wenn sich die Kurven nicht decken.

Zeichnet man nun die Hysteresis-Schleife in Polarkoordinaten, so sieht man, dass sich die zwei Kurven S_r und S_{ϱ} unmöglich decken können (Abbildung 4), ferner, dass zuweilen r und s auf demselben Strahl in entgegengesetzter Richtung abzutragen sind, was bewirkt, dass die entsprechenden Partien von S_{λ} negativ zu nehmen sind, also der Zahlenfaktor

 $\frac{S_{\lambda}}{\sqrt[3]{S_r \cdot S_{\varrho}}}$ aus diesem fernern Grund < 1 wird. Es ist ja klar, dass, nachdem dieser Aus-

druck nur höchstens gleich 1 wird, wenn alle Summanden des Zählers positiv sind, er sicher kleiner als 1 werden muss, wenn ein Teil derselben negativ wird. Die Hysteresis

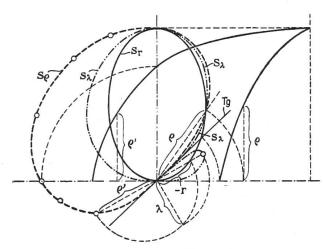


Abbildung 4. Beeinflussung von $\frac{S\lambda}{\sqrt{Sr \cdot S\varrho}}$ durch die Hysteresis.

bedingt also notwendigerweise einen Verlust an Drehmoment.

Betrachten wir insbesondere den Fall sehr geringer Sättigung. Sehen wir von der Hysteresis ab, so besteht Proportionalität zwischen \overline{H}_{mom} und $I_{a\ mom}$ und decken sich somit die Kurven für r und ϱ ; es muss dann auch die Kurve λ mit denselben zusammenfallen, das heisst, die drei Flächen S_r , S_ϱ , S_λ sind identisch,

so dass der Zahlenfaktor $\frac{\mathcal{S}_{\lambda}}{\sqrt{\mathcal{S}_{r}\cdot\mathcal{S}_{\varrho}}}$ unab-

hängig von der Stromform gleich 1 wird.

Betrachten wir nunmehr den Fall sehr grosser Stromstärken, die in ihrem zeitlichen Verlauf zunächst eine beliebige mögliche Form aufweisen sollen.

Es ist dann zufolge Symmetrie

$$S_{\lambda} = \frac{1}{2} \int_{0}^{\pi} \lambda^{2} d\alpha = \frac{1}{2} \cdot 2 \int_{0}^{\pi} \lambda^{2} d\alpha = \int_{0}^{\pi} \lambda^{2} d\alpha$$

$$S_{r} = \int_{0}^{\pi} r^{2} d\alpha, \quad S_{\varrho} = \int_{0}^{\pi} \varrho^{2} d\alpha,$$

also:

$$\frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}} = \frac{\int\limits_{0}^{\pi} \lambda^2 d\alpha}{\sqrt{\int\limits_{0}^{\pi} r^2 d\alpha \cdot \int\limits_{0}^{\pi} \varrho^2 d\alpha}}.$$

Da nun
$$\lambda^2 = r \cdot \varrho$$

und $\varrho = \backsim$ konstant,

so folgt:

Limes
$$\frac{S_{\lambda}}{V S_{r} \cdot S_{\varrho}} = \frac{\int_{0}^{\pi} r \, d\alpha}{\sqrt{\int_{0}^{\pi} r^{2} \, d\alpha}} = \frac{\bar{r}}{r_{eff}}.$$

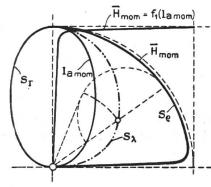


Abbildung 5. Bestimmung von $\frac{S\lambda}{\sqrt{Sr \cdot S\varrho}}$ für sehr grosse Ströme mit beliebigem periodischen Verlauf.

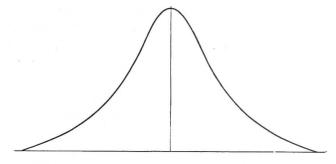


Abbildung 6. Elliptische Sr-Kurve in cartesischer Darstellung.

Diesen Fall bringt die Abbildung 5 zur Darstellung, in welcher, der einfacheren Zeichnung halber der ellipsenförmige Stromverlauf in Polarkoordinaten angenommen worden ist.

Die Abbildung 6 gibt die Gestalt dieses Stromverlaufes bei Anwendung cartesischer Koordinaten. (Es ist die kleine Ellipsenaxe halb so gross wie die grosse angenommen worden.)

Setzen wir nun sinusförmige Stromänderung voraus, dann ist

$$\frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}} = \frac{\frac{2}{\pi}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 0.9.$$

Lässt sich die Stromform in Polarkoordinaten durch eine Ellipse darstellen, deren grosse Axe mit dem Strommaximum zusammenfällt, dann erhält bei sehr grossen Strömen der Zahlenfaktor $\frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}}$ den Wert 0,77, sofern die kleine Ellipsenaxe halb so gross ist wie die grosse. Solange übrigens S_{ϱ} konstant bleibt, was bei sehr grosser amplitudinal-Stromintensität, für Stromformen vom selben Maximum, selbst wenn die kleine Ellipsenaxe relativ klein ist, nahezu zutrifft, dann wird $\frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}}$ umso kleiner, je kleiner die kleine Ellipsenaxe und damit S_r wird, weil der reziproke Wert des Formfaktors $\frac{\overline{r}}{r_{eff}}$ abnimmt.

III. Vergleich der Tangentialkräfte bei Gleich- und Wechselstrom.

Es soll nun der interessante Fall betrachtet werden, wenn der Motor einmal mittels Gleichstroms und einmal mittels Wechselstroms von gleicher effektiver Stromstärke betrieben wird. Wir sehen dabei von der Hysteresis ab. Es ist für Gleichstrom:

$$K_{gl} = I_{agl} \cdot L \cdot z \cdot \overline{H}_{gl}$$

und für Wechselstrom:

$$\overline{K}_{wst} = I_{a eff} \cdot L \cdot z \cdot \overline{H}_{eff} \cdot \frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}}$$

Zunächst frägt es sich, ob für $I_{a\,eff}=I_{a\,gl}$ die Grösse \overline{H}_{eff} verschieden ist von \overline{H}_{gl} . Diesbezüglich sei erinnert, dass:

$$\overline{H}_{mom} = f_1 (I_{a mom})$$

was ohne weiteres auch gilt für:

$$\overline{H}_{gl} = f_1 (I_{a gl})$$

In Bezug auf $I_{a\,eff}$ muss die Stromform berücksichtigt werden. Setzt man Sinusstrom voraus, was in Polarkoordinaten den Kreis 1 der Abbildung 7 ergibt, so ist $I_{a\,eff}$ durch die eine Seite des gleichseitigen, rechtwinkligen Dreieckes 2 bestimmt, und $I_{a\,gf}$ durch den Kreis 3 in Polarkoordinaten gegeben. Die Senkrechte in A führt zu \overline{H}_{gf} , welcher Wert in \overline{OC} abgetragen wird. Der Kreis über \overline{OC} stellt dann \overline{H}_{gf} in Polarkoordinaten dar (Kreis 4). Durch Abtragen der Werte \overline{H}_{mom} erhält man in Polarkoordinaten die Kurve 5, die man in einen Kreis von gleichem Flächeninhalt verwandeln könnte, dessen Durchmesser D durch:

$$\overline{H}_{eff} = \frac{g \cdot D}{\sqrt{2}}$$

im Masstab g der Figur ein Mass für \overline{H}_{eff} liefern würde. Es könnte dann das Verhältnis

$$\frac{\overline{H}_{eff}}{\overline{H}_{gl}} = \frac{D/\sqrt{2}}{\overline{OC}}$$
 gebildet werden $\begin{cases} \text{(siehe V)} \\ \text{Seite 219)}. \end{cases}$

Man erhält aber rascher Aufschluss darüber, ob der Wert dieses Verhältnisses grösser oder kleiner als die Einheit ist, indem man den Kreis 6 konstruiert (dessen Peripherie durch C und O geht), welcher einen \overline{H}_{gl} äquivalenten Effektivwert \overline{H}'_{eff} liefert und die nur zum vorliegenden Zweck dienende Annahme eines sinusförmigen Verlaufes von

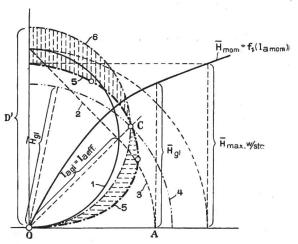


Abbildung 7. Demonstration, dass für mittelgrosse Ströme $\overline{Heff} < \overline{Hgl}$.

 $\overline{H_{mom}}$ involviert. Es ist eben unter dieser Voraussetzung eines fingierten, sinusartigen Verlaufes von \overline{H}_{mom} die Definitions-Gleichung für D' folgende:

$$\overline{H}_{gl} = \overline{H}'_{eff} = \frac{g \cdot D'}{\sqrt{2}}$$

Dass das Verhältnis D' = Durchmesser des Kreises 6.

$$\frac{\overline{H}_{eff}}{\overline{H}_{gl}} = \frac{\overline{H}_{eff}}{\overline{H'}_{eff}} < 1$$

sieht man nun ohne weiteres, nachdem die vertikal schraffierte Fläche augenscheinlich grösser als die horizontal schraffierte ist.

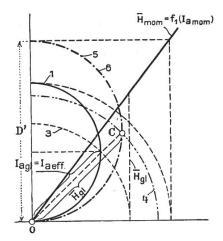


Abbildung 8. Demonstration, dass \overline{H}_{eff} $=\overline{H}_{gl}$, wenn $\frac{\overline{H}_{mom}}{I_{a\ mom}}=$ constant.

Wir betrachten nun den in Abbildung 8 veranschaulichten Spezialfall, dass Hmom proportional Ia mom variiere, was bei kleinen Strömen zutrifft. In diesem Fall ist \overline{H}_{gl} natürlich auch proportional zu $I_{a\ gl}$. Die Kurve 5 wird, wenn $I_{a\ mom}$ sinusförmig variiert, zu einem Kreis, mit dem auch der Kreis 6 zusammenfällt.

Das Verhältnis der Feldstärken wird dann:

$$\frac{\overline{H_{eff}}}{\overline{H}_{gl}} = \frac{\overline{H_{eff}}}{\overline{H'_{eff}}} = 1.$$

 $\frac{\overline{H_{eff}}}{\overline{H}_{gl}} = \frac{\overline{H_{eff}}}{\overline{H'_{eff}}} = 1.$ Nunmehr soll der in Abbildung 9 behandelte Fall, dass H_{mom} nicht mehr proportional, aber noch linear mit Ia mom variiere, betrachtet werden; es ist dies der Fall sehr grosser Stromstärken. Indem man dieselbe Konstruktion für die Kurve 5 ausführt, sieht man, dass sie nahezu einen Kreis liefert, der beinahe mit 4 zusammenfällt. Auch der Kreis 6 ist leicht zu ziehen, doch ist er bedeutungslos, da H_{mom} und H_{gl} fast vollständig übereinstimmen, also

$$\overline{H}_{eff} = \backsim \overline{H}_{mom} = \backsim \overline{H}_{gl}$$

Die beiden extremen Fälle sehr grosser und sehr kleiner Stromstärken ergeben daher $\frac{H_{eff}}{=}$ den Grenzwert 1 und zwar unabhängig von der Stromkurve. Es wäre ja im ersten

Spezialfall auch für eine beliebige Kurve 1 die Kurve 5 aus Radienvektoren hervorgegangen, die denjenigen der Kurve 1 proportional wären. Der Effektivwert der Kurve 5 wird somit notwendigerweise im selben Verhältnis zum Effektivwert der Kurve 1 sein, wie \overline{H}_{gl} zu I_{agl} Im zweiten Spezialfall gelangt man stets zu einer Kurve, die vom Kreis 4 sehr wenig abweicht, so dass immer Hmom während dem grössten Teil der Zeitdauer der Periode \sim konstant ist. H_{eff} wird dann nahezu diesem konstanten Wert gleich und somit müssen H_{eff} und H_{gl} nahe übereinstimmen.

Hingegen wird ein Einfluss der Stromform auf den Wert von $\frac{H_{eff}}{\overline{H}_{gl}}$ für mittlere Stromstärken unvermeidlich

sein. Dieser Wert $\frac{\overline{H}_{\it eff}}{\overline{H}_{\it ol}}$ nimmt also mit zunehmendem

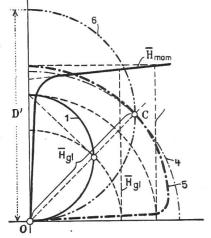


Abbildung 9. Demonstration, dass bei sehr grossen Strömen $\overline{H}_{eff} = \neg \overline{H}_{gl}$.

Strom von 1 an ab bis auf ein Minimum, das in seiner Grösse von der Stromform abhängt, und wächst dann wieder langsam für grosse Ströme bis auf 1 an, wie dies aus der Tafel A (Seite 220) zu ersehen ist.

IV. Tangentialkrafts-Kurven.

Wir betrachten nun den Zusammenhang zwischen Zugkraft am Ankerumfang und Stromstärke und zwar sowohl für den mittels Gleichstroms als auch mittels Wechselstroms gespeisten Motor. Für Gleichstrombetrieb ergibt sich:

$$K_{gl} = I_{agl} \cdot z \cdot L \cdot \overline{H}_{gl}$$

Mittels zweier nach der Charakteristik (Abbildung 10) zu einander gehörenden Werten von Ankerstrom und mittlerer Feldstärke, also $I_{a0\,gl}$ und $H_{0\,gl}$ berechnet man einen Wert durch Anwendung der Formel:

$$K_{0gl} = I_{a_0gl} \cdot z \cdot L \cdot \overline{H}_{0gl}$$

Es sei in der Figur:

$$\overline{OI}_0 = I_{a_0 gl}, \quad \overline{I_0 H_0} = \overline{H}_{0 gl},$$

und in einem zur Grösse der Zeichnung passendem Masstab:

$$\overline{I_0K_0} = K_{0gl}$$

Zieht man $\overline{K_0 Q_0}$ und $\overline{H_0 G_0}$ parallel zu $\overline{OI_0}$, ferner $\overline{Q_0 I_0}$ und die ihr parallele Gerade $\overline{G_0 I_0}$, so folgt aus der Aehnlichkeit der Dreiecke $Q_0 OI_0$ und $G_0 OI_0$, dass:

also:
$$\frac{\overline{Q_0 \ O}}{\overline{G_0 \ O}} = \frac{\overline{K_0 \ I_0}}{\overline{H_0 \ I_0}} = \frac{\overline{O \ I_0}}{\overline{O \ L_0}}$$

$$\frac{K_0 \ gl}{H_0 \ gl} = \frac{I_{a \ 0 \ gl}}{C} \cdot$$
Da
$$K_0 \ gl = I_{a \ 0 \ gl} \cdot z \cdot L \cdot H_0 \ gl$$
oder:
$$\frac{K_0 \ gl}{\overline{H_0 \ gl}} = \frac{I_{a \ 0 \ gl}}{\frac{1}{L \cdot z}}$$
so folgt:
$$C = \frac{1}{L \cdot z} \cdot$$

 $G = \frac{H}{Hg} = f_1(Iag)$ $Q = \frac{H}{Hg} = \frac{1}{Hg} = \frac$

Für andere Werte des Stromes gilt die nämliche Formel:

$$\frac{K_{gl}}{H_{gl}} = \frac{I_{a \ gl}}{\left(\frac{1}{L \ z}\right)} = \frac{I_{a \ gl}}{C}.$$

Abbildung 10. Bestimmung der Zugkrafts-Kurve bei Gleichstrom-Betrieb.

Somit erhält man andere Werte von K_{gI} , die andern I_{agI} entsprechen, indem man z. B. $\overline{OI} = I_{agI}$ abträgt, \overline{IH} zieht und \overline{HG} parallel zu \overline{OI} führt. Es ist dann G mit L_0 zu verbinden und parallel dazu \overline{IQ} zu ziehen. Die Parallele \overline{QK} gibt in \overline{KI} den Wert der Zugkraft, welcher I_{agI} entspricht. Man kann so punktweise die Zugkraft für jede Ankerstromstärke erhalten.

Für Wechselstrombetrieb lässt sich gemäss Abbildung 11b aus der in Abbildung 11a dargestellten Kurve:

$$\overline{H}_{mom} = f_1 (I_{a mom})$$

für einen angenommenen Maximalwert der momentanen Stromstärke und dem Stromverlauf die \overline{H}_{mom} -Kurve in Polarkoordinaten darstellen. Die Stromkurve in Polarkoordinaten liefert durch den Durchmesser des flächengleichen Kreises (siehe Abbildung 11b) $I_{a\,eff}$; ebenso gibt die in Polarkoordinaten gezeichnete \overline{H}_{mom} -Kurve das zugehörige \overline{H}_{eff} , somit kann

(Abbildung 11 a) $\overline{H}_{eff} = f_1 * (I_{a\ eff})$ dargestellt werden. Auch $\frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}}$ erhält man durch die angegebene Konstruktion (wobei eine masstäbliche Reduktion auf gleiche Scheitelordinaten, wie in Abbildung 2 vereinfachend vorausgesetzt, nicht nötig ist). Für jeden be-

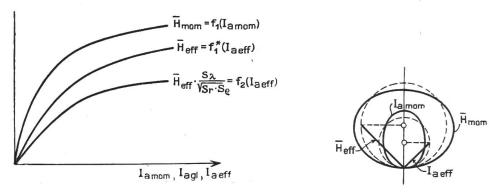


Abbildung 11 a und 11 b. Zur Ableitung der Hilfs-Charakteristik \overline{H}_{eff} • $\frac{S\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_g}}$

trachteten Wert der effektiven Stromstärke bildet man das Produkt $\overline{H}_{eff} \cdot \frac{S_{\lambda}}{\sqrt[]{S_r!} \cdot S_{\varrho}}$ und trägt dieses Produkt als Ordinate auf. Man erhält so die Kurve

$$\overline{H}_{eff} \cdot \frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}} = f_2 \; (I_{a \; eff})$$

aus der die Aenderung der Zugkraft in Abhängigkeit von der effektiven Stromstärke in ganz analoger Weise bestimmbar ist, wie vorhin für Gleichstrombetrieb. Es ist nur ein einziger Wert

$$\overline{K_0} = L \cdot z \cdot I_{a \text{ eff.} 0} \cdot \overline{H}_{eff. 0} \left(\frac{S_{\lambda}}{V S_r \cdot S_{\varrho}} \right)_0$$

zu berechnen und in die Konstruktion einzuführen (vergl. Abbildung 12). Bei der Bestimmung anderer Werte der Zugkraft ist in der Abbildung 12 eine konstruktive Variante angewandt:

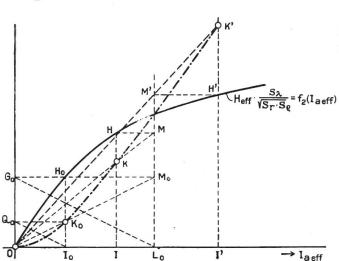


Abbildung 12. Bestimmung der Zugkrafts-Kurve bei Wechselstrom-Betrieb.

Es ist $\overline{OK_0}$ verlängert bis zum Schnitt mit der Verlängerung von $\overline{G_0H_0}$ in M_0 . Dann ist $\overline{G_0M_0}=\overline{OL_0}$

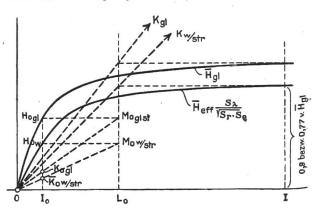


Abbildung 13. Angenäherte Bestimmung der Zugkraft bei sehr grossen Strömen.

Die Kurve der Zugkraft ist also auch erhältlich, indem man \overline{HM} zieht, M mit O verbindet und den Schnittpunkt K dieses Strahles mit der Ordinate \overline{HI} bestimmt. \overline{KI} stellt den \overline{OI} entsprechenden Wert der Zugkraft dar.

Betrachten wir sehr grosse Stromstärken, so nähert die Kurve \overline{H}_{gl} sich einer nur wenig von der Horizontalen abweichenden Geraden (Abbildung 13). Auch die Kurve $H_{eff} \cdot \frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}}$ nähert sich einer wenig von der Horizontalen differierenden Geraden. Somit würde man, genaue Horizontalen vorausgesetzt, Asymptoten der Zugkraftkurve für jede Stromart erhalten, wenn man die bei der Figur 12 angegebene Konstruktion für die Ermittlung von \overline{K} anwenden würde, wobei die Asymptote für die Wechselstromtangentialkraft-Kurve unterhalb derjenigen für die Gleichstromtangentialkraft-Kurve zu liegen käme, derart, dass für sinusförmigen Wechselstrom bei gleicher Abszisse die Ordinate der betreffenden Asymptote der Zugkraftkurve bei Wechselstrom nur $\frac{9}{10}$ derjenigen für Gleichstrom betragen würde. Wie gezeigt wurde, ist ja für hohe Stromstärken $\overline{H}_{eff} = \overline{H}_{gl}$ und bei sinusförmigem Stromverlauf $\frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r \cdot S_{\varrho}}} = 0,9$. Würde die Stromkurve des Wechselstromes sich in Polarkoordinaten als eine Ellipse mit grosser Axe senkrecht zur Polaraxe darstellen, wobei die grosse Axe der Ellipse doppelt so gross als die kleine wäre, so ergäbe sich bei gleicher Abszisse eine Ordinate der Asymptote der Zugkraftkurve für Wechselstrom, die nur 0,77 derjenigen für Gleichstrom wäre.

V. Anwendung der Methode auf ein Beispiel.

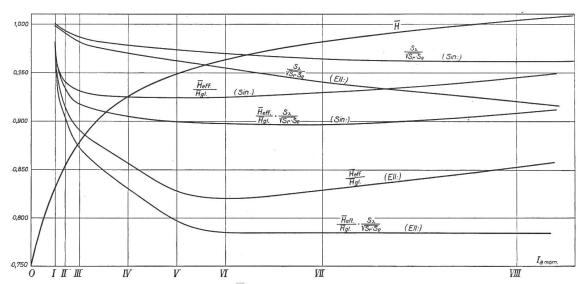
Tafel A (S. 220) gibt nun die Werte der Verhältnisse $\frac{\overline{H}_{eff}}{\overline{H}_{gl}}$ und $\frac{S_{\lambda}}{\sqrt[3]{S_r \cdot S_{\varrho}}}$ und ihres Pro-

duktes im Zusammenhang mit der Amplitude der Stromstärke, wobei der zeitliche Verlauf des Stromes einmal sinusartig, dann in Polarcoordinaten ellipsenartig (mit grosser Axe doppelt so gross als die kleine) vorausgesetzt wurde. Diese Abbildung ist in folgender Weise entstanden. Angenommen wurde die Kurve \overline{H} , welche $\overline{H}_{gl} = f_1$ ($I_{a \ gl}$) oder, was dasselbe: $\overline{H}_{mom} = f_1$ ($I_{a \ mom}$) darstellt. Die Strecken \overline{OI} , \overline{OII} , \overline{OII} , \overline{OIII} \overline{OVIII} sind nun zunächst als Amplitudinalwerte für Sinusströme angesehen worden. (Später wurden diese Strecken als grosse Axen für die polare ellipsenförmige Stromvariation angenommen). Die jeweilig von O bis zu der Ordinate in den Punkten I, II VIII reichenden Bögen der Kurve \overline{H} wurden, im Zusammenhang mit dem entspreshenden Kreis, dessen Durchmesser $= \overline{OI}$ oder \overline{OII} . . . \overline{OIII} war, und der die Stromvariatiom in polarer Darstellung gab, in der Weise, wie in Abbildung 7 gezeigt, auf polare Koordinaten umgewandelt. Hiemit liesen sich die Werte $I_{a \ eff}$ bestimmen (2 in Abbildung 7) und diesen $I_{a \ gl}$ gleichmachen, wonach \overline{H} auch fixiert war; ferner ergaben die polaren Kurven 5 Fig. 7 der

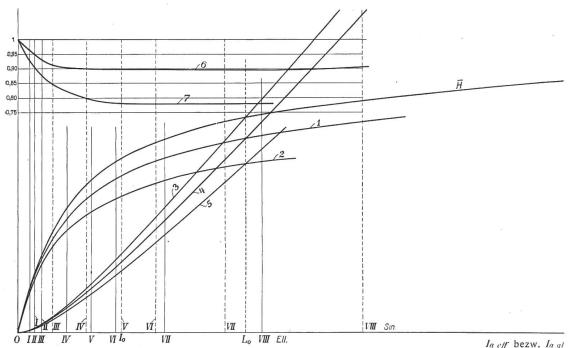
 \overline{H} -Bögen die Werte für \overline{H}_{eff} . Das Verhältnis $\frac{H_{eff}}{\overline{H}_{gl}}$ war somit erhalten und wurde beim Abszissenpunkt I, resp. II bezw. VIII aufgetragen. Aus den polaren Kurven für Strom und \overline{H}_{mom} (1 und 5 Abbildung 7) konnte die λ -Kurve nach der in Abbildung 2 gegebenen Konstruktion bestimmt werden; somit war auch das Verhältnis $\frac{S_{\lambda}}{VS_{r}\cdot S_{\alpha}}$ durch

Planimetrierung der fraglichen Flächen erhältlich und entsprechend abzutragen.

Die nämlichen Operationen für die andere Stromvariation in Polarkoordinaten (elliptische) durchgeführt, ergaben die entsprechenden Kurven der Tafel A.



Tafel A. Werte von $\frac{S\lambda}{\sqrt{S_f \cdot S_\varrho}}$, $\frac{\overline{H}_{eff}}{\overline{H}_{gl}}$ und ihres Produktes als Funktionen der Stromamplituden.



Tafel B. Zugkräfte und ihre Verhältnisse als Funktionen der effektiven Stromstärken.

Will man den Vergleich der betreffenden Verhältnisse nicht auf die gleichgenommenen Amplitudinalwerte der Wechselströme, sondern auf gleiche Effektivwerte der drei in Frage kommenden Stromarten beziehen, so sind, unter Beibehaltung des Masstabes der Figur, die Abszissen für die Kurven, welche sich auf Sinusstrom beziehen mit $\frac{1}{\sqrt{2}}$, diejenigen, welche aus der Annahme eines Stromes nach Abbildung 6 hervorgegangen sind, infolge der Umstände (grosse Ellipsenaxe doppelt so gross als die kleine) mit $\frac{1}{2}$ zu multiplizieren.

In Tafel B sind diese Multiplikationen für die Abszissen der Punkte I, II VIIII vorgenommen worden. Es wurde also in dieser Figur der Abszissenmasstab für $I_{a\ ff}$ und $I_{a\ gI}$ gleichgenommen wie für $I_{a\ mom}$ und $I_{a\ gI}$ in Tafel A. Aus der herübergenommenen

Kurve \overline{H} ist nun in dieser Tafel B zunächst die Kurve 1 ermittelt worden, welche die in Abbildung 11 a mit $\overline{H}_{eff}\cdot \frac{S_{\lambda}}{\sqrt{S_r\cdot S_\varrho}}=f_2$ ($I_{a\ eff}$) bezeichnete Kurve, für die aus Tafel A entnommenen Verhältnisse bei Sinusstrom, darstellt.

Die Kurve 2 stellt die analoge Funktion unter Voraussetzung eines Stromverlaufes nach Abbildung 6 dar. Die Ordinate der Kurve 2 im Punkte ($VIII\ EII.$) zum Beispiel, ist also gleich derjenigen der Kurve \overline{H} , bei dieser Abszisse multipliziert mit 0,784, Wert, den man beim Punkte VIII der Tafel A entnimmt.

Es wurde zunächst vorausgesetzt der Motor, dessen Gleichstrom-Leerlauf-Charakteristik (in geeignetem Masstab) der Form nach mit der Kurve \overline{H} übereinstimme, solle seine Zugkräfte bei Speisung mittels Gleichstrom abgeben. Dieser Annahme ensprang die Kuve 3 durch Anwendung der in Abbildung 12 gegebenen Konstruktion. Der Supposition, es werde in den Motor ein Sinusstrom geschickt, folgte in analoger Weise die Zugkraftkurve 4 und aus der Voraussetzung, der vom Motor absorbierte Wechselstrom habe einen zeitlichen Verlauf nach Abbildung 6, ergab sich die fernere Tangentialkraft-Kurve 5 im Masstab der beiden ersteren und für selbige effektive Stromwerte.

Die Kurve 6 zeigt nun das Verhältnis der Zugkräfte $\frac{K_{wst}}{K_{gl}}$ für Sinusstrom- und Gleichstrom-Betrieb bei gleichen effektiven Stromwerten und endlich sind die analogen Verhältnisse der Tangentialkräfte für eine Stromform nach Abbildung 6 und Gleichstrom aus Kurve 7 abzulesen.

Nach den Messungen, welche die Maschinenfabrik Oerlikon über den in die Motorwagen der Bahn Locarno-Bignasco eingebauten Seriemotor veröffentlicht hat 1), ergaben sich folgende Zugkräfte beim Anlauf am Radumfang (also einer der Zugkraft am Ankerumfang proportionale) bei Betrieb mit Gleichstrom und mit Einphasenstrom:

Stromstärke in Ampère	Zugkraft in kg		Zugkraft bei Wechselstrom
Gleichstrom bezw. Wechselstrom	bei Gleichstrom	bei Wechselstrom	in % derjenigen für Gleichstrom
100	198	164	82,8 0/0
200	563	451	80,2 %
300	1047	835	79,8 %

Es ist zu beachten, dass der Unterschied der Zugkräfte nicht nur durch den Faktor $\frac{S_{\lambda}}{V\overline{S_r} \cdot S_{\varrho}}$ und durch die Abweichung von \overline{H}_{eff} und \overline{H}_{gf} , sondern auch durch die Verluste (Hysteresis, Wirbelströme und Induktionsströme in den durch die Bürsten kurzgeschlossenen Ankerwindungen) verursacht werden.

Ferner sei noch bemerkt, dass von Herrn Dr. Behn-Eschenburg, in seinem Vortrag vom 23. Juni 1908 vor der Physikalischen Gesellschaft zu Zürich, Oszillogramme mitgeteilt worden sind, die, bei stromlosem Rotor, einen angenähert ellipsenförmigen Statorstrom-Verlauf in Polarkoordinaten ergeben, also Stromkurven ähnlich (Abbildung 6).

VI. Vorausberechnung von \overline{H}_{mom} .

Die das Magnetfeld erzeugende magnetomotorische Kraft entsteht einzig durch den in einer regelmässig angeordneten Statorwicklung fliessenden Statorstrom, da die vom Anker

¹⁾ Schweizerische Bauzeitung, Band *LI*, Seite 60 und "Periodische Mitteilung No. 41" der Maschinenfabrik Oerlikon.

herrührenden magnetomotorischen Kräfte durch diejenigen der Kompensationswicklung aufgehoben werden. Der Charakter der Statorwicklung, die über einen Teil des Polraums ausgebreitet vorausgesetzt werden soll, bestimmt auch den Charakter der magnetomotorischen Kraft längs des Polbogens.

Wenn wir in Abbildung 14 den Charakter der magnetomotorischen Kraft, die einem bestimmten Momentanwert des Statorstroms entspricht, darstellen, so erhalten wir die Staffelung K'L'L''M'M''N''O'OP... Es liegen von K bis L und S bis T diejenigen Luftquerschnitte des gesamten magnetischen Kreises, die die grösste magnetomotorische Kraft und somit die grösste Sättigung aufweisen werden; von L bis M und von R bis Sliegen die Luftquerschnitte mit der nächst kleineren magnetomotorischen Kraft usw. Alle diese Teile können für sich als parallel laufende magnetische Kreise betrachtet werden und ergibt ihre Flux-Summe den insgesamt auftretenden magnetischen Kraftfluss. Die Absätze in der Staffelung der magnetomotorischen Kraft erfüllen die Gleichung $\overline{L' L''} =$ $=\overline{M'\ M''}=\overline{N'\ N''}=$ usw., da in jeder Nut gleichviel Stäbe vorausgesetzt werden. Auf der Nutenteilung t_{st} des Stators möge nun zwischen K und L beziehungsweise zwischen S und T die als Mittelwert gedachte Feldstärke $H_{\rm I}$ herrschen; entsprechend sei $H_{\rm II}$ deren Mittelwert zwischen L und M sowie zwischen R und S. Zwischen M und N sei $H_{\rm III}$ als mittlere Feldstärke vorhanden usw. Die durch Abtragen von $H_{\rm I}$, zwischen K und L, von H_{II} zwischen L und M, von H_{III} zwischen M und N, usw. erhaltene Staffelung ist als Feldkurve anzusehen. Diese ist nur bei kleinen Strömen affin mit dem magnetomotorischen Kraft-Linienzug K' L' L'' M' usw.

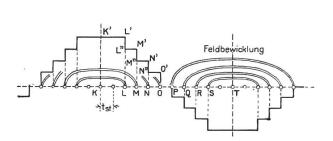


Abbildung 14. Charakter der magnetomotorischen Kraft längs der Bohrungsperipherie.

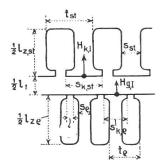


Abbildung 15. Bezeichnungen an der Nutung von Stator und Rotor.

Die den verschiedenen Momentanwerten der Statorstromstärke entsprechenden magnetomotorischen Kraft-Linienzüge werden mit K' L' L'' M' usw. in Affinität sein. Die zugehörigen Feldstärke-Staffelungen werden aber im allgemeinen weder unter sich, noch mit K' L' L'' M' usw. affin sein, wegen der Verschiedenheit der Sättigungen der Stege in den Bögen \overline{KL} , \overline{LM} , \overline{MN} usw.

Es lassen sich nun die Charakteristiken der magnetischen Einzelkreise zeichnen, wobei der magnetische Widerstand hinter den Rotor- und Statornuten für alle gleich angenommnn und vernachlässigt werden kann, weil die maximale Induktion im Statorbezw. Rotor-Ring verhältnismässig klein genommen werden muss und nur längs einer Nutteilung (\overline{OP}) vorhanden ist. Dazu müssen, wie in Abbildung 15 veranschaulicht, gewisse Grundformen z. B. halboffene für die Statornuten und die Rotornuten vorausgesetzt werden. Nimmt man an, die Werte H_I seien gegeben, so können dann an den Zacken die Werte H_{kI} und H_{gI} (Feldstärken an den Zahnkronen zwischen K und L) berechnet werden. Auf Grund der nachfolgenden Erörterungen, welche ganz allgemein für Maschinen mit stark gesättigten Nutungen Anwendung finden, ist dies ohne Zuhilfenahme von empirischen Formeln oder Tabellen mit guter Approximation durchführbar.

Es soll bei einem Nutenanker der Beitrag des Luftspaltes mit der Nutung zur Ampèrewindungszahl eines magnetischen Kreises etwas näher untersucht werden. Zunächst berechnen wir die Feldstärke H_n in einer Nut. Nach den Abbildungen 13 und 14 gilt für eine Kraftlinie durch eine Zacke die Formel der magnetomotorischen Kraft:

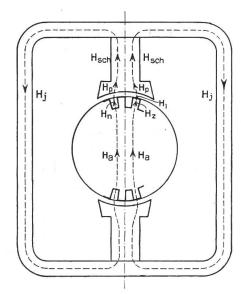


Abbildung 16. Nutenanker im magnetischen Kreislauf.

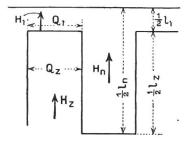


Abbildung 17. Bezeichnungen an der Nutung.

$$H_a$$
 . $I_a+H_z\cdot I_z+H_l\cdot I_l+H_p\cdot I_p+H_{sch}\cdot I_{sch}+H_j\cdot I_j=0$,4 $\pi\Sigma$ (is)

und für eine Kraftlinie durch eine Nute, wenn angenommen wird, dass sie parallel zu den Nutwandungen verläuft, was bei sehr hohen Zackeninduktionen unzweifelhaft (und bei kleinen Induktionen auch zum Teil) eintritt:

$$H_a \cdot I_a + H_n \cdot I_n + H_p \cdot I_p + H_{sch} \cdot I_{sch} + H_i \cdot I_i = 0,4 \pi \Sigma$$
 (is).

Durch Subtraktion:

$$H_z \cdot I_z + H_l \cdot I_l - H_n \cdot I_n = 0.$$

Bei den üblichen Nutendimensionen kann gesetzt werden:

$$\frac{I_n}{I_t} = -7$$
 bis 10, (gelegentlich noch grösser).

Setzt man vorläufig im Luftspalt parallele Kraftlinien voraus, so ist:

$$B_z \cdot Q_z = H_I \cdot Q_I$$
, $(B_z = \text{Zackeninduktion})$.

Wegen der Anwendung von Papierisolation zwischen den Ankerblechen ist jedoch:

$$Q_z = 0.85 Q_I$$
.
somit $H_I = 0.85 B_z$

Gesetzt in erster Annahme B_z sei gleich oder kleiner als 15000 CGS, so ist nach Induktionskurven H_z gleich oder kleiner als 30. Somit für ein I_z von 8 cm und ein $I_I = 1$ cm wäre dann:

$$H_z \cdot I_z \gtrsim 240, \ H_l \cdot I_l = (0.85 \times 15000) \times 1 \gtrsim 12750$$

$$\frac{H_z \cdot I_z}{H_l \cdot I_l} = \frac{240}{12750} = \frac{20.2000}{100}$$

Wenn also B_z weniger als 15000 CGS beträgt, gilt mit genügender Genauigkeit:

$$H_l \cdot I_l = H_n \cdot I_n$$

I.
$$H_n = \frac{I_I}{I_n} \cdot H_I = (1/7 \text{ bis } 1/10) H_I$$

Wenn nun *in zweiter Annahme* B_z die allerhöchsten Sättigungswerte erreicht, dann ist $H_z \cdot I_z$ nicht mehr vernachlässigbar; bekanntlich ist:

$$H_z = \frac{B_z}{\mu}$$

und unter solchen Umständen der Grenzwert für μ :

 $Lim \mu = 1$, also auch $H_z = B_z$ und somit der Flux im Papier nicht vernachlässigbar-Es ist dann:

$$B_z \cdot Q_z + H_z \cdot Q_{pp} = H_l \cdot Q_l$$

wobei der Querschnitt des Papieres:

 $Q_{pp}=$ 0,15 \cdot Q_{I} , und derjenige des Eisens: $Q_{z}=$ 0,85 Q_{I} $H_{z}\cdot$ 0,85 $Q_{I}+H_{z}\cdot$ 0,15 $Q_{I}=H_{I}\cdot Q_{I}$ woraus folgt, dass: $H_{z}=H_{I}$. Da: $H_{z}\cdot I_{z}+H_{I}\cdot I_{I}=H_{n}\cdot I_{n}$, so folgt: $H_{z}\cdot I_{z}+H_{z}\cdot I_{I}=H_{n}\cdot I_{n}$, $H_{z}(I_{z}+I_{I})=H_{n}\cdot I_{n}$, und weil $I_{z}+I_{I}=I_{n}$, $I_{z}+I_{I}=I_{n}$, $I_{z}+I_{z}=I_{z}$. II. $I_{z}=H_{z}=H_{z}$

Bei sehr hoher Sättigung sind somit gleiche Feldstärken in Nuten, Zacken und Luftspalt vorhanden und sind die Kraftlinien in diesen Teilen mit den zur Maschinenaxe senkrecht stehenden und durch diese Axe gehenden Strahlen in Uebereinstimmung.

Vergleichen wir die Formel I mit der soeben erhaltenen II, so sehen wir, dass H_n von etwa $^1/_{10}$ H_I bis zur Gleichheit mit H_I anwachsen wird, wenn die Zackeninduktion von etwa 15 000 C. G. S. bis zu den höchsten Sättigungen der Stege zunimmt.

Ganz abgesehen von dem Einfluss der aus den Zahnflanken tretenden Kraftlinien, erschwert der Umstand, dass für Steginduktionen von 15 000 C. G. S. bis etwa 25 000 C. G. S. μ stark variiert, die genaue Berechnung von H_n . Eine gewisse Unsicherheit für H_n ist innerhalb dieser Werte von B_z kaum vermeidlich.

Wir setzen nun, um allgemeiner vorzugehen, voraus, es sei der Luftabstand in der Polaxe kleiner als an den Polhörnern. Dann ist die Berechnung der zur Ueberbrückung des Luftspaltes erforderlichen Ampèrewindungen für die der Polaxe zunächstliegenden Zacken und Nuten durchzuführen, wo die Feldstärke maximal ist. Auf der Längeneinheit des Ankers geht pro Nutteilung t der Flux $H_{max} \cdot t \cdot 1$ cm durch. Es kommt von der Zacke als Anteil desselben der $\frac{S_k}{t}$ te Teil, wenn $H_n = H_z$, also bei allerhöchster Steginduktion B_z und wenn

mit s_k die Zackenbreite am Kopf bezeichnet wird. Es ist $\frac{s_k}{t} = -\frac{5}{10}$. Wenn hingegen H_n vernachlässigbar ist, kommt von der Zacke der $\frac{t}{t}$ te Teil; dies trifft ungefähr ein bei

allerkleinster Induktion B_z . Somit kommt von der Zacke bei üblichen Induktionen etwa

$$\frac{8-9-(10)}{10}\,H_{max}\cdot t\,.$$

Die Kontinuitätsgleichung für diesen von der Zacke kommenden Flux ist zu schreiben:

$$\frac{8 \div 9 \div (10)}{10} H_{max} \cdot t = H_k \cdot s_k = 0.85 \text{ s} \cdot B_z,$$

wenn die in Abbildung 18a und 18b zu entnehmende Bezeichnungsweise angenommen wird. Indem der Koeffizient $\frac{8 \div 9}{10}$ vorläufig eingeschätzt wird, erhält man aus dieser Formel H_k und B_z . (H_k = Feldstärke in der Luft ganz nahe an der Zahnkrone).

Je nachdem der einfache minimale Luftabstand grösser oder kleiner ist als die Nutenöffnung an der Krone, unterscheiden wir zwei Fälle:

1. Nach Abbildung 18 a ist:

$$\frac{1}{2}I_{l \min} > u.$$

Solange die Kraftlinien im Luftspalt nicht alle vorwiegend radial angenommen werden müssen, können wir die von zwei benachbarten Zacken kommenden Kraftlinien als zu einem homogenen Felde vereinigt ansehen, an der Stelle wo sie den Kreiszylinder durchsetzen, dessen Peripherie von der Zahnkrone um den Abstand u absteht. Die Erfahrung hat nämlich gelehrt, dass bei gewöhnlichen Verhältnissen, sobald der Luftspalt nicht kleiner ist als die Nutenöffnung, dann in massiven Polen keine Wirbelströme infolge der Nutung auftreten. Nehmen wir nur soweit Rücksicht auf die Art und Weise wie sich die Kraftlinien bei relativ kleinen Zackeninduktionen von der Zahnkrone aus krummlinig ausbreiten, dass wir die erforderlichen Ampèrewindungen für die Strecke vom Zahnkopf bis zur erwähnten Kreiszylinderfläche mit einem kleinen Ueberschuss berechnen, so ist approximatif die mittlere Feldstärke von der Zahnkrone bis zum Abstande u von derselben zu setzen:

$$H_m=\frac{H_k+H_{max}}{2},$$

und somit der Beitrag zu $\Sigma(H \cdot I)$ bezüglich Luftspalt, vom Zahnkopf bis zur Poloberfläche (pro magnetischen Kreis gerechnet):

$$H_m \cdot 2u + H_{max} (I_{l min} - 2u).$$

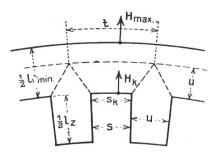


Abbildung 18 a. Grosser Luftspalt im Vergleich zur Nutöffnung.

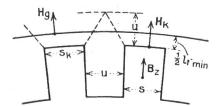


Abbildung 18 b. Kleiner Luftspalt im Vergleich zur Nutöffnung.

2. Wenn nach Abbildung 18 b:

$$\frac{1}{2}I_{l \min} < u,$$

dann ist anzunehmen, dass bei relativ kleinen Zackeninduktionen die aus der Zahnkrone austretenden Kraftlinen, solange sie in der Luft sind, Bahnen aufweisen, welche von denjenigen des vorigen Falles nicht allzu stark abweichen. Der oben angeführte Kreiszylinder mit dem Abstand u hat jetzt nur eine ideelle Bedeutung, denn im Poleisen sind die Kraftlinien schon sehr bald nach ihrem Eintritt zu fast homogenem Feld vereinigt. Soll nun mit analogem Ueberschuss gerechnet werden wie im ersten Fall, so wird:

$$H_m = \frac{H_k + H_g}{2}$$
.

 H_k wird aus der oben angegebenen Kontinuitätsgleichung berechnet. Zur Bestimmung von H_g ist die der obigen analoge Kontinuitätsgleichung zu schreiben:

$$\frac{8 \div 9 \div (10)}{10} \, H_{max} \cdot t \, = \, H_g \, (s_k + \frac{1}{2} \, I_{I \, min}) \, .$$

Der Ausdruck des vom Luftspalt benötigten Beitrages zu $\Sigma(H \cdot I)$ reduziert sich in diesem Fall auf:

$$H_m \cdot I_{l \ min}$$
.

Zu den hiermit berechenbaren Beiträgen zu Σ ($H \cdot I$) kommt der Beitrag infolge der magnetisierenden Feldstärke in der Zacke, also $H_z \cdot I_z$ pro magnetischen Kreis, hinzu. Es muss $H_k > H_g > H_{max}$ sein, sofern der Koeffizient $\frac{8 \div 9}{10}$ richtig geschätzt wurde. Zur Kontrolle dieses vorläufig geschätzten Koeffizienten ist, entweder aus dem Ausdrucke für den ersten Fall:

$$H_z \cdot I_z + H_m \cdot 2 u + H_{max} (I_{l min} - 2 u) = H_n \cdot I_n$$

oder aus demjenigen für den zweiten Fall:

$$H_z \cdot I_z + H_m \cdot I_{1 min} = H_n \cdot I_n$$

 H_n berechenbar. Der Flux durch die Nuten ist dann:

$$H_n \cdot u \cdot 1$$

und der Flux durch die Zacken:

$$B_z \cdot s \cdot 0.85$$

so dass der Koeffizient $\frac{8 \div 9 \div (10)}{10} = k$ sein müsste:

$$k = \frac{B_z \cdot s \cdot 0.85}{B_z \cdot s \cdot 0.85 + H_n \cdot u \cdot 1}$$

Der aus diesem Bruch sich ergebende Wert wird im allgemeinen mit dem eingangs geschätzten nicht übereinstimmen. Mittels Einsetzen desselben an Stelle des früher eingeschätzten, kann man die Rechnung von H_k , B_z etc. wiederholen. Der sich so aus zweiter Rechnung ergebende Kontrollwert von k wird von dem durch die erste Kontrollrechnung erhaltenen Wert sehr wenig abweichen. Erachtet man die Abweichung als noch zu gross, so kann man das Näherungsverfahren wiederholen.

Durch Anwendung der so erhaltenen Formeln ergibt sich die Berechnung der Werte H_{k1} und H_{g1} in Abbildung 15. Es kann hier bei Annahme, dass im Rotor die gleiche Verteilung des Fluxes auf Zacken und Nuten stattfinde wie im Stator, gesetzt werden:

$$\frac{8 \text{ bis } 9}{10} H_1 \cdot t_{st} = H_{k1} \cdot s_{k,st}$$

$$= B_{z,st \ 1} \cdot 0,85 \ s_{st} \ (B_{z,st \ 1} = \text{Statorzacken-Induktion zwischen } K \text{ u. } L).$$

$$= H_{g \ 1} \ (s_{k,st} + \frac{1}{2} I_I - n \cdot u_{k\varrho})$$

oder, wenn der Luftspalt im Verhältnis zur Nutöffnung des Stators gross genug ist,

$$=H_{g1}\left(t_{st}-n\cdot u_{kQ}\right).$$

n ist die Zahl der Rotornuten pro Statornutteilung t_{st} , u_{kQ} die Nutöffnungsbreite im Rotor. (Es ist zu bemerken, dass bei Annahme geschlossener Nuten diese Formel dieselbe Form behalten kann, weil, infolge der dann gewöhnlich eintretenden sehr starken Sättigung der Nutenüberdeckung, ein ganz homogenes Feld auf den Stator- und Rotoroberflächen nicht zustande kommt. Man muss also auch dann u_{kQ} ein Mass beilegen, wobei gleichzeitig s_{kQ} geschätzt wird.)

$$H_{g1} \cdot s_{k \, \varrho} = B_{z \, \varrho \, 1} \, 0.85 \, s_{\varrho}$$
 $(B_{z \, \varrho \, 1} = \text{Rotorzacken-Induktion zwischen } K \, \text{und } L).$

Es sind dann H_{k1} , H_{g1} , $B_{z\,st\,1}$, $B_{z\,\varrho\,1}$ berechenbar und können die $B_{z\,st\,1}$ und $B_{z\,\varrho\,1}$ entsprechenden $H_{z\,st\,1}$ und $H_{z\,\varrho\,1}$ aus den Induktionskurven entnommen werden.

Führt man nun die ideelle Länge I1 des Luftspaltes ein, indem man:

$$\frac{H_{k1}+H_{g1}}{2}\cdot I_{l}=H_{l}\cdot I_{l}$$

oder bei hinlänglich grossem Luftspalt im Verhältnis zur Nutöffnung:

$$\frac{H_{k\,l} + H_{l}}{2} \cdot 2 \, u_{k,\,st} + \frac{H_{l} + H_{g\,l}}{2} \cdot 2 \, u_{k\varrho} + H_{l} \left\{ I_{l} - 2 \left(u_{k,\,st} + u_{k,\,\varrho} \right) \right\} = H_{l} \cdot I_{l}$$

setzt, dann darf man, da die Sättigungen mit Ausnahme der Zackeninduktionen verhältnismässig gering sind, setzen:

$$H_{z s t I} \cdot I_{z s t} + H_{z \varrho I} \cdot I_{z \varrho} + H_{I} \cdot I_{I} = 0,4 \text{ n } I_{a} \cdot s_{I},$$

wo der Ausdruck rechts die magnetomotorische Kraft des Stators zwischen K und L, sowie zwischen S und T bedeutst. Hieraus ergibt sich dann:

$$H_1 = f^*(I_a \cdot s_I) = f(I_a),$$

wenn unter s_I die Drahtzahl in den Nuten L, M, N, O, P, Q, R und S verstanden wird (Abbildung 14 und 19). I_a bedeutet Gleichstrom, oder einen Wechselstrom-Augenblickswert $I_{a\ mom}$. In Abbildung 20 ist die Funktion H_I , welche als Charakteristik des betrachteten, zwischen K und L gelegenen Einzelkreises I angesehen werden kann, dargestellt.

Für den Fall von parallelgeschalteten Leiterabteilungen im Stator ist die Kurve H_1 zunächst in Abhängigkeit von $j_{st} \cdot s_1$ (j_{st} = Gleichstrom oder Momentanstrom in einer Stromabteilung des Stators) zu zeichnen; dann ist der Proportionalitätsfaktor zwischen $j_{st} \cdot s_1$ und I_a zu bestimmen und damit der Masstab der Abszissen zu bilden. Die Kurve für die Zugkraft hat sich natürlich auf die ganze Ankerstromstärke zu beziehen.

Für den magnetischen Einzelkreis mit der Feldstärke $H_{\rm II}$ gilt entsprechend:

$$H_{z st II} I_{z st} + H_{z \varrho II} \cdot I_{z \varrho} + H_{II} \cdot I_{II} = 0.4 \pi I_a s_{II}$$

wo s_{II} gleich ist der Drahtzahl in den Nuten M, N, O, P, Q und R. Ganz analoge Ausdrücke bestehen im weitern für $H_{\rm III}$ und $H_{\rm IV}$.

Wenn nun in jeder Nut gleichviel Drähte sind, dann gilt nach dem Beispiel der Abbildung 19 der Zusammenhang:

$$s_{II} = \frac{3}{4} s_I, \quad s_{III} = \frac{1}{2} s_I, \quad s_{IV} = \frac{1}{4} s_I.$$

Ist $I'_a = \frac{4}{3}I_a$ ein neuer Wert von I_a , dann ist

$$I'_a \cdot s_{II} = \frac{4}{3} I_a \cdot \frac{3}{4} s_I = I_a \cdot s_I.$$

Wenn $H'_{z \, st \, II}$ sowie $H'_{z \, \varrho \, II}$ und $H'_{\, II}$ dem Werte I'_a entsprechen, dann gilt:

Abbildung 19. Bezeichnung der Stator-Windungszahlen pro Polpaarbogen.

$$H'_{z\,st\,II} \cdot I_{z\,st} + H'_{z\,\varrho\,II} \cdot I_{z\,\varrho} + H'_{II} \cdot I_{II} = H_{z\,st\,I} \cdot I_{z\,st} + H_{z\,\varrho\,I} \cdot I_{z\,\varrho} + H_{I} \cdot I_{I}$$

Und da für die Annahme einer anderen Verteilung der Total-Ampèrewindungen auf Zacken und Luft kein Grund vorliegt, vielmehr die Abmessungen der Zacken des magnetischen Kreises II identisch sind mit denjenigen des ersten magnetischen Kreises I, so werden die entsprechenden Grössen übereinstimmen, also: $I_{\rm II} = I_{\rm I}$ und $H_{\rm II}{}' = H_{\rm I}$ sein.

Die Kurve $H_{\rm II}$ geht somit aus der Kurve $H_{\rm I}$ durch Affinität in Bezug auf die Vertikalachse hervor und der Proportionalitätsfaktor ist hier $\frac{4}{3}$. Analog würden wir finden,

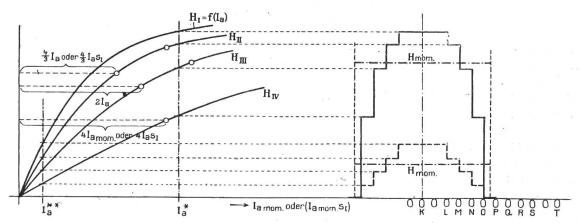


Abbildung 20. Ableitung der Charakteristiken der einzelmagnetischen Kreise und der Feldstaffelungen bei verschiedenen augenblicklichen Stromintensitäten.

dass die Kurve $H_{\rm III}$ durch Affinität mit $H_{\rm I}$ hervorgeht, wobei der Proportionalitätsfaktor $\frac{2}{1}$ ist; entsprechend beträgt der Proportionalitätsfaktor $\frac{4}{1}$ für die Kurve $H_{\rm IV}$.

In Abbildung 20 sind die so abgeleiteten Charakteristiken der einzelnen magnetischen Kreise entwickelt und kann man aus dieser Abbildung für jeden Momentanwert des Statorstroms oder der totalen Ampèrewindungszahl pro Polpaar die Werte $H_{\rm I}$, $H_{\rm III}$, H_{\rm

Durch Wiederholung dieses Verfahrens gelangt man dazu, die Feldkurven oder eigentlich Feldstaffelungen bei jedem Momentanwert der Stromstärke I_a *, I_a ** aufzeichnen zu können. Man wird dann konstatieren, dass bei kleinen Werten der Stromstärke I_a , wenn also die Zacken eine kleine Induktion haben, die Form dieser Feldkurve ebenfalls affin ist mit derjenigen der Staffelung der magnemotorischen Kraft. Bei grössern Werten der Stromstärke muss die betreffende Feldkurve stärker abgeflacht sein Die Form der Feldkurve ändert sich also im Laufe der Periode des Wechselstroms, der die Statorwicklungen durchfliesst. Somit ändert sich im Laufe der Periode auch das Verhältnis zwischen Maximalwert und Mittelwert der Feldstärke.

Bei jedem Momentanwert der Ankerstromstärke $I^*_{a\ mom}$ ist aber aus der erhaltenen Feldstaffelung dieser Mittelwert \overline{H}^*_{mom} der Feldstärke durch Planimetrierung erhältlich, so dass wir eine Kurve erhalten können von der Form (Abbildung 1) $\overline{H}_{mom} = f_1 (I_{a\ mom})$.



Communications des organes de l'Association.

Ordre du jour et Rapports pour l'Assemblée générale de l'A. S. E.

Ordre du jour

de la

XXIVME ASSEMBLÉE GÉNÉRALE

de l'Association suisse des Electriciens

le dimanche 15 octobre 1911, à 10 heures du matin au Victoria Hall à Genève.

- 1. Nomination des scrutateurs.
- Approbation du procès-verbal de l'Assemblée générale extraordinaire du 26 mars 1911 à Zurich.
- 3. Rapport annuel du Comité sur l'exercice 1910/11.
- 4. Rapport annuel de la Commission de surveillance des Institutions de contrôle sur l'exercice 1910/11.
- 5 Rapport des vérificateurs des comptes sur la comptabilité de l'Association et des Institutions de contrôle.
- 6. Comptes de l'année et budget de l'A. S. E.
- 7. Proposition de la Commission de surveillance concernant l'emploi de l'excédent des comptes des Institutions de contrôle.
- 8. Budget des Institutions de contrôle 1911/1912.
- 9. Fixation de la cotisation annuelle.