

**Zeitschrift:** Journal suisse d'apiculture  
**Herausgeber:** Société romande d'apiculture  
**Band:** 91 (1994)  
**Heft:** 10

**Buchbesprechung:** Lu pour vous

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

---

# LU POUR VOUS

---

## Abeilles, animaux, plantes et mathématiques

Suite des N<sup>os</sup> 140 à 142, *La Santé de l'Abeille*, mars-août 1994.

Nous connaissons déjà la complémentarité à double sens des plantes et des abeilles : les butineuses, sur certaines plantes, récoltent le pollen et le nectar, aliments de leurs colonies. De leur côté, un grand nombre d'espèces végétales exigent, pour que leurs fleurs évoluent en graines, que des abeilles transportent du pollen depuis les étamines, organes mâles de leurs fleurs, jusque sur les pistils, organes femelles d'autres fleurs de la même espèce.

Voilà donc les mathématiques venues à leur tour, si nous pensons qu'elles n'étaient pas les premières, relier plantes et abeilles.

### Mathématiques

Les mathématiciens ne s'intéressent pas spécialement aux abeilles, non plus qu'aux plantes. Pourtant, ils connaissent la succession 1, 2, 3, 5, 8, 13, dont voici l'origine.

Le mathématicien italien Léonard de Pise (1170-1250), appelé aussi Fibonacci, est resté célèbre par sa maîtrise des mathématiques. Ses ouvrages traitent des méthodes de calcul, de l'algèbre, de la géométrie, de la trigonométrie. Il tenta de résoudre le problème de la prolifération des lapins.

*Lapins* (fig. 10). Imaginons qu'une lapine donne naissance à sa première portée à l'âge de deux mois et que les portées suivantes se succèdent tous les mois (ces intervalles sont en réalité trop courts, mais simplifient l'explication). Supposons de plus que chaque portée compte une (et une seule) jeune lapine... qui elle-même donnera naissance à sa première portée deux mois plus tard. Portons notre attention sur la progression du nombre de lapines. La figure 10 illustre la descendance de sexe féminin d'une lapine, en tenant compte de ces règles.

Nous constatons que le nombre total de lapines suit la progression 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21... C'est pour les mathématiciens la suite de Fibonacci, dont chaque terme est égal à la somme des deux nombres qui le précèdent. Dans le cas présent, cette propriété résulte simplement de ce que les 8 lapines présentes, par exemple en juin, se composent des 5 déjà présentes en mai et des 3 qui sont nées des 3 lapines âgées d'au moins deux mois, déjà présentes en avril.

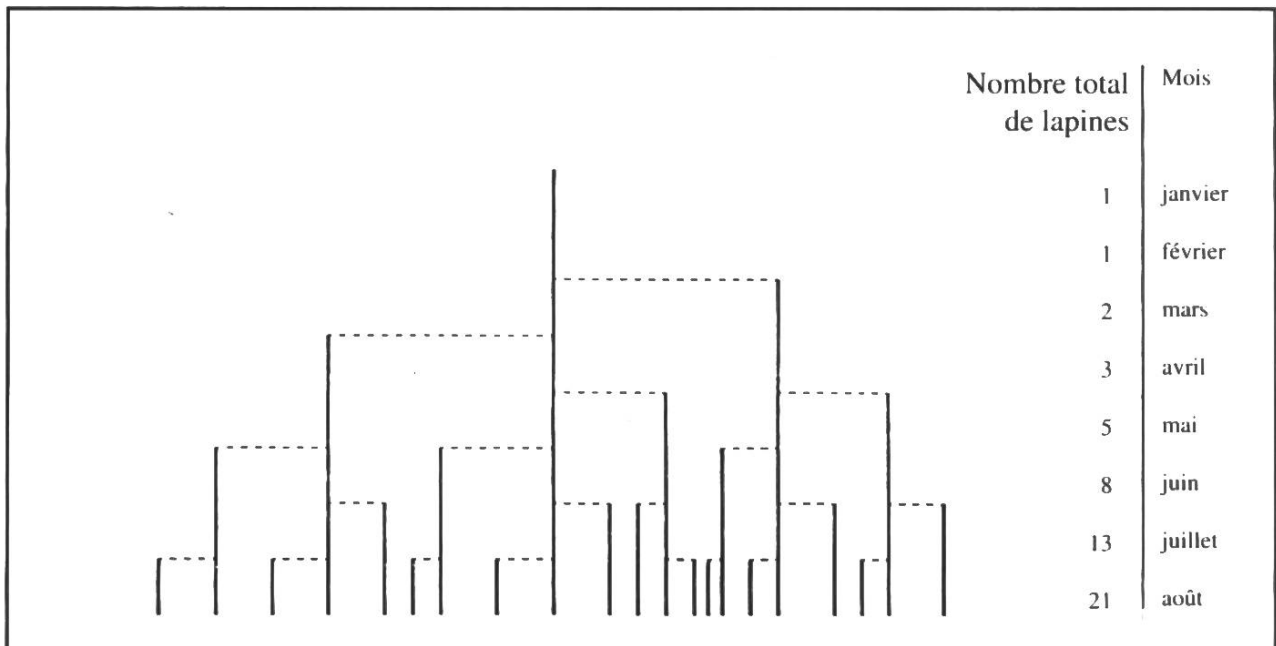


Fig. 10. Lapines et série de Fibonacci. Première portée à l'âge de deux mois.

C'est précisément cette suite de Fibonacci que nous avons rencontrée dans la généalogie des abeilles ainsi que dans le nombre de spirales tracées par l'implantation des feuilles, bourgeons, bractées, fleurs et fruits.

*Nombre d'or.* Fibonacci rapporta chaque nombre de sa suite au précédent. Il obtint:  $3/2 = 1,5$ ;  $5/3 = 1,666$ ;  $8/5 = 1,600$ ;  $13/8 = 1,625$ ... En poursuivant, le rapport d'un nombre à celui qui le précède se stabilise à partir de la 11<sup>e</sup> fraction à 1,618, valeur appelée nombre d'or. Ce nombre connu des architectes correspond à une proportion considérée particulièrement esthétique.

*Rectangle d'or* (fig. 11). Représentons sous forme géométrique la suite de Fibonacci. Partant d'un carré de côté 1, ajoutons un autre carré de côté 1, puis, en tournant chaque fois d'un quart de tour, traçons les carrés qui ont pour côtés 2, 3, 5, 8... Chaque carré ajouté régulièrement aux autres, sans perte d'espace, forme avec ceux qui le précèdent, au bout d'un grand nombre d'opérations, un rectangle dit rectangle d'or, dans lequel le rapport longueur sur largeur est égal au nombre d'or: 1,618.

*Spirale logarithmique* (fig. 11). L'enroulement régulier et progressif des carrés de plus en plus grands décrit une spirale que nous pouvons tracer en ajoutant les uns aux autres des arcs de cercle ayant pour centre l'un des angles du dernier carré à partir du 2<sup>e</sup> et pour rayon le côté de ce carré.

Le rayon de cette spirale (entre l'un des points du premier carré et la périphérie) croît en progression géométrique, alors que l'angle qu'il forme avec la direction de départ croît en progression arithmétique.

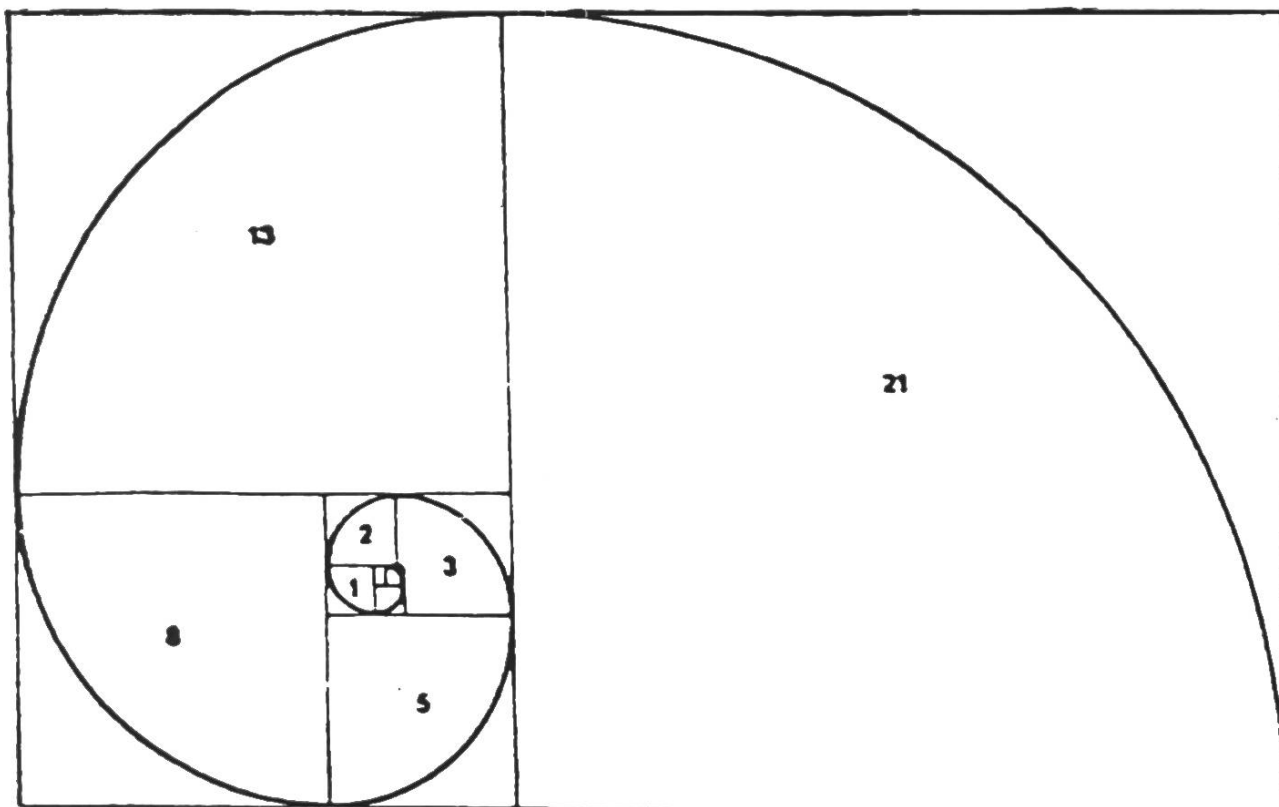


Fig. 11. Rectangles d'or et spirale logarithmique.

Nous avons affaire à une spirale logarithmique dont la longueur du rayon est multipliée par le nombre d'or chaque fois que l'on tourne d'un quart de tour.

Cette spirale logarithmique existe dans la nature depuis des millions d'années. C'est celle des ammonites (fig. 12), fossiles caractéristiques de l'ère secondaire (de - 225 à 565 millions d'années).

Aujourd'hui, c'est celle de la coquille de l'escargot (fig. 12), de la disposition des fleurs en tube du capitule de tournesol, des carlines (fig. 13) et bien d'autres espèces végétales. C'est aussi la courbe obtenue par la projection sur un plan des lignes tracées par les écailles des artichauts, des ananas, des pins (fig. 14), des épicéas, etc. Sur le même capitule, sur le même cône, sur le même fruit, des spirales logarithmiques s'enroulent en sens contraire: une ou deux comme tournent les aiguilles d'une montre, deux ou une en sens inverse.

Nous avons compté ces spirales, nous en avons noté le nombre. C'est exactement l'un des éléments de la suite de Fibonacci.

Nous pourrions pénétrer plus avant dans les mathématiques. Ce serait certainement courir le risque de trop nous écarter — si ce n'est déjà fait — de l'apiculture.

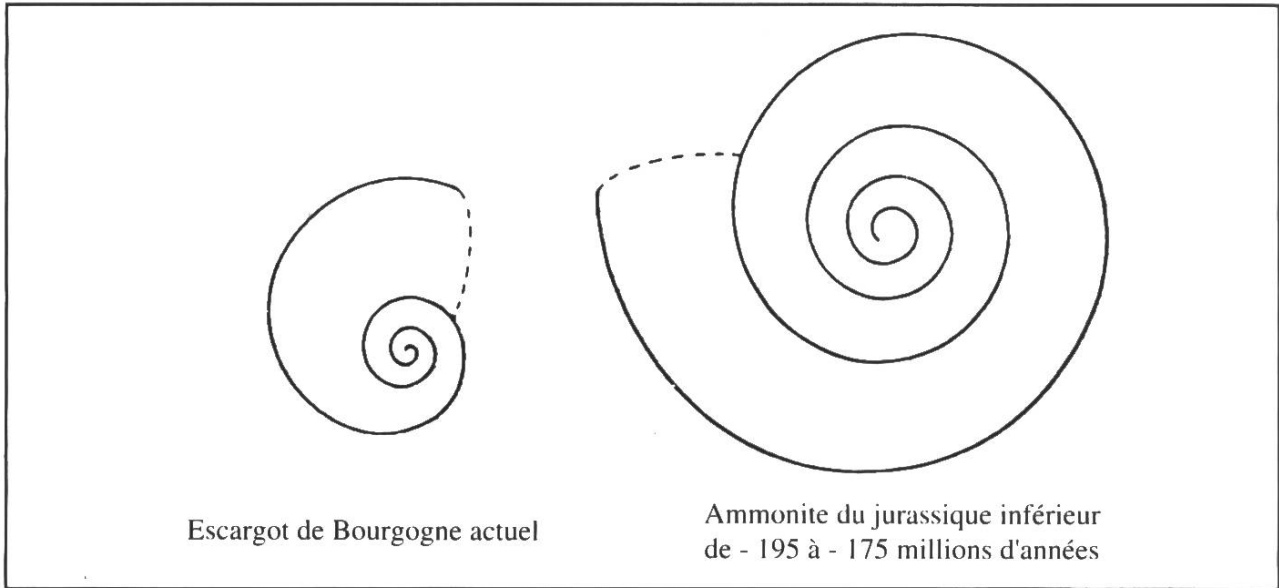


Fig. 12. Spirales logarithmiques.

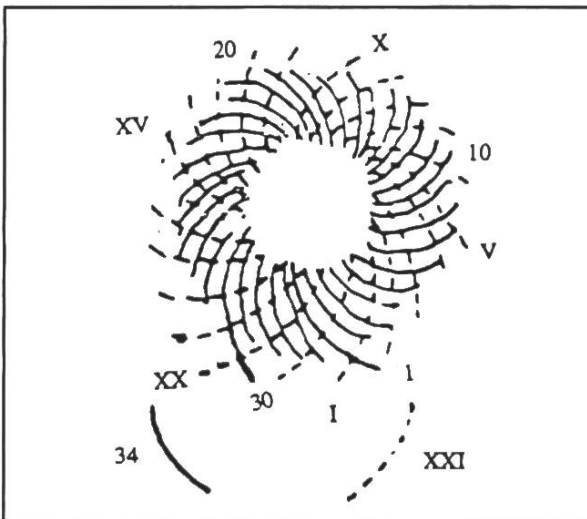


Fig. 13. *Carlina acaulis*. N'est tracée qu'une seule série de spirales dans chaque sens.

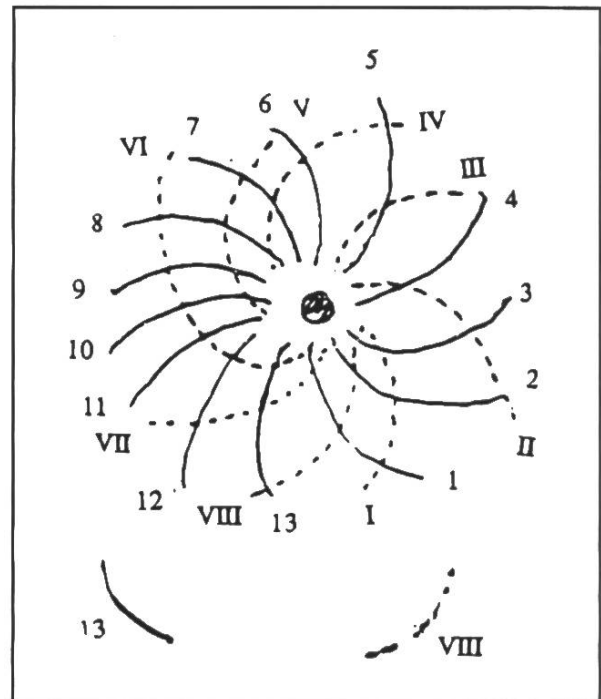


Fig. 14. *Pinus silvestris*. Point d'attache sur l'arbre au centre du schéma.

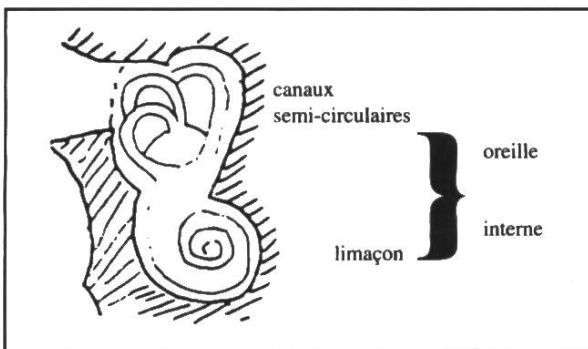


Fig. 15. Schéma de l'oreille interne.

Permettez quand même quelques lignes qui nous ramèneront à notre point de départ : l'espèce humaine. Dans l'oreille interne des mammifères (fig. 15), dans notre oreille interne, des récepteurs au-

ditifs tapissent l'intérieur d'un tube progressivement élargi qui a pour nom limaçon, parce qu'il est enroulé sur lui-même en spirale. Logé avec l'oreille moyenne et toute l'oreille interne dans la cavité osseuse du rocher, partie de l'os temporal, ce limaçon ne livre pas facilement ses secrets. Or, lui aussi est une spirale logarithmique. Demandez-en confirmation à votre médecin.

## Conclusion, généralisation

Les ascendants d'une reine d'abeilles, la progéniture d'une lapine, l'enroulement d'une coquille d'escargot, les particularités d'un cône de pin, d'un capitule de tournesol, d'une tige de pommier, le nombre d'or des architectes, le limaçon de notre oreille interne, quel mélange, quelle salade !

Pourtant, la même série de chiffres réunit certains aspects de la morphologie des plantes, des animaux, de nous-mêmes, l'esthétique des artistes, les cogitations des mathématiciens. A travers cette variété des formes reliées par une même expression mathématique, nous ne faisons que survoler l'apiculture : d'aucuns invoqueront le chaos, le hasard, le désordre, tout au plus une coïncidence, à moins qu'ils ne perçoivent la touche du grand architecte de l'univers ou l'une des règles de la construction du monde. Et vous, qu'en pensez-vous ?

## Bibliographie

Chadefaud et Régnier, *Physiologie végétale*, Sciences naturelles, Delagrave, 1960.

André Warusfel, *Les nombres et leurs mystères*, pp. 92 à 106, Ed. du Seuil.

Morris Kline, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*.

S. Gindikine et A. Bendoukidze, *Le nombre d'or : dans les mathématiques venues d'ailleurs*, Belin.

Ces trois dernières références sont dues à l'amabilité de B. Lazareff, astronome de l'Institut de radioastronomie (IRAM), qui a bien voulu me documenter et me conseiller pour préparer cet article.

Tiré de *La Santé de l'Abeille*, N<sup>os</sup> 140 à 142, mars-août 1994.

**Pierre Jean-Prost**

## Les abeilles tueuses

par Thomas Rinderer, Benjamin Oldroyd, Walter Sheppard

Suite du N° 196, *Pour la Science*, février 1994.

Pour savoir si les abeilles d'Amérique du Sud et d'Amérique centrale présentaient des différences morphologiques avec *Apis mellifera scutellata* — ce qui indiquerait l'existence probable d'un brassage génétique — nous les avons comparées avec les abeilles européennes et africaines par une analyse discriminante. Nous avons découvert que les populations sauvages du Mexique, du Brésil, d'Argentine et du Venezuela possèdent à la fois des caractères des abeilles européennes et africaines, à des degrés divers, en ressemblant davantage aux abeilles africaines.

De surcroît, la représentation des mesures cumulées de trois groupes de caractères différents, dans un système d'axes tridimensionnel, montre que le point qui correspond aux abeilles purement africaines est très éloigné de celui qui correspond aux abeilles d'origine européenne (voir la figure 5). Les points correspondant aux abeilles du Mexique, du Brésil, d'Argentine et du Venezuela se trouvent entre ces deux extrêmes, mais plus près de la valeur africaine, au tiers de la distance qui sépare cette dernière de la valeur européenne. Ces résultats indiquaient que les abeilles qui menaçaient les Etats-Unis n'étaient plus de type purement africain, mais des hybrides qui avaient acquis des gènes européens durant leur migration.

Cependant ce résultat aurait pu s'expliquer de deux autres façons. Notamment, les abeilles africaines qui ont été importées en petit nombre au Brésil auraient pu porter quelques gènes qui leur auraient conféré une morphologie proche de celle des abeilles européennes. Dans ce cas, elles auraient engendré sur le continent américain des descendantes ressemblant aux abeilles européennes, même en l'absence de croisements. Une autre hypothèse aurait été la sélection naturelle d'abeilles africaines qui auraient ressemblé par hasard aux abeilles européennes.

Toutefois ces hypothèses ont été démenties par l'étude comparative des enzymes des abeilles européennes et africaines. Des études antérieures avaient montré que 98 % des abeilles africaines portent une même forme (un allèle) d'un gène qui spécifie la séquence en acides aminés d'une enzyme particulière, la déshydrogénase de l'acide malique. En revanche, chez les abeilles européennes, cet allèle est rare.

Jorge Lobo, de l'Université de São Paulo, a analysé les formes de la déshydrogénase de l'acide malique chez les abeilles du Brésil : seules 70 à 80 % d'entre elles portaient l'allèle fréquent chez l'abeille africaine. Des résultats comparables ont été obtenus avec d'autres enzymes. Par conséquent, une partie de la population d'abeilles étudiées au Brésil était issue de



*Fig. 4.* Ces plants de melon (au premier plan), qui poussent près d'une zone résidentielle en Californie du Nord, seront pollinisés par les abeilles européennes contenues dans les ruches blanches. Avec l'arrivée des abeilles africanisées aux Etats-Unis, les agriculteurs risquent d'éprouver des difficultés croissantes à trouver des abeilles européennes pour la pollinisation, payant plus cher les services des abeilles disponibles. Pour cette raison notamment, l'arrivée des abeilles africanisées aux Etats-Unis risque de réduire les bénéfices annuels des apiculteurs et des agriculteurs.

croisements (les différences morphologiques et enzymatiques entre les abeilles africanisées et les abeilles vivant en Afrique ont peu de chances d'être le fruit du hasard).

Pourtant d'autres observations contredisaient l'hypothèse de l'hybridation. Notamment, dans les régions colonisées, les abeilles présentent des comportements typiquement africains : un comportement défensif extrême et une forte tendance à essaimer et à abandonner leurs ruches. Si ces abeilles étaient issues de croisements, pourquoi n'observe-t-on pas l'effet de ces

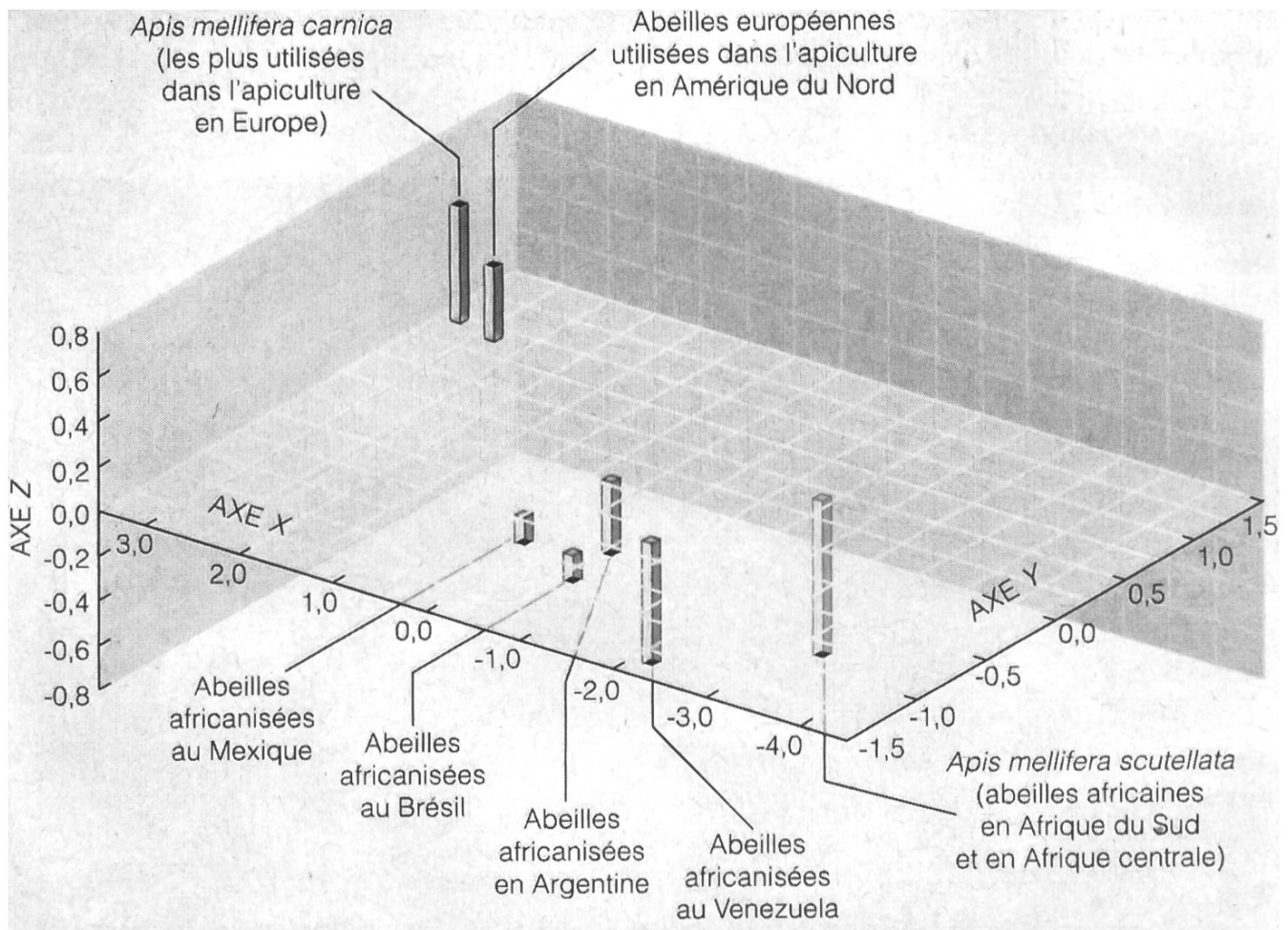


Fig. 5. Les mesures morphologiques des abeilles européennes, africaines et africanisées ont été résumées sur ce diagramme en trois dimensions. Les axes représentent les valeurs des mesures pour des groupes de caractères distincts. Chaque bâton repose sur le plan d'élévation (z) nulle. Son extrémité opposée (foncée), au-dessus ou au-dessous de ce plan, indique la morphologie générale de chaque groupe d'abeilles. La morphologie des abeilles africanisées est intermédiaire entre celle des abeilles européennes et africaines, ce qui suggère que les abeilles africanisées vivant sur le continent américain résultent des croisements entre les abeilles européennes et africaines.

derniers sur leur comportement? En outre, les premières études génétiques semblaient infirmer l'hypothèse de l'hybridation. Ces études se fondaient sur la comparaison de l'ADN mitochondrial des abeilles des zones colonisées avec celui des abeilles européennes et africaines. Les mitochondries (les centrales de production d'énergie des cellules) renferment de petites molécules circulaires d'ADN qui diffèrent de l'ADN du noyau cellulaire. Alors que l'ADN du noyau détermine les caractères morphologiques et comportementaux, l'ADN mitochondrial ne porte qu'une douzaine de gènes, qui sont indispensables à la production d'énergie. Chez la plupart des espèces animales (y compris l'homme), les mitochondries et leur ADN proviennent exclusivement de la mère.

L'ADN mitochondrial des abeilles africaines et celui des abeilles européennes ont des séquences en nucléotides (les sous-unités de l'ADN) légèrement différentes. En recherchant des marqueurs connus sur les segments d'ADN mitochondrial des abeilles des zones africanisées, les biologistes ont reconstitué l'ascendance maternelle de ces insectes. Les marqueurs qu'ils ont recherchés sont des différences dans les fragments d'ADN résultant du découpage de l'ADN mitochondrial par une enzyme. Par exemple, un fragment de l'ADN de type africain correspond à deux fragments plus petits dans l'ADN de type européen.

Les premières études avaient montré que l'ADN mitochondrial européen était quasi absent chez les abeilles étudiées: on avait conclu que presque aucune d'elles ne provenait d'une reine européenne, car si les abeilles africanisées s'étaient croisées avec leurs congénères européennes, l'ADN mitochondrial européen aurait été davantage représenté.

Ces résultats indiquaient-ils l'existence d'un phénomène inhibant les croisements? Ou bien les abeilles étudiées provenaient-elles de régions où les abeilles européennes sauvages étaient rares, donc pouvaient rarement se croiser avec les intruses d'origine africaine? *(A suivre)*

## Commandez maintenant!



**Boîtes à miel, en carton cellulose,  
type MEIER, impression 4 couleurs**

Art. N° 5518

**½ kg, 65 ct pièce (au lieu de 95 ct)**

Art. N° 5516

**1 kg, 80 ct pièce (au lieu de 1 fr. 10)**

Ces boîtes à miel ne sont plus fabriquées. Pour cette raison, nous liquidons notre stock et vous les offrons à ces prix de liquidation.

**La mise en pots du miel est toujours autorisée!**

**BIENEN  
MEIERKÜNTEN**

Une entreprise de R. Meiers Söhne SA

Fahrbachweg 1  
5444 Künten  
Tél. (056) 96 13 33  
Fax (056) 96 33 22

