Zeitschrift: Journal suisse d'apiculture

Herausgeber: Société romande d'apiculture

Band: 88 (1991)

Heft: 11-12

Rubrik: Courrier des lecteurs

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 29.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

COURRIER DES LECTEURS

Bizarre, bizarre... vous avez dit bizarre?

L'article de M. Pierre Pages, publié dans le numéro d'octobre du JSA, a suscité en moi la curiosité d'en savoir un peu plus et de vérifier si effectivement l'arbre généalogique de la reine obéit à la description qu'il a donnée.

J'ai donc fait le tracé de cet arbre généalogique pour 9 générations, que vous pouvez voir ci-après (fig. 1), puis, comme cela me semblait correspondre à son affirmation, j'ai fait le calcul pour 26 générations (tableau 2) et effectivement, aussi bien la descendance des reines que des mâles géniteurs obéit à ce nombre d'or.

Mais voilà, une nouvelle question se pose: «Le nombre d'or, c'est quoi?» Voici ci-après le résultat de mes recherches.

Le Mouch'ti

Nombre d'or

Quelque peu négligé par les mathématiciens de ce siècle, le nombre d'or a joué dans l'Antiquité et à la Renaissance un rôle important dans l'histoire de l'art. Analysons d'abord ce phénomène avec le regard serein du mathématicien; ensuite, nous laisserons libre cours à l'enthousiasme de nos sens artistiques.

Le nombre d'or est le nom de baptême de l'irrationnel algébrique $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Pourquoi un tel nom pour ce nombre assez banal? L'origine historique de cette valeur — suivant la formule consacrée — se perd dans la nuit des temps. C'est à Euclide, le mathématicien grec du III^e siècle avant J.-C., le père de la géométrie, et à ses éléments que nous remonterons pour trouver la première trace écrite de cette valeur. Au troisième livre, Euclide traite de *la division d'un segment en moyenne et extrême raison*: deux points a et b fixés sur une droite D, il s'agit de trouver un point m situé sur la droite D, vérifiant la relation:

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{am}} = \frac{\overline{am}}{\overline{mb}} \qquad \text{ou encore } \overline{am}^{\,2} = \overline{ab}\,\overline{mb} \qquad (1)$$

Le problème est ici posé avec nos notations modernes; $\overline{ab}$ représente la valeur de la mesure algébrique du segment orienté d'origine a et d'extrémité b.

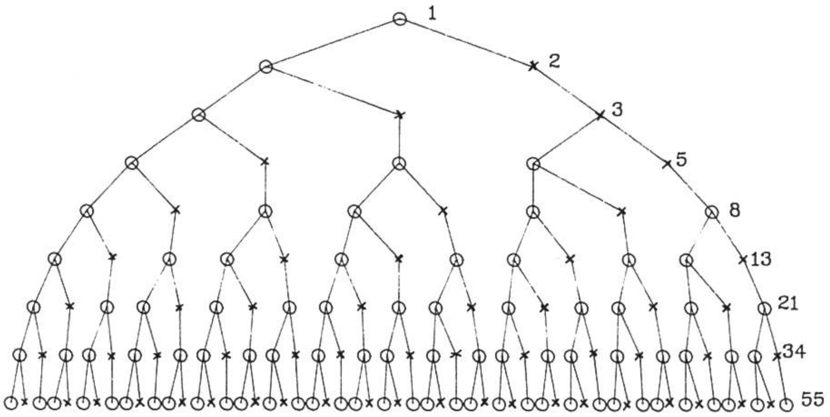


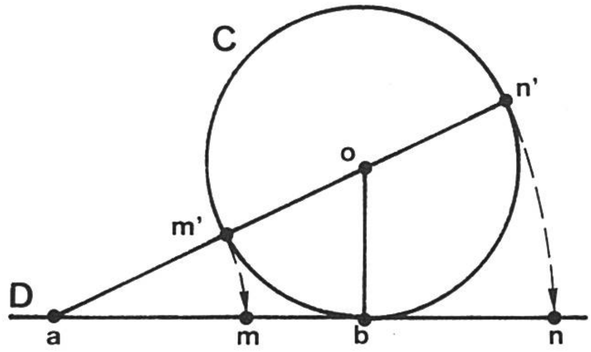
Fig. 1. ○ = reine × = mâle

Tableau N° 2

Reine	Mâle	Aïeux	Rapport
1		2	
1	1	3	1,500000000
1	2	5	1,666666667
3	2	8	1,600000000
5	3	13	1,625000000
8	5	21	1,615384615
13	8	34	1,619047619
21	13	55	1,617647059
34	21	89	1,618181818
55	34	144	1,617977528
89	55	233	1,618055556
144	89	377	1,618025751
233	144	610	1,618037135
377	233	987	1,618032787
610	377	1597	1,618034448
987	610	2584	1,618033813
1597	987	4181	1,618034056
2584	1597	6765	1,618033963
4181	2584	10946	1,618033999
6765	4181	17711	1,618033985
10946	6765	28657	1,618033990
17711	10946	46368	1,618033988
28657	17711	75025	1,618033989
46368	28657	121393	1,618033989
75025	46368	196418	1,618033989
121393	75025	317811	1,618033989
		514229	1,618033989
			Nombre d'or 1,618033988749900

Au début du livre III, Euclide a démontré le résultat suivant: soit un cercle C, et un point extérieur a, la sécante (am′n′) et la tangente (ab) au cercle C. Les triangles a, b, m′ et a, n′, b étant semblables, on trouve:

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{an'}} = \frac{\overline{am'}}{\overline{ab}} \qquad (2)$$



Euclide nous propose de tracer la sécante (am′n′) contenant le centre o du cercle C, de diamètre $\overline{ab}$, tangent à D en b; ensuite de porter m sur (ab) tel que: $\overline{am} = \overline{am'}$ (3) (un simple arc de cercle de centre a suffi !)! On vérifie que m répond à notre demande (1) en partant de (2):

$$\overline{am'}\ \overline{an'} = \overline{ab}^2$$

$$\overline{am}\,(\overline{am'} + \overline{m'n'}) = \overline{ab}^2 \text{ par (3)}$$

$$\overline{am}\,(\overline{am} + \overline{ab}) = \overline{ab}^2$$

$$\overline{am}^2 = \overline{ab}^2 - \overline{ab}\ \overline{am}$$

$$\overline{am}^2 = \overline{ab}\,(\overline{ab} - \overline{am})$$

$$\overline{am}^2 = \overline{ab}\ \overline{mb} \quad \text{ce qui est (1)}$$

On dit que m partage le segment [ab] en moyenne et extrême raison. Si $\overline{an} = \overline{an'}$, remarquons que b partage le segment [an] en moyenne et extrême raison car:

$$\frac{\overline{an}}{\overline{ab}} = \frac{\overline{ab}}{\overline{bn}} \text{ ou } \overline{an}\ \overline{bn} = \overline{ab}^2 \qquad (4)$$

ce qui se vérifie en rapprochant (4) de (2): il suffit de remarquer que:

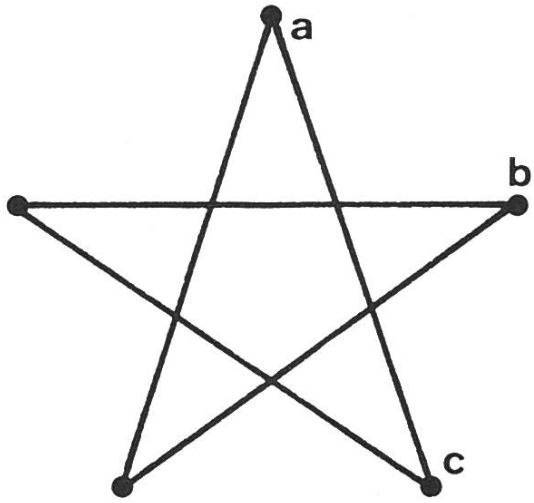
$$\overline{am'} = \overline{am} = \overline{an} - \overline{mn} = \overline{an} - \overline{m'n'} = \overline{an} - \overline{ab} = \overline{bn}$$

Calculons à présent un de ces rapports: (2) par exemple. On pose $\overline{ab} = x$. Par le théorème de Pythagore appliqué au triangle a, b, o, on trouve:

$$\overline{ao} = \frac{x}{2}\sqrt{5}, \text{ d'où } \overline{am} = \overline{am'} = \frac{x}{2}\sqrt{5} - \frac{x}{2} = \frac{x}{2}(\sqrt{5} - 1), \text{ et}$$

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{am}} = \frac{x}{\frac{x}{2}(\sqrt{5} - 1)} = \frac{2}{\sqrt{5} - 1} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

ce qui est le nombre d'or. Numériquement, ce nombre vaut approximativement 1,618033989…



Dans son quatrième livre des éléments, Euclide retrouve cette valeur lorsqu'il compare la longueur du côté d'un pentagone étoilé (ou *pentacle*) avec la longueur du côté du pentagone convexe, tous deux inscrits dans un même cercle :

$$\frac{\overline{ac}}{\overline{ab}} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

Le lecteur scrupuleux vérifiera facilement ce résultat !

Cet irrationnel est donc pour les Grecs un nombre lié au problème précis de la division en moyenne et extrême raison et à quelques propriétés des pentagones et pentacles. L'essentiel des propriétés géométriques de ce nombre est ainsi déjà connu depuis longtemps. Le procédé indiqué par Euclide permet, à l'aide du compas et de la règle de construire deux distances dont le rapport est ce nombre.

Replaçons-nous à l'époque d'Euclide ; sous l'impulsion de Pythagore, une mystique des nombres s'est développée : la beauté et l'organisation du monde sont liées à de savantes manipulations de nombres et de concepts géométriques. Le pentacle est le symbole universel de perfection, symbole de vie, de beauté et d'amour. On pense qu'il servit de signe de ralliement aux pythagoriciens. On le retrouve sur plusieurs monnaies antiques. Le pentacle figure aussi dans les « roses » de certaines cathédrales (Amiens en France en est un exemple). Bref, ce rapport est récupéré par la mystique : un rectangle sera « beau », agréable au regard si le rapport des longueurs de ses côtés est cette valeur 1,61...

Il y avait peut-être une justification plus terre à terre qui a provoqué le choix de cette valeur comme base artistique et architecturale : à cette époque, les procédés de calculs numériques sont quasi inexistants, et le procédé que décrit Euclide permet une construction rigoureuse (facile à décrire, facile à mémoriser, facile à reconstituer) de deux grandeurs dans un rapport précis. Contrairement à notre époque, on préfère alors une construction géométrique simple (au compas et à la règle) à une valeur numérique difficilement contrôlable.

Et la magie du nombre va jouer : ce rapport devient l'étalon de la plupart des constructions architecturales de l'époque.

Au Parthénon d'Athènes, le sculpteur Phidias (490-430 av. J.-C.) se servira à plusieurs reprises de rectangles dont les rapports des côtés valent le nombre d'or.

En voici deux exemples (en façade):

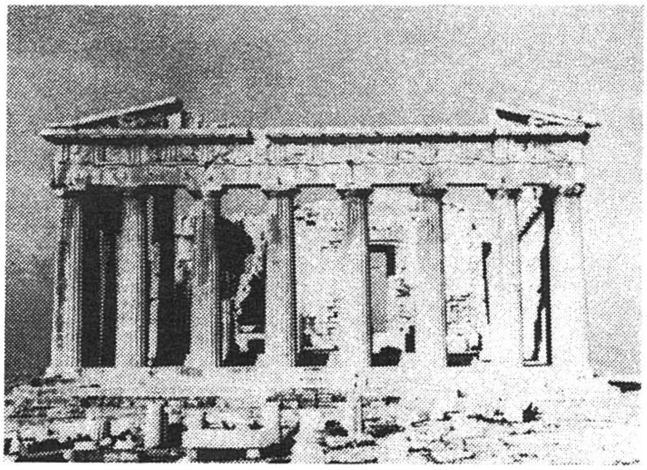
$$\overline{ab} = \overline{bc} = 2\,\overline{be} = x$$

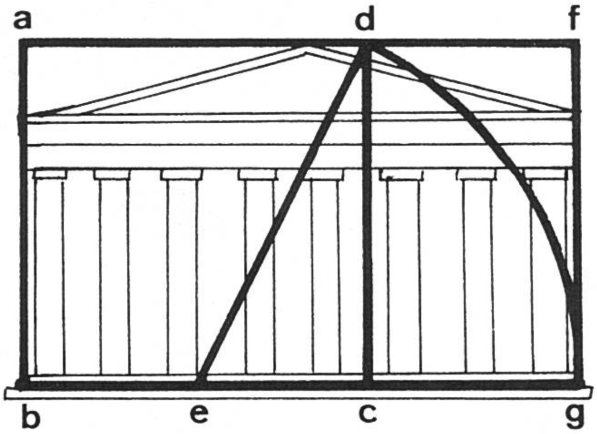
$$\overline{eg} = \overline{ed} = \frac{x}{2}\sqrt{5}$$

$$\overline{bg} = \overline{be} + \overline{eg} = \frac{x}{2}\sqrt{5} + 1$$

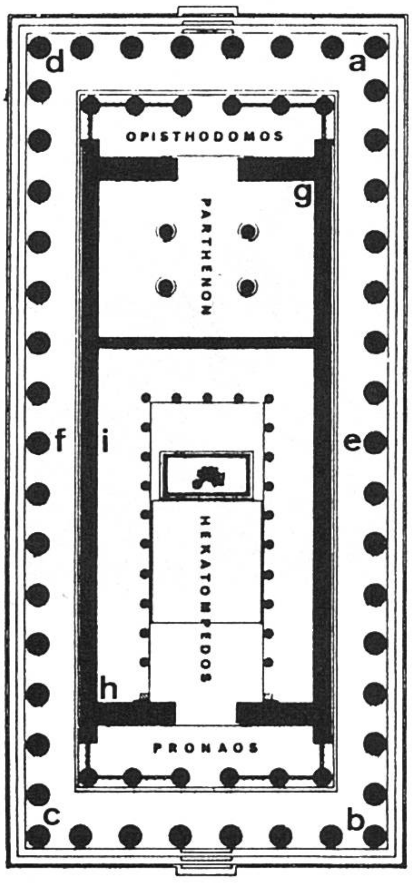
$$\frac{\overline{bg}}{\overline{ab}} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

Quant au rectangle allongé qui forme le plan du Parthénon, on a remarqué que le rapport entre la diagonale et la diagonale du demi-rectangle était très voisin du nombre d'or.





Les rapports $\frac{\overline{ac}}{\overline{af}}$ et $\frac{\overline{gh}}{\overline{gi}}$ du plan ci-dessous sont à nouveau très proches du nombre d'or. Hasard ? Volonté réelle de Phidias ? Depuis que ces calculs furent faits au Parthénon, il n'est pas rare de trouver dans la littérature le nombre d'or représenté par la lettre grecque Φ : pour Phidias bien sûr !



En 1509, le moine franciscain Luca Pacioli (1450-1520) publie à Venise un ouvrage intitulé *La Divine Proportion* où il expose les résultats connus sur le nombre d'or. Il propose une série de rectangles dont les dimensions sont liées à ce nombre. Ces rectangles devraient servir de base à toutes les constructions de l'art, de la peinture à l'architecture. L'un de ces rectangles était d'ailleurs le rectangle « Parthénon » ci-contre. Les raisons invoquées par Luca Pacioli pour justifier l'épithète « Divine » sont un curieux mélange d'affirmations métaphysiques et de résultats mathématiques. Cet ouvrage sera illustré par Léonard de Vinci (1452-1519) C'est ce dernier qui introduira les appellations *nombre d'or* et *section d'or*.