Zeitschrift: Archives des sciences et compte rendu des séances de la Société

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 39 (1986)

Heft: 1

Artikel: Sur la dimension critique de l'histoire des sciences

Autor: Scheurer, Paul

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-740349

Arch. Sc. Genève	Vol. 39	Fasc. 1	pp. 3-23	1986

SUR LA DIMENSION CRITIQUE DE L'HISTOIRE DES SCIENCES

PAR

Paul SCHEURER [1]

Les épistémologues historiens des sciences ou historiens épistémologues anglo-saxons contemporains se plaisent à paraphraser Kant pour caractériser leur activité: sans la philosophie, l'histoire des sciences est aveugle, et sans l'histoire, la philosophie des sciences est vide, ou impuissante. A cette variante près, on trouve cette paraphrase chez Lakatos, chez Feyerabend, chez Kuhn pour le moins. Il est de fait que, depuis le tournant du demi-siècle, histoire et philosophie des sciences n'ont cessé de resserrer leurs liens, sans pour autant que chacune ait renoncé à ses entreprises plus spécifiques.

De l'histoire des sciences, c'est donc la dimension critique qui va retenir notre attention dans cet article. Nous entendons présenter deux orientations nouvelles dans cette pratique de l'histoire, issues de notre recherche interdisciplinaire sur l'évolution des représentations du mouvement dans la pensée scientifique. La première est constituée par ce que nous appelons depuis quelques années l'Emergence de la Raison Structurante. L'existence d'un véritable langage des structures dans la science contemporaine [1] conduit en effet à une double problématique: l'une, épistémologique, se rapporte à l'articulation de ce langage avec le langage discursif commun dans les disciplines scientifiques plus ou moins mathématisées, et ne sera pas examinée ici; l'autre, historique, s'interroge sur l'origine et le développement du langage des structures lui-même, et tout particulièrement sur l'extraordinaire lenteur avec laquelle celui-ci s'est constitué sur plus de trois millénaires de rationalité scientifique attestée par des textes. La seconde orientation, qui vient d'ailleurs s'inscrire sur la toile de fond de la première, concerne des épisodes plus délimités dans le genre de discipline et dans le temps, et porte sur les distorsions qu'on peut mettre en évidence entre le cours historique effectif d'une pratique scientifique et les exigences achroniques de la ou des structures qui la portent. Ce sont ce que nous appellerons, par souci de brièveté, les distorsions historiques.

---

[1] Katholieke Universiteit Nijmegen, Wis- en Natuurkunde Faculteit Toernooiveld, 6525 ED Nijmegen, Pays-Bas.

Dans les deux cas, l'exercice de la dimension critique exige qu'on ne se contente pas de dresser seulement un rapport d'un état de fait du passé, aussi précis que possible, mais demande aussi qu'on compare, jauge et étalonne cet état de fait en usant de tout l'appareil conceptuel dont nous disposons aujourd'hui. Après tout, les historiens actuels de la Révolution française, à la veille de son deuxième centenaire, agissent de même, en cherchant à décaper les interprétations successives qui sont venues recouvrir l'événement et en occulter l'authenticité, et en posant des questions qui étaient littéralement inconcevables dans l'horizon de leurs prédécesseurs. Par l'étendue de sa durée et de son extension à travers plusieurs civilisations, l'Emergence de la Raison Structurante requiert seulement qu'on l'étudie à un niveau de généralité plus grande. Tout au long de ce lent processus de rationalisation et de structuration, cependant, des épisodes plus délimités quant à l'époque et à la discipline scientifique se signalent constamment à l'attention critique: les distorsions historiques, précisément, entre la pratique effective et les exigences de la structure. Ce sont elles qui nous intéressent tout particulièrement ici, et nous les illustrerons par l'étude détaillée de deux exemples contemporains, choisis parmi des dizaines d'autres pour la simple raison qu'ils entretiennent un rapport étroit avec notre recherche appliquée aux représentations du mouvement et à leurs transformations historiques.

MACH ET L'HISTOIRE CRITIQUE

L'Emergence de la Raison Structurante et les distorsions historiques constituent deux nouveaux objets de l'histoire critique des sciences, et c'est cette nouveauté qui stimule notre intérêt. Mais l'histoire critique des sciences a elle-même une histoire, et d'autres objets à étudier. Cependant, conformément à notre penchant de préférer le nouveau à l'ancien, nous ne nous y attacherons pas dans le cadre nécessairement restreint d'un article.

On ne peut néanmoins oublier de rappeler que l'exercice critique de l'histoire des sciences tient en Mach ses lettres de noblesse. Deux de ses livres en portent témoignage dans leurs titres eux-mêmes: son fameux *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt* (1883) et sa thermodynamique *Die Principien der Wärmelehre. Historisch-kritisch entwickelt* (1896). Il n'est pas sans intérêt de signaler le changement intervenu pour le dernier livre de Mach, paru cinq ans après sa mort: *Die Principien der Physikalischen Optik. Historisch und erkenntnispsychologisch entwickelt* (1921). Mais Mach lui-même n'est pas notre sujet. On sait l'influence que le premier ouvrage cité a exercé sur le jeune Einstein, et quand Mach nous dit que l'intérêt de l'histoire critique est de pouvoir considérer d'un point de vue plus élevé les différentes routes qui ont mené à un certain état de connaissance, et par l'avantage d'une vue dégagée des accidents des détails de découvrir des raccourcis qui n'avaient pas été reconnus ou même des voies qui mènent résolument vers le nouveau, on ne peut s'empêcher de penser que c'est Einstein précisément qui a su démontrer la fécondité des méthodes vantées par «le Vieux».

En particulier, la critique porte Mach à la reconnaissance de situations très semblables à nos distorsions historiques, compte tenu du fait qu'il ne dispose pas, comme nous, d'un langage des structures qui lui permette de distinguer suffisamment clairement entre concepts discursifs et concepts structuraux. Pour lui, les objets structuraux de la physique théorique sont essentiellement les fonctions et les équations différentielles, les premières ne partageant pas la généralité des secondes, puisqu'elles en sont des intégrales qui incorporent l'accidentel et le circonstanciel des conditions initiales. Les relations observées entre faits peuvent comporter des similarités avec des relations exprimables avec ces moyens structuraux. Mais il faut bien se garder de réifier ces dernières, de leur conférer une réalité. Car cette tentation, toujours renouvelée, peut empêcher la continuation de la recherche. On n'est pas très éloigné, ce faisant, de notre description du blocage de la poursuite de la structure par une réussite trop grande de la pratique, ni de celle des distorsions historiques, à ce qu'on va voir à l'instant.

L'ÉMERGENCE DE LA RAISON STRUCTURANTE

La reconnaissance de l'existence actuelle d'un véritable langage des structures engendre une problématique historique radicalement nouvelle: l'origine et le développement d'un tel langage, jusqu'à sa dominance écrasante dans le discours de presque toutes les sciences d'aujourd'hui, aussi bien humaines que naturelles. Cette problématique se laisse tout particulièrement exprimer dans les questions suivantes. Pourquoi ce langage est-il venu si tard dans le cours historique de la science et de la rationalité scientifique? Pourquoi a-t-il été si lent à se dégager des pratiques scientifiques? Comment se fait-il que certaines structures se sont trouvées opératoirement parfaitement maîtrisées, assurant par leur présence la réussite de la pratique, parfois des millénaires avant leur reconnaissance consciente et leur dénomination?

On devrait, en effet, s'étonner grandement d'un phénomène qui se déroule sous nos yeux, que nous enregistrons certes — qui ne connaît le structuralisme? —, mais dont nous sommes assez lents à reconnaître qu'il fait problème. Cette explosion du structuralisme à laquelle nous assistons dans presque toutes les disciplines, et pas seulement celles des sciences de la nature ou des sciences humaines — qu'on songe à la musique, par exemple —, dans un ordre apparemment dispersé, pourquoi se produit-elle au vingtième siècle seulement? Pour ne prendre que les sciences de la nature, et en particulier celle qui de loin est la plus mathématisée et depuis le plus longtemps, la physique, dans laquelle relations fonctionnelles, symétries et structures jouent un rôle fondamental, comment se fait-il que la reconnaissance explicite des structures et leur dénomination se soient faites à un stade si tardif de son développement, alors qu'elle en possédait déjà la maîtrise opérationnelle dans l'efficacité de sa pratique? Plus étonnant encore, c'est que la même question puisse se poser également pour la mathématique, à l'exception notable que l'explosion structurale s'y est produite plus tôt, dès le dix-neuvième siècle, et qu'elle a constitué le berceau du langage des structures.

C'est bien en mathématique, en effet, que le langage des structures s'est formé en tant que tel, singulièrement dans les mains multiples de N. Bourbaki. Reconnaissant cette situation de fait, nous avons nous-mêmes forgé cette expression de langage des structures, par la constatation que le discours bourbachique sur les structures mathématiques était devenu suffisamment abstrait pour qu'on puisse extraire les structures de leur langue originelle et les mettre à la disposition, en tant que langage, des autres sciences, afin d'y épurer leur propre discours. Des premières structures concrètes expressément reconnues et nommées, appartenant aux espèces de structure de groupe et de corps, avec Galois et Abel vers 1830, jusque précisément à la notion d'espèce de structure de Ehresmann, il s'est écoulé un peu plus d'un siècle.

Quant à ce langage des structures lui-même, pour le caractériser rapidement, il est centré sur la notion de *relation,* en intermédiaire entre celle d'un élément et celle de structure. En effet, une *structure* est constituée, pour reprendre la métaphore de Lévi-Strauss, d'un «paquet de relations». Cette métaphore ne manque pas de véracité, à la condition toutefois de préciser que le paquet se trouve soumis à des règles de formation très contraignantes. Pour la *relation* elle-même, elle se définit simplement comme *partie* d'un ensemble (son graphe n'est donc pas toujours une courbe filiforme, comme notre trop grande fréquentation de la relation fonctionnelle, finalement assez spéciale, a tendance à évoquer en nous cette image trop particulière). Mais, puisque les parties d'un ensemble forment un autre ensemble, celui des parties, dont elles sont les éléments, finalement une relation est un *élément.* Et nous voilà ramenés au point de départ de la théorie des ensembles, avec la généricité de la relation d'appartenance. En effet, on démontre — qu'on se rapporte par exemple à la *Logique mathématique* de Quine [2], qui a le mérite de n'être pas submergée par les symboles — que la mathématique n'est rien d'autre que le développement de ce que donne le couplage de la logique avec 'esti', avec la relation d'appartenance [3, 4].

Considérons plutôt la question de l'étonnante lenteur avec laquelle la présence des structures a été finalement explicitement reconnue et conceptualisée, y compris dans leur domaine d'élection, la mathématique. Entre le moment de la maîtrise opératoire pleinement efficace d'une structure ou d'une relation, telle la fonction, et celui de son identification, par abstraction de la pratique, par élévation au niveau conscient du concept et par dénomination, il faut bien faire le constat, jusqu'au dix-neuvième siècle au moins, d'une durée parfois effarante, plusieurs millénaires dans certains cas. Nous renvoyons à notre essai pour une discussion plus approfondie de ce phénomène. Nous nous bornerons ici à l'illustrer d'un exemple fourni par l'histoire dans ses premiers commencements: l'arithmétique des anciens Egyptiens.

L'ARITHMÉTIQUE ÉGYPTIENNE

Nous bâtissons cet exemple sur l'information puisée dans le livre de L. Bunt *et al.: The Historical Roots of Elementary Mathematics* [5], qu'on consultera avec fruit si l'on a l'envie de calculer en arithmétique exactement de la façon des anciens Egyptiens, Babyloniens et Grecs. Le rapport avec le concept de symétrisation d'une loi de composition est entièrement de notre fait.

De nos jours, encore, la plupart des écoliers apprennent par cœur la règle du calcul des fractions que diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse, sans en comprendre la justification profonde, qui est que la division est simplement l'opération inverse de la multiplication, comme la soustraction est celle de l'addition. L'ensemble des fractions positives constitue un groupe par rapport à la loi de multiplication: étant donné deux fractions, il est toujours possible d'en trouver une troisième qui est leur produit, ou si l'une des deux est déjà le produit, de trouver par quelle fraction il faut multiplier l'autre pour obtenir ce produit: c'est la division. Dans les nombres naturels, l'ensemble N = [1, 2, 3,...], la multiplication (comme l'addition) est toujours possible: on peut toujours trouver plus grand, tandis que l'opération inverse, la division (comme la soustraction), ne l'est pas. Si 6: 3 = 2 effectivement, 6: 4 n'existe pas en tant que nombre naturel. On peut alors convenir ce qui suit. Faisons en sorte que la division soit toujours possible, c'est-à-dire symétrisons la loi de multiplication (elle devient directe et inverse). Il faut donc admettre que 6/4 est un nombre. Comme ce n'est pas un nombre naturel, ce sera un nombre rationnel (parce qu'il s'exprime par la ratio, la fraction de deux nombres naturels). La symétrisation implique donc l'extension de l'ensemble des nombres. On peut admettre, par équivalence dans tous les calculs, que les nombres naturels sont contenus dans les nombres rationnels. Par exemple, on pose que le naturel $2 = \{2/1 = 4/2 = 6/3 = \ldots\}$ (on voit qu'un nombre rationnel est un ensemble de fractions égales!). Mais ce n'est pas avant S. Stevin, au seizième siècle, que cette extension de la notion de nombre a été acceptée (pour les entiers négatifs, cela a même été encore plus long et plus difficile: c'étaient des nombres «absurdes!»). Et c'est à la fin du dix-neuvième siècle seulement que la notion de symétrisation s'est enfin conceptualisée.

Voyons les anciens Egyptiens. Tout comme nous aujourd'hui (à l'exception quasi générale de nos écoles primaires!), ils *pratiquaient* la soustraction et la division comme opérations inverses de l'addition et de la multiplication. Par exemple, la différence 10-4 se transformait dans le problème: combien faut-il ajouter à 4 pour obtenir 10? De même, la division 19: 8 se transformait en: par combien faut-il multiplier 8 pour atteindre 19?

Pour la multiplication, d'abord, les Egyptiens procédaient par duplications successives, et additionnaient les résultats partiels à retenir. Voici par exemple le problème 32 du papyrus Rhind du British Museum, écrit vers 1650 av. J.-C., soit 12×12. (Il faut lire de droite à gauche, mais on a écrit les nombres dans notre système de numération).

		12	1
		24	2
		48	4/
144	[=]	96	8/

On passe d'une ligne à l'autre en doublant. La barre oblique indique que cette ligne doit entrer dans l'addition finale. Le signe spécial [=] représente en fait un rouleau de papyrus et veut dire: «le résultat est le suivant»; c'est presque notre signe « = »! En fin de compte, puisque $12 = 4 + 8$, $48 + 96 = 144$.

Pour la division, les Egyptiens transformaient par exemple 19: 8 (problème 24 du papyrus Rhind) dans le problème: calculer avec 8 par duplication et médiation jusqu'à atteindre 19.

		8	1
		16	2/
		4	$\bar{2}$
		2	$\bar{4}$/
19	[=]	1	$\bar{8}$/

La barre désigne la fraction à numérateur 1: $\bar{2}$ est 1/2, $\bar{4}$ est 1/4, etc. On commence par doubler 8; on obtient 16, plus petit que 19, qu'on retient. Mais on ne peut continuer: on obtiendrait 32, trop grand. Alors, pour obtenir les 3 qui manquent encore, on procède par une première médiation (division par deux), soit $8: 2 = 4$, ce qui est trop grand, on réitère la médiation, soit $8: 4 = 2$, ce qui est plus petit que 3; on retient donc ce résultat, soit 1/4. Reste encore à obtenir 1. Une nouvelle médiation suffit, soit $8: 8 = 1$, ce qui fait retenir 1/8. En fin de compte, comme $19 = 16 + 2 + 1$, on doit retenir $2 + 1/4 + 1/8$ comme résultat de la division 19: 8.

On constate que la technique arithmétique égyptienne privilégie la multiplication et la division par deux. Ce privilège s'est maintenu jusqu'au dix-neuvième siècle, où l'on enseignait encore dans certaines écoles primaires les *six opérations élémentaires* bien connues de Luca Pacioli, l'ami de Léonard de Vinci [6]: les quatre qui nous sont familières, plus la duplication et la médiation. Six au lieu de quatre: voilà qui interdisait toute actualisation de la notion de symétrisation de deux lois, virtuelle cependant dans la façon de traiter les opérations inverses. Ce blocage à la structure a duré en fait plus de trois millénaires.

LES DISTORSIONS HISTORIQUES

Il ne faut pas se leurrer: la dimension critique est inhérente à l'histoire, quelle qu'elle soit. Elle s'exerce d'abord chez l'historien, qui, pour faire surgir une histoire des traces du passé dont il a connaissance, se trouve dans l'impérieuse obligation de choisir, de trier, d'extraire de leur masse les documents et textes qui lui paraissent les plus significatifs pour son sujet. Lorsque celui-ci porte sur les affaires humaines en général —

ce qu'on entend d'ordinaire par l'histoire proprement dite —, il lui arrive d'exercer sa critique d'une autre manière. Tel événement peut se présenter comme une sorte d'accident qui vient changer plus ou moins radicalement un certain cours des affaires. Ainsi il peut se demander quelle incidence aurait eu dans la bataille de Waterloo, et pour la suite des événements, l'arrivée de Grouchy avant celle de Blücher. Ou encore il peut chercher à analyser les conséquences de l'arrêt par Hitler des chars allemands devant Dunkerque sur la poursuite de la deuxième guerre mondiale. L'historien, lui aussi, se trouve placé, presque à chaque moment, devant un ensemble de possibles, par rapport auquel il se doit de situer le cours actuel et réel qu'il cherche à établir. De plus, aujourd'hui, sous l'influence des vues de ce qu'on appelle la Nouvelle Histoire, telles qu'elles se sont exprimées dans les fameuses *Annales* de l'Ecole des Hautes Etudes à Paris, l'historien peut élargir sa connaissance du champ des possibles en le rapportant aux grandes contraintes exercées sur lui par l'évolution de facteurs extérieurs aux événements de la catégorie qu'il étudie, telles les contraintes économiques, géopolitiques, voire de climat, dont le rythme d'évolution se manifeste en général sur un terme beaucoup plus long. La controverse entre historiens des sciences sur les facteurs internes et les facteurs externes à l'œuvre dans une discipline donnée trouve son répondant chez les autres historiens également. [7]

Cependant, la cohérence interne d'une discipline scientifique est tellement plus nette que dans les autres activités humaines, qu'elle engage beaucoup plus facilement à la lecture positiviste de cette discipline. C'est particulièrement le fait des scientifiques qui se mettent à l'histoire de la science qu'ils pratiquent encore ou ont pratiqué plus avant dans leur jeunesse. Ils ont toutes les peines du monde à éviter de regarder le passé à travers la grille de leur très bonne connaissance de l'état actuel de leur discipline. C'est ce qu'on pourrait appeler l'histoire des précurseurs, ou celle des créateurs de la discipline. Un tel a vu telle chose à ce moment-là du passé, un vu qui est toujours intégré dans le savoir actuel. A l'inverse, il s'est trompé sur telle notion, que la science d'aujourd'hui a abandonnée ou récusée. Ce faisant, l'historien positiviste ne prend pas en compte, ou guère, l'organisation entretenue chez le prédécesseur entre ses réussites et ses échecs (jugements portés par la science actuelle), la structure de ses vues et de ses bévues, comme a dit Althusser. Cette organisation, cette structuration conféraient certainement un autre sens à ce qu'il est crédité d'avoir bien vu, de même également à ses fourvoiements et à ses échecs. Comme le plus souvent le nommé du vu s'est conservé puisqu'il était agréé, il s'ensuit une ambiguïté et même un malentendu conceptuel considérables.

C'est bien pourquoi l'historien de formation insiste sur l'exercice d'une critique qui se trouve naturellement à l'œuvre chez l'anthropologue ou le sociologue pour l'étude des sociétés contemporaines, ou chez l'historien des civilisations du passé. Il faut aborder l'étude du passé comme celle d'une culture étrangère. Avec raison, Kuhn et Feyerabend insistent sur cette nécessité. Un événement de l'histoire des sciences, une découverte, la publication d'un article, d'un mémoire ou d'un livre doit se ramener à son contexte: la pensée et le discours de leur auteur, l'état de la science à leur époque, les idées et les mœurs de la société dans laquelle ils se sont produits. Il faut convenir que cette restitution du passé pour lui-même n'est pas l'intérêt principal de l'historien positiviste. Il s'occupe de Galilée et de Newton, par exemple, pour déterminer ce que leur doit la physique actuelle. Ainsi s'explique l'opacité de l'ombre dans laquelle a été maintenu le penseur Newton, jusqu'à ces derniers temps, seuls ses aspects de physicien et de mathématicien étant éclairés et fouillés. Mais qui allait perdre son temps à travailler sur Newton alchimiste, Newton chronologiste de la Bible, Newton théologien? Sur ce sujet, les choses ont heureusement changé depuis peu, changement auquel l'œuvre de Kuhn n'est pas étrangère [8].

Nous en venons enfin à l'aspect de la dimension critique qui se manifeste dans la mise en évidence et l'étude des distorsions historiques. Nous rappelons qu'il s'agit là d'une abréviation, probablement un peu trop ambiguë. Nous désignons de la sorte les distorsions, innombrables dans toute l'histoire des sciences, qui se produisent entre le cours historique réel d'une activité scientifique, empirique et théorique, et les exigences d'une ou des structures qui la fondent, qu'elles soient reconnues explicitement ou qu'elles ne le soient pas encore, la pratique de cette activité s'effectuant alors dans une sorte d'inconscient de la structure. [9]

Dans la critique exercée contre le structuralisme français des sciences humaines, celui de Lévi-Strauss, par exemple, le grand reproche adressé à la structure est son intemporalité, son achronicité: l'ensemble des relations est donné d'un seul coup. Cela est vrai de la structure en tant qu'elle est pleinement reconnue et achevée. Mais la lente reconnaissance des structures nous a au moins appris qu'une structure n'est jamais donnée: elle se gagne par l'effort humain. Et il est bien rare qu'elle se révèle d'un coup. Elle se dévoile au contraire avec réticence, laissant percevoir telle relation, puis la recachant. Qu'on pense par exemple aux millénaires d'efforts pour parvenir à la structure de nombre réel et de droite numérique réelle: si la structure est achronique, sa reconnaissance est bien implantée dans l'historique. Déjà à ce stade, il est possible de constater les distorsions historiques de la reconnaissance d'une structure par rapport à elle-même! Mais du moment que cette reconnaissance se trouve précisément incluse dans la pratique du mathématicien, on a affaire seulement à un cas spécifique, pour la discipline mathématique, du cas général de la distorsion entre pratique historique et idéalité de la structure dans l'activité scientifique.

Puisque nous disposons aujourd'hui d'un langage des structures déjà puissant et performant — ceci n'implique pas en effet que toutes les structures mathématiques nous soient connues, et il faut garder à l'esprit l'horizon transcendantal des formes vers lesquelles elles sont aspirées — il est possible de considérer les structures qui ont été d'ores et déjà dégagées comme une sorte de *contexte transhistorique* auquel il convient de rapporter l'évolution réelle du développement d'une science (bien entendu, qui s'est mathématisée peu ou prou, ou du moins pourvue de concepts structuraux). C'est bien de la sorte que, tout à l'heure, nous venons de présenter l'arithmétique des anciens

Egyptiens, la symétrisation des lois d'addition et de multiplication traversant l'histoire de la mathématique comme un idéal atteint seulement à la fin du dix-neuvième siècle.

Nous n'hésitons pas à penser que cette façon de faire manifeste une nouvelle facette de la dimension critique, probablement spécifique de l'histoire des sciences, et qu'elle inaugure même un nouveau type de cette histoire, positive pour les acquis, négative non pour les erreurs mais pour les manques. Par rapport à une structure donnée, en effet, par rétrospective, on est en état de juger non seulement des dits — le vrai, le faux, l'insensé — mais aussi des non-dits. Il faut entendre assurément le non-dit par rapport à ce qui est dit. On se trouve en présence de cette dialectique que nous sommes convenus de dénommer la dialectique du non vu dans le vu, et que nous présentons dans notre essai [10]. Car, en général, on dit ce qu'on voit. De plus, ce qu'on ne voit pas, ce n'est pas par défaillance de la vision, c'est bien plutôt parce que cela reste caché dans l'invisible relatif à la position d'où l'on voit.

La critique met ainsi en évidence les flux, les stagnations et les reflux de la pratique historique d'une science dans l'acquisition d'une structure donnée, les distorsions qui se révèlent entre le cours réel de cette pratique et les contraintes de cette structure. Au fond, c'est déjà cette critique que I. Lakatos cherchait à exercer, même s'il n'est pas parvenu à la caractériser aussi nettement. Chez lui, le programme de recherche tient le rôle de la structure chez nous, ce qui le maintient strictement au seul plan de l'épistémologie. [11]

Voilà, nous semble-t-il, une caractérisation suffisante des distorsions historiques. Qu'on n'en attende pas une définition, pas impossible certes, mais dont l'abstraction s'éloignerait tellement de l'histoire qu'elle en perdrait toute justification. Nous préférons illustrer cette notion par deux exemples, contemporains cette fois-ci, qui touche à notre recherche sur l'évolution des représentations du mouvement et du changement, de Sumer à Dirac.

L'ÉQUATION DE BOLTZMANN-SCHRÖDINGER

Il serait vain de chercher une telle équation dans la littérature de la physique, pour la bonne raison qu'elle n'y figure pas (encore?). Nous avons donné ce nom à une équation du schème dynamique structural de notre Cinétique Quantique [12], parce qu'elle possède une réalisation en Mécanique Statistique, qui porte réellement le nom d'équation de Boltzmann, et une autre en Mécanique Ondulatoire, où elle a été fugitivement explicitée, mais sans jamais être nommée, d'autant plus que l'équation de Schrödinger réfère historiquement à une autre relation. Si nous avons forgé l'expression en question, c'est pour souligner l'*identité* du rôle *structural* de l'action et de l'entropie dans le même schème dynamique.

D'abord, pour n'en rester qu'à la syntaxe, nous n'identifierons pas volontairement les grandeurs qui interviennent dans l'équation historiquement réelle de Boltzmann et dans celle que nous appellerons «l'anonyme de Schrödinger», bien qu'elle ait reçu deux formulations historiquement réelles très voisines mais épisodiques. Voici ces deux équations:

équation de Boltzmann $S = k \log W$
anonyme de Schrödinger $S = -ih \log \psi$.

En fait, la seconde est donnée explicitement par P. Jordan au début de l'article que nous discutons dans notre deuxième exemple [22]. Jordan écrit (notre traduction): [L'équation de Schrödinger] «est en correspondance avec l'équation classique de Hamilton-Jacobi, ce qui devient particulièrement intuitif («anschaulich») si on introduit à la place de φ la grandeur (2) $S = \varepsilon\, ln\, \varphi$» (soit $S = -ih/2\pi \log \varphi$ dans notre notation; la différence entre h et $\hbar = h/2\pi$ est irrelevante dans notre discussion).

Il y a mieux. Au début du premier des quatre fameux articles, du même titre: «Quantisierung als Eigenwertproblem» («La quantification comme problème aux valeurs propres», *Annalen der Physik* 1926 [13]), qui fondent la Mécanique Ondulatoire, Schrödinger pose l'équation (2):

historique de Schrödinger $S = K \log \psi$

Comparons syntaxiquement $S = k \log W$ avec $S = K \log \psi$. Un enfant dirait: à gauche, on a la même lettre S; à droite, la même lettre k, une fois minuscule, l'autre fois majuscule; puis vient le même «log»; enfin on a un W et un signe que je ne connais pas (ψ). Ridicule? Et pourtant, structuralement, on a affaire à une relation fonctionnelle identique: une grandeur réelle S est proportionnelle (constante réelle) au logarithme d'une fonction réelle. Conséquence structurale: «l'historique» de Schrödinger est strictement identique à l'équation de Boltzmann. Et surtout, conséquence sémantique et épistémologique, qui jusqu'ici n'avait jamais été reconnue ni mentionnée explicitement: d'emblée, Schrödinger, qui bâtit sa théorie pour se débarrasser des sauts quantiques et des probabilités, introduit l'équation de Boltzmann, équation probabiliste type! Il n'est donc pas si surprenant que cela qu'il ait radicalement changé de voie dès le second article, et quand il est parvenu enfin à donner «son» équation au quatrième article, qu'il ne se soit pas inquiété de revenir à la forme intégrale de «l'anonyme» de Schrödinger et de Jordan!

En quelques mots — une analyse détaillée prendrait trop de place et romprait l'harmonie de notre présentation; on la trouvera ailleurs), Schrödinger, dans ce dernier article, constate qu'il a illégitimement («Unrecht») pris pour la fonction d'onde ce qu'il aurait dû désigner par fonction «de vibration». Pour ne pas tomber «dans la nécessité de procéder à une revision des méthodes utilisées jusqu'ici», il pousse jusqu'à une équation différentielle du quatrième ordre, qu'il factorise ensuite, ce qui l'amène à une méthode de calcul «extraordinairement plus simple et que je tiens pour juste en principe». Il obtient alors pour la dépendance du temps de ψ la relation suivante (devenue «l'équation aux valeurs propres» de l'énergie):

a) $\partial\psi/\partial\tau = \pm 2\pi\, i/h\, E\psi$

et arrive ainsi à une des deux équations:

b) $\Delta\psi - 8\pi^2/h^2\, V\psi \pm 4\pi\, i/h\, \partial\psi/\partial\tau = O$

qui est «l'équation de Schrödinger» proprement dite, dans laquelle ψ est forcément devenue une fonction *complexe* (Δ désigne l'opérateur laplacien).

Quand on sait que, en mécanique classique, l'énergie E est reliée à l'action de Hamilton-Jacobi S par $\partial S/\partial t = -E$, c'est un jeu d'enfant de passer de l'équation aux valeurs propres a) à la forme intégrale de «l'anonyme» de Schrödinger. Jordan l'a fait, mais pourquoi la pratique n'a-t-elle pas entériné cette relation?

Ce n'est pas de gaieté de cœur que Schrödinger voit sa fonction d'onde devenir complexe. Dans sa conclusion, il constate une menace pour la description usuelle de l'état d'un système mécanique si cette situation est «*fondamentalement* inévitable et pas seulement une simple facilité de calcul». En fait, «la voie légèrement différente» qu'il emprunte au quatrième article représente un sérieux zig-zag dans le développement de son travail. Et ce n'est pas le premier, encore plus radical, qui se situe au second article. D'entrée, en effet, Schrödinger y condamne la démarche suivie dans le premier article comme «incompréhensible en soi» («an sich unverständlich»). Cela vaut explicitement pour «l'historique» $S = K \log \psi$, qui aurait été introduite «provisoirement et pour faire bref» pour décrire «la structure analytique externe» de la relation générale entre l'équation aux dérivées partielles de Hamilton et la fonction d'onde «attenante».

La curiosité de l'historien critique est à son comble. Il sent qu'il a levé un lièvre de taille. Les motifs invoqués explicitement par Schrödinger — structure analytique externe, provisoirement et pour faire bref — sont-ils les seuls? A-t-il vraiment poussé sa propre critique de la sorte? Ou n'a-t-il pas bénéficié des remarques de certains de ses collègues de Zürich, en particulier de H. Weyl qu'il remercie pour des discussions dans le premier article? Jusqu'à présent, du moins, et peut-être pour jamais, on ne dispose d'aucun document ou témoignage sur ce point. Mais la question la plus troublante, c'est de savoir si «on» avait remarqué que «l'historique» de Schrödinger, devenue cette «incompréhensible en soi», n'était rien d'autre que l'équation de Boltzmann. Si cette remarque a été faite, on comprend l'abandon total de stratégie («Ce procédé de calcul ne *sera pas poursuivi plus loin* dans la présente communication» [la seconde]) qui s'imposait à Schrödinger. On peut sérieusement se demander, néanmoins, si cela avait sauté aux yeux de Schrödinger ou d'un de ses collègues. Car comment se fait-il que, depuis 1926, personne, ni physicien ni historien, ne se soit rendu compte de l'énormité de ce changement de cap?

Une explication est possible, celle de la distorsion historique précisément. Schrödinger sur la mécanique, l'action et le quantum de Planck h, Boltzmann sur la thermodynamique, l'entropie et la constante k vivent dans des pratiques presque complètement séparées (presque seulement, puisqu'elles sont conjointes dans l'étude du rayonnement du corps noir depuis Planck, et moins étroitement dans la mécanique statistique précisément!). Qui penserait sérieusement à aller chercher dans une telle diversité un schème structural commun?

Il y est, néanmoins, mais les distorsions historiques sont si fortes qu'elles en ont bloqué la reconnaissance pendant longtemps. Il y a d'abord le fait historique que la grandeur action (Maupertuis, Euler, vers 1745; elle est évoquée discursivement chez Leibniz et sous-tend le principe optique du plus court chemin de Fermat) a précédé l'introduction par Young de celle d'énergie (vers 1800), elle-même suivie par la création du concept d'entropie et sa dénomination par Clausius en 1865. Pour la thermodynamique, d'ailleurs, chaleur et température se perdent dans la nuit des temps et sont largement confondues avant leur quantification et leur mesure par la calorimétrie et la thermométrie de la seconde moitié du dix-huitième siècle. Entre 1842 et 1845, Mayer et Joule parviennent à l'équivalence mécanique de la chaleur, et le fameux facteur de conversion J de la chaleur en travail va hanter les manuels de physique jusqu'après la deuxième guerre mondiale. Tandis que cette équivalence permet d'énoncer le premier principe de la thermodynamique (historiquement, en 1847, Helmoltz parle de la conservation de la force [14], confusion qu'on retrouve chez Marx avec ses fameuses forces de travail), dès 1850, Thomson (futur Lord Kelvin) et Clausius insistent sur la dégradation de l'énergie, qui mène à l'énoncé du second principe de la thermodynamique. Avec la mécanique statistique de Maxwell et Boltzmann, thermodynamique et mécanique cherchent à fusionner, la chaleur représentant l'énergie cinétique des mouvements désordonnés des molécules, et la température exprimant l'énergie cinétique moyenne de cette agitation. Ce qui fait considérer la constante k dans l'expression $E = kT$ comme un simple facteur de conversion entre unités d'énergie, comme le J de Joule. La mesure de la température en degrés est vue comme une séquelle (autre distorsion!) de la pratique du passé.

Bien des physiciens d'aujourd'hui partagent cette opinion. On peut leur demander alors pourquoi ils n'étendent pas leur conception à l'expression quantique $E = h\nu$ d'Einstein, et ne prônent-ils pas de mesurer la fréquence en joules? Ah! mais c'est que h est le quantum d'action, essentiel à toute la Mécanique Quantique. On ne saurait décemment le réduire à un simple facteur de conversion entre unités énergétiques. Et concevoir l'inverse du temps comme énergie, quelle aberration!

Mais il ne serait pas aberrant de concevoir la température comme énergie! Deux nouvelles distorsions historiques se laissent repérer en cet endroit. La première consiste dans la grandeur température elle-même, sortie d'une longue pratique, alors que structuralement il aurait mieux valu établir la grandeur inverse, qui fonctionne dans la théorie comme une sorte de temps imaginaire. C'est ce que font certains théoriciens depuis quelques décennies déjà, et Stueckelberg est allé jusqu'à définir et nommer la température naturelle ϑ comme moins l'inverse de la température absolue T (soit $\vartheta = -1/T$).

$E = h\nu$ et $E = kT$ se présentent alors comme structuralement identiques: la fréquence et la température sont liées à l'inverse du paramètre d'évolution réversible, le temps, pour la première, d'évolution irréversible, la température naturelle, pour la seconde. Que la température naturelle soit bien un paramètre d'évolution temporelle irréversible est mis en évidence dans la cosmologie du Big Bang, où l'âge de l'Univers se mesure par le déclin de la température absolue au cours de son expansion.

La seconde distorsion en question est en relation avec la nouveauté du concept de quantum. Que Kuhn ait raison ou tort à propos de Planck [15], à quelques années près, peu importe. La réaction hostile des physiciens à la révision de leur image de Planck par Kuhn montre bien que leur pratique a entériné un appariement considéré comme essentiel entre la notion de quantum et la constante d'action de Planck h. Dans leur esprit, ils sont à ce point associés que h s'appelle le quantum d'action de Planck, alors qu'Einstein parlait originalement de quanta (paquets) d'énergie.

Il en va tout autrement de la constante de Boltzmann k, que celui-ci n'a jamais écrite de cette façon. En effet, k vient de Planck (et pendant deux ou trois ans c'est k qu'on a appelé la constante de Planck!), pour $k = R/N$, c'est-à-dire le rapport de la *constante des gaz parfaits* R au nombre d'Avogadro N. R est une des plus anciennes constantes de la physique moderne (loi de Boyle et de Mariotte), et jamais la notion de quantum n'a pu lui être associée puisqu'elle n'existait pas encore. Et pourtant, k représente bien une quantité fixe d'entropie par particule ou par degré de liberté, ce qui paraît bien être le propre d'un quantum d'entropie. Inutile d'ajouter que, éclairé par cette critique, nous avons franchi le pas. k est le quantum d'entropie, comme h est celui d'action, mais encore comme c^2 est celui du carré de la vitesse en cinématique, et e^2/c celui du carré de la charge électrique en électrodynamique, sans prétention à épuiser la liste: il se pourrait bien que le temps de Planck t_P soit aussi un quantum. Cette extension nous mène d'ailleurs vers un problème ontologique majeur. L'action peut s'écrire $-h\xi$, l'entropie $k\xi$, le temps propre $t_P\xi$, etc. Ces trois grandeurs, pour le moins, apparaissent comme trois *masques* à mégéthos (dimension physique) différent de la même grandeur purement numérique ξ. Ici se pose le problème du codage inverse. Quel concept discursif est-il codé par ξ? Nous pensons qu'il s'agit de l'information, prise au sens large. On trouvera nos motivations dans notre prochain essai [16].

Pour résumer notre argumentation, nous le faisons sous forme d'un petit tableau, qui porte en entrées Boltzmann et Schrödinger en horizontal, l'équation historique et l'équation anonyme en vertical. Si la Mécanique Quantique répugne à s'appuyer sur l'équation anonyme de Schrödinger, la Mécanique Statistique ne signale pas non plus qu'elle comporte une équation aux valeurs propres, bien que celle-ci soit déguisée sous la relation entre fonction de partition Z et énergie moyenne $<E>$! (sous la forme $kT^2\partial \log Z/\partial T = <E>$).

	assumée	anonyme
Boltzmann	$S_e = k \log W$	$-k\partial W/\partial\vartheta = EW$
Schrödinger	$ih\, \partial\psi/\partial t = E$	$S_a = -ih \log \psi$

Le croisement qui apparaît dans ce tableau signale on ne peut plus clairement la présence des distorsions historiques discutées.

L'ALGÈBRE QUANTIQUE GÉOMÉTRIQUE

Ce n'est (plus) un mystère pour personne que le produit de deux nombres inverses donne l'unité: $x.(1/x) = 1$. Cela reste vrai si on revêt le nombre x d'un mégéthos déterminé, par exemple le temps T: $t.(1/t) = 1$. On dira que t et $1/t$ sont des T-inverses, ou plus généralement, pour un mégéthos μ, des μ-inverses (on peut aussi concevoir la notion de μ-nombre, à la manière dont Dirac opposait ses q-nombres, qui ne sont pas des nombres purs, à ces derniers, les c-nombres). Dans la μ-inversion, phénomène décisif pour la physique, les deux facteurs *n'ont pas* le même mégéthos: une fréquence n'est pas un temps!

On voit que, à ce stade élémentaire, on fait intervenir *deux* structures: 1) une structure mathématique, ici celle de groupe multiplicatif; 2) une structure physique, la μ-structure (de dimension physique des grandeurs). Cette situation se retrouve tout au long de l'histoire de la dynamique. Avec Newton et ses équations différentielles, la structure mathématique à considérer est celle de variété différentiable (VD-structure): celle-ci devient une structure de groupe de Lie si on la munit en plus d'une structure algébrique de groupe de façon compatible. Mais nous n'irons pas jusque là, dans cet article tout au moins.

Dans une variété différentiable, repérée dans un repère dit naturel par les coordonnées x^i de ses points, i désignant chacun des n axes de la variété de *dimension géométrique n,* sont définis également les espaces tangents et cotangents en chacun de ses points, les uns et les autres espaces vectoriels de dimension n. Au point de coordonnées x^i, les vecteurs de base de l'espace tangent sont les n opérateurs dérivées partielles $\partial/\partial x^i$, et les covecteurs de base de l'espace cotangent les n différentielles dx^i. Un caractère essentiel d'une VD, c'est la dualité entre tangent et cotangent. Par une opération appelée contraction d'un vecteur et d'un covecteur qui a pour résultat un nombre, et qu'on note par un crochet, ce caractère fondamental se traduit par $<\partial/\partial x^i, dx^i> = 1$ ou 0 (pour les initiés: l'indice de Kronecker δ_i^j). Le résultat est 1 si on est sur le même axe (alors $i = j$), et 0 dans tous les autres cas où on prend deux axes différents (alors $i \neq j$). (Remarque en marge: on peut aussi faire des différentielles des fonctions qui appliquent les vecteurs tangents dans les nombres; ici on aurait $dx^j(\partial/\partial x^i) = 1$ ou 0.)

Puisque la contraction ne donne un produit non nul que si on reste sur le même axe, on va se ramener à une seule dimension géométrique. Historiquement, d'ailleurs, on va obtenir essentiellement le formalisme de Born et Wiener [17], qui a précédé de quelques semaines seulement la Mécanique ondulatoire de Schrödinger. On peut considérer, en quelque sorte, que vecteur et covecteur de base sont inverses l'un de l'autre, puisque $<d/dx, dx> = 1$. Si l'on habille l'un et l'autre avec des mégéthè μ-inverses, on ne change rien. Prenons par exemple E et $1/E$. Alors $<Ed/dx, dx/E> = 1$. Le μ-vecteur et le μ^{-1}-covecteur sont doublement duaux: une fois par la géométrie de la VD, la seconde par la μ-structure.

Franchissons un pas de plus en habillant l'unité 1 elle-même avec un mégéthos approprié, de préférence un quantum. Ainsi, d'une part, on peut considérer l'unité numérique comme le *quantum numérique,* et, d'autre part, les différents quanta comme des μ-*unités.* Ainsi $h = 1_{\text{action}}$, $k = 1_{\text{entropie}}$, etc. Le discours physique exige que l'unité possède une taille donnée pour un mégéthos donné. Jusqu'à présent, il n'a pas encore été en état de déterminer tous les quanta seulement par relations théoriques. Ainsi, si la constante de structure fine $\alpha = e^2/hc$ relie bien les quanta h et e^2/c, il faut des mesures pour deux des trois constantes. On peut se poser la question suivante à ce sujet: y a-t-il suffisamment de relations pour que finalement n'existe qu'une seule constante indépendante, un seul quantum? La réponse n'est pas encore en vue.

On devine peut-être où l'on va déboucher. Donnons à x le mégéthos de longueur, comme c'est presque toujours implicitement le cas, au moins pour un physicien. Posons a priori

$$< -ih\partial/\partial x,\ dx> \ = \ -ih$$

comme condition quantique de la mécanique réversible. On obtiendra de là, presque sans effort, le commutateur standard de la Mécanique Quantique élémentaire:

$$[P,\ Q] \ = \ -ih.$$

On précise que le crochet carré représente une opération de multiplication (d'algèbre de Lie): $[P, Q] = PQ\text{-}QP$, dans cet ordre. Puisque, dans ce cas, $PQ \neq QP$, on voit que P et Q ne peuvent représenter des nombres ordinaires, étant donné qu'ils n'obéissent pas à la propriété de commutativité de la multiplication de ces derniers. Ce sont les q-nombres de Dirac, des opérateurs agissant sur des fonctions (la fameuse fonction d'onde ψ, en l'occurrence). En abrégé, on dit que P et Q ne commutent pas. Nous rappelons que, de cette propriété, dérivent les relations d'incertitude de Heisenberg.

Mais il est tout aussi évident que, au lieu de x, on aurait pu choisir la température naturelle ϑ, et poser, toujours a priori dans une pareille reconstruction:

$$<k\partial/\partial\vartheta,\ d\vartheta> \ = \ k$$

comme condition quantique de la Mécanique Statistique (de Boltzmann-Gibbs). Et ainsi de suite. Le reste est une question de *pertinence:* y a-t-il des phénomènes physiques qui soient décrits par tel ou tel choix des mégéthè, des quanta, et du nombre de dimensions géométriques de la variété différentiable. La pertinence touche donc au codage structural à opérer, mais le schème demeure le même.

La contraction $<\partial/\partial x, dx> \ = 1$ exprime la dualité tangent/cotangent géométriquement. Elle trouve une traduction *algébrique* immédiate:

$$[\partial/\partial x,\ x] = 1$$

où $\partial/\partial x$ est un opérateur différentiel et x un opérateur multiplicatif opérant sur une fonction. On peut vérifier facilement qu'une telle relation correspond exactement à la règle de Leibniz de la dérivation d'un produit de deux fonctions [18], mais avec bris de symétrie. Alors que pour Leibniz, il y a un opérateur et deux fonctions, ici, l'une des fonctions devient opérateur multiplicatif (ce que l'on peut traduire, si l'on veut, par opérateur différentiel de degré zéro, puisque $d^0 = 1$!) et l'autre reste fonction opérande (d'état).

Revenant à une variété à n dimensions, nous pouvons énoncer la règle suivante:

Il existe une *algèbre quantique géométrique* sur toute variété différentiable, donnée par

$$[\partial/\partial x^i, x^j] = \delta^j_i; \qquad [\partial/\partial x^i, \partial/\partial x^j] = 0; \qquad [x^i, x^j] = 0.$$

Les deux derniers crochets sont évidents, par symétrie de Schwarz des dérivées mixtes et par commutativité des fonctions.

C'est donc une extension générale de l'algèbre de la Mécanique Quantique que nous tenons là. Et nous pouvons reporter notre regard critique (qui n'était certainement pas celui ni de M. Jammer [19] ni de J. Mehra [20]) sur l'histoire de l'établissement de la Mécanique. Décembre 1926, juste quelques mois après le quatrième article de Schrödinger. P. A. M. Dirac [21] et P. Jordan [22] formulent ce qu'on appelle la «théorie de la transformation», qui fixe l'interprétation physique de la nouvelle mécanique en faisant de la fonction d'onde ψ une amplitude de probabilité. «Les questions de ce type [probabilité] apparaissent être les seules auxquelles la théorie quantique puisse donner une réponse définie, écrit Dirac, et elles sont probablement les seules auxquelles le physicien demande une réponse.» [p. 623]. Quant à Jordan, dans son abstract: «Les quatre formes de la mécanique Quantique jusqu'ici développées: la théorie des matrices, la théorie de Born et Wiener, la mécanique ondulatoire et la théorie des q-nombres [Dirac] sont contenues comme cas spéciaux dans une théorie formelle plus générale.» [p. 809]

Nous n'avons fait que suivre Jordan, en trouvant plus général que lui. Il faut se souvenir de la pression des faits historiques, de la condition quantique dégagée de la pratique de problèmes précis, surtout celui des spectres atomiques. Il est déjà remarquable que Dirac ait pu constater l'analogie structurale entre l'algèbre de Poisson de la mécanique classique:

$$\{p_i, q_j\} = \delta_{ij}; \qquad \{p_i, p_j\} = 0; \qquad \{q^i, q^j\} = 0$$

et l'algèbre quantique:

$$[P_i, Q_j] = -ih\delta_{ij}; \qquad [P_i, P_j] = 0; \qquad [Q_i, Q_j] = 0,$$

écrite dans les notations de Jordan plutôt que dans celles de Dirac, qui utilise des lettres grecques *xi* et *êta,* avec P_i pour la i-ème composante de la quantité de mouvement et Q_j pour la j-ème composante de la position. Signalons que c'est dans cet article que Dirac, modifiant le formalisme de Lanczos [23], auquel il rend juste crédit («Cette théorie peut être considérée comme un développement de la théorie de champ de Lanczos.» [p. 624]), introduit sa fameuse 'fonction' delta.

Mais notre critique est fascinée par Jordan. Il était en état de voir cette algèbre quantique géométrique, sans avoir à passer par la dualité tangent/cotangent comme nous venons de le faire. Voici son texte, à la page 815 (notre traduction):

«Nous *définissons* maintenant une addition et une multiplication symboliques des grandeurs quantiques [...] l'addition et multiplication symbolique est définie par l'addition et multiplication de ces opérateurs. [...(24)...] Ainsi, suite à (24) [omission irrelevante], à la grandeur Q est assigné l'opérateur x; et on voit en plus que, à l'impulsion P conjuguée à Q, correspond l'opérateur $\varepsilon\partial/\partial x$. En conséquence, pour notre addition et multiplication symbolique, si au lieu de P, Q on écrit p, q, est valable la règle de commutation:

$$[p, q] = pq - qp = \varepsilon = h/2\pi i.\text{»}$$

Pourquoi n'a-t-il pas pensé à écrire:

$$[\varepsilon\partial/\partial x, x] = \varepsilon,$$

ce qui lui aurait immédiatement donné:

$$[\partial/\partial x, x] = 1,$$

notre algèbre quantique géométrique. Mais voilà, cela faisait disparaître le fameux quantum d'action h (et le facteur imaginaire i également!), dont M. Born disait: «Je n'oublierai jamais l'excitation que j'ai ressentie quand j'ai réussi à condenser les idées de Heisenberg sur les conditions quantiques dans l'équation mystérieuse $pq - qp = h/2\pi i$.» [24] Et on connaît l'étroite collaboration de Born avec Jordan!

Voilà qui constitue déjà un magnifique exemple de dialectique du non vu dans le vu. Mais, toujours dans le même domaine, il y a encore plus fort et plus beau!

Les articles de Dirac et de Jordan sur la «théorie de la transformation» (importante par sa relation avec l'interprétation statistique du formalisme quantique) sont datés de décembre 1926. Or, dès la mi-mars de cette même année, Schrödinger lui-même avait atteint à l'essentiel de ce qui forme la base de notre Cinétique Quantique, et l'avait exprimé correctement, sans pour autant le reconnaître pleinement. Non seulement il donne de fait l'algèbre quantique géométrique (inhérente, en termes modernes, à la structure de variété différentiable, la VD-structure), avec le commutateur non nul identité $[\partial/\partial x, x] = 1$, mais il prend même en compte la mégéthos-structure en généralisant ce commutateur à $[K\partial/\partial x, x] = K1$, avec la constante universelle K munie d'une dimension physique appropriée. Toutefois, Schrödinger ne pose pas explicitement ces équations en tant que telles, ce qui fait que personne jusqu'ici n'a été en état de les reconnaître dans la description verbale qu'il en donne, se contentant de formuler explicitement seulement les opérateurs $(\partial/\partial x)x - x(\partial/\partial x)$ et $K\partial/\partial x$. Et surtout, bien qu'il parle de généralisation, Schrödinger manque de voir les implications de cette généralité, en se restreignant immédiatement au seul cas qui le préoccupe: retrouver la condition quantique de Heisenberg-Born $pq - qp = h/2\pi i$. On peut dire que, littéralement, il ne réalise pas tout ce qu'il a su voir, tout heureux qu'il est de sa réussite: montrer que la mécanique des matrices de Heisenberg, Born et Jordan est «mathématiquement formellement identique» à la mécanique ondulatoire (encore appelée 'Undulationsmechanik', avant de devenir très bientôt la 'Wellenmechanik') qu'il est lui-même en train de développer, malgré «l'extraordinaire différence de leurs points de départ et de leurs cercles de représentations».

Ces considérations se fondent sur l'article de Schrödinger «Über das Verhältnis der Heisenberg-Born-Jordanschen Quantenmechanik zu der meinen» («Sur la relation entre la mécanique quantique de Heisenberg-Born-Jordan et la mienne» [25]), qu'il fait paraître en parenthèse de sa fameuse tétrade, entre le deuxième et le troisième articles.

Schrödinger démontre l'identité formelle entre les deux théories en faisant correspondre à chaque fonction convenablement «bien formée» $F(q_k, p_k)$ des coordonnées de position q_k et de moment conjugué p_k (donc sur l'espace de phase) une matrice infinie satisfaisant en toute occasion aux règles de calcul particulières de Born et Heisenberg, y compris la condition quantique. Techniquement, il y parvient par l'assignation d'un opérateur déterminé non pas directement à une «fonction au sens usuel», mais à un «symbole de fonction écrit d'une façon déterminée», et par l'emploi d'un système complet arbitraire de fonctions orthogonales ne dépendant que des coordonnées de position (donc sur l'espace de configuration). Les détails n'importent pas ici. Il est cependant remarquable que Schrödinger parle explicitement d'opérateur. Est-il déjà au courant du travail de Born et Wiener, achevé à peine deux mois plus tôt, et qui est d'habitude crédité pour son introduction des opérateurs dans le formalisme quantique? Ou procède-t-il indépendamment, se contentant de suivre l'usage mathématique classique? Voilà un point d'histoire qu'il conviendra de tenter d'élucider.

Mais ce qui importe bien davantage à notre présente enquête se trouve au début des paragraphes 2 et 3 de l'article en question. Nous jugeons appropriés d'en traduire de l'allemand trois courts passages absolument éclairants, au point qu'ils se passent presque de commentaire.

1) «Dans la construction des matrices, le point de jaillissement consiste dans la remarque simple que les règles de calcul particulières de Heisenberg pour des fonctions des *deux fois n* grandeurs $q_1, q_2, \ldots q_n; p_1, p_2, \ldots p_n$ (coordonnées des positions et des moments canoniquement conjugués) correspondent exactement avec les règles de calcul valables *selon l'analyse ordinaire* pour les *opérateurs différentiels linéaires* dans le domaine des *une fois n* variables $q_1, q_2, \ldots q_n$. La *correspondance* doit se faire de façon que, dans la *fonction,* chaque p_l soit remplacée par l'opérateur $\partial/\partial q_l$. — Il est de fait que l'opérateur $\partial/\partial q_l$ *commute* avec $\partial/\partial q_m$ pour n'importe quel *m,* mais avec q_m seulement si $m \neq l$. L'opérateur obtenu par permutation et soustraction

$$\frac{\partial}{\partial q_l} q_l - q_l \frac{\partial}{\partial q_l},$$

appliqué à une fonction quelconque des q_k, *reproduit* cette fonction, c'est-à-dire cet opérateur est l'*identité.* Ce simple fait se laisse représenter dans le domaine des matrices en tant que règle de commutation de Heisenberg.» (p. 737).

Il est incontestable que, ce faisant, Schrödinger désigne notre algèbre quantique géométrique (avec q au lieu de x!):

$$[\partial/\partial_l, q_l] = \mathbf{1}; \quad [\partial/\partial q_l, \partial/\partial q_m] = 0; \quad [q_l, q_m] = 0,$$

où le troisième commutateur est trivialement réalisé, donc va sans dire. Mais il n'est pas sans conséquence que (1) ne soit pas écrit comme équation! Dans son analyse de cet article, Jammer ne reproduit même pas l'opérateur (1)! Une remarque du même genre vaut également pour la seconde citation, qui vient une vingtaine de lignes plus loin:

2) «(...) d'une façon un peu plus générale que dans la remarque préliminaire d'orientation, p_r est remplacée non simplement par $\partial/\partial q_r$, mais par $K\partial/\partial q_r$, où K doit signifier une constante universelle.» (p. 738).

A savoir, Schrödinger touche maintenant à la mégéthos-structure. Il considère en fait le commutateur $[K\partial/\partial q_r, q_r] = K1$. Le mégéthos est déterminé comme action par correspondance avec la condition quantique, au début du §3:

3) «Puisque l'opération (1) est l'identité, à la fonction bien ordonnée

$$p_l q_l - q_l p_l \tag{10}$$

notre loi de correspondance, dans laquelle, on le rappelle, nous avons fait entrer une constante universelle K, fait correspondre l'*opérateur:* multiplication par K. A la fonction (10) correspond la *matrice*

$$(p_l q_l - q_l p_l)^{ik} = K\int \rho(x) u_i(x) u_k(x) dx \begin{array}{l} = 0 \quad \text{pour} \quad i \neq k \\ = K \quad \text{pour} \quad i = k \end{array} \tag{11}$$

C'est la «relation quantique» de Heisenberg, si l'on pose

$$K = h/2\sqrt{-1}\ [\sqrt{-1} = i] \tag{12}$$

choix auquel on se tiendra désormais.» (p. 741).

Passons sur l'expression importante (11), qui fait le lien entre (10) et (12), mais n'est pas essentielle pour notre propos. Pour reproduire la mécanique quantique de Heisenberg, Born et Jordan, Schrödinger doit faire de K une constante imaginaire munie du mégéthos action. Deux remarques s'imposent ici.

D'abord, il faut se souvenir de l'équation «anonyme de Schrödinger» de la section précédente, la formule (2) du premier article de la série: $S = K \log \psi$. Par étude du problème de l'atome d'hydrogène, Schrödinger avait déterminé $K = h/2\pi$, une constante d'action réelle. Ici, il lui faut prendre la même constante mais imaginaire $K = h/2\pi i$ (à l'instar, d'ailleurs, de ce qu'il avait déjà trouvé en 1922, à propos d'une «propriété remarquable des orbites quantifiées d'un électron unique» [26]). Ce fait n'a pas pu manquer de l'intriguer: c'était le (premier?) signe qu'il lui faudrait peut-être prendre en considération une fonction ψ complexe!

Ensuite et surtout, on assiste à la fermeture quasi immédiate de la généralité postulée. Schrödinger veut démontrer l'identité de deux formalismes concurrents de la mécanique quantique. Son cours de réflexion le fait entrouvrir seulement la porte qu'il a découverte. Pourquoi se contenter de la seule condition quantique mécanique? N'y en aurait-il pas d'autres, avec d'autres constantes et d'autres mégéthè, donc avec d'autres quanta? Voilà des questions qu'il ne se pose pas. S'il a connaissance du travail de Born et Wiener, n'a-t-il pas remarqué que ces derniers ont établi le commutateur $[h/2\pi i \, d/dt, \, t] = h/2\pi i \, 1$, où l'on passe des coordonnées q_1 au paramètre t? Ne lui arrive-t-il pas alors la mésaventure qui a affecté ces deux auteurs, dans le sens opposé?

Une pareille bévue, Born se l'est reprochée tout le restant de sa vie. Voici ce qu'il confessait en 1962: «Nous avons exprimé l'énergie comme d/dt et écrit la loi de commutation pour l'énergie et le temps en tant qu'identité par application de $[t(d/dt) - (d/dt)t]$ à une fonction de t; c'était exactement la même chose pour q et p. Mais nous ne l'avons pas vu. Et je ne me le pardonnerai jamais, car si nous l'avions vu, nous aurions obtenu toute la mécanique ondulatoire à partir de la mécanique des quanta tout de suite, quelques mois avant Schrödinger.» [27].

«Nous ne l'avons pas vu», regrette Born amèrement. De même, Schrödinger ne voit pas que le schème structural qu'il propose dépasse la seule mécanique, que par exemple il s'applique avec le quantum k, la constante d'entropie de Boltzmann, quand le paramètre est l'inverse de la température absolue (en mécanique statistique, l'opérateur $kT^2\partial/\partial T$ masque en fait l'opérateur $k\partial/\partial\vartheta$, avec $\vartheta = -1/T$!!).

Mais comment reprocher à ces illustres pionniers: Schrödinger, Born, Jordan, Dirac et autres, lancés à la découverte d'un monde déconcertant, de ne pas avoir tout vu dans ce qu'ils se mettaient en état de voir. Leur travail de Titans n'est pas en cause. Le visible d'aujourd'hui, tout simplement, n'appartenait pas à leur horizon. Reste qu'ils nous offrent une splendide illustration de la dialectique du non vu dans le vu, ainsi que des racines non négligeables pour notre construction de la Cinétique Quantique. [28]

En conclusion, et en écho à Mach, on peut constater par la force des deux exemples contemporains ici traités la fécondité de la dimension critique non seulement pour l'histoire des sciences, mais aussi pour la science elle-même, quand cette histoire est encore suffisamment récente. De ce point de vue, l'exemple paradigmatique est donné par Einstein, dont la critique des interprétations théoriques de son époque de l'induction électromagnétique l'a mené à la création de la théorie de la relativité. Il n'est pas si mauvais que de suivre un tel maître!

NOTES ET RÉFÉRENCES

[1] P. SCHEURER: *Révolutions de la science et permanence du réel,* P.U.F., Paris, 1979.

[2] W. V. O. QUINE: *Mathematical Logic,* Harvard University Press, Cambridge (Mass.), 1965[3].

[3] Voir [1], chap. 3.

[4] P. SCHEURER: *De l'homme, de la mesure et du temps,* essai à paraître fin 1986.

[5] L. BUNT, P. JONES et J. BEDIENT: *The Historical Roots of Elementary Mathematics,* Prentice -Hall, Englewood Cliffs (N.J.), 1976.

[6] L. PACIOLI: *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportione et Proportionalitate,* 1494. Voir aussi [5].

[7] Voir [4], chap. 5.

[8] Th. S. KUHN: *La structure des révolutions scientifiques,* Flammarion, Paris, 1983 (1962, 1970). R. S. WESTFALL: *Never at Rest,* A Biography of Isaac Newton, Cambridge University Press, Cambridge, 1980. B. J. DOBBS: *The Foundations of Newton's Alchemy,* Cambridge University Press, Cambridge, 1975.

[9] Voir [4], chap. 5.

[10] Voir [4], chap. 12.

[11] I. LAKATOS: *The methodology of scientific research programmes,* Philosophical Papers Volume 1, Cambridge University Press, Cambridge, 1978. Voir aussi [4], chap. 11.

[12] P. SCHEURER: «Reversible motion and irreversible evolution: Quantum Kinetics and the postulate TEI (time, energy and information)», *Arch. Sc. Genève, 37,* n° 2, 1984, p. 229-264.

[13] E. SCHRÖDINGER: «Quantisierung als Eigenwertproblem», *Annalen der Physik, 79* (1926), p. 361-376 et p. 489-527; *80* (1926), p. 437-490; *81* (1926), p. 109-139.

[14] H. von HELMOLTZ: «Über die Erhaltung der Kraft», 1847.

[15] Th. S. KUHN: *Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity, 1894-1912,* Clarendon Press, Oxford, 1978 et «Revisiting Planck», *Hist. Stud. in the Phys. Sciences, 14,* part 2 (1984), p. 231-252.

[16] Voir [4], chap. 18.

[17] M. BORN et N. WIENER: «Eine neue Formulierung der Quantengesetze für periodische und nicht periodische Vorgänge», *Zeitschrift für Physik, 36* (1926), p. 174-187.

[18] Voir [4], chap. 16, et aussi *Arch. Sc. Genève, 34* (1981), p. 383-388.

[19] M. JAMMER: *The Conceptual Development of Quantum Mechanics,* McGraw-Hill, New York, 1966.

[20] J. MEHRA and H. RECHENBERG: *The Historical Development of Quantum Theory,* vol. 1-4, Springer-Verlag, New York, 1982.

[21] P. A. M. DIRAC: «The physical interpretation of the Quantum Dynamics», Royal Society Proc. A *112* (1926), p. 621-641.

[22] P. JORDAN: «Über eine neue Begründung der Quantenmechanik», *Zeitschrift für Physik, 40* (1926), p. 809-838.

[23] K. LANCZOS: «Über eine feldmässige Darstellung der neuen Quantenmechanik», *Zeitschrift für Physik, 35* (1926), p. 812-830.

[24] M. BORN: *Physics in my Generation,* Pergamon Press, Londres, 1956, p. 100.

[25] E. SCHRÖDINGER: «Über das Verhältnis der Heisenberg-Born-Jordanschen quantenmechanik zu der meinen», *Annalen der Physik, 79* (1926), p. 734-756.

[26] —— «Über eine bemerkenswerte Eigenschaft der Quantenbahnen eines einzelnen Elektrons», *Zeitschrift für Physik, 12* (1922), p. 13-23.

[27] M. BORN: interview du 17 octobre 1962, *Archive for the History of Quantum Physics.*

[28] La Cinétique Quantique complète la construction de Schrödinger en faisant de la constante K un produit $K = kk'$. Cela permet de donner un mégéthos différent à x et à $\partial/\partial x$, soit kx et $k'\ \partial/\partial x$. La μ-inversion de k et k' permet de relier la μ-structure à la VD-structure. On a *géométriquement* $< k'\partial/\partial x, kdx > = K$, et *algébriquement* $[K\partial/k\partial x, kx] = K\mathbf{1}$.