Zeitschrift: Archives des sciences et compte rendu des séances de la Société

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 37 (1984)

Heft: 1

Artikel: Comment déterminer la rentabilité d'un gisement minier ? : Application aux gisements de pétrole

Autor: La Grandville, Olivier de

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-740532

Arch. Sc. Genève	Vol. 37	Fasc. 1	pp. 85-94	1984

COMMENT DÉTERMINER LA RENTABILITÉ D'UN GISEMENT MINIER ?

APPLICATION AUX GISEMENTS DE PÉTROLE

PAR

Olivier de LA GRANDVILLE [1]

L'extraordinaire accroissement du prix du pétrole (multiplié par vingt en une décennie) et la raréfaction subite de son offre en 1973, pendant une brève période, ont ravivé les préoccupations séculaires relatives à la disponibilité des ressources naturelles non renouvelables. Or, cette disponibilité est un concept relatif, en ce sens qu'il doit être relié à la notion de rentabilité des gisements: une ressource peut exister en abondance dans la croûte terrestre et être « épuisée » parce qu'elle se trouve à une profondeur telle qu'il n'est pas rentable de l'extraire. Or, comment peut-on déterminer, de manière précise, la rentabilité d'un gisement minier? On perçoit intuitivement que certains facteurs (le prix de la ressource, les coûts d'extraction) doivent jouer un rôle central dans la détermination de la rentabilité d'un gisement. Mais comment doit-on la calculer? C'est à cette question que la présente communication se propose de répondre. A titre d'illustration, on appliquera les critères de rentabilité qui auront été définis à l'exploitation optimale des gisements de pétrole.

* * *

1. LA VALEUR ACTUALISÉE NETTE D'UN GISEMENT

Le critère de rentabilité d'un gisement est, en théorie, extrêmement simple: il suffit d'examiner si l'exploitation du gisement est susceptible de rapporter plus qu'il ne coûte. En pratique cependant, il est assez difficile de déterminer quels seront les recettes et les coûts afférents à l'exploitation d'un gisement, car ceci suppose que l'on fasse des prévisions, et celles-ci sont par définition entachées d'incertitude. Supposons, pour le moment, que cette difficulté soit surmontée, et que l'on connaisse

---

[1] Faculté des sciences économiques et sociales de l'Université de Genève, 2, rue de Candolle, CH-1211 Genève 4.

de manière quasi certaine non seulement les quantités du minerai qui pourront être extraites annuellement mais également toutes les recettes et les coûts futurs.

Suffira-t-il, pour savoir si un gisement est rentable, de calculer la totalité des recettes procurées par le projet pour chaque année, et d'en retrancher la somme des coûts? Non, car cette opération reviendrait à additionner des quantités qui ne sont pas comparables entre elles, en l'occurrence des unités monétaires reçues — ou payées — à des temps différents. Un franc reçu aujourd'hui n'est pas égal à un franc reçu dans un an, ni à un franc reçu dans n années; en effet, un franc reçu aujourd'hui peut être placé sur le marché financier; si i représente le taux d'intérêt annuel, un franc reçu aujourd'hui devient $1+i$ francs dans un an, et $(1+i)^n$ francs dans n années [1]. Nous pouvons donc dire que, si les prix ne se modifient pas, un franc reçu aujourd'hui est équivalent à $1 + i$ francs dans une année, et aussi à $(1 + i)^n$ francs dans n années, Inversement, il est évident qu'un franc dans n années est équivalent à $1/(1+i)^n$ francs aujourd'hui. En conséquence, toute somme R_n reçue dans n années vaut, en valeur actuelle, $R_n/(1+i)^n$. On appellera « actualisation » le procédé permettant de traduire, en valeur courante, un revenu reçu dans n années.

Choisissons maintenant un exemple extrêmement simplifié de gisement minier, et demandons-nous s'il est rentable ou non de l'exploiter.

Désignons par R_0, R_1, R_2, ..., R_t, ..., R_n les recettes réalisées au cours des différentes périodes correspondant à la durée de l'exploitation du gisement; soit B le coût d'acquisition du capital technique nécessaire à cette exploitation [2]; soient C_0, C_1, C_2, ..., C_t, ..., C_n les coûts d'opération (ou de fonctionnement) du projet. On appellera « valeur nette actualisée » (VNA) du projet d'investissement la somme des recettes nettes de tous les coûts correspondant à ce projet, ces recettes nettes étant actualisées à l'aide d'un taux d'intérêt donné. On aura:

$$\text{(1)} \qquad \begin{aligned} \text{VNA} &= R_0 - C_0 - B + \frac{R_1 - C_1}{1+i} + \frac{R_2 - C_2}{(1+i)^2} + \dots + \\ &+ \frac{R_t - C_t}{(1+i)^t} + \dots + \frac{R_n - C_n}{(1+i)^n} . \\ &\equiv \sum_{t=0}^{n} \frac{R_t - C_t}{(1+i)^t} - B \end{aligned}$$

---

[1] On croit souvent que la différenciation à introduire entre un franc reçu aujourd'hui et un franc reçu dans le futur trouve sa justification dans le caractère variable des prix, et en particulier dans l'accroissement souvent observé de ces derniers. Un franc reçu demain « vaudrait » moins qu'un franc reçu aujourd'hui, parce que son pouvoir d'achat diminuerait. Telle n'est pas la raison fondamentale de la différence de valeur d'un franc reçu à des époques différentes: cette différence prévaudrait même dans un monde sans inflation. Elle est fondée sur le principe fondamental selon lequel tout individu préfère pouvoir disposer d'un pouvoir d'achat immédiatement, plutôt que dans le futur; et renoncer à ce pouvoir d'achat aujourd'hui pour n'en disposer, par exemple, que dans un an à son prix: c'est le taux d'intérêt.

[2] Ce coût comprend également l'ensemble des dépenses de prospection et d'évaluation des réserves du gisement.

Le gisement sera dit rentable si sa valeur nette actualisée est positive (VNA > 0) ou, de manière équivalente, si l'ensemble des recettes en valeur actuelle est supérieur à l'ensemble des coûts en valeur actuelle; VNA > 0 implique en effet:

$$\sum_{t=0}^{n} R_t(1+i)^{-t} > B + \sum_{t=0}^{n} C_t(1+i)^{-t} \tag{2}$$

ou enfin si l'ensemble des recettes nettes de coûts de fonctionnement, en valeur actuelle, est supérieur au coût d'acquisition du projet; la rentabilité du projet implique aussi que:

$$\sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i)^{-t} > B \tag{3}$$

Nous allons montrer maintenant que rien n'est modifié dans le processus de décision de l'investisseur s'il possède ou non les fonds nécessaires à l'acquisition du projet d'investissement. Soit en effet un emprunt sur n années d'un montant B, portant intérêt de i par an. Si le paiement des intérêts et du principal est dû au bout des n années seulement, le montant dû à la fin de la n-ième année est de $B(1+i)^n$; la valeur actuelle de ce montant est $B(1+i)^n/(1+i)^n = B$.

Supposons maintenant que les paiements d'intérêts soient faits annuellement, et que le capital soit remboursé l'année n seulement. La valeur actuelle des paiements effectués sera alors égale à B, comme précédemment; on aura en effet:

$$\frac{iB}{1+i} + \frac{iB}{(1+i)^2} + \dots + \frac{iB}{(1+i)^n} + \frac{B}{(1+i)^n} =$$

$$= \frac{iB}{1+i}\left[1 + \frac{1}{1+i} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}\right] + \frac{B}{(1+i)^n} =$$

$$= \frac{iB}{1+i}\left[\frac{1 - \dfrac{1}{(1+i)^n}}{1 - \dfrac{1}{1+i}}\right] + \frac{B}{(1+i)^n} = B$$

Si d'autres formes de remboursement du capital étaient envisagées, la valeur actualisée de la totalité des paiements resterait égale à B.

2. LE TAUX DE RENTABILITÉ INTERNE D'UN GISEMENT

On voit apparaître ici le rôle primordial du taux d'intérêt dans la détermination de la rentabilité d'un investissement. En effet, c'est l'ensemble des recettes nettes $(R_t - C_t)$ en valeur *actualisée* qui doit compenser le coût B d'acquisition du projet. On peut constater que ces valeurs actualisées des termes $(R_t - C_t)$ sont des fonctions décroissantes du taux d'intérêt [1]. Si le taux d'intérêt devient suffisamment élevé, la somme de leur valeur actualisée peut devenir tout juste suffisante pour compenser le coût d'acquisition B. Au-delà de ce seuil, le taux d'intérêt rend la somme de ces valeurs actuelles trop petite pour compenser B: la valeur actuelle nette du gisement devient négative; le gisement n'est alors plus rentable. On appelle « *taux de rendement interne* » d'un gisement le taux d'intérêt qui, utilisé comme taux d'actualisation, annule la valeur actuelle nette de ce gisement. Ce taux de rendement interne, noté i^*, est donc une racine de l'équation

$$\text{VNA} \equiv -B + R_0 - C_0 + \frac{R_1 - C_1}{1+i} + \frac{R_2 - C_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R_n - C_n}{(1+i)^n} = 0$$

Au cas où la valeur nette actualisée est une fonction partout décroissante du taux d'intérêt, si cette racine existe, elle est unique.

La signification exacte de ce taux de rentabilité interne est la suivante: il constitue le *seuil* du taux d'intérêt à partir duquel le gisement n'est plus rentable; jusqu'à ce seuil, le gisement est rentable.

Ce taux possède la propriété suivante: le taux de rentabilité interne d'un gisement est le taux d'intérêt qui devrait exister sur le marché pour qu'il soit équivalent d'entreprendre le projet et de placer les fonds disponibles sur le marché. En effet, VNA $= 0$ implique $B = \sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i^*)^{-t}$. Le membre de gauche ($B$) est la valeur actuelle des fonds B placés au taux d'intérêt i pendant n années $\left(B = B(1+i^*)^n/(1+i^*)^n\right)$; le membre de droite est la somme des recettes nettes du projet en valeur actualisée. Cette égalité traduit donc l'équivalence entre le placement des fonds disponibles et la réalisation du projet.

Une manière alternative de montrer cette propriété aurait été de transcrire chacun des membres de la dernière égalité (qui sont exprimés en francs de l'année 0) en francs de l'année n. A cet effet, il nous suffit de multiplier chacun de ces membres par $(1+i)^n$. $B(1+i)^n$ représente le montant reçu l'année n lorsque l'on place B au taux d'intérêt i pendant n années; et chaque flux de revenu $R_0 - C_0$, $(R_1 - C_1)/(1+i^*)$, ..., $(R_t - C_t)/(1+i^*)^t$, ..., $(R_n - C_n)/(1+i^*)^n$, s'il est multiplié par $(1+i^*)^n$, nous indique ce que chacun de ces flux devient lorsqu'il est placé au taux d'intérêt i pendant n années; le terme général $(R_t - C_t)/(1+i^*)^t$ devient ainsi $[(R_t - C_t)/(1+i^*)^t](1+i)^n = (R_t - C_t)(1+i^*)^{n-t}$; sa signification économique est immédiate: c'est la recette nette procurée par le projet l'année t, placée au taux i jusqu'à l'année n, c'est-à-dire pendant $n-t$ années. On obtient:

$$B(1+i)^n = \sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i)^{n-t}$$

[1] Nous supposons que les $(R_t - C_t)$ sont tous positifs pour $t \geqslant 1$.

Cette dernière expression, tirée de VNA = 0, traduit bien l'équivalence, en termes de l'année n, entre un placement des fonds disponibles B pendant n années, et les résultats obtenus grâce à la réalisation du projet d'investissement.

Il est important de préciser ici que, pour tous les gisements rentables (c'est-à-dire dont la VNA est positive), le taux de rendement interne n'indique *pas* le taux d'intérêt auquel il aurait été équivalent de placer les fonds disponibles B. On peut le montrer aisément de la façon suivante.

Soit i^* le taux de rentabilité interne du gisement; i^* est défini par l'égalité

$$\sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i^*)^{-t} = B$$

et, de manière équivalente (en multipliant chaque membre de cette égalité par $(1+i)^n$), par:

$$\sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i^*)^{n-t} = B(1+i^*)^n$$

Or, le taux d'intérêt du marché est inférieur à i^* si la VNA du projet est positive [1]. On a donc:

$$1 + i < 1 + i^*$$

et l'on peut écrire

$$(1+i)^n < (1+i^*)^n$$

ainsi que

$$(R_t - C_t)(1+i)^{n-t} < (R_t - C_t)(1+i^*)^{n-t}$$

(avec $R_t - C_t > 0$)

et

$$\sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i)^{n-t} < \sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i^*)^{n-t}$$

Etant donné que le membre de droite de cette égalité est égal à $B(1+i^*)^n$, on peut écrire:

$$\sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i)^{n-t} < B(1+i^*)^n$$

Cette dernière inégalité signifie que la somme des résultats nets d'exploitation exprimés en valeur de l'année n (placés au taux d'intérêt du marché pendant $n-t$ années) est inférieure à la somme qui aurait été obtenue en plaçant les fonds disponibles à un taux d'intérêt égal au taux de rendement interne i^*.

Il faut donc trouver un moyen de mesurer le taux de rentabilité effectif d'un gisement minier. Tel sera notre objectif dans la section 4.

---

[1] VNA > 0 implique $B < \sum_{t=0}^{n} \frac{R_t - C_t}{(1+i)^t}$; or le taux de rentabilité interne i^* est tel qu'il égalise B et $\sum_{t=0}^{n} \frac{R_t - C_t}{(1+i^*)^t}$; i^* doit donc être supérieur à i.

3. LE TAUX DE RENDEMENT CORRIGÉ D'UN GISEMENT

Appelons $\bar{R}(n)$ la somme des recettes *nettes* du projet d'investissement exprimée en valeur de l'année n; $\bar{R}(n)$ peut se déterminer de la manière suivante:

$$\begin{aligned}\bar{R}(n) &= \sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i)^{n-t} \\ &= (1+i)^n \sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i)^{-t} \\ &= (1+i)^n [\text{VNA} + B]\end{aligned}$$

Etant donné que B représente le coût d'acquisition du projet (coût d'opportunité si le projet est financé par des fonds propres; montant de l'emprunt nécessaire à le financer au cas où les fonds propres ne seraient pas disponibles), le taux de rentabilité corrigé du gisement, noté r, est le taux auquel on aurait dû placer B pour obtenir, au bout de n années, $\bar{R}(n)$. Il doit donc être tel que

$$B(1+r)^n = \bar{R}(n) \tag{5}$$

et par conséquent on a:

$$r = \sqrt[n]{\frac{\bar{R}(n)}{B}} - 1 \tag{6}$$

On peut aussi calculer r à partir de la VNA, car on a, comme nous venons de le voir, $\bar{R}(n) = (1+i)^n (\text{VNA} + B)$. En conséquence, le taux de rentabilité corrigé s'écrit

$$r = (1+i) \sqrt[n]{\frac{\text{VNA} + B}{B}} - 1 \tag{7}$$

Nous vérifions d'abord que ce taux de rendement r devient égal au taux d'intérêt (et au taux d'actualisation) lorsque la VNA tend vers 0. On observe par ailleurs que, si VNA > 0, le taux de rendement est supérieur au taux d'intérêt.

Montrons maintenant que le taux de rendement corrigé est inférieur au taux de rendement interne (pour tout gisement rentable).

Le taux r est défini par

$$B(1+r)^n = \sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i)^{n-t}$$

Etant donné que pour tout projet rentable on a VNA > 0, et de ce fait, $i < i^*$, on peut écrire:

$$\begin{aligned}\sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i)^{n-t} < \sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i^*)^{n-t} &= \\ = (1+i^*)^n \sum_{t=0}^{n} (R_t - C_t)(1+i^*)^{-t} &= \\ = (1+i^*)^n B\end{aligned}$$

On a donc

$$B(1+r)^n < B(1+i^*)^n$$

et par conséquent $r < i^*$

En conclusion, pour tous les gisements rentables, le taux de rentabilité corrigé est toujours compris entre le taux d'intérêt du marché et le taux de rentabilité interne. On a toujours

$$i < r < i^*$$

On peut se demander enfin s'il existe un mécanisme par lequel le taux de rentabilité effectif d'un gisement a tendance à se rapprocher du taux d'intérêt et du taux de rendement interne du gisement. Ce mécanisme existe effectivement: si certains projets d'investissement sont avantageux, leur coût d'acquisition B tendra à augmenter. Si B augmente d'une quantité donnée, la valeur nette actualisée de ces projets diminuera de la même quantité; le numérateur de la fraction $\frac{\text{VNA}+B}{B}$ (égal aux recettes nettes actualisées du projet) ne changera pas; en revanche, le dénominateur B de cette fraction augmentera, faisant ainsi diminuer le taux de rentabilité r. Cette diminution peut se produire jusqu'au moment où la VNA deviendra nulle; à ce moment $r = i$, et par ailleurs $i = i^*$. Le taux de rendement effectif du projet est égal alors à la fois au taux d'intérêt et au taux de rendement interne du projet.

4. APPLICATION A L'EXPLOITATION DES GISEMENTS DE PÉTROLE

Les gisements miniers, et en particulier les gisements de pétrole, peuvent être extrêmement rentables. Il n'est donc pas étonnant qu'ils soient soumis à une taxation assez élevée. A titre d'exemple, nous allons montrer la relation existant entre la taxation imposée par le pays producteur et la rentabilité d'un gisement de pétrole. Appliquée uniformément à tous les champs de pétrole, la taxation est susceptible d'enlever complètement leur rentabilité à certains champs. Nous verrons quelles possibilités se présentent aux pays producteurs pour rendre leur rentabilité à certains champs, par une modulation de la taxation.

L'exploitation des gisements pétroliers peut faire l'objet d'une taxation à trois niveaux: la compagnie exploitante paie d'abord une redevance fixe (que l'on notera T; celle-ci est indépendante de la quantité de pétrole extraite); elle paie ensuite une redevance minière proportionnelle à la quantité extraite (t_1) et enfin un impôt sur les bénéfices industriels et commerciaux (t_2). Quant au prix du pétrole (p) utilisé dans les calculs de taxation, il est égal au prix affiché multiplié par un certain coefficient de correction [1], noté c. On suppose que le prix du pétrole augmentera à un taux de

[1] Pour tenir compte, notamment, du prix de réalisation.

croissance annuel égal à k (cette hypothèse n'enlève rien à la généralité du raisonnement.) La recette nette en valeur actualisée de l'année t sera donc, après paiement de la redevance minière proportionnelle, égale à:

$$\frac{R_t - C_t}{(1+i)^t} = \frac{(1-t_1)\, cpg\, (1+k)^t - C_t}{(1+i)^t}$$

si la quantité extraite annuellement est égale à g.

Après paiement des impôts sur les bénéfices industriels et commerciaux, cette recette nette est multipliée par $(1-t_2)$. Après paiement des taxes fixes, la valeur actuelle nette du gisement pétrolier est:

$$\text{VNA} = (1-t_2)(1-t_1)\, cpg \sum_{t=0}^{n} \left(\frac{1+k}{1+i}\right)^t - \left\{\sum_{t=0}^{n} \frac{C_t}{(1+i)^t} + B + T\right\} \tag{16}$$

Pour simplifier la notation, on écrira:

$$cpg \sum_{t=0}^{n} \left(\frac{1+k}{1+i}\right)^t \equiv \alpha \text{ (somme des recettes en valeur actualisée)}$$

et

$$\sum_{t=0}^{n} \frac{C_t}{(1+i)^t} + B + T \equiv \beta$$

(somme des coûts en valeur actualisée, y compris la redevance fixe T)
On aura donc

$$\text{VNA} = (1-t_2)\,[(1-t_1)\alpha - \beta] \tag{17}$$

A partir de l'expression (7) indiquant le taux de rendement corrigé en fonction de la VNA, on peut calculer la fonction inverse:

$$\text{VNA} = B\left[\left(\frac{1+r}{1+i}\right)^n - 1\right] \tag{18}$$

En égalisant (17) à (18), il vient:

$$(1-t_2)[(1-t_1)\alpha - \beta] = B\left[\left(\frac{1+r}{1+i}\right)^n - 1\right] \tag{19}$$

Cette dernière relation permet de déterminer l'ensemble des taux de taxation (redevance minière proportionnelle et impôt sur les bénéfices) qui correspondent à un niveau donné du taux de rentabilité du gisement.

On peut écrire en effet, à partir de (19):

$$t_2 = 1 - \frac{B\left[\left(\frac{1+r}{1+i}\right)^n - 1\right]}{\alpha(1-t_1) - \beta} \tag{20}$$

On voit donc que, pour tout taux de rentabilité effectif donné (r), il existe une relation décroissante entre les taux de taxation t_2 et t_1. Cette relation est représentée graphiquement comme suit, pour différents taux de rentabilité ($r_1 < r_2$).

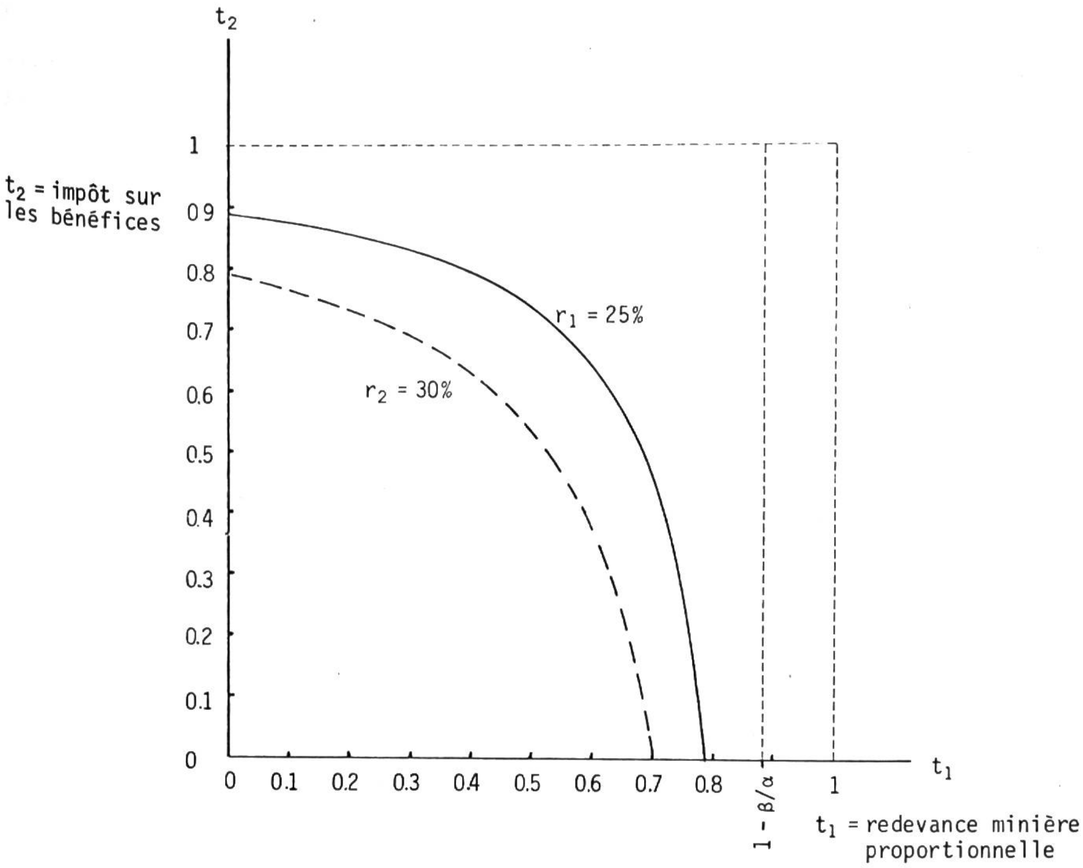

FIG. 1. — Ensemble des taux de taxation conduisant à des taux de rentabilité donnés du gisement pétrolier

* * *

Un exemple d'application peut être le suivant: supposons qu'un champ de pétrole ne soit pas rentable parce que la redevance minière proportionnelle est trop importante (en se référant à l'expression (17), on constate qu'une condition suffisante pour que la VNA soit négative est que $(1-t_1)\alpha - \beta < 0$, soit $t_1 > 1-\beta/\alpha$; cf. également fig. 1). Un tel taux de taxation empêche l'exploitation du gisement: cette situation est préjudiciable à toutes les parties en présence, aussi bien pour la compagnie qui n'exerce pas son activité que pour le pays producteur qui ne reçoit pas le produit de la taxation, nécessaire à son développement. Bien entendu, d'autres conséquences néfastes résultant d'un tel blocage doivent être envisagées: l'offre de pétrole est raréfiée; son prix aura tendance à augmenter; enfin, le pays producteur ne bénéficie pas de l'activité économique à laquelle l'extraction proprement dite du pétrole aurait donné lieu. C'est pour toute cette série de raisons qu'il importe de modifier la taxation de telle manière que le gisement devienne rentable. Ce résultat pourra être obtenu en faisant diminuer t_1 en-dessous de $1 - \beta/\alpha$, puis en choisissant t_1 et t_2 de manière à assurer à la compagnie exploitante un taux de rendement fixé d'entente entre la compagnie et le gouvernement. Non seulement toutes les parties en présence y trouveront-elles un avantage, mais encore un tel accord aura-t-il des répercussions favorables sur les économies des pays concernés.