Analyse statistique de la variation verticale des descripteurs dans la formation de Vions (Berriasien supérieur, Jura méridional)

Autor(en): **Jaquet, J.-M.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **26 (1973)**

Heft 3

PDF erstellt am: **21.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-739931

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

ANALYSE STATISTIQUE DE LA VARIATION VERTICALE DES DESCRIPTEURS DANS LA FORMATION DE VIONS

(Berriasien supérieur, Jura méridional)

PAR

J.-M. JAQUET [1]

A la mémoire d'Adrien Jayet.

SOMMAIRE

RÉSUMÉ 248

ABSTRACT 248

1. INTRODUCTION 249

2. OBSERVATION DIRECTE DES LOGS 250

3. ADOUCISSEMENT 252

4. DÉTERMINATION DU « DEGRÉ DE HASARD » 253
   4.1. Aperçu théorique 253
   4.2. Résultats 254

5. TENDANCE LINÉAIRE VERTICALE 257

6. ANALYSE D'AUTOCORRÉLATION 257
   6.1. Rappel théorique 257
   6.2. Principaux processus 258
   6.3. Examen détaillé des processus autorégressifs d'ordre 1 et 2 259
   6.4. Interprétation des corrélogrammes par simulation 261
      6.4.1. Processus AR 1 et 2 261
         6.4.1.1. Formules et conventions utilisées 261
         6.4.1.2. Evolution des paramètres des séries simulées en fonction de α_1 et α_2 263
         6.4.1.3. Allure des séries simulées 264
         6.4.1.4. Allure des corrélogrammes 265

---

[1] Département de géologie, Université de Genève.

6.4.2. Processus de moyennes mobiles (MM) 266
6.4.2.1. Evolution des paramètres des séries simulées en fonction de l'ordre 266
6.4.2.2. Allure des corrélogrammes 267
6.5. Etapes dans l'analyse d'autocorrélation 268
6.6. Résultats obtenus sur la Formation de Vions 270
6.6.1. Modèle autorégressif 271
6.6.2. Modèle de moyennes mobiles 273
6.6.3. Comparaison des résultats de l'analyse d'autocorrélation avec ceux du test de « runs » 274
6.7. Conclusions sur l'analyse d'autocorrélation 274

7. Analyse par matrices de transition 275

8. Interprétation géologique 276
8.1. Résumé des caractères de la Formation de Vions 276
8.2. Signification géologique des modèles 276
8.2.1. Généralités 276
8.2.2. Processus purement aléatoires 278
8.2.3. Processus harmoniques vrais 278
8.2.4. Processus autorégressifs, de moyennes mobiles et markoviens d'ordre inférieur 278
8.2.4.1. Processus markoviens et AR d'ordre 1 278
8.2.4.2. Processus markoviens et AR d'ordre 2 279
8.2.4.3. Processus de moyennes mobiles 279
8.3. Interprétation génétique de la Formation de Vions 280

9. Conclusions 281

Remerciements 281

Bibliographie 282

RÉSUMÉ

La variation verticale de cinq descripteurs numériques est étudiée par diverses méthodes sur sept coupes de la Formation de Vions (Berriasien supérieur, Jura méridional). Ces méthodes comprennent principalement l'adoucissage, le test de « runs », l'analyse de tendance verticale et l'analyse d'autocorrélation.

Dans le cadre de cette dernière technique, on étudie plus particulièrement les processus stochastiques autorégressifs et ceux de moyennes mobiles, et par simulation, produit des séries et des corrélogrammes auxquels sont comparés ceux des descripteurs de la Formation de Vions.

Deux modèles permettent d'approximer la variation verticale de ces descripteurs: le premier est autorégressif d'ordre 1-2, le second de moyennes mobiles d'ordre 1-6.

La signification géologique de ces modèles mathématiques est ensuite discutée et un modèle conceptuel de l'évolution verticale de la Formation de Vions est proposé. Ce dernier invoque des mouvements transgressifs et régressifs de la mer, auxquels se superposent des arrivées terrigènes liées à des pulsations orogéniques qui peuvent être considérées comme purement aléatoires.

ABSTRACT

The vertical variations of five numerical descriptors is studied, using various statistical methods, with data from the Vions formation (upper Berriasian, Southern Jura mountains). The methods include smoothing, run test, vertical trend analysis and autocorrelation analysis. This paper is

particularly concerned with development of autocorrelation analysis. Emphasis is put on the study of autoregressive and finite moving average processes as possible models for the series. Extensive use is made of simulation methods, and the resulting artificial series and correlograms can be compared with the Vions time series.

A first or second order autoregressive process and a first to sixth order moving average process are used as descriptive and explanatory models for the vertical variation of the descriptors. The geological meaning of these *mathematical models* is then discussed, leading to a *conceptual model* for the vertical evolution of the Vions formation. This model calls for transgressive-regressive sea movements, with superimposed detrital inputs, which are related to bursts of erosion caused by purely random orogenic pulses.

1. INTRODUCTION

Dans le cadre d'une thèse conduite au Département de Géologie de l'Université de Genève sous la direction du professeur A. Lombard, nous avons entrepris l'étude d'une formation carbonatée par les méthodes statistiques et informatiques.

Le but d'un tel travail était avant tout méthodologique — l'application de méthodes numériques à tous les stades de l'étude d'un épisode sédimentaire, en l'occurrence la Formation de Vions (Berriasien supérieur), dans le Jura méridional. Toutes les techniques et méthodes ont été évaluées et critiquées à la lumière des résultats obtenus, et leurs avantages et limites reconnus.

On trouvera dans le manuscrit original (JAQUET 1972) l'exposé complet des méthodes et résultats. D'autre part, la partie touchant à la définition des microfaciès et aux relations entre les descripteurs est publiée ailleurs (JAQUET 1973). Enfin, la Formation de Vions est décrite par STEINHAUSER (1969).

Le propos du présent article est de présenter l'analyse des tendances verticales des descripteurs numériques dans le but d'établir un *modèle statistique* de la série — modèle descriptif et si possible explicatif — et de répondre ainsi à la question suivante: la série évolue-t-elle verticalement au hasard, ou peut-on y découvrir une loi ?

Les éléments de réponse que nous apportons doivent être considérés comme une première approximation; en effet, la Formation de Vions (FV) est peu épaisse (une trentaine de mètres) et le nombre des points échantillonnés est voisin de cent dans chacune des coupes étudiées. C'est un minimum pour l'application des techniques présentées dans ce travail.

Une approche complémentaire à celle que nous présentons ici est développée en détail dans le manuscrit original (JAQUET 1972); il s'agit de l'étude de la succession verticale des microfaciès à l'aide des matrices de transition, dont les résultats sont résumés au paragraphe 7.

Les coupes de la FV ont été levées aux endroits suivants, du sud au nord:

Tunnel de l'Epine. 10 km W de Chambéry, Savoie.
Molard de Vions. 3 km SE de Culoz, Savoie.

Thoiry (Ain). 16 km WNW de Genève.
La Vasserode. 5 km NE du col de La Faucille, Ain.
Chapeau de Gendarme. 3 km SSE de Saint-Claude, Jura.
Col du Marchairuz (Vaud, Suisse).
Le Séchey (vallée de Joux, Vaud, Suisse).

Chaque coupe a été échantillonnée tous les trente centimètres à partir d'un niveau-repère à *Keramosphaera allobrogensis*, découvert par Steinhauser (STEINHAUSER, BRÖNNIMANN, KOEHN-ZANINETTI, 1969). Les échantillons ont été étudiés en lames minces, surfaces polies et par analyse calcimétrique (JAQUET, VERNET et FERRARI, 1971). On a pu définir ainsi quarante et un descripteurs, mesurés selon les échelles numérique, ordinale et binaire. Seuls les descripteurs numériques sont considérés dans ce travail; ce sont:

1) Pourcentage de carbonate.
2) Pourcentage de quartz.
3) Pourcentage d'argile et insolubles.
4) Granulométrie du quartz (diamètre moyen des grains).
5) Classement du quartz (mesuré par l'écart-type du diamètre moyen).

Leurs valeurs ont été reportées sur des logs verticaux tous les trente centimètres et ce pour les sept coupes. L'étude de leurs variations s'est déroulée selon les étapes suivantes:

Observation directe des logs.
Adoucissement des courbes de variation.
Détermination du « degré de hasard ».
Tendance linéaire verticale (« trend »).
Analyse d'autocorrélation.

2. OBSERVATION DIRECTE DES LOGS

Faute de place, tous les logs des cinq descripteurs pour les sept coupes n'ont pas pu être figurés. A titre d'exemple, les quatre premiers descripteurs pour la coupe de la Vasserode sont reportés sur la figure 1. Une simple observation de ces courbes révèle ce qui suit:

1. *Décalage des pics « granulométrie » et « abondance du quartz ».*

Il existe un « retard » des maxima du diamètre sur ceux de l'abondance, ainsi que, moins clairement, sur ceux des minima du classement. Cela est particulièrement clair pour les coupes de Culoz et Vasserode (fig. 1). En d'autres termes, les premières grosses arrivées de quartz sont plutôt fines et bien classées, alors que les « queues »

sont plus grossières et moins bien classées. On peut remarquer d'autre part sur les logs, mais plus encore sur le terrain, que les passées détritiques commencent par des niveaux marneux. Elles consistent donc en des *séquences granulométriques inverses.*

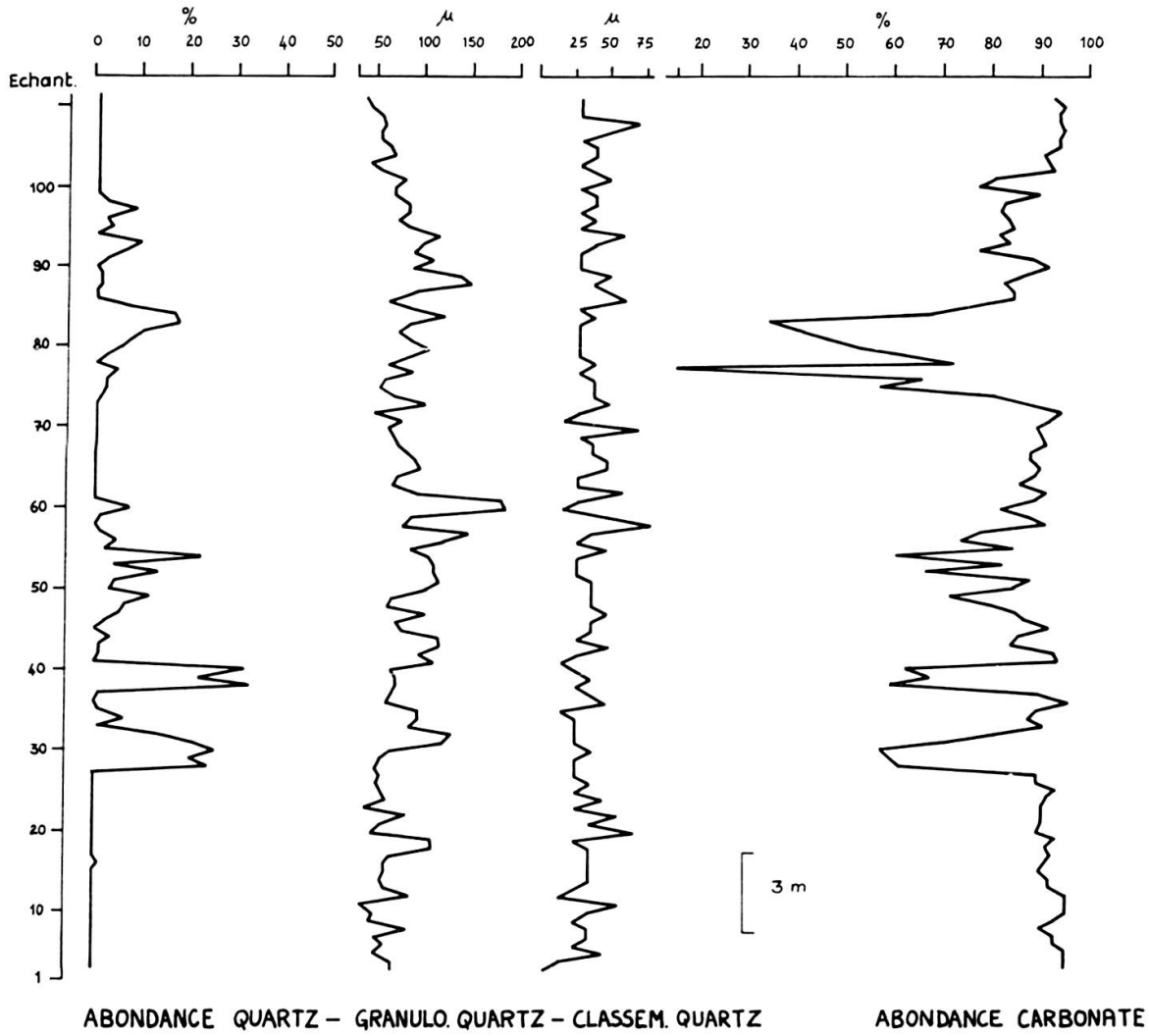


FIG. 1. — Variation de l'abondance du quartz, de sa granulométrie, de son classement et de l'abondance du carbonate pour la coupe Vasserode. Valeurs brutes.

2. *Antipathie des courbes « carbonate » et « quartz ».*

Cela va de soi, puisque le sédiment est un mélange de carbonate et de terrigènes (quartz plus argile).

3. *Corrélation des pics du quartz.*

Tous les logs de la teneur en quartz (valeurs émoussées) sont rassemblés dans la figure 2, avec des lignes de corrélation établies à l'aide de microfaciès. L'amplitude des pics ne montre pas de tendance nord (Séchey)-sud (Epine), et deux pics dans une coupe peuvent se réduire à un seul dans la suivante. On remarquera aussi que les premières arrivées de quartz se produisent plus près du niveau-repère à *Keramosphaera* dans les coupes du nord que dans celles dn sud. Si l'on suppose un taux de sédi-

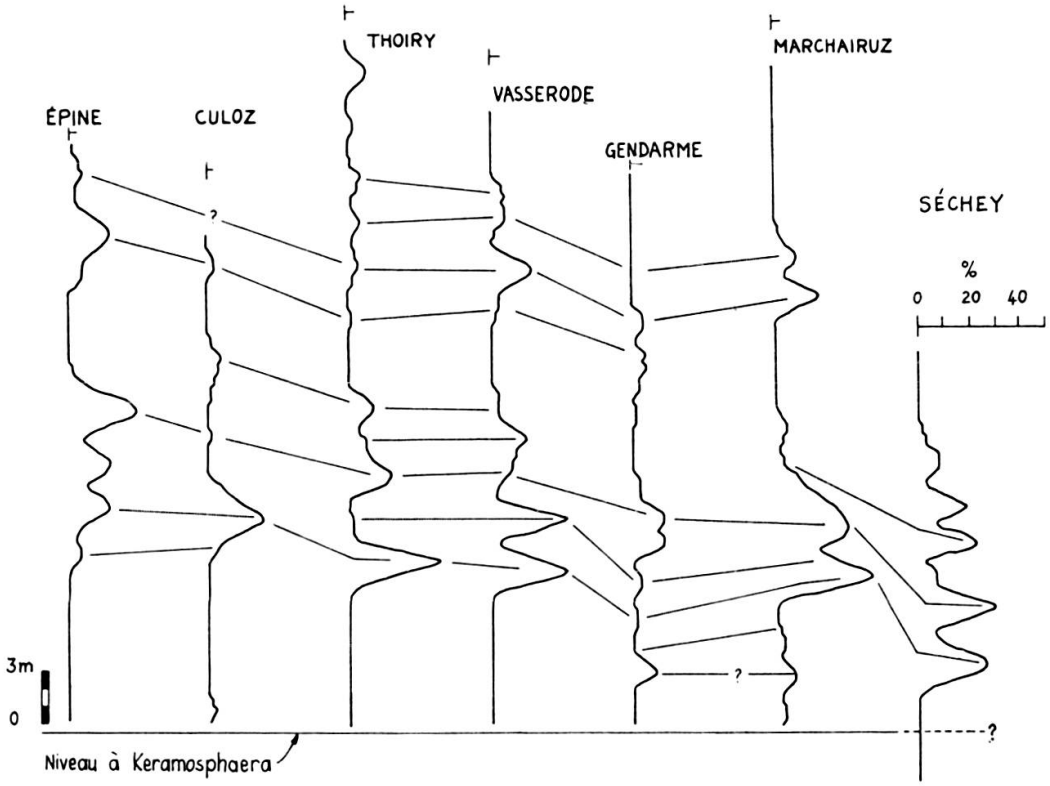


FIG. 2. — Variation de l'abondance du quartz pour les sept coupes.
Valeurs émoussées par la formule trapézoïdale.
Les corrélations des pics sont basées sur les microfaciès.

mentation analogue pour toutes les coupes du domaine étudié, on peut en conclure que le quartz est « arrivé » plus tôt au Séchey qu'au Tunnel de l'Epine.

Enfin, les pics très adoucis de la coupe Gendarme peuvent impliquer soit un défaut d'alimentation, soit des difficultés de dépôts (courants trop forts par exemple).

4. *Variation verticale du diamètre du quartz.*

On peut voir sur la figure 3 les sept logs de la variation granulométrique du quartz, disposés comme sur la figure 2 et également adoucis. Il est difficile de tirer des conclusions de ces courbes par simple inspection visuelle. Tout au plus peut-on noter une certaine analogie des logs pour Thoiry et Vasserode, et une certaine périodicité *apparente* dans celui de Gendarme. Pour aller plus avant dans l'interprétation, il faudra avoir recours aux méthodes qui vont être examinées plus loin.

3. ADOUCISSEMENT

Pour éliminer les irrégularités mineures des courbes, nous avons employé la méthode programmée par DAVIS et SAMPSON (1967); cette dernière offre diverses formules d'adoucissement, parmi lesquelles ont été choisies la *formule de Shepard à cinq termes* et la formule dite *trapezoidal rule approximation*, également à cinq termes. Ces deux formules ont l'avantage de n'amputer la série originelle que de quatre points,

deux au début, deux à la fin, alors que celle de *Spencer à 21 termes* a un effet de lissage beaucoup plus fort, mais ampute la série de 20 points.

On sait que les méthodes de lissage augmentent l'autocorrélation des termes de la série et y introduisent parfois des périodicités artificielles. Nous nous sommes donc borné à émousser les séries en vue de leur représentation graphique, et avons appliqué l'analyse d'autocorrélation sur les données brutes.

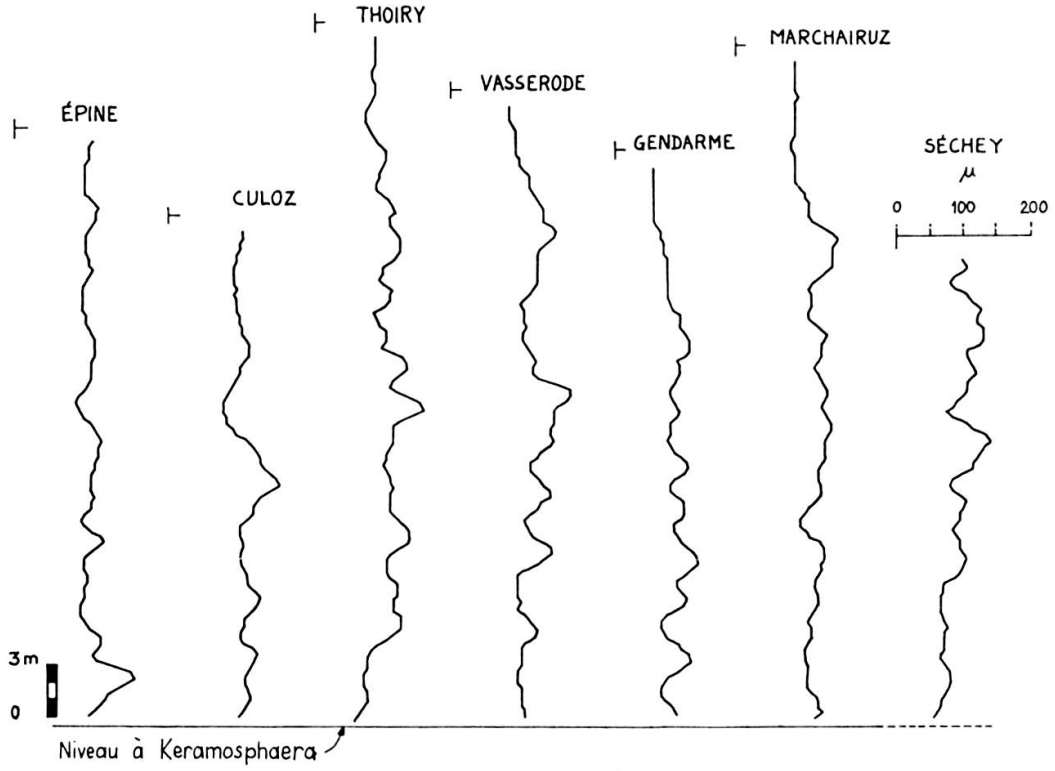


FIG. 3. — Variation de la granulométrie du quartz pour les sept coupes. Valeurs émoussées par la formule trapézoïdale.

Les figures 2 et 3 montrent des courbes adoucies par la méthode trapézoïdale, et la figure 4 la courbe des argiles de la coupe de Thoiry — valeurs brutes, émoussées selon Shepard et selon la méthode trapézoïdale. On notera l'effet de lissage plus prononcé de cette dernière méthode.

4. DÉTERMINATION DU « DEGRÉ DE HASARD »

4.1. APERÇU THÉORIQUE

La méthode que nous avons choisie pour tester si une succession de valeurs est au hasard ou non est décrite dans MILLER et KAHN (1962, p. 325 sq.) et elle est programmée par DAVIS et SAMPSON (*ibidem.*, p. 2-3). Elle est basée sur le nombre calculé de « runs » que peut présenter une série sous l'hypothèse que chaque permutation des éléments de la série est équiprobable. Si le nombre observé diffère significativement en plus ou en moins du nombre calculé, la série n'est pas au hasard. D'après

MILLER et KAHN (*ibidem*, p. 337), si le nombre observé est très bas, cela implique une tendance non périodique; s'il est très haut, cela indique une périodicité. En réalité, l'interprétation n'est pas si simple, comme l'indique la figure 14.7 de ces derniers auteurs, où le nombre de « runs » est très bas, mais la périodicité indéniable. Il faudra donc tenir compte, le cas échéant, de la longueur d'onde du phénomène avant de prendre une décision en termes de tendance périodique ou non.

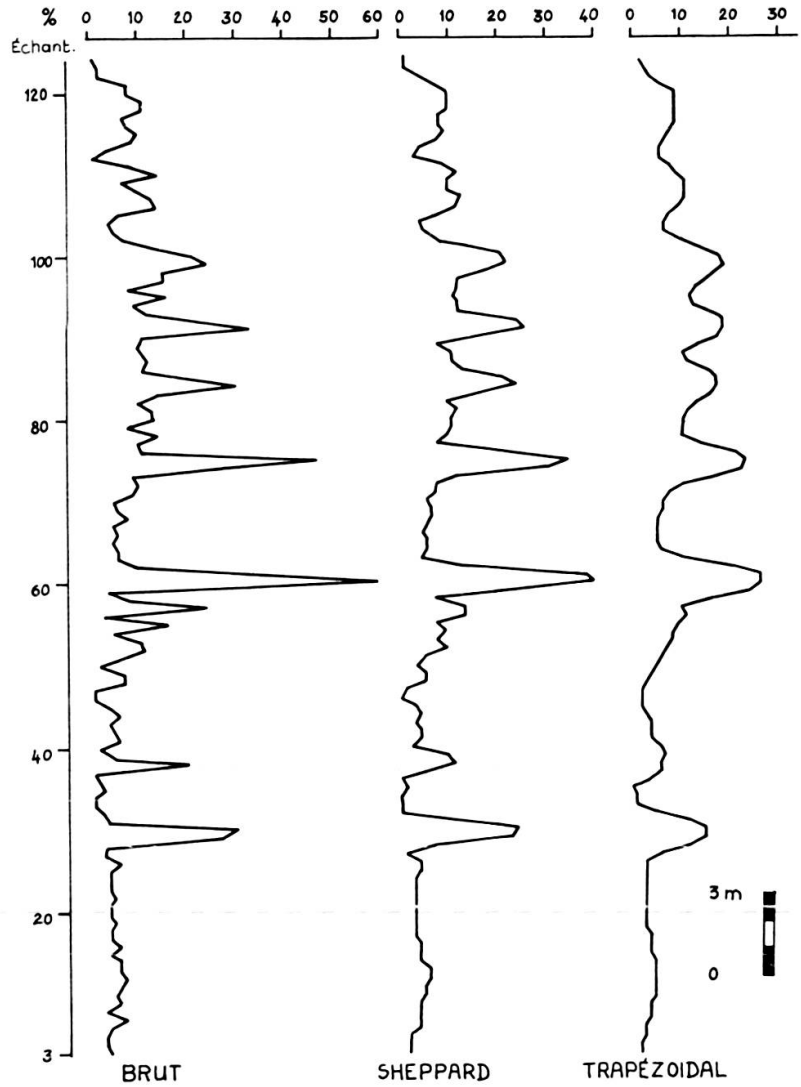


FIG. 4. — Adoucissement. Courbe des argiles, Thoiry.
Noter l'adoucissement plus prononcé produit par la formule trapézoïdale.

Les tests ont été faits par une adaptation du programme Fortran de DAVIS et SAMPSON *(ibidem)*, qui peut traiter soit des données brutes, soit des données émoussées.

4.2. RÉSULTATS

La table 1 montre, pour les cinq descripteurs et les sept coupes: E_r, le nombre de « runs » attendu sous l'hypothèse du hasard, O_r le nombre observé, ainsi que le χ^2 exprimant si leur différence est significative (en gras).

TABLE 1. — *Test de runs pour les 5 descripteurs et les 7 coupes*

Les valeurs du χ^2 sont données dans l'ordre: valeurs brutes, émoussées par Sheppard, émoussées par trapézoïdale. Le seuil de signification de χ^2 pour 1 degré de liberté et une prob. de 0,05 vaut 3,84. Les valeurs supérieures à ce seuil sont en gras.

Coupe	Abondance quartz			Diamètre quartz			Classement quartz			Abond. carbonate			Abond. argiles			χ^2 moy.
	E_r	O_r	χ^2	E_r	O_r	χ^2	E_r	O_r	χ^2	E_r	O_r	χ^2	E_r	O_r	χ^2	
ÉPINE	71	64	2,1 34 101	71	65	1,6 27 89	71	64	2,1 29 81	71	65	1,6 18 97	71	71	0 31 81	1,48
CULOZ	60	47	**9,2** 41 98	60	53	2,8 30 94	60	54	2,0 17 76	60	51	**4,5** 51 72	60	47	**9,2** 19 65	**5,54**
THOIRY	84	74	3,4 70 107	84	78	1,2 37 88	84	69	**7,9** 47 103	84	63	**15,7** 47 88	84	72	**5,0** 17 95	**6,64**
GENDARME	68	53	**9,8** 32 62	68	58	**4,3** 35 58	68	52	**11,2** 30 84	68	58	**4,3** 30 65	68	59	3,4 17 76	**6,60**
VASSERODE	75	64	**5,0** 34 92	75	62	**7,0** 19 66	75	66	3,3 11 76	75	60	**9,3** 32 76	75	70	1,0 19 76	**5,12**
MARCHAIRUZ	80	66	**7,9** 40 102	80	68	**5,8** 30 90	80	76	0,7 33 76	80	66	**7,9** 35 86	80	73	2,1 20 94	**4,88**
SÉCHEY (incomplet)	57	43	**10,7** 34 89	57	49	3,5 13 64	57	49	3,5 13 64	57	52	1,4 12 84	57	56	0,1 2 7,6	**3,84**
χ^2 moyen (C)			**6,23**			3,78			**4,53**			**7,22**			3,45	

On remarque que E_r est toujours plus grand que O_r. Lorsque la différence est significative, on se trouve dans le cas mentionné ci-dessus, montrant non pas une tendance linéaire, mais des oscillations de « longueur d'onde » relativement grande par rapport à la série.

Du point de vue du « degré de hasard », la table 1 peut se résumer ainsi pour les valeurs non émoussées et pour les six coupes complètes:

Epine: au hasard.
Culoz: deux descripteurs sur cinq au hasard (diamètre et classement).
Thoiry: deux descripteurs au hasard (abond. quartz et diamètre).
Vasserode: deux descripteurs au hasard (classement, argiles).
Gendarme: aucun descripteur au hasard.
Marchairuz: deux descripteurs au hasard (classement, argiles).

Le fait que les variations dans la coupe de l'Epine semblent au hasard est difficile à expliquer. Cela pourrait être dû à son éloignement des sources du matériel terrigène.

Si l'on considère les valeurs de χ^2 par descripteur pour l'ensemble des coupes, on note qu'elles sont *en moyenne* significatives (avec une probabilité d'erreur de 5%) pour l'abondance du quartz, pour son classement et pour l'abondance du carbonate. Elles sont légèrement en dessous du seuil de signification pour les deux autres descripteurs. En ce qui concerne l'abondance de l'argile, elle est calculée par différence à partir du quartz et du carbonate (système fermé à trois composants); ses valeurs sont donc influencées par les erreurs faites sur la mesure de ces derniers descripteurs. Ces raisons peuvent expliquer le caractère relativement aléatoire de ses variations.

Les valeurs de χ^2 discutées jusqu'ici ont été calculées sur les valeurs brutes, qui peuvent être affectées d'un « bruit » plus ou moins important. Si l'on répète les calculs sur les valeurs émoussées, même faiblement par la méthode de Sheppard, les valeurs de χ^2 sont toujours très significatives (entre 10 et 45).

Malheureusement, à la suite des considérations développées sous 3, il n'est pas possible de savoir si l'émoussage n'a fait qu'éliminer le bruit, ou s'il n'a pas, en plus, introduit une autocorrélation fictive. Il est donc difficile de tenir compte de ces derniers résultats, qui ne sont donnés ici que pour mémoire.

En résumant, il existe donc un mélange de χ^2 significatifs et faiblement non significatifs pour cet ensemble de coupes et de descripteurs pris dans le cadre d'une même province paléogéographique. On peut donc penser que le ou les phénomènes géologiques sous-jacents qui gouvernent les variations des descripteurs ne sont pas purement au hasard mais que leur manifestation est parfois brouillée par une composante aléatoire importante. Cette hypothèse sera complétée et confirmée par les résultats de l'analyse d'autocorrélation.

5. TENDANCE LINÉAIRE VERTICALE

On peut se demander si les descripteurs exhibent une tendance à la hausse ou à la baisse au cours du temps, ou si au contraire ils sont stationnaires (en termes de moyenne).

Cette éventuelle tendance (« trend »), supposée linéaire, peut être estimée à l'aide de la *pente* des droites ajustées aux variations des descripteurs. Cette dernière est testée pour voir si elle est différente de zéro à l'aide du test de t (DAVIS et SAMPSON, *ibid.*).

Si on laisse de côté le Séchey [1], on s'aperçoit que les valeurs de la pente sont peu nombreuses et jamais très élevées. Dans certains cas, le diamètre du quartz diminue légèrement de bas en haut, alors que les argiles tendent à devenir plus abondants dans la même direction.

Ces tendances sont si faibles que nous proposons de les considérer comme nulles.

6. ANALYSE D'AUTOCORRÉLATION

Cette technique et celle de l'analyse spectrale sont les principaux outils pour l'étude des séries chronologiques. On en trouvera les fondements théoriques dans l'excellent ouvrage de JENKINS et WATTS (1969), ainsi que dans BENDAT et PIERSOL (1971), et WOLD (1954), et des applications géologiques dans le symposium édité par MERRIAM en 1967 et dans SCHWARZACHER (1964).

Dans le présent travail, nous nous sommes limité à l'emploi de la première de ces techniques, plus élémentaire. On trouvera une application de l'analyse spectrale à l'étude d'une autre formation carbonatée dans FROIDEVAUX (à paraître).

6.1. RAPPEL THÉORIQUE

Dans l'étude d'une série chronologique oscillante, on utilise le *coefficient d'autocorrélation* r_k, qui est une estimation de la *fonction d'autocorrélation* (FAC) et qui est défini par

$$r_k = \frac{(N-k)\,\Sigma x_i x_{i+k} - (\Sigma x_i)\,(\Sigma x_{i+k})}{\sqrt{(N-k)\,\Sigma\,(x_i^2) - (\Sigma x_i)^2} \cdot \sqrt{(N-k)\,\Sigma\,(x_{i+k}^2) - (\Sigma x_{i+k})^2}} \qquad (1)$$

où x_i sont les valeurs de la série à des points régulièrement espacés, N l'effectif de la série et k le décalage (« lag ») entre la série et son « double ».

Ce coefficient [2] exprime la corrélation de la série avec elle-même pour des décalages allant de zéro (où $r_0 = 1{,}0$) à une valeur n, généralement inférieure à N.

---

[1] Le tiers supérieur de la coupe du Séchey n'a pas pu être échantillonné (couvert ou érodé).

[2] Dans la suite de ce travail, les termes « coefficient d'autocorrélation » et « fonction d'autocorrélation » seront considérés comme équivalents.

Si l'on reporte sur un graphique les valeurs de r_k en fonction de k, on obtient un *corrélogramme* qui exprime « la structure de corrélation complète de la série » (SCHWARZACHER 1964, p. 200).

Avant d'analyser la forme du corrélogramme pour essayer d'en savoir plus long sur le processus ayant produit la série, il est bon de s'assurer que cette dernière répond à un certain nombre de conditions qui sont principalement (BENDAT et PIERSOL 1971, pp. 233-240):

1) Stationnarité: une série est stationnaire au sens large si sa moyenne et sa variance calculées sur des intervalles successifs restent constantes. La quasi-invariance de la moyenne de nos descripteurs a été établie plus haut (5). Quant à la variance, les logs discutés sous 2 montrent qu'elle n'obéit à aucune tendance visible, et qu'elle peut être considérée comme invariante par rapport au temps. Strictement parlant, ce fait devrait être confirmé par un test de « runs » (BENDAT et PIERSOL, *ibid.*, p. 236).

2) Normalité: les descripteurs étudiés ont des distributions variant entre la normale et la lognormale. Bien que des données s'éloignant peu de la normalité soient admissibles, nous avons tout de même calculé les corrélogrammes et sur les valeurs brutes, et sur leur logarithme: les résultats sont pratiquement les mêmes. On peut donc admettre que la condition de normalité est remplie.

6.2. PRINCIPAUX PROCESSUS

D'après JENKINS et WATTS (*ibid.*, pp. 149 et 157 sq.) et SCHWARZACHER (1964, p. 200), les principaux processus pouvant générer des séries chronologiques oscillantes sont les suivants:

1) Processus purement aléatoires.

Les valeurs successives prises par la série sont mutuellement indépendantes. La FAC théorique prend les valeurs $r_0 = 1{,}0$ et $r_k = 0$ pour $k \neq 0$.

2) Processus de moyennes mobiles fini d'ordre l (MMl).

Chaque valeur x_t est déterminée par la somme de l facteurs β_i multipliant une variable purement aléatoire z_i:

$$x_t - \mu = \beta_0 z_t + \beta_1 z_{t-1} + \ldots + \beta_l z_{t-l} \tag{2}$$

La FAC théorique est une droite passant par $r_0 = 1{,}0$ et $r_l = 0$.

3) Processus autorégressif d'ordre m (ARm).

Chaque valeur dépend linéairement des m valeurs précédentes suivant l'équation

$$x_t - \mu = \alpha_1 (x_{t-1} - \mu) + \alpha_2 (x_{t-2} - \mu) + \ldots + \alpha_m (x_{t-m} - \mu) + z_t \tag{3}$$

Si l'équation se limite au premier terme plus z_t, le processus sera dit du premier ordre, et ainsi de suite.

Dans le cas du premier ordre, r_1 donne une bonne estimation de α_1, et l'on peut poser

$$\alpha_1 \cong r_1 \tag{4}$$

avec la condition de stationnarité $|\alpha_1| < 1{,}0$.

Pour le deuxième ordre, α_1 et α_2 sont estimés à l'aide de r_1 et r_2 suivant les relations

$$\alpha_1 \cong \frac{r_1(1-r_2)}{1-r_1^2} \tag{5}$$

$$\alpha_2 \cong \frac{r_2 - r_1^2}{1-r_1^2} \tag{6}$$

et les conditions de stationnarité s'expriment par

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_1 + \alpha_2 < 1 \\ \alpha_1 - \alpha_2 > -1 \\ -1 < \alpha_2 < 1 \end{array}\right\} \tag{6a}$$

La FAC théorique pour le premier ordre est donnée par

$$r_k = \alpha_1^{|k|} \qquad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \tag{7}$$

Celle du deuxième ordre s'exprime par

$$r_k = \alpha_1 r_{k-1} + \alpha_2 r_{k-2} \qquad k \geqslant 1 \tag{8}$$

On verra plus loin que la forme des corrélogrammes des processus AR2 varie beaucoup selon les valeurs des coefficients α_1 et α_2.

Mentionnons enfin que certains processus AR du deuxième ordre sont quasi périodiques.

4) Processus harmonique.

Si le processus est déterministe, et a par exemple une forme sinusoïdale, la FAC sera cosinusoïdale. Le point de croisement du corrélogramme avec l'axe des décalages sera égal à ¼ de la longueur d'onde (Carss, 1967, p. 53). Si une composante aléatoire est présente, la FAC partira de + 1 et tombera ensuite à une cosinusoïdale d'amplitude constante.

6.3. Examen détaillé des processus AR d'ordre 1 et 2

Si l'on pose $\mu = 0$, leur expression générale est donnée par l'équation du deuxième ordre

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + z_t \qquad \text{Deuxième ordre} \tag{9}$$

Si $\alpha_2 = 0$, (9) se réduit à

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + z_t \qquad \text{Premier ordre} \qquad (10)$$

Si α_1 et $\alpha_2 = 0$

$$x_t = z_t \qquad \text{Processus purement aléatoire} \qquad (11)$$

On verra plus loin que les limites entre le purement aléatoire, le premier et le second ordre ne sont pas si nettes. On déterminera, par exemple, jusqu'à quelle valeur de α_2 un processus pourra encore être considéré comme étant du premier ordre.

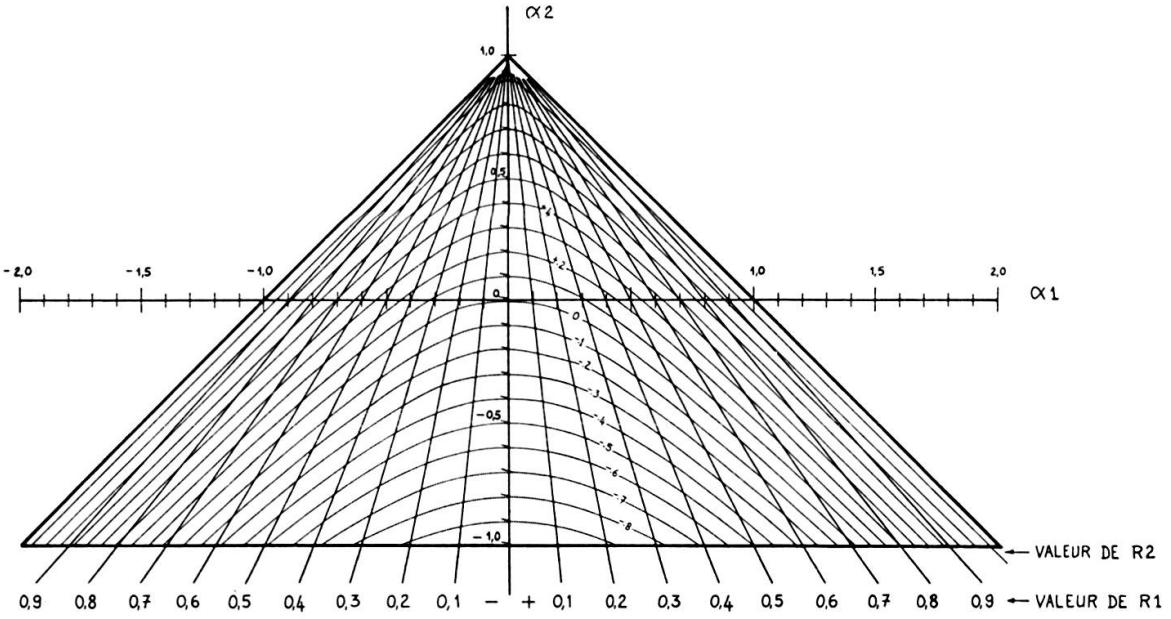


FIG. 5. — Triangle de stationnarité pour les processus AR, servant aussi d'abaque pour le calcul d'α_1 et α_2 en fonction de r_1 et r_2.

Il est pratique de visualiser les variations de α_1 et α_2 sur le *triangle de stationnarité* (fig. 5) exprimant les conditions (6*a*). Ce triangle est utile à plus d'un égard, et il donne les informations suivantes:

A) Les séries AR dont les coefficients α_1 et α_2 sont compris dans les limites du triangle sont stationnaires. Pour des valeurs proches des limites, on note, lors des simulations, une dégradation de la stationnarité. Ainsi, lorsque α_1 tend vers 1,0, $x_t = x_{t-1} + z_t$ (JENKINS et WATTS, *ibid.*, p. 152) et l'on a affaire à un processus de cheminement aléatoire (« random walk ») à moyenne et variance non stationnaires.

B) Il est possible d'y exprimer r_1 et r_2 en fonction de α_1 et α_2, et réciproquement. On le voit sur la figure 5, où les valeurs de r_1 sont données par les rayons partant du sommet (négatives à gauche, positives à droite), et celles de r_2 par les courbes tangentes à l'horizontale (positives pour $\alpha_2 > 0$, négatives pour $\alpha_2 < 0$).

Lorsqu'on a calculé les r_1 et r_2 d'une série, on peut, grâce à cet abaque, la « positionner » dans le système de coordonnées α_1 α_2 en vue de sa classification

(voir plus loin). On se rendra compte d'emblée si la série étudiée peut s'exprimer à l'aide d'un modèle purement aléatoire ($\alpha_1 \cong \alpha_2 \cong 0$), ou d'un modèle AR1 ($\alpha_2 \cong 0$), ou encore d'un modèle AR2.

C) Les quatre combinaisons possibles de signe pour α_1 et α_2 délimitent quatre quadrants pour lesquels séries et corrélogrammes correspondants seront différents. Nous avons limité la suite de cette étude aux quadrants de droite, pour lesquels $\alpha_1 \geqslant 0$, car c'est le domaine des séries de la Formation de Vions.

Il existe en outre un autre mode de subdivision du triangle, comprenant deux zones limitées par la courbe

$$\alpha_1 = -2\sqrt{\alpha_2} \tag{12}$$

qui exprime la condition

$$\alpha_1^2 \geqslant -4\alpha_2 \tag{12a}$$

Si cette dernière est satisfaite, l'équation caractéristique du processus a des racines réelles et l'on se trouve dans la zone supérieure. Sinon, les racines sont imaginaires (JENKINS et WATTS, *ibid.*, p. 166) et la FAC est une fonction périodique amortie dont les paramètres sont:

$$R = \sqrt{-\alpha_2} \qquad 0 \leqslant R \leqslant 1 \qquad \text{Facteur d'amortissement} \tag{13}$$

$$\cos 2\pi f_0 = \frac{\alpha_1}{2\sqrt{-\alpha_2}} \qquad f_0\text{: Fréquence} \tag{14}$$

$$\tan \varphi_0 = \frac{1-R^2}{1+R^2} \tan 2\pi f_0 \qquad \varphi_0\text{: Phase} \tag{15}$$

On peut démontrer que f_0 augmente quand α_2 et surtout α_1 diminuent (pl. 2), et que le caractère périodique de la FAC s'affirme quand α_2 diminue (processus franchement du deuxième ordre). D'autre part, l'amortissement de la FAC est très faible lorsque R tend vers 1, ou encore quand α_2 tend vers -1.

6.4. INTERPRÉTATION DES CORRÉLOGRAMMES PAR SIMULATION

6.4.1. *Processus AR1 et 2*

Les α_1 et α_2 de vingt-quatre séries fictives ont été choisis de façon à se répartir dans les deux quadrants de droite du triangle de stationnarité (fig. 6). Ces séries ont été simulées sur ordinateur par le programme Fortran AUTOR2 à partir des formules données ci-après.

6.4.1.1. *Formules et conventions utilisées.*

On a utilisé dans AUTOR2 les formules et paramètres suivants:

1) Simulation des séries selon la formule (9) avec:

μ_x: moyenne de la série posée égale à zéro;

α_1, α_2: valeurs fixées selon le plan de la figure 6;

z_t: variable purement aléatoire, distribuée normalement, de moyenne théorique $\mu_z = 0$ et de variance théorique $\sigma_z^2 = 1{,}0$; générée par l'ordinateur;

$x_1 = 0$

$x_2 = \varepsilon$: ε est une variable purement aléatoire à distribution uniforme entre 0 et + 1.

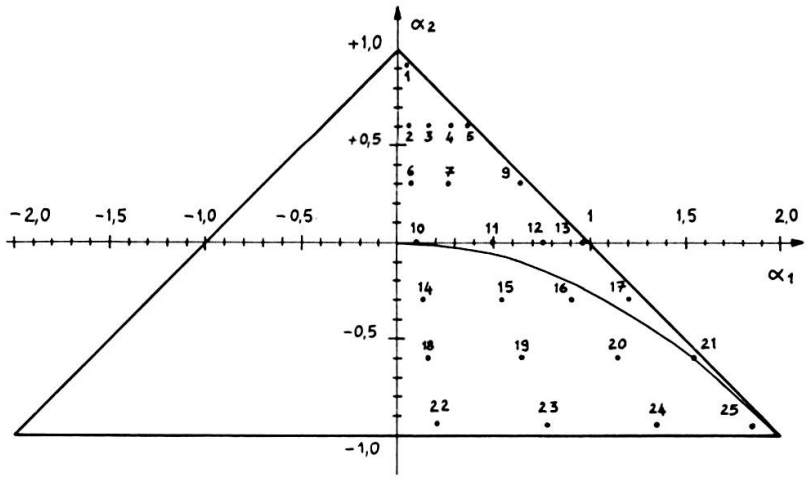


FIG. 6. — Position, dans le triangle de stationnarité, des séries AR simulées. Ces dernières sont numérotées de 1 à 25, avec le n° 8 manquant.

2) La FAC expérimentale est calculée par la formule (1).

3) La FAC théorique par la formule (8), avec $r_0 = 1$ et $r_1 = \alpha_1/1 - \alpha_2$ (JENKINS et WATTS, *ibid.*, pp. 167-169).

4) La variance résiduelle pour un ordre donné se calcule de la façon suivante:

$$S(\mu_x, \alpha_1) \cong (N-1)\,\sigma_x^2\,(1-r_1^2) \quad \text{somme des carrés résiduelle (ordre 1)} \tag{16}$$

$$S(\mu_x, \alpha_1, \alpha_2) \cong (N-2)\left(\sigma_x^2 - \alpha_1\,(\sigma_x^2 r_1) - \alpha_2\,(\sigma_x^2 r_2)\right)$$

$$\cong (N-2)\,\sigma_x^2\,(1-\alpha_1 r_1 - \alpha_2 r_2) \quad \text{somme des carrés résiduelle (ordre 2)} \tag{17}$$

$$S_k^2 = \frac{1}{N-2k-1}\,S\,(\mu_x, \alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_k) \quad \text{variance résiduelle (ordre } k) \tag{18}$$

5) Longueur de la série: N a été fixé à 100, afin de pouvoir comparer les séries simulées avec celles de la Formation de Vions.

6.4.1.2. *Evolution des paramètres des séries simulées en fonction de* α_1 *et* α_2

Les réalisations de la formule (9) pour des $\alpha_1 \alpha_2$ variables sont rassemblées sur la planche 1 et les corrélogrammes expérimentaux (trait épais) et théoriques (trait mince) sur la planche 2. En outre, la table 2 figure les valeurs de α_1 et α_2, α_1', α_2' ainsi que les valeurs expérimentales et théoriques de r_1, r_2, r_1', r_2' plus les paramètres statistiques suivants, calculés d'après les résultats de la simulation:

Moyenne et variance de x_t et z_t ($\bar{x}$, s_x^2, $\bar{z}$, s_z^2).

Test sur la pente de la droite ajustée (paramètre « t »; voir aussi paragraphe 5).

Ψ^2 du test de WHITTLE (1954, pp. 251-260). Ce test est basé sur la comparaison

TABLE 2. — *Paramètres des séries autorégressives simulées*
L'exposant « prime » signifie une valeur expérimentale calculée à partir des séries simulées. Pour les autres symboles, voir le texte.

N°	α_2	α_1	α_2'	α_1'	r_1	r_2	r_1'	r_2'	$\bar{z}$	s_z^2	$\bar{x}$	s_x^2	t	Ψ^2
1	.90	.01	.87	–.06	.10	.90	–.45	.89	–.19	1.19	–1.5	5.4	–.15	–135.3
		.05	.88	–.02	.50	.93	–.19	.88			–2.3	4.8	–1.7	–144.3
		.07	.89	.00	.70	.95	.02	.89			–3.0	5.1	–3.8	–153.3
2	.60	.05	.60	–.04	.13	.61	–.10	.60	–.19	1.19	–.5	1.8	.3	–42.4
3		.16	.60	.07	.40	.66	.17	.62			–.7	1.9	.5	–43.5
4		.28	.61	.19	.70	.80	.47	.70			–1.2	2.3	.5	–44.5
5		.38	.63	.30	.95	.96	.79	.86			–3.9	4.6	–6.6	–47.5
6	.30	.07	.30	–.02	.10	.31	–.02	.30	–.19	1.19	–.3	1.3	.07	–8.1
7		.27	.31	.18	.39	.40	.26	.36			–.4	1.4	.2	–8.8
9		.65	.33	.56	.93	.90	.83	.79			–2.6	3.7	–.9	–9.9
10	.00	.10	.00	.02	.10	.01	.02	.00	–.19	1.19	–.2	1.2	.05	1.1
11		.50	.02	.42	.50	.25	.42	.19			–.4	1.4	.1	1.0
12		.75	.03	.67	.75	.56	.69	.49			–.7	2.2	.4	0.9
13		.98	.04	.90	.98	.96	.94	.88			–5.1	8.0	–4.3	0.9
14	–.30	.13	–.32	.07	.10	–.29	.05	–.31	–.19	1.19	–.2	1.3	.1	–9.3
15		.53	–.29	.45	.41	–.08	.35	–.13			–.2	1.5	.02	–7.5
16		.90	–.26	.82	.69	.32	.65	.28			–.5	2.2	.03	–5.8
17		1.20	–.26	1.13	.92	.81	.89	.75			–1.6	6.0	.81	–5.7
18	–.60	.16	–.63	.14	.10	–.58	.09	–.62	–.19	1.19	–.1	1.9	.15	–48.6
19		.64	–.59	.55	.40	–.34	.35	–.39			–.2	2.0	.06	–39.9
20		1.15	–.56	1.10	.72	.23	.70	.21			–.4	3.5	–.21	–35.9
21		1.55	–.57	1.50	.97	.90	.96	.87			–3.1	18.8	1.1	–38.0
22	–.95	.20	–.96	.22	.10	–.93	.11	–.94	–.19	1.19	–.1	14.7	.13	–251.9
23		.77	–.89	.68	.39	–.65	.36	–.65			–.1	6.1	.20	–153.9
24		1.36	–.94	1.36	.70	.00	.70	.02			–.5	18.3	–.56	–206.0
25		1.85	–.95	1.85	.95	.81	.94	.80			–1.5	87.3	.74	–218.3

des variances résiduelles calculées sur deux modèles AR, l'un d'ordre p, l'autre d'ordre p-q; dans notre cas, $p = 2$ et $q = 1$. Ψ^2 est distribué approximativement suivant χ^2, avec q degrés de liberté, et il se calcule selon

$$\Psi^2 = (N - p)\, Ln \left(\frac{S_2^2}{S_1^2}\right) \tag{19}$$

Si Ψ^2 dépasse une certaine valeur limite valant 3,841 (prob = 0,05) ou 6,635 (prob = 0,01) pour 1 degré de liberté, la présence du coefficient α_2 est nécessaire dans le modèle et le processus est du deuxième ordre.

On peut observer les tendances suivantes dans la table 2:

1) Différence moyenne expérimentale $\bar{x}$ – moyenne théorique ($\mu_x = 0$).

Cette différence croît clairement avec α_1, quel que soit α_2. Elle est donc forte pour les séries à la limite de la stationnarité.

On remarquera en outre que les paramètres $\bar{z}$ et s_z^2 s'éloignent sensiblement de leur valeur théorique. Pour le cas du premier ordre en tous cas, ceci a pour effet, lorsque α_1 approche de l'unité, de dégrader la stationnarité de la série simulée x. Si $\bar{z} < 0$, la tendance de x sera à la baisse; si $z > 0$, elle sera à la hausse (JENKINS et WATTS, *ibid.*, p. 152). Il est possible de corriger la tendance de x en simulant dans les mêmes conditions (c'est-à-dire avec la même séquence de nombres aléatoires z) une nouvelle série x où chaque $z_t = z_t + \bar{z}$. En revanche, il n'est pas possible de supprimer la tendance de s_x^2, puisque la variance théorique de x_t est, dans le cas du cheminement aléatoire, égale à $t\sigma_z^2$, avec σ_z^2 égale à l'unité.

Cette différence entre les moyennes expérimentale et théorique de la série x tend naturellement vers zéro lorsque α_1 et α_2 tendent aussi vers zéro, puisque l'on a alors $x_t = z_t$. Le processus est purement aléatoire.

2) Différence variance expérimentale s_x^2 – variance théorique ($\sigma_x^2 = 1$).

Cette différence croît avec α_1 et $|\alpha_2|$. Elle tend vers zéro quand α_1 et α_2 tendent vers zéro. L'explication de cette différence est la même que pour 1) ci-dessus.

3) Test sur la pente de la droite ajustée.

La valeur absolue de « t » augmente avec α_1 pour α_2 donné. Cela confirme le fait que la moyenne $\bar{x}$ perd sa stationnarité en se rapprochant des bords du triangle.

4) Test de Whittle.

On distingue bien, dans la dernière colonne de la table 2, la relation directe entre Ψ^2 et la valeur absolue de α_2. Pour les simulations présentées, seuls les numéros 10 à 13 sont du premier ordre (fig. 6 et pl. 1). On verra plus loin (6.6.1.) quelles sont les limites de ce dernier pour un N donné.

6.4.1.3. *Allure des séries simulées.*

Les réalisations de vingt-quatre séries AR simulées se trouvent sur la planche 1, où l'on peut remarquer:

L'allure très hâchée des courbes pour α_2 proche de $+ 1$.

La tendance à la non-stationnarité de la moyenne pour les numéros 5 et 13, fait déjà expliqué dans le paragraphe précédent.

Le caractère quasi périodique de plus en plus accentué à mesure que α_2 tend vers $- 1$.

L'augmentation de la « longueur d'onde » de la série 22 à la série 25.

Si l'on voulait classer ces séries sur la base de leur seul aspect, les numéros 1, 10, 13, 22 et 25 constitueraient les cinq types fondamentaux, le reste des séries ayant des caractères intermédiaires.

6.4.1.4. *Allure des corrélogrammes.*

Examinons tout d'abord les FAC *théoriques*, calculées d'après les formules (7) et (8). En se basant sur l'aspect des corrélogrammes figurés sur la planche 2, on peut y distinguer trois types principaux, correspondant à trois zones bien distinctes du triangle de stationnarité. Ce sont (voir aussi fig. 6):

1) Zone à $\alpha_2 > 0$, correspondant aux séries numéros 1 à 9. La FAC est une exponentielle décroissante en dents de scie. Si $\alpha_1 = 0$, l'équation (8) devient

$$r_k = \alpha_2 r_{k-2} \tag{20}$$

La FAC prendra alors les valeurs suivantes:

$r_k = 0$ si k est impair et supérieur à zéro.
$r_k = \alpha_2{}^{k/2}$ si k est pair et supérieur à zéro.

D'autre part, si α_1 croît, les valeurs de r_k pour k impair augmentent et les dents de scie disparaissent.

Les séries comprises dans cette zone sont du deuxième ordre. Comme leurs coefficients α_1 et α_2 satisfont la condition (12*a*), elles sont considérées comme n'étant pas périodiques.

2) Zone à $\alpha_2 \cong 0$, comprenant les séries numéros 10 à 13 et 17. La FAC est une exponentielle décroissant rapidement pour α_1 petit et plus lentement pour α_1 grand. Elle est exprimée par la relation (7).

Les séries 10 à 13 sont du premier ordre, la première d'entre elles étant proche d'un processus purement aléatoire.

3) Zone pour laquelle les α_1 et α_2 ne répondent pas à la condition (12*a*). Elle comprend les séries 14 à 16, 18 à 20 et 22 à 25. Tous les corrélogrammes de cette zone sont périodiques, et leurs paramètres sont donnés par les relations (13), (14) et (15). On notera la diminution de l'amortissement (« damping ») lorsque α_2 tend vers $- 1$, ainsi que l'augmentation de la longueur d'onde avec α_1.

Les corrélogrammes *expérimentaux* s'éloignent plus ou moins de la FAC théorique. Ils montrent en particulier deux caractères bien visibles:

A) Un amortissement très lent dans la zone 3) ci-dessus. Ce fait est dû à une forte covariance positive existant entre des décalages voisins. La coïncidence entre les FAC théorique et expérimentale peut être améliorée en travaillant sur des séries plus longues (JENKINS et WATTS, *ibid.*, p. 185).

B) La tendance à prendre des valeurs inférieures à zéro dans les zones 1) et 2) du triangle de stationnarité. On notera en particulier cette tendance pour les séries 1, 9 et 13. Comme ces dernières sont proches des limites de la stationnarité, leur moyenne et leur variance changent légèrement avec le temps, ce qui pourrait expliquer cette stabilisation de r_k à des valeurs négatives.

6.4.2. *Processus de moyennes mobiles (MM)*

L'ajustement d'un modèle de MM à une série réelle est plus difficile que pour un modèle AR; en effet, la détermination de leur ordre ainsi que l'estimation des coefficients β_i est assez compliquée (JENKINS et WATTS, *ibid.*, pp. 200 sq., WOLD 1954, pp. 121-132, 150-174).

En outre, il semble qu'il faille souvent un modèle MM d'ordre relativement élevé pour obtenir un ajustement égal à celui d'un modèle AR1-2: voir l'exemple donné par JENKINS et WATTS (*ibid.*, p. 200), ainsi que la série 13 de la planche 2 (AR1), dont le corrélogramme correspond à peu près à celui d'une série générée par un processus MM d'ordre supérieur à 10!

Dans le cadre limité de ce travail, nous nous sommes borné à simuler, un peu à tâtons, plusieurs séries en faisant varier l'ordre du processus (l) et les valeurs de β_i. Une partie de leurs corrélogrammes est reportée sur la planche 3. Il s'agit des cas où $\beta_i = 1$ et l varie de 1 à 20. La formule (2) a été utilisée pour les simulations avec $\mu_x = 0$.

6.4.2.1. *Evolution des paramètres des séries simulées en fonction de l'ordre.*

Ces paramètres sont reportés dans la table 3; on note:

r_1 et r_2 croissent avec l'ordre du processus.

La différence entre les FAC théorique et expérimentale peut s'exprimer par la différence « d » entre le point de croisement c du corrélogramme expérimental et le point pour lequel la FAC théorique atteint zéro; la coordonnée de ce dernier point sur l'axe des décalages est égal à l'ordre l du processus (voir 6.2., 2)). On voit sur la planche 3 et dans la table 3 que cette différence augmente jusqu'à l'ordre 8, puis tend vers zéro.

Les coefficients α_1 et α_2 du modèle AR2 équivalent ont été calculés pour ces séries simulées afin de permettre des comparaisons; ils sont également reportés dans la

table 3. Si l'on « positionne » les séries dans le triangle de stationnarité, on remarque que celles d'ordre $l \leqslant 2$ tombent dans la zone 3 (voir 6.4.1.4.), où la FAC est une cosinusoïdale amortie. Les séries d'ordre 3 sont sur la limite de ladite zone. Notons également que l'allure périodique de la FAC s'atténue de l'ordre $l = 1$ à $l = 3$ (planche 3). On peut en déduire qu'un modèle de processus MM d'ordre 1 à 3, avec $\beta_i = 1$ peut approximer une série quasi périodique.

TABLE 3. — *Paramètres des séries de moyennes mobiles simulées avec les α correspondants (α_1^e, α_2^e) pour $\beta_i = 1$.*
c: Point de croisement = valeur approximative du décalage pour laquelle la FAC est nulle.
$d = c - l$. Pour les autres symboles, voir le texte.

Ordre l	c	d	r_1'	r_2'	α_1^e	α_2^e	$\bar{z}$	s_z^2	$\bar{x}$	s_x^2
1	2	1	.49	–.01	.63	–.31	.17	1.12	.42	2.09
1	2	1	.42	–.19	.57	–.44	.18	2.11	–.06	2.08
1	2	1	.54	.04	.79	–.48	.17	1.12	.33	2.24
2	2	0	.56	.11	.71	–.29	.18	2.11	.03	2.66
2	2	0	.57	.04	.76	–.40	.12	3.06	–.28	2.39
2	3	1	.67	.42	.68	–.03	—	—	–.07	2.96
3	4	1	.76	.52	.82	–.10	.17	1.12	.60	4.80
4	5	1	.73	.49	.85	–.16	.18	2.11	–.07	3.68
6	8	2	.84	.67	1.00	–.19	.18	2.11	–.22	4.51
8	20	12	.89	.80	.95	–.07	.17	1.12	1.49	11.67
8	9	1	.78	.60	.79	–.02	.12	3.06	–.88	3.83
10	19	9	.92	.84	.92	–.01	.17	1.12	1.91	14.45
10	10	0	.80	.56	1.00	–.25	.12	3.06	–1.12	4.54
12	19	7	.93	.87	.95	–.01	.17	1.12	2.33	17.39
12	11	–1	.91	.83	.91	.00	.18	2.11	–.55	9.71
14	19	5	.95	.90	.95	.00	.17	1.12	2.75	20.40
16	17	1	.96	.92	.96	.00	.17	1.12	3.13	24.48
18	18	0	.96	.92	.96	.00	.17	1.12	3.42	30.72
20	19	–1	.96	.93	.96	.00	.17	1.12	3.89	34.60

Les paramètres $\bar{x}$ et s_x^2 augmentent avec l'ordre l. On peut mettre cette tendance en parallèle avec celle qui a été mise en évidence pour les séries AR, signifiant une dégradation de la stationnarité au voisinage des limites du triangle.

La pente de la droite ajustée sur les valeurs des séries simulées n'est jamais significative. Elle atteint un maximum de 0,02 pour $l = 6$ et $l = 20$.

6.4.2.2. *Allure des corrélogrammes.*

On distingue très bien sur les exemples de la planche 3 l'évolution des corrélogrammes de l'ordre 1 à 20: la quasi-périodicité disparaît dès l'ordre 4, la concavité (entre les décalages 1-20) se change en convexité dès $l = 14$, la FAC expérimentale se rapproche de la FAC théorique et le point de croisement c s'éloigne de l'origine. En outre, la propension qu'a la FAC expérimentale à se stabiliser dans des valeurs

négatives dès l'ordre $l = 4$ se retrouve dans les corrélogrammes des processus AR vus précédemment (6.4.1.4.).

Il importe de noter maintenant les analogies qui existent entre les processus AR et MM, sur la base de leurs corrélogrammes expérimentaux. En comparant les planches 2 et 4, on peut faire les rapprochements suivants:

Processus:	AR		MM
	Série n°		Ordre l
	12	=	4
	9, 13	=	12
	14, 15	=	1

Ainsi donc, une classe particulière de processus MM a des FAC exp. qui se rapprochent beaucoup de celles de certains processus AR. Ce qui revient à dire que si l'on ajuste, par exemple, à une série chronologique un modèle AR2 avec $\alpha_1 = 0{,}53$ et $\alpha_2 = -0{,}30$ (série 15, pl. 2), on pourra tout aussi bien lui ajuster un modèle MM1, avec $\beta_1 = 1$ (pl. 3).

Nous verrons plus loin que la plupart des séries de la Formation de Vions peuvent, du fait de leur position dans le triangle de stationnarité, être approximées par ces deux types de modèles.

6.5. Etapes dans l'analyse d'autocorrélation

Pratiquement, lors d'une telle analyse, l'on procédera selon les étapes suivantes:

1) Test de la stationnarité *s.l.* de la série. Une bonne méthode est celle du test de « runs » appliqué aux carrés moyens (Bendat et Piersol 1971, p. 235). Si la série est stationnaire, on passe à 2). Si tel n'est pas le cas, l'analyse est plus complexe et elle ne sera pas examinée ici (voir Bendat et Piersol, *ibid.*, chap. 10).

2) Test de la normalité (voir 6.1.).

3) Calcul de la FAC expérimentale et examen du corrélogramme.

4) Choix du modèle. A ce stade, on peut choisir avec la prudence de mise le type de modèle qui semble le mieux ajustable à la série étudiée. L'expérience a montré que les modèles AR permettent l'analyse de nombreuses séries chronologiques stationnaires, y compris celles à tendances périodiques (Jenkins et Watts, *ibid.*, p. 166). Les coefficients α seront alors estimés à partir de r_1 et r_2 grâce aux relations (5) et (6). Si un modèle de MM semble également valable, on tentera d'en estimer l'ordre et les coefficients, ce qui est, on l'a vu, une opération relativement difficile.

5) Test du modèle par simulation. Sur la base des coefficients estimés pour les différents modèles choisis, il est possible de recréer par simulation un certain nombre de séries et de calculer leur FAC. La comparaison de ces dernières avec celle de la série à l'étude permettra de confirmer ou d'infirmer le choix du modèle.

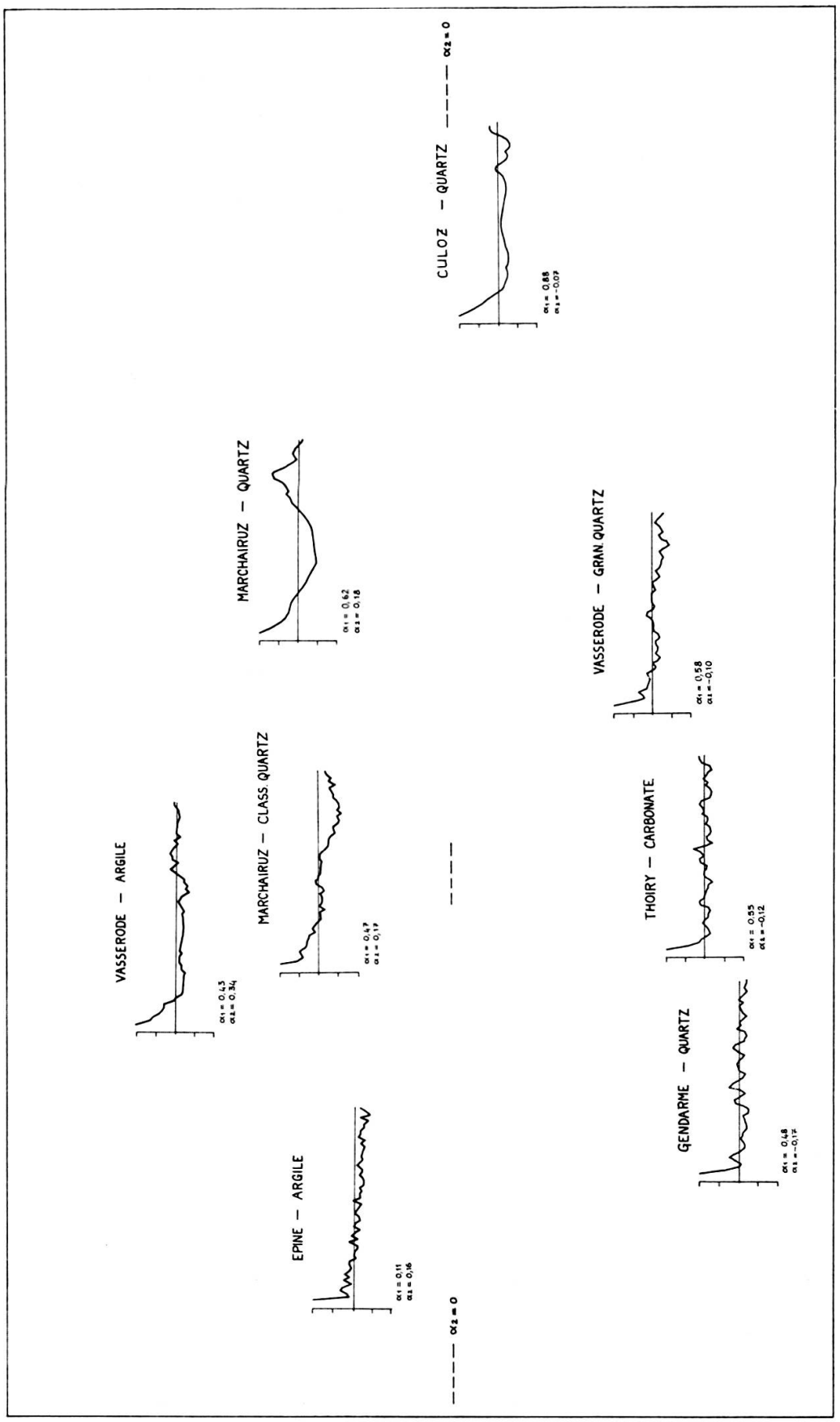


FIG. 7. — Corrélogrammes-types des descripteurs de la Formation de Vions. Ces corrélogrammes sont placés sur la figure en fonction de leur position dans le triangle de stationnarité (voir fig. 8).

6.6. Résultats obtenus sur la Formation de Vions

Sur la base des considérations théoriques développées ci-dessus, nous avons tenté de déterminer à quel processus peuvent être assimilées les courbes de variation des cinq descripteurs étudiés.

La FAC a été calculée et dessinée pour chaque série, et les corrélogrammes les plus caractéristiques sont reportés sur la figure 7.

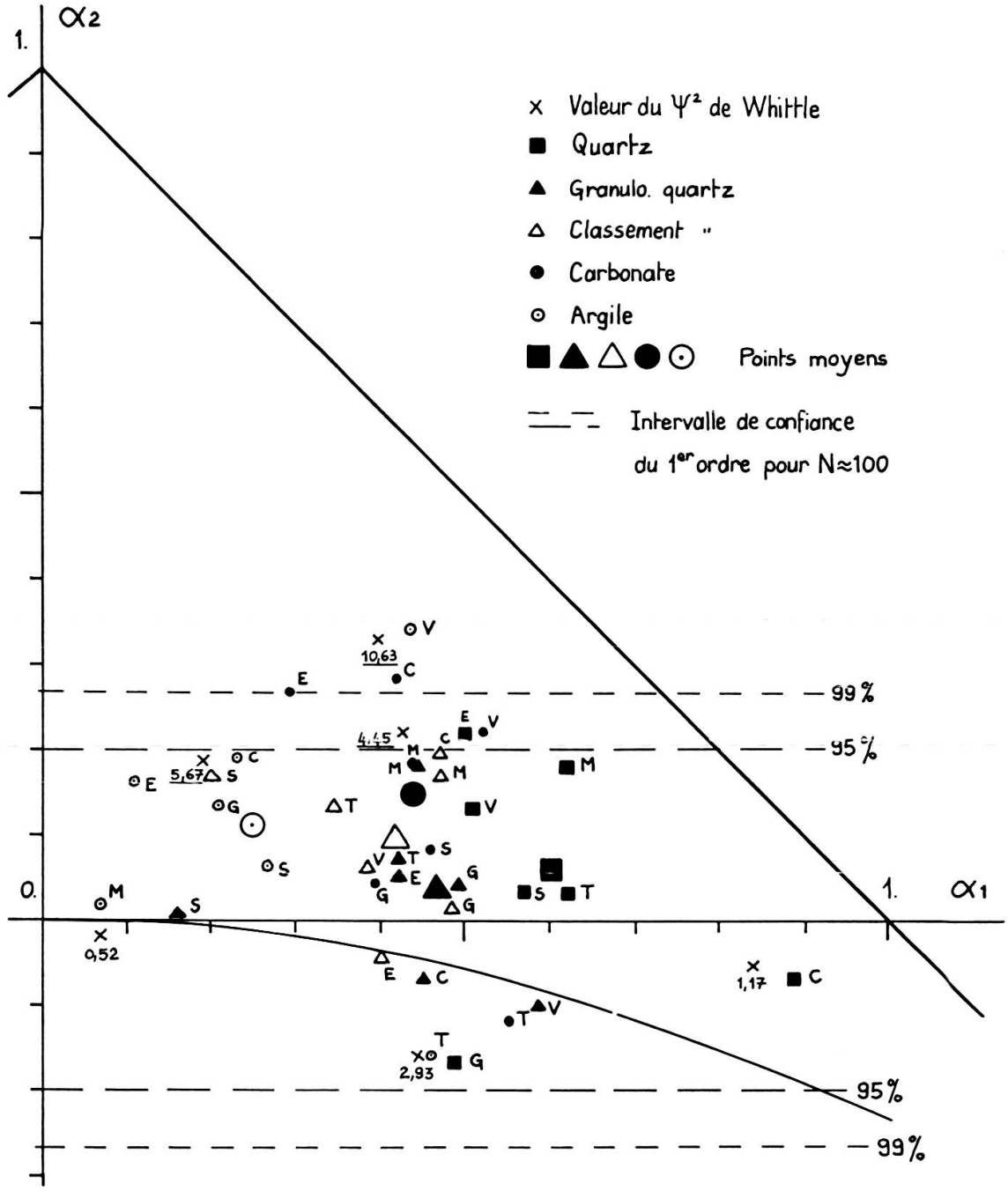


FIG. 8. — Positions des descripteurs de la Formation de Vions dans le triangle de stationnarité. Les croix figurent des séries simulées pour lesquelles a été calculé le Ψ^2 de Whittle.

En gardant à l'esprit la prudence de mise pour des séries relativement courtes, on peut éliminer d'emblée les processus harmoniques: en effet, aucune périodicité constante et nette ne se dégage des corrélogrammes.

En revanche, une simple comparaison visuelle des corrélogrammes de la figure 7 avec ceux des planches 2 et 3 montre suffisamment d'analogies entre eux pour que l'on puisse, en première approximation, utiliser les modèles AR1-2 et MM pour décrire ces séries. Voyons ces divers modèles.

6.6.1. *Modèle autorégressif*

Les valeurs des coefficients r_1, r_2, α_1 et α_2 ont été calculés pour les trente-cinq séries et sont reportés dans la table 4. D'autre part, la figure 8 montre la position des séries dans le triangle de stationnarité.

On remarque d'emblée que les séries se situent toutes près de l'axe $\alpha_2 = 0$ et que les valeurs d'α_1 sont toujours positives. En outre, quatre d'entre elles sont situées dans la zone 3 du triangle, pour laquelle, répétons-le, la FAC est une fonction périodique amortie.

En première approximation donc, la plupart de ces séries peuvent être décrites par un modèle AR du premier ordre, où la composante aléatoire joue un rôle plus ou moins grand selon la valeur de α_1. Ainsi, la variation des argiles dans la coupe du Marchairuz peut-elle être assimilée à un processus purement aléatoire, alors que celle du quartz à Culoz est typiquement autorégressive du premier ordre.

Un examen de la table 4 montre toutefois que certaines valeurs de α_2 sont assez différentes de zéro (0,34 pour les argiles à la Vasserode, $-0{,}17$ pour le quartz au Chapeau de Gendarme). Peut-on encore leur appliquer un modèle AR du premier ordre, ou bien faut-il passer au deuxième ordre ?

Le problème peut être résolu de deux façons, soit en calculant le Ψ^2 selon WHITTLE (1954) pour chaque série, soit en établissant un intervalle de confiance autour de l'axe $\alpha_2 = 0$, qui représente la zone du premier ordre. Quelques valeurs de Ψ^2 pour des séries simulées (chaque croix correspond à la moyenne de dix réalisations) sont reportées sur la figure 8; celles qui sont significatives à 0,05 sont soulignées. En outre, on y a dessiné les intervalles de confiance de α_2 à 0,05 et 0,01, qui ont été calculés par simulation, à raison de vingt réalisations par paire d'$\alpha_1\alpha_2$. La moyenne et l'écart-type $s_{\alpha 1}$ et $s_{\alpha 2}$ ont été estimés pour chaque paire et sur la base de ces résultats (non figurés), l'on remarque:

$s_{\alpha 1}$ et $s_{\alpha 2}$ croissent quand α_2 diminue.

$s_{\alpha 1} < s_{\alpha 2}$

α_1 n'influence pratiquement pas la valeur de s_α.

$s_{\alpha 1}$ et $s_{\alpha 2}$ diminuent quand la longueur de la série (N) augmente.

Pour $\alpha_2 = 0$ et $N = 100$, l'intervalle $\pm 2s_{\alpha 2}$ vaut approximativement $\pm 0{,}2$ ($2{,}6\, s_{\alpha 2} = 0{,}26$). Cela signifie que le 95 % (99 %) des vingt séries simulées avec $\alpha_2 = 0$

TABLE 4. — *Valeur des coefficients pour les 5 descripteurs et les 7 coupes de la Formation de Vions*

coupe	Abond. quartz				Granulo. quartz				Classem. quartz				Abond. carbonate				Abond. argile			
	r_1	r_2	α_1	α_2	r_1	r_2	α_1	α_2	r_1	r_2	α_1	α_2	r_1	r_2	α_1	α_2	r_1	r_2	α_1	α_2
E	.64	.54	.50	.22	.44	.23	.42	.05	.38	.11	.40	–.04	.40	.39	.29	.27	.13	.17	.11	.16
C	.82	.65	.88	–.07	.42	.12	.45	–.07	.58	.46	.47	.19	.58	.52	.42	.28	.28	.25	.23	.19
T	.66	.47	.62	.06	.45	.26	.42	.07	.39	.26	.34	.13	.49	.15	.55	–.12	.40	.03	.46	–.16
G	.41	.03	.48	–.17	.47	.19	.49	–.04	.49	.25	.48	.01	.40	.19	.39	.04	.24	.18	.21	.13
V	.58	.42	.51	.13	.53	.21	.58	–.10	.40	.21	.38	.06	.66	.56	.52	.22	.65	.62	.43	.34
M	.75	.64	.62	.18	.54	.42	.44	.18	.57	.44	.47	.17	.57	.44	.44	.18	.07	.02	.07	.02
S	.59	.37	.57	.03	.16	.03	.16	.01	.24	.22	.20	.17	.50	.31	.46	.08	.29	.15	.27	.07
Moyenne			.602	.058			.470	.030			.423	.087			.435	.145			.252	.113

tombent dans cet intervalle, qui peut donc être considéré, avec une probabilité d'erreur de 0,05 (ou 0,01), comme représentant le premier ordre. Quant à l'intervalle $\pm 2s_{\alpha 1}$, il vaut 0,14 pour α_1 voisin de zéro. Notons enfin que ces intervalles correspondent bien aux résultats fournis par le test du Ψ'^2 de Whittle.

En reprenant maintenant la figure 8, l'on s'aperçoit que, sauf dans cinq cas (argiles Vasserode, carbonate Culoz, Epine et Vasserode, quartz Epine), toutes les séries tombent dans l'intervalle du premier ordre. Si l'on considère maintenant les *points moyens* des cinq descripteurs calculés sur les sept coupes, on voit qu'ils tombent *tous* dans l'intervalle du premier ordre. Les descripteurs granulométrie du quartz, classement du quartz et carbonate sont relativement groupés au droit de $\alpha_1 = 0{,}4\text{-}0{,}5$, alors que l'abondance du quartz est à $\alpha_1 = 0{,}6$ et l'argile à 0,25. Ce dernier descripteur est donc le moins fortement autocorrélé; son expression se rapproche de celle d'un processus purement aléatoire. La relativement forte autocorrélation exhibée par l'abondance du quartz s'explique en partie par le fait que de nombreuses valeurs nulles ou presque se suivent sur les graphiques de ce dernier descripteur (fig. 2), ce qui bien sûr élève les valeurs de r_k. On peut par conséquent penser que la valeur de α_1 pour l'abondance du quartz pourrait être légèrement diminuée; ceci a pour effet de regrouper tous les descripteurs, sauf l'argile, au droit de $\alpha_1 = 0{,}5$.

Il y a une contradiction apparente entre l'attribution des descripteurs situés sous la courbe (12) de la figure 8 à un modèle du premier ordre et le fait qu'ils tombent dans la zone à tendance quasi périodique. Il n'en demeure pas moins que le test du Ψ'^2 montre que la diminution de la variance résiduelle n'est pas significative en passant d'un modèle d'ordre 1 à un modèle du deuxième ordre. Cela revient à dire que pour des séries relativement courtes, la partie supérieure de la zone 3 du triangle de stationnarité (voir 6.4.1.4.) peut être assimilée au premier ordre.

En conclusion de ce paragraphe, on peut dire qu'un modèle autorégressif du premier ordre rend fort bien compte des variations verticales des descripteurs numériques de la Formation de Vions.

6.6.2. *Modèle de moyennes mobiles*

On a vu plus haut qu'il existe une méthode pour ajuster un processus de MM fini à une série donnée (6.4.2.2.). Cette méthode est assez compliquée et nous ne l'avons pas encore programmée. Aussi nous sommes-nous contenté de comparer les corrélogrammes des processus MM que nous avons simulés (6.4.2.2.) avec ceux des descripteurs de la FV (fig. 7). On arrive, sur cette base, aux résultats suivants:

1) Abond. quartz Gendarme, carbonate Thoiry et granulo. quartz Vasserode: modèle de processus MM d'ordre 1-2, à tendance périodique atténuée.

2) Argile Epine: modèle de processus MM d'ordre 1 avec β_1 proche de zéro.

3) Abond. quartz Culoz, abond. quartz Marchairuz, class. quartz Marchairuz et argile Vasserode: modèle de processus MM d'ordre 4-6, sans tendance périodique.

La presque totalité des descripteurs non reportés sur la figure 7 peuvent être décrits par les modèles 2 ou 3 ci-dessus. Quant à la tendance quasi périodique des descripteurs approximés par le modèle 1 (MM d'ordre 1), elle est faible, ce qui est confirmé par les résultats du paragraphe 6.6.1. Par conséquent, nous ne pensons pas que cette tendance quasi périodique soit significative.

6.6.3. *Comparaison des résultats de l'analyse d'autocorrélation avec ceux du test de « runs »*

Si l'on considère les points moyens pour chaque descripteur sur la figure 8, on peut exprimer leur éloignement de l'origine ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0$) par la somme « A » de leurs valeurs pour α_1 et α_2. « A » varie ainsi de 3,65 pour l'argile à 6,6 pour l'abondance du quartz.

D'autre part, la dernière ligne de la table 1 exprime la valeur moyenne « C » des χ^2 du test de « runs » pour chaque descripteur. « C » varie entre 3,45 pour l'argile et 7,22 pour l'abondance du carbonate. Comme χ^2 est d'autant plus grand que la série s'éloigne d'un processus purement aléatoire, les deux variables « A » et « C » devraient être corrélées positivement. Pour le vérifier, on a utilisé le coefficient de rang de Spearman qui vaut ici 0,90, alors que sa limite de signification pour $N = 5$ et une probabilité de 0,05 est de 0,90. L'hypothèse de corrélation positive entre « A » et « C » est donc acceptée.

On peut en conclure que l'analyse d'autocorrélation et le test de « runs » donnent des résultats analogues.

6.7. Conclusions sur l'analyse d'autocorrélation

Au vu de ce qui précède, on peut tirer les premières conclusions suivantes:

La simulation permet de se rendre compte de la vraie allure des corrélogrammes qu'il faut s'attendre à trouver pour des séries réelles, comparés à ceux calculés par les relations (7) et (8).

L'utilisation du corrélogramme pour estimer le modèle de processus d'une série donnée est donc possible. Cette méthode est plus directe et plus simple à appliquer que celle de l'analyse spectrale, qui reste néanmoins la meilleure méthode d'étude des séries chronologiques (Tukey 1970, p. 166).

La grande variété des séries et FAC produits par les processus autorégressifs rend leur utilisation fréquente et commode dans l'établissement de modèles pour les séries chronologiques stationnaires.

L'abaque de la figure 5 permet, à l'aide de r_1 et r_2 et sous l'hypothèse que le modèle AR1-2 est convenable, d'estimer les valeurs d'α_1 et α_2, et de situer la série à étudier dans le triangle de stationnarité. Il est espéré que des études ultérieures permettront une classification de nombreuses séries chronologiques sur la base de leur position dans ledit triangle.

Les relations entre les processus AR et de MM n'ont été qu'effleurées dans cette étude. Il conviendrait maintenant d'approfondir la question et en particulier de simuler de nombreuses séries MM en faisant varier et l'ordre, et les coefficients β_i. D'ores et déjà, il a été établi que dans le domaine proche de $\alpha_2 = 0$, les modèles AR et de MM semblent s'appliquer avec un égal succès.

Les séries de la Formation de Vions peuvent être exprimées pour la plupart soit par un modèle de *processus AR d'ordre 1*, soit par un modèle de *processus de MM d'ordre 1-6*. Seules quatre séries sur trente-cinq sortent des limites du premier ordre sur le triangle de stationnarité.

7. ANALYSE PAR MATRICES DE TRANSITION

Nous ne ferons que résumer ici les résultats obtenus dans un travail antérieur (JAQUET 1972), où l'on trouvera tous les détails de la méthode.

En parallèle avec la variation verticale des descripteurs numériques, la succession verticale des microfaciès a été étudiée en vue d'établir la série virtuelle (LOMBARD 1956, p. 266) par des moyens aussi objectifs que possible. On a utilisé les méthodes de SELLEY (1970) et de KRUMBEIN (1967*b*). Un *modèle markovien à simple dépendance du premier ordre* a été choisi, qui permet d'exprimer raisonnablement bien la série virtuelle. Ce modèle pourrait être affiné en tenant compte du fait que, de bas en haut, la série virtuelle a tendance à s'exprimer d'abord dans des termes marins riches en faune, puis dans des termes plus confinés, puis à nouveau dans des termes plus marins. Cette tendance en « *D* » de la série virtuelle (LOMBARD 1963, p. 492) se voit bien sur le terrain, où le mur et le toit de la FV consistent en deux formations à caractères semblables (Pierre-Châtel en bas, Chambotte en haut, selon la terminologie de STEINHAUSER 1969).

Les microfaciès ne se succèdent donc pas au hasard. Ils montrent le passage préférentiel de termes riches en faune et flore (intrabiomicrite à algues et forams) à des faciès confinés (intramicrite azoïque) en passant par des grès échinodermiques à pellets.

On voit d'emblée la correspondance qui peut être faite entre ce modèle markovien et le modèle autorégressif établi à la suite de l'analyse d'autocorrélation (KRUMBEIN 1967*a*).

8. INTERPRÉTATION GÉOLOGIQUE

8.1. Résumé des caractères de la Formation de Vions

Les caractères géologiques de la FV mis en évidence par les diverses méthodes utilisées dans ce travail se résument comme suit:

Les logs des descripteurs numériques montrent des pics qui peuvent être corrélés d'une coupe à l'autre.

Pour une coupe donnée, les maxima du diamètre du quartz sont légèrement en retard par rapport à ceux de son abondance, alors que les minima du classement sont eux-mêmes en retard sur les maxima du diamètre.

La tendance linéaire verticale des cinq descripteurs peut être considérée comme nulle dans la formation étudiée.

Un modèle de processus *AR1* ou de processus de *MM1-8* approximent bien la variation verticale des cinq descripteurs. Notons que l'argile se trouve à la limite des processus purement aléatoires.

Un modèle markovien du premier ordre à simple dépendance s'ajuste raisonnablement bien à la succession verticale des microfaciès et permet l'établissement d'une série virtuelle qui est la suivante (voir Jaquet 1973 pour la définition des microfaciès):

Echinopelletite gréseuse
↕
Pelmicrite → Intramicrite azoïque
↕
Micrite
↕
Oomicrite
↕
Intrasparite
↕
Intrabiopelmicrite

8.2. Signification géologique des modèles

8.2.1. *Généralités*

La démarche qu'il nous faut accomplir maintenant est le passage d'un modèle mathématique à un modèle géologique.

Avant de procéder à cette « traduction », il est bon d'examiner quels sont les buts recherchés lors de l'ajustement d'un modèle mathématique à un phénomène naturel — dans notre cas une série stratigraphique. Krumbein (1968) en distingue trois:

Description de la série aussi précise et complète que possible. C'est le but qui est le plus souvent réalisé dans les exemples cités dans la littérature.

Explication du phénomène ayant produit la série. Il y a encore beaucoup à faire dans ce domaine. La traduction d'un modèle mathématique en un modèle conceptuel exprimé en termes géologiques n'est souvent pas très aisée. Mentionnons à ce propos le rôle explicatif indirect de la simulation faite à partir de modèles mathématiques, qui permet en quelque sorte « d'expérimenter » sur la série étudiée.

Prédiction. A notre connaissance, il n'y a pas encore dans la littérature d'exemples de prédiction basée sur un modèle mathématique de série stratigraphique, alors qu'ils sont nombreux en économie (WOLD 1954).

En ce qui nous concerne, nous nous sommes efforcé non seulement de décrire et caractériser l'évolution chronologique de la Formation de Vions à l'aide de modèles mathématiques, mais encore d'utiliser ces derniers pour éclairer les phénomènes ayant présidé au dépôt de cette formation.

Jusqu'à présent, notre raisonnement a porté sur des séries *chronologiques* idéales, alors qu'en réalité les séries de la FV sont mesurées selon une échelle d'*épaisseur*. Il convient donc de se laisser guider par les quelques principes suivants:

1) L'échelle verticale des épaisseurs ne correspond que très sommairement à l'échelle du temps, en particulier parce que le taux de sédimentation peut changer suivant la lithologie. Cet état de fait est exprimé par la loi de Sander, modifiée par SCHWARZACHER (1964, p. 211), qui est la suivante: un enregistrement d'épaisseurs de nature cyclique implique un enregistrement de temps de même nature. Un enregistrement d'épaisseur autocorrélé peut correspondre à un enregistrement temporel cyclique ou lui-même autocorrélé. Enfin, un enregistrement d'épaisseur purement aléatoire peut correspondre à un enregistrement temporel cyclique, autocorrélé ou purement aléatoire.

2) Le modèle exprimant la série stratigraphique d'une part, et le phénomène ayant donné naissance à cette dernière d'autre part, sont à distinguer clairement, même si l'on doit tenter de « remonter » au second à partir du premier.

Le modèle ajusté à la série exprime l'effet, alors que la cause demeure en principe inconnue. Le type de liaison pouvant exister entre ce qui se passe sur le lieu de formation du sédiment et sur son lieu de dépôt est très complexe. Le sédiment a subi de multiples vicissitudes entre le temps où il s'est formé et celui où on l'a mesuré dans la série, vicissitudes qui s'appellent transport, érosion, remaniements et diagenèse.

3) Une approche commode des enregistrements sédimentaires est celle qui les décrit en termes de *mémoire* du processus. On se référera à KRUMBEIN (1968) pour des exemples.

La quantité de mémoire d'un enregistrement peut être considérablement augmentée par adoucissement. Ce dernier peut intervenir déjà au stade de l'échan-

tillonnage. Ainsi, un échantillon de grande masse, pris sur toute la hauteur d'un banc, équivaut à un laps de temps de plusieurs millénaires; les descripteurs mesurés sur un tel échantillon équivaudront donc à une moyenne.

En outre, si les courbes sont adoucies sciemment par une méthode quelconque pour y mettre en évidence de grandes tendances, il faut se garder de les soumettre ensuite à une analyse d'autocorrélation.

En gardant à l'esprit la distinction entre modèle de la série et phénomène originel, voyons maintenant quelle peut être la signification géologique des processus examinés dans ce travail.

8.2.2. *Processus purement aléatoires*

L'existence, dans la nature, de phénomènes macroscopiques purement aléatoires est admise par les uns, alors que pour les autres elle ne fait que refléter notre ignorance des causes du phénomène en question. MANN (1970, pp. 95 sq.), dans un excellent article, cite plusieurs exemples de phénomènes naturels purement aléatoires, en apparence sinon en réalité. Ainsi, pour cet auteur, l'évolution galactique et organique, la distribution spatiale des continents, les mouvements individuels des particules détritiques dans un fleuve et l'épaisseur des bancs sédimentaires sont des phénomènes purement aléatoires. Pour le moment, il n'est pas possible de dire si le hasard est inhérent au phénomène ou s'il n'est que le produit de causes nombreuses et inextricablement mêlées. D'après MANN (*ibid.*, p. 102) toutefois, « le hasard doit être simplement accepté parce que les modèles statistiques et probabilistes de nombreux phénomènes naturels se révèlent supérieurs aux anciens modèles déterministes ».

8.2.3. *Processus harmoniques vrais*

Ils sont rares dans la nature, exception faite des phénomènes liés aux mouvements planétaires. Des exemples d'enregistrement de ces derniers existent sans doute dans les cyclothèmes (MANN, 1967, p. 41) et dans les varves (ANDERSON et KOOPMANS 1969, pp. 148 sq.). Dans ces cas, la parfaite cyclicité du phénomène originel produit des séries passablement « bruitées », mais où l'élément périodique est encore décelable.

8.2.4. *Processus autorégressifs, de moyennes mobiles et markoviens d'ordre inférieur*

Tous ces processus ont une mémoire en général courte, mais ils peuvent à la limite exhiber une quasi-périodicité. VISTELIUS (1949) et SCHWARZACHER (1964, 1967) ont tenté de donner une image géologique différente pour les processus AR et de MM. En bref, on a:

8.2.4.1. *Processus markoviens et AR d'ordre 1.*

L'état du système au temps t ne dépend que de son état au temps $t-1$, plus un terme aléatoire. Les mouvements transgressifs et régressifs de la mer produisant une

suite logique de faciès sont le meilleur exemple de tels processus. On sait depuis les travaux de POTTER et BLACKLEY (1968), VISHER (1965), IRWIN (1965) et SHAW (1964) que les mouvements latéraux de la mer tendent à produire en vertical une suite préférentielle de faciès. Ce fait est exprimé par le concept plus général de *série virtuelle*, introduit par LOMBARD (1956, p. 266) et largement diffusé depuis. De très nombreuses séries semblent obéir à ce phénomène.

Un autre exemple de ces processus de premier ordre est donné par le développement des deltas (READ 1969, p. 214).

8.2.4.2. *Processus markoviens et AR d'ordre 2.*

L'état du système dépend de son état aux temps $t-1$ et $t-2$. Un tel système peut être quasi périodique et les exemples donnés par SCHWARZACHER (1967, p. 9) consistent en l'oscillation d'un fragment crustal excité par des impulsions aléatoires, ou encore en la relation entre « uplift », subsidence et sédimentation sur une marge continentale.

8.2.4.3. *Processus de moyennes mobiles.*

VISTELIUS (*ibid.*, cité par SCHWARZACHER 1964) et ce dernier auteur ont tenté d'exprimer géologiquement ces processus: si des périodes d'érosion se produisent sur un continent, chaque nouvelle période héritera de la précédente des conditions qui joueront leur rôle dans la quantité de sédiments quittant la source.

De même, des soulèvements orogéniques peuvent se succéder purement au hasard, mais les quantités de sédiments déchargés seront plus ou moins semblables, puisque les conditions sont héritées d'un soulèvement à l'autre. En outre, le transport joue un rôle de tampon et d'adoucissement non négligeable, diluant et étalant dans le temps les arrivées de terrigènes dans le bassin de déposition. On peut résumer ce dernier exemple par le schéma suivant:

Enchaînement	Cause première ⟶ Conséquence			
Phase	Mouvements orogéniques ⟶	Erosion et fabrication du sédiment ⟶	Transport ⟶	Dépôt de la série et diagenèse
Nature du processus	Purement aléatoire	Moyennes mobiles	?	Moyennes mobiles
Effet du processus	⟵ Adoucissement ⟶			

Ces considérations nous conduisent à une sorte de paradoxe: entre la nature du phénomène et son effet, il peut y avoir deux relations inverses; d'une part, un phénomène périodique quasi déterministe peut donner naissance, à la suite d'un fort brouillage, à une série aléatoire; d'autre part, un phénomène purement aléatoire peut produire, par « adoucissement », une série pourvue d'une certaine mémoire.

8.3. Interprétation génétique de la Formation de Vions

On a pu démontrer ailleurs (Jaquet 1972) que les classifications obtenues pour les microfaciès différaient très peu, que l'on tienne compte du quartz ou non. Cela implique, à notre avis, que les arrivées de terrigènes ne font que *se superposer* à une sédimentation autochtone, diluant plus ou moins cette dernière. Il existe donc, en simplifiant, deux alimentations sédimentaires:

1) Alimentation autochtone et subautochtone: elle est formée de micrite ou de sparite, d'intraclastes, d'oolithes et de bioclastes. Les cas des échinodermes est plus difficile à interpréter; ces organismes sont en effet presque toujours statistiquement liés au quartz. Cette association pourrait être soit une « biocénose », les encrines ayant proliféré grâce aux apports nutritifs terrigènes, soit une « thanatocénose », lesdites encrines ayant été détruites par les courants amenant les terrigènes et transportées avec ceux-ci.

De toutes façons, nous ne pensons pas que les échinodermes, vu leur relative fragilité, aient pu être transportés sur de longues distances; d'où le terme de subautochtone dont nous les qualifions.

2) Alimentation allochtone: elle est constituée essentiellement de quartz et d'argile terrigènes, plus des oxydes de fer qui donnent à la Formation de Vions sa couleur d'altération rousse caractéristique. Comme on l'a vu auparavant, cette alimentation varie en abondance avec le temps. En outre, chaque « arrivée » tend à débuter par de l'eau douce (Jaquet 1972, 12.2.3.) à se continuer par de l'argile et à se terminer par du quartz de plus en plus grossier, ce dernier cheminant, peut-être, plus lentement au gré des courants.

Il est donc possible de distinguer ces alimentations sédimentaires en considérant séparément les deux enregistrements suivants:

1) La succession verticale des microfaciès (alimentation autochtone).

2) L'abondance du quartz (ou du carbonate, qui lui est antipathique) qui exprime les venues détritiques terrigènes.

En ce qui concerne la succession des microfaciès, le modèle markovien de premier ordre à simple dépendance qui lui a été ajusté permet de penser que cette série a été déposée lors d'une suite de mouvements marins transgressifs-régressifs, la série virtuelle allant des termes plus marins à des termes plus confinés. On pourrait raffiner

encore ce modèle en tenant compte de la tendance en « *D* » mentionnée plus haut (§ 7), qui indique une mégaséquence régressive dans la partie inférieure de la formation, suivie d'une mégaséquence transgressive dans sa partie supérieure; le modèle serait alors d'ordre plus grand que deux. La Formation de Vions marque donc *l'apex de la régression* qui débute, dans le Jura, au Portlandien.

Pour ce qui est des terrigènes, ils sont rares, voire absents dans les formations qui encadrent celle de Vions (« purbeckien » et Pierre-Châtel au-dessous, Chambotte et Bourget ou Calcaire Roux au-dessus, selon la terminologie de STEINHAUSER (1969)). Leur concentration dans la formation de Vions est à mettre en relation avec l'apex de la régression qui, on vient de le voir, tombe dans cette formation (faciès intramicrite azoïque). Cet apex est à son tour lié avec la montée et la dénudation de massifs montagneux dans la zone des sources du sédiment, située au NW du détroit morvano-vosgien.

Quant aux différents « trains » terrigènes qui sont arrivés dans la zone de dépôt de la FV, leur succession a été exprimée par deux modèles, l'un autorégressif du premier ordre, l'autre de moyennes mobiles. C'est ce dernier qui nous semble le plus facilement interprétable géologiquement, en se basant sur les considérations développées plus haut (8.2.4.3.): on peut donc admettre des pulsations orogéniques se succédant sur le continent de façon purement aléatoire, avec toutefois un « héritage » de certaines des conditions d'érosion et de transport d'une pulsation à l'autre — ce qui produit une série non aléatoire sur le lieu de dépôt.

9. CONCLUSIONS

Au terme de ce travail, nous arrivons donc à un modèle conceptuel qui englobe deux phénomènes géologiques distincts — des pulsations transgressives et régressives de la mer produisant des faciès qui se succèdent d'une façon préférentielle, et des arrivées de terrigènes dont l'ensemble est lié au phénomène précédent, mais dont les manifestations individuelles dépendent de secousses orogéniques qui peuvent être considérées comme purement aléatoires.

Ainsi donc, les modèles mathématiques développés parfois un peu péniblement, nous en sommes conscient, nous ont permis d'une part de décrire ces séries en des termes qui devraient permettre de futures comparaisons; et d'autre part, ils ont stimulé la réflexion dans la recherche des causes ayant donné naissance aux séries sédimentaires que nous avons sous les yeux aujourd'hui.

REMERCIEMENTS

Ce travail n'aurait pas pu voir le jour sans le soutien du professeur A. Lombard, notre directeur de thèse, et de M. P. Vuagnat, Dr ès sc. mathém., membre du jury.

Nous avons eu de fréquentes et stimulantes discussions avec les doctorants du Département de géologie et paléontologie de l'Université de Genève, et en particulier avec R. Froidevaux, dont le travail de thèse traite de l'analyse spectrale des séries sédimentaires et qui a relu notre manuscrit.

A tous nous exprimons notre reconnaissance. En outre, Mlle L. Johnston a bien voulu relire notre « abstract », et J. Jaquet corriger les épreuves.

Ce travail est dédié à la mémoire d'Adrien Jayet, qui attira notre attention, il y a bien des années, sur l'utilité des méthodes statistiques en géologie.

BIBLIOGRAPHIE

Abréviations :

IAMG journ. = Journal of the International Association for Mathematical Geology.
Arch. Sc. = Archives des Sciences physiques et naturelles, Genève.
Kansas CC = Kansas State Geological Survey Computer Contribution.

ANDERSON, R. Y. and L. M. KOOPMANS (1969). Statistical analysis of Rita Blanca varve time-series. Extrait de Paleoecology of an Early Pleistocene Lake. *Memoir 113, Geol. Soc. of America.*

BENDAT, J. and A. G. PIERSOL (1971). Random data: analysis and measurement procedures. *Wiley Interscience*, London.

CARSS, B. (1967). In search of geological cycles using a technique from communication theory. *Kansas CC 18*, p. 51.

DAVIS, J. and R. SAMPSON (1967). Fortran-II time-trend package for the IBM 1620 computer. *Kansas CC 19.*

FROIDEVAUX, R. (à paraître). Analyse séquentielle et paléosédimentaire de l'Hauterivien (Haute-Savoie, France). Thèse, Département de géologie, Université de Genève.

IRWIN, M. (1965). General theory of epeiric clear water sedimentation. *AAPG Bull.*, 49/4.

JAQUET, J.-M. (1972). Application de méthodes statistiques à l'étude d'une formation calcaire du Berriasien supérieur, Jura méridional. Thèse, Département de géologie, Université de Genève.

—— (1973). Définition de microfaciès par classification automatique et comparaison des descripteurs. *Arch. Sc.*, 26/2.

—— J.-P. VERNET et J.-M. FERRARI (1971). Détermination quantitative par volumétrie de la calcite et de la dolomite dans les roches. *Arch. Sc.*, 24/2.

JENKINS, G. M. and D. G. WATTS (1969). Spectral analysis and its applications. Holden-Day, London.

KRUMBEIN, W. (1967*a*). Autocorrelation, spectral analysis and Markov chains. *Kansas CC 18*, p. 77.

—— (1967*b*). Fortran-IV program for Markov chain experiments in geology. *Kansas CC 13.*

—— (1968). Statistical models in sedimentology. *Sedimentology*, 10.

LOMBARD, A. (1956). Géologie sédimentaire — Les séries marines. Masson & Cie, Paris.

—— (1963). Stratonomie des séries du Flysch. *Eclog. geol. helv.*, 56/2.

MANN, C. J. (1967). Spectral analysis of stratigraphic data. *Kansas CC 18*, p. 41.

—— (1970). Randomness in nature. *Geol. Soc. Amer. Bull.* 81/1.

MERRIAM, D. (1967). Colloquium on time-series analysis. *Kansas CC 18.*

MILLER, R. and J. KAHN (1962). Statistical analysis in the geological sciences. Wiley & Sons, New York.

POTTER, P. E. and R. F. BLACKLEY (1968). Random processes and lithologic transitions. *Journ. Geol.*, 76, pp. 154-170.

READ, W. (1969). Analysis and simulation of Namurian sediments in Central Scotland using a Markov-process model. *IAMG Journ.*, 1/2.

SELLEY, R. (1970). Studies of sequences in sediments using a simple mathematical device. *Qtl. Journ. Geol. Soc.* London, 125/4.

SCHWARZACHER, W. (1964). An application of statistical time-series analysis of a limestone-shale sequence, *Journ. Geol.*, 72, p. 195.

—— (1967). Some experiments to simulate the Pennsylvanian rock sequence of Kansas, *Kansas CC 18*, p. 5.

SHAW, A. B. (1964). Time in stratigraphy. McGraw Hill, New York.

STEINHAUSER, N. (1969). Recherches stratigraphiques dans le Crétacé inférieur de la Savoie occidentale. Thèse, Institut de géol., Univ. de Genève.

—— P. BRÖNNIMANN and L. KOEHN-ZANINETTI (1969). Keramosphaera allobrogensis, n. sp., from the upper Berriasian of the Jura mountains and the subalpine region. *Arch. Sc.*, 22/1.

TUKEY, J. W. (1970). Some further input. Extrait de *Geostatistics, A Colloquium*, édité par D. F. Merriam. Plenum Press, New York.

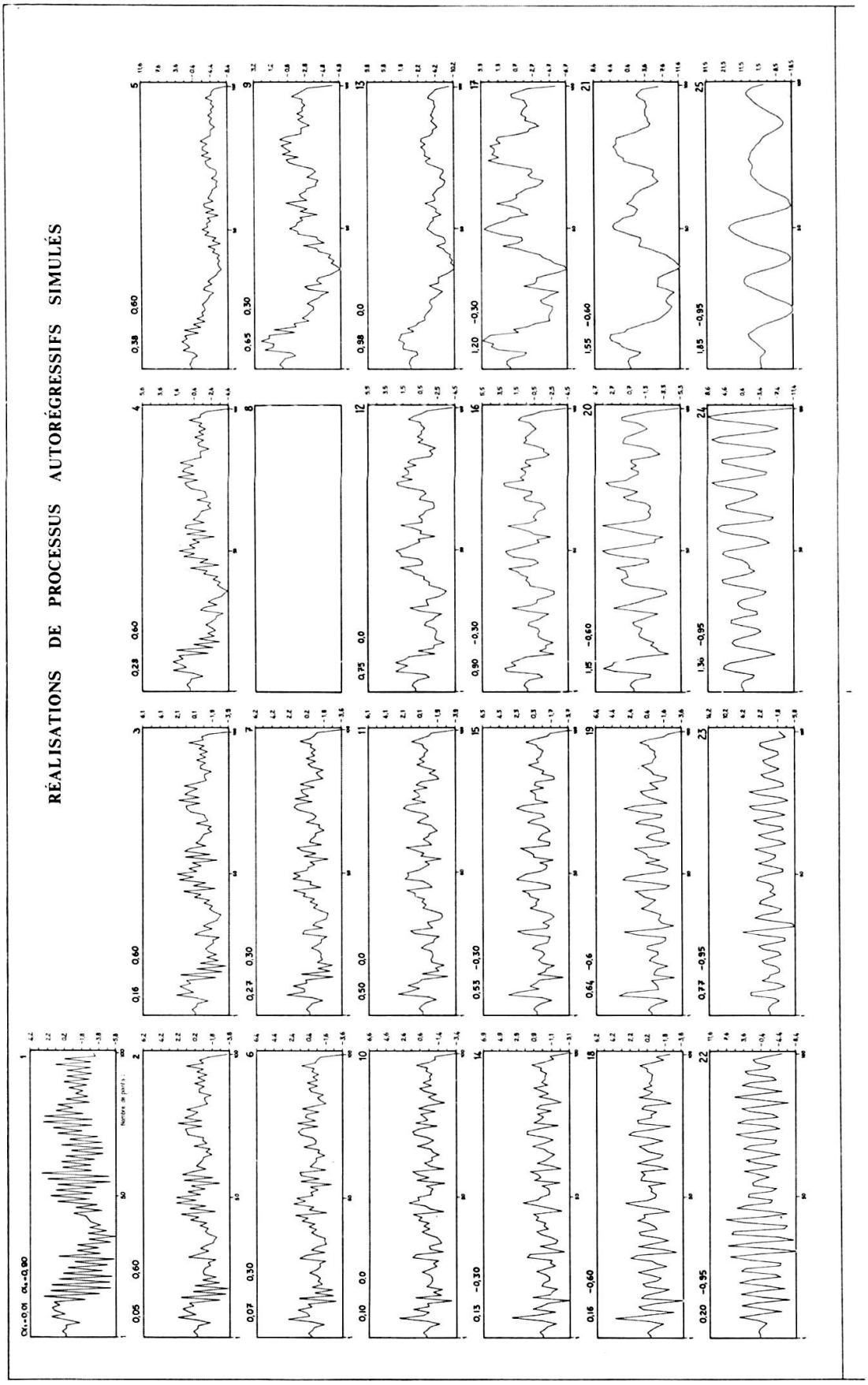
VISHER, G. S. (1965). Use of vertical profile in environmental reconstruction. *Am. Ass. Petr. Geol. Bull.*, 49/1.

VISTELIUS, A. (1949). The mechanism of formation of sedimentary beds. *Dokl. Akad. Nauk SSSR, 65*, pp. 191-194.

WHITTLE, P. (1954). A statistical investigation of sunspot observations, with special reference to H. Alfvén's sunspot model. *The Astrophysical Journal*, 120, pp. 251-260.

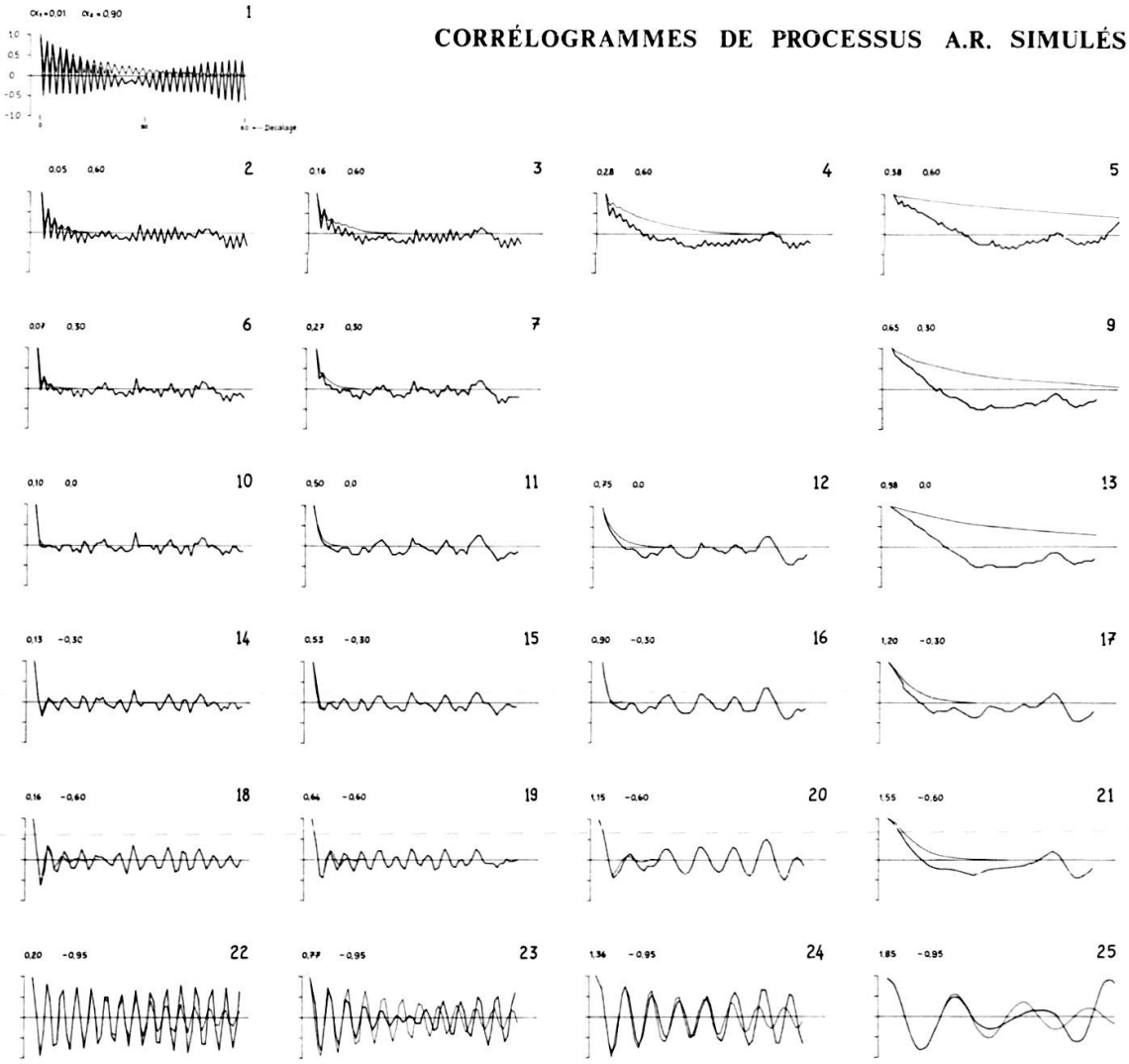
WOLD, H. (1954). A study in the analysis of time series. Almqvist & Wiksell, Stockholm.

Manuscrit reçu le 19 octobre 1973.

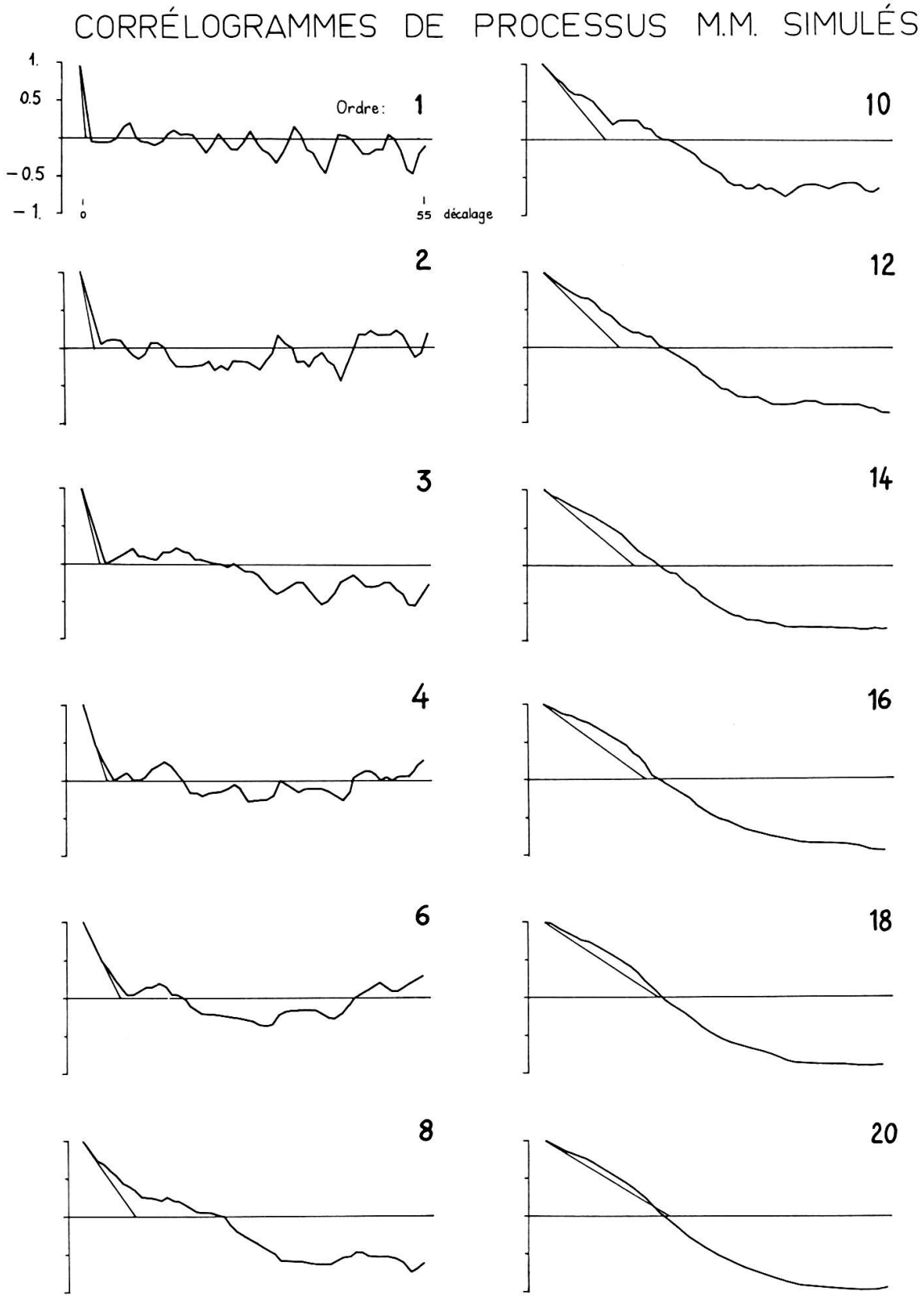


Réalisations de processus autorégressifs simulés.
N = 100; pour la position des séries dans le triangle de stationnarité, voir figure 6.

CORRÉLOGRAMMES DE PROCESSUS A.R. SIMULÉS



Corrélogrammes de processus autorégressifs simulés, correspondant aux réalisations de la planche 1.
Trait fin: corrélogramme théorique; trait épais: corrélogramme expérimental.



Corrélogrammes de processus de moyennes mobiles simulés (réalisations non figurées).
N = 100; $\beta_i = 1$; ordre l variant de 1 à 20.
Trait fin: corrélogramme théorique; trait épais: corrélogramme expérimental.