Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 19 (1966)

Heft: 2

Artikel: Influence d'une vitesse finie d'évasion sur une distribution normale des vitesses résiduelles

Autor: Bouvier, P.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-739326

INFLUENCE D'UNE VITESSE FINIE D'ÉVASION SUR UNE DISTRIBUTION NORMALE DES VITESSES RÉSIDUELLES

PAR

P. BOUVIER *

RÉSUMÉ. — Nous étudions ici l'influence d'une vitesse d'évasion finie hors d'un système stellaire stationnaire, sur la distribution des vitesses résiduelles supposée normale en tout point du système. Plus spécialement examinés sont les cas *a)* d'un système à distribution sphéroïdale, sans moyen mouvement (zone intermédiaire d'amas globulaire) et *b)* d'un système en rotation différentielle à distribution ellipsoïdale des vitesses résiduelles (Galaxie). La valeur élevée de la vitesse d'évasion permet de considérer comme infinie cette vitesse pour presque tous les sous-systèmes d'étoiles observées au voisinage du Soleil, hormis certains sous-systèmes sphériques fortement dispersés.

ERRATUM

Archives des Sciences, volume 19, fascicule 2, pp. 141-178, 1966.

NOTIONS ESSENTIELLES THÉORIQUES ET PRATIQUES POUR L'ÉTUDE MICROSCOPIQUE DES MINÉRAUX OPAQUES

par Raymond GALOPIN

— Au bas de la page 150, lire:

$$R = \frac{(n-1)^2 + n^2 \kappa^2}{(n+1)^2 + n^2 \kappa^2} \leqq 1 .$$

même correction au bas de la page 159, au bas de la page 161 et au haut de la page 162.

où les σ^2 sont les variances principales au point considéré du système.

* Ce travail a été présenté au colloque de Dynamique stellaire organisé à Besançon en septembre 1966 sous l'égide du C.N.F.A. Une version abrégée, actuellement sous presse, paraîtra dans un prochain numéro du *Bulletin astronomique* (Paris, 1967).

A l'ellipsoïde ci-dessus nous pourrons toujours faire correspondre, selon le point de vue de Charlier, un *ellipsoïde des vitesses* dont les carrés des demi-axes sont égaux aux variances principales correspondantes.

Donnons maintenant à la distribution des vitesses la forme ellipsoïdale

$$f = f(Q + \eta) \tag{3}$$

où η est une constante au point considéré et Q une forme quadratique des composantes u, v, w de vitesses résiduelles. Les surfaces d'égale densité (3) seront des ellipsoïdes de l'espace des vitesses, coaxiaux et semblables, dont l'un aura en particulier pour équation réduite aux axes principaux

$$h^2 u^2 + k^2 v^2 + l^2 w^2 = \tfrac{1}{2} \tag{4}$$

les axes sont ici inversement proportionnels aux nombres h, k, l lesquels n'ont pas de signification physique directe tant que la forme de la fonction (3) reste arbitraire.

Adoptons en particulier pour (3) la loi exponentielle de Schwarzschild qui, réduite aux axes principaux s'écrit

$$f = A \exp\{-h^2 u^2 - k^2 v^2 - l^2 w^2\} \tag{5}$$

où A, h, k, l sont des constantes au point considéré. Dans ce cas nous avons d'abord, en normalisant f à la valeur N de la concentration,

$$A = \frac{N}{\pi^{3/2}} hkl$$

après intégration sur les composantes de vitesse de $-\infty$ à $+\infty$. En outre les variances principales vaudront

$$\sigma_u^2 = \frac{1}{2h^2}, \quad \sigma_v^2 = \frac{1}{2k^2}, \quad \sigma_w^2 = \frac{1}{2l^2} \tag{6}$$

de sorte que l'équation (4) décrit l'ellipsoïde des vitesses défini plus haut. Admettons que l'on ait: $h < k < l$; la direction u est donc celle du grand axe de l'ellipsoïde des vitesses, la variance y est maximum, ce qui en fait une direction de mobilité maximum appelée *ligne des vertex*.

D'autre part, le nombre des étoiles se mouvant dans des directions infiniment voisines de la direction u sera défini par

$$v_u \, dv \, dw = dv \, dw \int_{-\infty}^{+\infty} f(u, 0, 0) \, du$$

de même pour les nombres $v_v \, dw \, du$ et $v_w \, du \, dv$ relatifs aux directions respectives v et w.

Invoquant l'expression (5) pour f nous trouvons immédiatement

(7) $$\nu_u = \frac{N}{\pi} kl\,, \quad \nu_v = \frac{N}{\pi} lh\,, \quad \nu_w = \frac{N}{\pi} hk$$

De plus un calcul facile montre que

$$\nu_\delta = \frac{N}{\pi} \frac{hkl}{\sqrt{h^2 + (k^2 - h^2)\beta^2 + (l^2 - h^2)\gamma^2}}$$

dans une direction δ quelconque, dont les cosinus-directeurs sont α, β, γ. Nous voyons, puisque $h < k < l$, que ν_δ est maximum dans la direction u; la circulation des étoiles y est la plus grande. La ligne des vertex d'une distribution de Schwarzschild est donc une direction à la fois de plus grande mobilité et de plus forte circulation.

D'après (6) et (7) nous avons

(8) $$\frac{\sigma_u}{\sigma_v} = \frac{\nu_u}{\nu_v} = \frac{k}{h}$$

et deux autres relations similaires déduites par permutation circulaire.

Tous les résultats rappelés ici ont été obtenus en intégrant sur l'espace des vitesses tout entier; dans quelle mesure seront-ils altérés lorsque l'on tient compte d'une vitesse finie d'évasion hors du système ?

2. DISTRIBUTION SPHÉROIDALE

Examinons d'abord le cas

(9) $$f = A \exp\{ -h^2 u^2 - k^2 (v^2 + w^2) \}$$

où l'ellipsoïde des vitesses est de révolution (sphéroïde) et où il n'y a pas de mouvements différentiels. Ce type de distribution, autrefois étudié par Eddington, a été repris par Oort et van Herk [4] dans leur étude de l'amas globulaire M3.

Désignons par V_e la vitesse d'évasion hors du système; elle dépend, en un point donné, du potentiel gravifique du système ainsi que du rayon de stabilité imposé par la présence de corps extérieurs au système considéré. De toute façon, V_e est une borne supérieure des vitesses des étoiles liées au système, de sorte que dans le calcul des variances σ_u^2, σ_v^2 et des nombres ν_u, ν_v le domaine d'intégration est constitué par la sphère

(S) $$u^2 + v^2 + w^2 \leqq V_e^2$$

de l'espace des vitesses.

Une première quadrature peut toujours être effectuée à l'aide de fonctions connues; ainsi par exemple dans l'expression

$$\iiint\limits_{(S)} \exp\{ -h^2u^2 - k^2(v^2+w^2) \} v^2\,du\,dv\,dw$$

l'intégration sur v, de $-\sqrt{V_e^2 - u^2 - w^2}$ à $+\sqrt{V_e^2 - u^2 - w^2}$ donne

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2k^3} \iint \exp\{ -h^2u^2 - k^2w^2 \} \operatorname{erf}_2\left(k\sqrt{V_e^2 - u^2 - w^2}\right) du\,dw$$

où u est à intégrer de $-\sqrt{V_e^2 - w^2}$ à $+\sqrt{V_e^2 - w^2}$, puis w de $-V_e$ à $+V_e$. La fonction $\operatorname{erf}_2 y$ est définie en général par

$$\operatorname{erf}_2 y = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_o^y y^2 \exp(-y^2)\,dy = \operatorname{erf}_0 y - \frac{2}{\sqrt{\pi}} y \exp(-y^2)$$

alors que erf_o, soit

$$\operatorname{erf}_0 y = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_o^y \exp(-y^2)\,dy$$

est la fonction des erreurs.

L'on parvient ainsi à exprimer les variances sous la forme

$$\sigma_u^2 = \overline{u^2} = \frac{1}{2h^2} C_u, \quad \sigma_v^2 = \overline{v^2} = \frac{1}{2k^2} C_v \tag{10}$$

où les facteurs correctifs C_u et C_v, inférieurs à l'unité, ont pour expression

$$C_u = \frac{\iint \exp\{ -k^2(v^2+w^2) \} \operatorname{erf}_2\left(h\sqrt{V_e^2 - v^2 - w^2}\right) dv\,dw}{\iint \exp\{ -k^2(v^2+w^2) \} \operatorname{erf}_o\left(h\sqrt{V_e^2 - v^2 - w^2}\right) dv\,dw} \tag{11}$$

$$C_v = \frac{\iint \exp\{ -h^2u^2 - k^2w^2 \} \operatorname{erf}_2\left(k\sqrt{V_e^2 - u^2 - w^2}\right) du\,dw}{\iint \exp\{ -h^2u^2 - k^2w^2 \} \operatorname{erf}_o\left(k\sqrt{V_e^2 - u^2 - w^2}\right) du\,dw} \tag{12}$$

Nous constatons que l'ellipsoïde d'équation (4) n'est maintenant plus identique à l'ellipsoïde des vitesses; ce dernier a subi une contraction de ses axes puisque, selon (10) on a

$$\sigma_u^2 < \frac{1}{2h^2}, \quad \sigma_v^2 < \frac{1}{2k^2}$$

Par ailleurs les nombres ν_u, ν_v se calculent facilement et nous avons en particulier

$$\frac{\nu_u}{\nu_v} = \frac{k}{h} \frac{\operatorname{erf}_o hV_e}{\operatorname{erf}_o kV_e} \tag{13}$$

Si nous admettons $h < k$, nous voyons que nous aurons toujours $\nu_u > \nu_v$ mais les relations (8) ne sont plus vérifiées. Nous ne les retrouvons qu'à la limite $V_e \to \infty$ car alors erf_o et erf_2 tendent simultanément vers 1.

Revenons aux expressions (11) et (12); il apparaît commode de procéder en coordonnées semi-polaires.

Ainsi pour C_u nous posons

$$v = \rho \cos \theta\,, \qquad w = \rho \sin \varphi$$

alors que pour C_v

$$w = \rho \cos \varphi\,, \qquad u = \rho \sin \varphi$$

où ρ varie de 0 à V_e et φ de 0 à 2π.

Introduisons de plus la variable sans dimension $x = \rho/V_e$ et posons

$$\alpha = hV_e\,, \qquad \lambda = k/h \qquad (\lambda > 1)$$

C_u et C_v se réduisent respectivement à

$$C_u = \frac{\int_o^1 \exp(-\lambda^2 \alpha^2 x^2) \operatorname{erf}_2 (\alpha \sqrt{1-x^2}) x dx}{\int_o^1 \exp(-\lambda^2 \alpha^2 x^2) \operatorname{erf}_o (\alpha \sqrt{1-x^2}) x dx} \tag{14}$$

$$C_v = \frac{\int_o^1 g(x; \alpha, \lambda) \exp(-\alpha^2 x^2) \operatorname{erf}_2 (\lambda\alpha \sqrt{1-x^2}) x dx}{\int_o^1 g(x; \alpha, \lambda) \exp(-\alpha^2 x^2) \operatorname{erf}_o (\lambda\alpha \sqrt{1-x^2}) x dx} \tag{15}$$

où

$$g(x; \alpha, \lambda) = \int_o^{\pi/2} \exp\{ -(\lambda^2 - 1)\alpha^2 x^2 \cos^2 \varphi \} d\varphi \tag{16}$$

Nous avons calculé numériquement, à l'aide des formules (13) à (16), le rapport des nombres v_u, v_v et les valeurs de C_u, C_v d'où par (10) le rapport des dispersions en u et v.

Le tableau I contient les résultats obtenus sur ordinateur IBM 1620 avec l'aide de G. Janin, pour quatre valeurs de λ et cinq valeurs de α.

Comparé à ce qu'il était quand V_e est regardée comme infinie, le sphéroïde des vitesses subit une contraction de ses axes qui devient sensible lorsque V_e est inférieure à environ trois fois et demi la vitesse quadratique moyenne σ_u. La contraction est plus marquée en u qu'en v de sorte que le sphéroïde, qui est allongé puisque $\lambda > 1$, le sera d'autant moins que V_e est faible.

En outre, le degré de contraction du sphéroïde est plus accusé quand λ se se rapproche de l'unité (anisotropie peu marquée). Enfin, les relations (8) sont maintenant à remplacer par les inégalités

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_v} < \frac{v_u}{v_v} < \frac{k}{h} \qquad \text{etc.}$$

TABLEAU I

λ	α	C_u	C_v	V_e/σ_u	σ_u/σ_v	ν_u/ν_v
	1.50	0.70	0.80	2.54	1.12	1.17
	1.75	0.83	0.90	2.73	1.15	1.19
1.20	2.00	0.91	0.96	2.97	1.17	1.19
	2.25	0.96	0.99	3.24	1.18	1.20
	2.50	0.99	1.00	3.56	1.19	1.20
	1.50	0.74	0.94	2.46	1.42	1.55
	1.75	0.86	0.98	2.66	1.50	1.58
1.60	2.00	0.94	1.00	2.92	1.55	1.59
	2.25	0.98	1.00	3.22	1.58	1.60
	2.50	0.99	1.00	3.55	1.59	1.60
	1.50	0.77	0.98	2.42	1.77	1.93
	1.75	0.88	1.00	2.64	1.88	1.97
2.00	2.00	0.95	1.00	2.90	1.95	1.99
	2.25	0.98	1.00	3.21	1.98	2.00
	2.50	0.99	1.00	3.55	1.99	2.00
	1.50	0.79	0.99	2.39	2.13	2.32
	1.75	0.89	1.00	2.62	2.27	2.36
2.40	2.00	0.95	1.00	2.90	2.34	2.39
	2.25	0.98	1.00	3.21	2.38	2.40
	2.50	0.99	1.00	3.55	2.39	2.40

3. SYSTÈMES EN ROTATION DIFFÉRENTIELLE

Examinons une distribution trivariée normale (loi de Schwarzschild)

$$f = A \exp\{-h^2u^2 - k^2v^2 - l^2w^2\} \tag{17}$$

où $h < k < 1$. Le système admet, par hypothèse, un moyen mouvement en tout point, ce qui implique, avec une vitesse d'évasion finie, que les moments d'ordre 1 ne sont pas nuls; le calcul des variances va donc se compliquer.

Envisageons un mouvement moyen de vitesse V_c dans la direction v seulement, de manière à nous placer dans des conditions qui ressemblent schématiquement à celles du voisinage solaire dans la Galaxie.

Les intégrations sont à effectuer sur la sphère

$$u^2 + (v + V_c)^2 + w^2 \leqq V_e^2 \tag{S'}$$

de l'espace des vitesses.

Posons

$$k = \lambda h, \quad l = \mu h, \quad \alpha = hV_e, \quad V_c = \xi V_e$$

on calcule sans difficulté

$$(18a)\qquad \frac{\nu_u}{\nu_v} = \lambda \frac{2\ \mathrm{erf}_o\,\alpha}{\mathrm{erf}_o\,\lambda\alpha(1-\xi) + \mathrm{erf}_o\,\lambda\alpha(1+\xi)}$$

$$(18b)\qquad \frac{\nu_u}{\nu_w} = \mu \frac{\mathrm{erf}_o\,\alpha}{\mathrm{erf}_o\,\mu\alpha}$$

et on observe que, d'après (18*b*), ν_u/ν_w ne dépend pas de ξ, bien que ν_v et ν_w en dépendent à travers A.

Les variances, qui ont ici pour expression

$$\sigma_u^2 = \overline{u^2}, \qquad \sigma_v^2 = \overline{v^2} - \bar{v}^2, \qquad \sigma_w^2 = \overline{w^2}$$

seront mises sous la forme

$$(19)\qquad 2h^2\sigma_u^2 = C_u, \qquad 2k^2\sigma_v^2 = C_v, \qquad 2l^2\sigma_w^2 = C_w$$

et nous devrons calculer trois facteurs correctifs C_u, C_v, C_w inférieurs à l'unité et s'exprimant par des quotients d'intégrales triples à prendre sur le domaine sphérique (S').

Introduisons de nouveau les coordonnées semi-polaires; pour le calcul de C_u en particulier,

$$v + V_c = \rho\cos\varphi, \qquad w = \rho\sin\varphi$$

ρ variant de O à V_e et φ de 0 à 2π. A l'aide de la variable sans dimension $x = \rho/V_e$, on arrive à

$$(20)\qquad C_u = \frac{\int_o^1 g_u(x;\alpha,\lambda,\mu,\xi)\ \mathrm{erf}_2\left(\alpha\sqrt{1-x^2}\right)x\,dx}{\int_o^1 g_u(x;\alpha,\lambda,\mu,\xi)\ \mathrm{erf}_o\left(\alpha\sqrt{1-x^2}\right)x\,dx}$$

avec

$$(21)\qquad g_u(x;\alpha,\lambda,\mu,\xi) = \int_o^\pi \exp\left\{-\alpha^2\left[\lambda^2(x\cos\varphi-\xi)^2 + \mu^2x^2\sin\varphi\right]\right\}d\varphi$$

En remplaçant w par u, on obtiendra de même

$$(22)\qquad C_w = \frac{\int_o^1 g_w(x;\alpha,\lambda,\xi)\ \mathrm{erf}_2\left(\mu\alpha\sqrt{1-x^2}\right)x\,dx}{\int_o^1 g_w(x;\alpha,\lambda,\xi)\ \mathrm{erf}_o\left(\mu\alpha\sqrt{1-x^2}\right)x\,dx}$$

où

$$(23)\qquad g(x;\alpha,\lambda,\xi) = \int_o^\pi \exp\left\{-\alpha^2\left[\lambda^2(x\cos\varphi-\xi)^2 + x^2\sin^2\varphi\right]\right\}d\varphi$$

Le calcul de C_v est moins simple; en écrivant

$$2k^2 \overline{v^2} = \frac{P_2}{P_o}, \qquad \sqrt{\pi}\, k \bar{v} = \frac{P_1}{P_o}$$

nous aurons

$$C_v = \frac{P_2}{P_o} - \frac{2}{\pi}\left(\frac{P_1}{P_o}\right)^2 \tag{24}$$

où les P_j ($j = 0, 2$) auront pour expression

$$\begin{aligned} P_j = {} & \tfrac{1}{2} \int_1^{\zeta} g_v(x; \alpha, \mu) \exp(-\alpha^2 x^2) \left[\mathrm{erf}_j\, \lambda\alpha(\sqrt{1-x^2} + \xi) + \right. \\ & \left. \mathrm{erf}_j\, \lambda\alpha(\sqrt{1-x^2} - \xi)\right] x dx \\ & + \tfrac{1}{2} \int_{\zeta}^{1} g_v(x; \alpha, \mu) \exp(-\alpha^2 x^2) \left[\mathrm{erf}_j\, \lambda\alpha(\xi + \sqrt{1-x^2}) - \right. \\ & \left. \mathrm{erf}_j\, \lambda\alpha(\xi - \sqrt{1-x^2})\right] x dx \end{aligned} \tag{25}$$

ayant noté $\zeta = \sqrt{1 - \xi^2}$. Par ailleurs,

$$\begin{aligned} P_1 = {} & \int_o^1 g_v(x; \alpha, \mu) \exp\{ -\alpha^2 [\lambda^2(1+\xi^2) - (\lambda^2 - 1)x^2 \\ & + \lambda^2 \xi \sqrt{1-x^2}] \} x dx \\ & - \int_o^1 g_v(x; \alpha, \mu) \exp\{ -\alpha^2 [\lambda^2(1+\xi^2) - (\lambda^2 - 1)x^2 \\ & - \lambda^2 \xi \sqrt{1-x^2}] \} x dx \end{aligned} \tag{26}$$

avec

$$g_v(x; \alpha, \mu) = \int_o^{\pi/2} \exp\{ -(\mu^2 - 1)\alpha^2 x^2 \cos^2 \varphi \} d\varphi \tag{27}$$

fonction identique à $g(x; \alpha, \lambda)$ définie par (16).

Remarquons en passant que si $\xi = 0$ (pas de moyen mouvement) (25) et (26) se réduisent à

$$P_j = \int_o^l g_v(x; \alpha, \mu) \exp(-a^2 x^2)\, \mathrm{erf}_j (\lambda\alpha \sqrt{1-x^2})\, x dx$$

$$P_1 = o, \quad \text{soit} \quad \bar{v} = 0.$$

Comme le révèlent les formules (20) à (27), les coefficients C_u, C_v, C_w valent pratiquement 1 quel que soit ξ dès que α prend des valeurs assez élevées.

Nous avons condensé dans le tableau II les résultats numériques calculés pour un certain nombre de valeurs des paramètres λ, μ, α, ξ.

En vue d'une éventuelle application de ces résultats à la Galaxie, nous disposons, comme données de base, de la vitesse d'évasion V_e estimée à 375 km/s au voisinage du Soleil, et des dispersions des vitesses résiduelles relatives aux étoiles des divers sous-systèmes ou groupes d'étoiles ayant même classe de luminosité et même type spectral. Toutefois, les paramètres α et ξ sont en corrélation positive, puisque la rotation d'un sous-système est d'autant plus rapide que la dispersion des vitesses résiduelles y est plus faible ou encore que le sous-système est plus aplati.

Nous devrions donc tirer les paramètres h, k, l, pour chacun des sous-systèmes, des relations (19) et la comparaison des rapports k/h avec σ_u/σ_v, l/h avec σ_u/σ_w nous indiquera le degré de contraction des axes de l'ellipsoïde des vitesses sous la double influence des vitesses d'évasion V_e et de rotation différentielle V_c. Cependant, les facteurs C_u, C_v, C_w dépendent de h, k, l de manière très compliquée ainsi que le montrent les expressions (20), (22), (24) de sorte que la résolution s'avère pratiquement impossible. Il est alors préférable de choisir arbitrairement les nombres h, k, l ayant fixé ξ par ailleurs, par exemple à l'aide de la relation de Stroemberg pour le courant asymétrique. Remarquons que la valeur de ξ n'est pas connue avec grande précision, car elle est liée finalement à la distance du Soleil au centre galactique, qu'on situe entre 7 et 10.3 kpc [1].

Le cas où $\lambda = 1.60$ et $\mu = 2.00$ correspond à des rapports

$$1/h : 1/k : 1/l = 8 : 5 : 4$$

proches de ceux qui concernent une distribution (17) appliquée globalement aux étoiles proches du Soleil et de magnitude apparente plus brillante que 6 [3]; il s'agit en fait d'un mélange où dominent les étoiles de sous-systèmes plats. V_e/σ_u est de l'ordre de 15, par suite α de l'ordre de 10 et les facteurs C sont donc tous pratiquement égaux à 1.

Avec $\lambda = 1.20$, $\mu = 2.00$, nous sommes amenés à considérer le sous-système quasi sphérique des sous-naines si V_e/σ_u est de l'ordre de 3.7, ce qui situe α peu au-dessus de 2.5 [5]. On voit qu'avec $\xi = 0$ ou 0.25 (rotation lente), les facteurs C ici encore ne s'écartent de l'unité que de façon insignifiante.

Pour le sous-système quasi sphérique des RR Lyrae (de période supérieure à 0.45 jours), les conditions seraient à peu près

$$\lambda = 1.50\,, \quad \mu = 1.20\,, \quad \xi = 0\,, \quad V_e/\sigma_v = 2.5 \quad [2]$$

cela exige de choisir $\alpha = 1.50$ et l'on voit que les valeurs de C_u, C_v, C_w s'écartent de 1 assez notablement.

En résumé, si l'on cherche à représenter la distribution des vitesses résiduelles d'un sous-système de la Galaxie à l'aide d'une loi ellipsoïdale tronquée de Schwarzschild (17) on pourra examiner les paramètres h, k, l sous la forme

$$(28) \qquad h = \frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma_u}, \quad k = \frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma_v}, \quad l = \frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma_w}$$

TABLEAU II

μ	λ	α	ξ	C_u	C_v	C_w	V_e/σ_u	σ_u/σ_v	σ_u/σ_w	ν_u/ν_v	ν_u/ν_w
2.00	1.60	2.00	0.00	0.94	1.00	1.00	2.91	1.56	1.94	1.59	1.99
			0.25	0.92	0.98	1.00	2.94	1.56	1.93	1.60	1.99
			0.50	0.85	0.88	0.99	2.98	1.58	1.86	1.61	1.99
		2.50	0.00	0.99	1.00	1.00	3.55	1.59	1.99	1.60	2.00
			0.25	0.99	1.00	1.00	3.56	1.59	1.99	1.60	2.00
			0.50	0.95	0.95	1.00	3.62	1.60	1.95	1.60	2.00
	1.20	2.00	0.00	0.93	0.97	1.00	2.93	1.18	1.94	1.19	1.99
			0.25	0.91	0.92	1.00	2.96	1.19	1.91	1.20	1.99
		2.50	0.00	0.99	1.00	1.00	3.55	1.20	1.99	1.20	2.00
			0.25	0.98	0.98	1.00	3.57	1.20	1.98	1.20	2.00
1.20	1.50	1.50	0.00	0.71	0.91	0.81	2.51	1.33	1.13	1.45	1.17
		2.00	0.00	0.92	0.99	0.96	2.94	1.45	1.97	1.49	1.19
			0.25	0.90	0.96	0.95	2.98	1.45	1.95	1.50	1.19
		2.50	0.00	0.99	1.00	1.00	3.55	1.49	1.99	1.50	1.20
			0.25	0.98	0.99	0.99	3.57	1.49	1.99	1.50	1.20

dans tous les cas sauf pour un sous-système sphérique très dispersé où les valeurs données par (28) sont à affecter de facteurs inférieurs à 1, égaux dans le cas des RR Lyrae à

$$0.84\,, \qquad 0.95\,, \qquad 0.90$$

respectivement.

Observatoire de Genève.
Septembre 1966.

RÉFÉRENCES

[1] INNANEN, K. A. *Ap. J.*, v. 143, 153, 1966.
[2] NOTNI, L. *Mitt. Iena Obs.*, nº 26, 1956.
[3] OGORODNIKOV, K. F. *Dynamics of stellar systems* (Pergamon, 1965).
[4] OORT, J. H. et v. HERK. *B.A.N.*, v. 14, nº 491, 1959.
[5] PARENAGO, P. *Astr. circ. USSR*, nº 90-91, 1949.

Manuscrit reçu le 3 octobre 1966.