

**Zeitschrift:** Archives des sciences [1948-1980]  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 18 (1965)  
**Heft:** 3

**Artikel:** Points cylindriques et paraboliques d'une surface  
**Autor:** Rossier, P.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-739243>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 29.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

des aires des polygones est obtenue par décomposition en triangles. On obtient enfin le théorème suivant: *Si deux polygones sont équicomplémentaires, ils ont même aire.*

Hilbert a montré que la démonstration de la réciproque exige un axiome de continuité<sup>1</sup>.

### 3. CONCLUSION

En géométrie élémentaire, l'aire d'un carré de côté unité est choisie comme unité; ce carré peut être déplacé arbitrairement. Ce choix conduit à la rectangularité du système de coordonnées; les aires sont indépendantes lors d'une rotation ou d'une translation de ce système.

En géométrie pascalienne, seule la translation des axes a un sens. Cependant, la forme analytique de la théorie est la même qu'en géométrie élémentaire; ainsi, cette forme est indépendante des axiomes de congruence.

Le second axiome de parallélisme (le théorème de Pascal selon Hilbert) suffit donc pour l'élaboration de la théorie des aires des polygones; en cette matière, il permet d'éliminer tout axiome de continuité.

L'extension aux volumes des polyèdres et aux hypervolumes des polytopes ne présente pas de difficultés. On peut la construire au moyen de la théorie des déterminants.

Manuscrit reçu le 21 octobre 1965.

### P. ROSSIER. — Points cylindriques et paraboliques d'une surface.

Un point d'une surface où le paraboloïde osculateur d'axe normal à celle-ci est un cylindre est indifféremment dit cylindrique ou parabolique.

Nous réservons le nom de points paraboliques aux précédents et distinguons comme suit les points cylindriques.

Soit  $A$  un point d'une surface  $\sigma$ . Supposons l'existence du plan tangent en  $A$ . En général, au moins dans un voisinage approprié, ce plan n'est tangent à la surface qu'en  $A$ . S'il existe un arc de courbe de la surface tel que le plan tangent en  $A$  est tangent à celle-ci en tous les points de cet arc, nous dirons que les points de cet arc sont des *points cylindriques* de la surface. Les points d'une génératrice d'une surface développable, ceux des parallèles limites des tores sont cylindriques.

Il existe des points cylindriques non paraboliques. En voici un exemple. Soit la courbe d'équation

$$y = x^2 \left( a + \int_0^x f(x) dx \right),$$

<sup>1</sup> Voir note <sup>2</sup>.

où  $f(x)$  est une fonction intégrable mais qui ne possède pas de dérivée. Le théorème de Taylor n'est pas applicable à l'équation de la courbe. A l'origine, l'axe des  $x$  est sa tangente.

Faisons tourner la courbe  $c$  autour d'un axe parallèle à l'axe des  $y$  et distinct de lui. La portion de courbe voisine de l'origine engendre une zone d'une surface de révolution  $\sigma$  telle que les points du parallèle correspondant à  $x = 0$  sont cylindriques. La construction du paraboloïde osculateur en ces points est impossible, car elle exige l'existence de la deuxième dérivée de  $y$  par rapport à  $x$ , existence exclue par hypothèse.

Les points du dit parallèle sont cylindriques et non paraboliques.

En un point cylindrique, les théorèmes classiques sur la courbure ne sont pas nécessairement en défaut.

Le méridien de la surface  $\sigma$  possède un cercle de courbure [1] à l'origine car

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{y}{2x^2} = \frac{a}{2}.$$

Il existe un tore dont le parallèle limite est celui étudié sur la surface  $\sigma$ ; la distance d'un point  $m$  de  $\sigma$  au tore est infiniment petite avec la distance  $m$  au parallèle limite et cela à un ordre supérieur à deux par rapport à cette distance. Sur le parallèle limite, il existe donc un tore analogue au tore osculateur à la surface.

Cet exemple montre que la théorie classique de la courbure des surfaces laisse échapper des cas où certains de ses théorèmes sont valables. Autrement dit, ses démonstrations ne sont pas « causales ». Certains perfectionnements sont désirables en ces matières.

[1] P. ROSSIER, *Géométrie synthétique moderne*. Paris, 1961, p. 333.

Id., La courbure et ses conditions d'existence. *Archives des Sciences*, vol. 7, fasc. 3, 1954, p. 233.

Manuscrit reçu le 21 octobre 1965.

### Séance du 4 novembre 1965

**E. STEIN. — Evolution de la matière: Passage du brut au vital. (Conférence).**

### Séance du 2 décembre 1965

**Jean-Jacques DURET et Jacques MARTINI. — Un niveau de cendres volcaniques dans la craie lacustre du lac de Châlain (Jura français).**

#### GÉNÉRALITÉS, SITUATION ET DESCRIPTION DU GISEMENT

Le lac de Châlain est situé à environ 18 km à l'Est de Lons-le-Saunier, à environ 500 m d'altitude. Il occupe un vallon en cul-de-sac modelé par les anciens glaciers locaux dans le bord du Second Plateau jurassien. Long d'environ 5 km, il est large