Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 18 (1965)
Heft: 3

Artikel: Relativité restreinte : de la nouvelle à l'ancienne transformation
Autor: Reulos, René
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-739237

faites dans des conditions raisonnables, les mesures par photographie exigent généralement de longues poses. Ces diverses mesures sont décrites plus en détail dans un article paru dans les POG, fascicule 69.

Je dirai seulement que la distribution spectrale prévue par la théorie concorde bien avec les mesures de photométrie à larges bandes passantes, à 2/100 ou 3/100 de magnitude près.

On décèle toutefois l'existence d'une légère bande de fluorescence aux environs de 4500 Å, de l'ordre de 7 à 8 % en excès du flux Cerenkov prévu.

L'émission des photons Cerenkov est un phénomène aléatoire, et comme le flux recueilli est faible, on observe sur les enregistrements photoélectriques (constante de temps de l'ordre de la seconde) un phénomène de scintillation assez marqué. Cette scintillation, assez gênante, peut être diminuée si l'on augmente l'intensité absolue de la lampe (Source de 50 mC par exemple) et si l'on récolte la lumière dans le plus grand angle solide possible.

Référence générale

Etude et réalisation d'une lampe à effet Cerenkov par E. Peytremann, POG, Série A, fascicule 69 (1964).

Manuscrit reçu le 23 juin 1965.

René REULOS. — Relativité restreinte. De la Nouvelle à l'Ancienne Transformation.

I. Introduction

La *transformation de Lorentz*, dont le but est de passer d'un système de référence Galiléen à un autre système de référence en mouvement uniforme par rapport au premier, selon les principes de la Relativité, c'est-à-dire en laissant invariant l'élément d'univers, suppose que la translation a lieu suivant une direction parallèle à l'axe des x_1' et que les nouveaux axes $0\, x_1\, x_2\, x_3$ sont parallèles aux anciens. Elle n'opère que sur la variable x_1' et sur le temps t', elle a la forme bien connue

$$x_1 = \frac{x_1' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad x_2 = x_2' \qquad x_3 = x_3' \tag{1}$$

Dans l'Espace de Minskowski, on a $x_4 = ict$ et la transformation de Lorentz s'écrit avec $V = \frac{v}{c}$

$$x_1 = \frac{x'_1 - iVx'_4}{\sqrt{1 - V^2}} \quad x_4 = \frac{x'_4 + iVx'_1}{\sqrt{1 - V^2}} \quad x_2 = x'_2 \quad x_3 = x'_3 \tag{2}$$

Elle représente une rotation dans le plan des $x'_1\ x'_4$ d'un angle θ' défini par la relation $tg\,\theta' = iV$.

On peut encore introduire le *vecteur vitesse* d'Univers, de composantes, soit $U_1 = \dfrac{V}{\sqrt{1 - V^2}}$ $\quad U_4 = \dfrac{i}{\sqrt{1 - V^2}}$ $\quad U_2 = 0 \quad U_3 = 0$, et (2) s'écrit

$$x_1 = {}^{-i}(U_4 x'_1 + U_1 x'_4) \qquad x_4 = {}^{-i}(U_1 x'_1 - U_4 x'_4) \qquad x_2 = x'_2 \quad x_3 = x'_3 \tag{3}$$

Le fait de prendre la vitesse $\vec{V}$ parallèle à l'axe des x_1 peut paraître manquer de généralité, mais une rotation des axes d'espace donne la *transformation de Lorentz générale*. Celle-ci prend alors une forme très différente, car des *termes quadratiques* par rapport aux composantes de la vitesse d'espace apparaissent. Elle prend une forme plus simple lorsqu'on utilise les notations vectorielles d'espace, elle s'écrit alors [1]

$$\vec{r} = \vec{r}' + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2}} - 1\right)(\vec{r}'\vec{V})\frac{\vec{V}}{V^2} + \frac{\vec{V}l'}{\sqrt{1 - V^2}} \text{ avec } l' = ct' \tag{4}$$

On peut aussi poser $x_0 = l = ct$, donc $x_4 = ix_0$,

$$U_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2}},\ U_4 = iU_0 \text{ et } U_0^2 - U^2 = 1 \tag{5}$$

$$\left(\text{avec } U^2 = \sum_1^3 U_\alpha^2\right)$$

Lorsqu'on essaye d'exprimer cette transformation dans le formalisme d'Univers de Minskowski, on rencontre des difficultés par ce que celle-ci ne contient que des vitesses d'Espace.

Comme il paraissait inadmissible que la Transformation de Lorentz qui est à l'origine de la quatrième dimension, et du formalisme d'Univers, ne puisse s'y intégrer, l'auteur a entrepris des recherches dans ce sens, mais la transformation qu'il a trouvée (1) est une transformation nouvelle, qui ne se réduit pas à la transformation de Lorentz classique (3) lorsque la vitesse devient parallèle à l'axe des x'_2. Plus précisément, la transformation non classique s'écrit, en notations matricielles

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = -i \begin{bmatrix} U_4 - U_3 & U_2 & U_1 \\ U_3 & U_4 - U_1 & U_2 \\ -U_2 & U_1 & U_4 & U_3 \\ -U_1 - U_2 - U_3 & & & U_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \end{bmatrix} \tag{6}$$

et, en notations vectorielles d'Espace à 3 dimensions

$$(7)\quad \vec{r} = \frac{1}{\sqrt{1-V^2}}\left(\vec{r}\,' - i\vec{V}\wedge\vec{r}\,' + \vec{V}\,l'\right) \qquad (8)\quad l = \frac{l' + \vec{V}\cdot\vec{r}\,'}{\sqrt{1-V^2}}$$

Les transformations sur les temps sont identiques dans les deux transformations, qui ne diffèrent que par les termes d'Espace.

L'auteur a remarqué que la transformation en question et la transformation de Lorentz étant toutes deux orthogonales, et les transformations sur les temps étant les mêmes, le ds^2 d'espace devait se transformer de la même façon dans les deux transformations. La contraction des longueurs est identique, et les résultats physiques sont les mêmes. Il resterait à retrouver la transformation non classique à partir de la transformation de Lorentz et vice-versa. Peter Bergmann a déjà remarqué que l'on passe de la matrice de la transformation de Lorentz $[L]$ à la transformation non classique, $[N]$ à l'aide de la transformation d'espace, représentée par la matrice.

$$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{\alpha}\left[\delta_{jk} + ie_{jkl}\,V_l + \left(\dfrac{\alpha-1}{V^2}\right)V_j\,V_k\right], & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(e_{jkl} symbole de permutation, $\alpha = \sqrt{1-V^2}$).

L'auteur a trouvé depuis une autre méthode pour relier les deux transformations, et qui, de plus, donne directement la transformation de Lorentz dans le *formalisme d'univers*.

II. Passage de la transformation non classique a la transformation de Lorentz

En élevant au carré les deux membres de (7), on a

$$r^2 = U_0^2\acute{r}^2 - \left(\vec{U}\wedge\vec{\acute{r}}\right)^2 + U^2\acute{x}_0^2 + 2\vec{\acute{r}}\,\vec{U}\acute{x}_0$$

soit θ l'angle que le rayon vecteur r' fait avec la vitesse,

$$r^2 = U_0^2\acute{r}^2 - U^2\acute{r}^2\sin^2\theta' + U^2\acute{x}_0^2 + 2\acute{r}\,U\acute{x}_0\cos\theta'$$

d'après (5) $\quad r^2 = \acute{r}^2 + \acute{r}^2\,U^2\cos^2\theta' + 2\acute{r}\,U\acute{x}_0\cos\theta' + U^2\acute{x}_0^2$

ou d'après (5) $\quad r^2 = \acute{r}^2 + \acute{r}^2(U_0^2-1)\cos^2\theta' + 2\acute{r}\,U\acute{x}_0\cos\theta' + U^2\acute{x}_0^2$

ou $\quad r^2 = \acute{r}^2 + \acute{r}^2(U_0^2-2U_0+1)\cos^2\theta' + 2\acute{r}^2(U_0-1) + 2\acute{r}\,U\acute{x}_0\cos\theta' + U^2\acute{x}_0^2$

$$r^2 = \acute{r}^2 + \acute{r}^2\cos^2\theta\,(U_0-1)^2 + U^2x_0^2 + 2r^2\cos^2\theta\,(U_0-1) + 2rU\cos\theta\,x_0$$

soit en revenant au produit scalaire

$$(\vec{r})^2 = (\vec{\acute{r}})^2 + \frac{(\vec{r}\,\vec{U})^2}{U^2}(U_0-1)^2 + U^2x_0^2 + 2\vec{r}\,\vec{U}x_0 + 2(U_0-1)\frac{(\vec{r}\cdot\vec{U})^2}{U^2}$$

qui représente le carré des deux membres de

$$\vec{r} = \vec{r}' + \frac{\vec{r}\,\vec{U}}{U^2}(U_0 - 1)\,\vec{U} + \vec{U}\,x_0' \tag{9}$$

que l'on peut encore écrire, en tenant compte de (5)

$$\vec{r} = \vec{r}' + \left(x_0' + \frac{\vec{U}\cdot\vec{r}'}{1 + U_0}\right)\vec{U} \tag{10}$$

ou

$$\vec{r} = \vec{r}' + \frac{x_0 + U_0 x_0 + \vec{U}\,\vec{r}}{1 + U_0}\,\vec{U} \tag{11}$$

ou

$$\vec{r} = \vec{r}' + \frac{x_0 + U_k x_k}{1 + U_0}\,\vec{U} \tag{12}$$

ou

$$x_\alpha = x_\alpha' + \frac{x_0 + U_k x_k}{1 + U_0}\,U_\alpha\,. \tag{13}$$

(13) *appartient au formalisme universel.*

En remplaçant dans 9 les grandeurs d'univers U_0, U_α, et U par les grandeurs d'espaces V_α V_0 et V, en effectuant cette transformation dans (10), on trouve

$$\vec{r} = \vec{r}' + \left(l' + \frac{\vec{V}\,\vec{r}'}{1 + \sqrt{1 - V^2}}\right)\frac{\vec{V}}{\sqrt{1 - V^2}} \tag{14}$$

expression non classique de la transformation de Lorentz.
soit, en posant $r_0 = x_0 = l$,

$$\vec{r} = \vec{r}' + \left(r_0' + \frac{\vec{V}\,\vec{r}'}{1 + \sqrt{1 - V^2}}\right)\frac{\vec{V}}{\sqrt{1 - V^2}} \tag{15}$$

tandis que le temps se transforme suivant la formule classique (8) qui s'écrit encore

$$r_0 = \left(r_0' + \vec{V}\cdot\vec{r}'\right)\frac{V_0}{\sqrt{1 - V^2}} \quad (\text{car } V_0 = 1) \tag{16}$$

mais on peut aussi transformer (15), et écrire en multipliant le numérateur et le dénominateur de la partie fractionnaire par $\left(-1 + \frac{1}{\sqrt{1 - V^2}}\right)$

$$\vec{r} = \vec{r}' + \left(\frac{1}{1 - V^2} - 1\right)\left(\vec{r}'\,\vec{V}\right)\vec{V} + \frac{\vec{V}l'}{\sqrt{1 - V^2}}$$

qui n'est autre que la *transformation classique* de Lorentz, sous sa forme générale, en notations vectorielles (4). Les deux transformations (4) et (5) sont ainsi reliées par un calcul simple.

Les formules (4), (11), (13) et (14) sont équivalentes, (4) paraît se prêter mieux au calcul, (16) a sur le plan métaphysique, l'avantage formel de rapprocher la transformation sur le temps, de la transformation d'Espace, lorsqu'on remplace dans (15) V par V_0, $\vec{r}$ par r_0, en tenant compte de ce que $V_0 = 1$. Enfin, (13) comble une lacune de la théorie relativiste en intégrant la transformation de Lorentz dans le formalisme d'univers.

[1] LITCHNEROWICZ, André, Eléments de calcul tensoriel, Armand Colin, p. 172
[2] REULOS, René. Non classical Transformation. *The Physical Review*, Vol. 102, No. 2, 535-536, April 15, 1956.

Manuscrit reçu le 23 juin 1965.

Christiane ROCH, Jean DUPRAZ et Roger LACROIX. — Résonance paramagnétique du nickel dans le sulfite de magnésium.

Nous avons étudié la résonance paramagnétique d'ions Ni^{2+} présents comme impuretés dans un cristal de sulfite de magnésium hexahydraté ($MgSO_3 \cdot 6H_2O$).

Ce cristal appartient au groupe spatial trigonal C_3^4 et ne possède qu'une molécule par maille élémentaire [1]. L'ion Ni^{2+}, substitué à un ion Mg^{2+}, se trouve placé dans

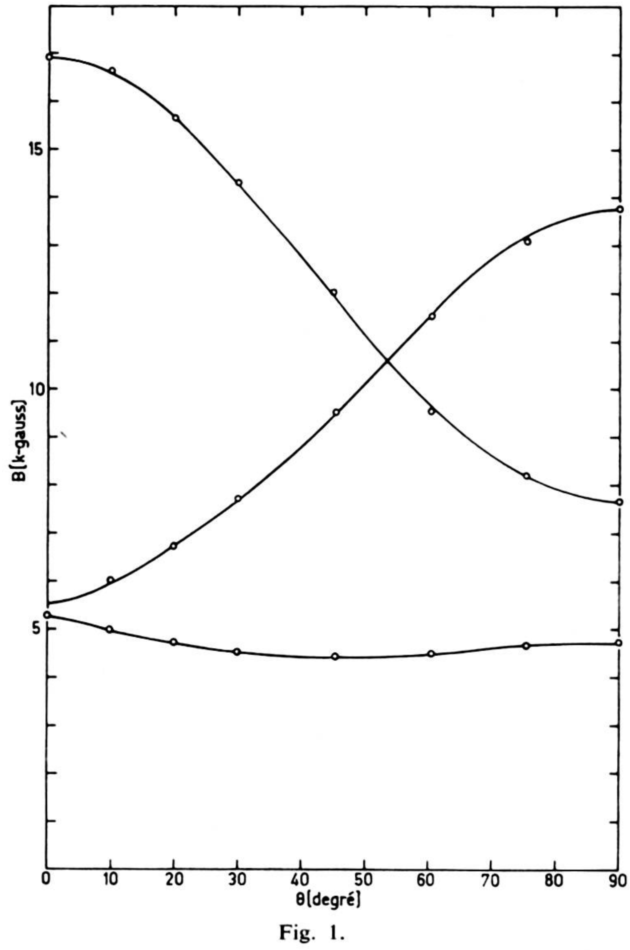

Fig. 1.