

<b>Zeitschrift:</b>	Archives des sciences [1948-1980]
<b>Herausgeber:</b>	Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
<b>Band:</b>	18 (1965)
<b>Heft:</b>	3
 <b>Artikel:</b>	Reflet de l'évolution sur la distribution des luminosités dans les amas ouverts
<b>Autor:</b>	Martinet, Louis
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-739218">https://doi.org/10.5169/seals-739218</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 29.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# REFLET DE L'ÉVOLUTION SUR LA DISTRIBUTION DES LUMINOSITÉS DANS LES AMAS OUVERTS

PAR

Louis MARTINET \*

## RÉSUMÉ

Basé sur l'étude de la variation évolutive de la fonction des luminosités d'amas ouverts  $\psi_a(M_v, t)$ , le présent travail consiste en un examen critique de l'allure initiale d'une telle fonction. Dans le chapitre I, nous rappelons quelques résultats essentiels sur le taux d'évaporation stellaire dans les amas et nous étendons les calculs de Spitzer et Härm [34] au cas d'amas non isolés. Dans le chapitre II, la méthode de calcul de l'évolution de la fonction des luminosités sous l'effet de l'évaporation est indiquée. On tient compte dans le chapitre IV de l'influence de l'évolution intrastellaire au cours de la vie de l'amas. Sur la base d'hypothèses relatives à la fonction initiale des luminosités suggérées par les développements effectués au cours du chapitre III, le calcul de l'évolution de  $\psi_a(M_v, t)$  est appliqué à un amas d'âge pas trop élevé (chapitre V). Dans le chapitre VI, le cas des amas vieux est examiné. Les résultats obtenus sur quelques cas particuliers d'amas bien connus du voisinage du soleil conduisent à rejeter l'universalité dans le temps de la partie « faible » de la fonction initiale des luminosités.

## ABSTRACT

This work is based on the study of the evolutive variation of the luminosity function in open clusters,  $\psi_a(M_v; t)$ , and consists in a critical survey of such a function's initial appearance. In chapter I, we indicate some of the main results about the rate of stellar evaporation in clusters and we extend Spitzer and Härm's computation to the case of nonisolated clusters. In chapter II, we show how to compute the evolution of the luminosity function caused by evaporation. In chapter IV, we take in to account the influence of stellar internal evolution during the cluster's life. Then we compute the evolution of according to various choices (chap. III) of the initial luminosity function and we apply the results to a cluster of intermediate age (chap. V). In chapter VI we consider the case of old clusters. Finally the results obtained in some peculiar cases of well known clusters of various ages in the neighborhood of the sun lead us to deny the universal character during time of the faint part of the initial luminosity function.

## I. LE TAUX D'ÉVAPORATION STELLAIRE DANS LES AMAS

### 1. GÉNÉRALITÉS

La structure d'un amas stellaire est régie principalement par le potentiel de gravitation dû à l'ensemble de ses membres. Toutefois, l'effet stochastique des rencontres entre étoiles d'un amas peut conférer à certaines d'entre elles une énergie

\* Thèse soutenue en février 1965 à la Faculté des Sciences de l'Université de Genève; directeur de thèse: professeur P. Bouvier.

suffisante pour provoquer leur évasion hors de l'amas. Par suite de cette évaporation d'étoiles, la masse et l'énergie totale de l'amas décroîtront lentement et modifieront ainsi la structure du système. Le problème de l'évasion des étoiles a été étudié par plusieurs auteurs car il est naturellement étroitement lié à l'évolution du système, évolution jusqu'à sa structure actuelle, puis jusqu'à sa complète dissolution. Le calcul de l'évaporation basé simplement sur le temps de relaxation repose sur le peuplement progressif des ailes d'une distribution maxwellienne des énergies : en divisant le nombre des points représentatifs compris dans cette partie de la courbe correspondant à des énergies élevées  $E \geq E_e$  (où  $E_e$  est l'énergie d'évasion) par le temps nécessaire à une relaxation complète, on obtient une perte approximative égale à un pour cent du nombre total d'étoiles durant cette période (Ambartsumian [1], Spitzer [32]). Chandrasekhar [6] a utilisé un temps moyen de relaxation  $\bar{T}_E$  pour toutes les étoiles du système et a obtenu sensiblement le même résultat. Ce schéma est naturellement par trop simpliste : en fait une étoile de vitesse relativement élevée, voisine de la vitesse d'évasion, aura un temps de relaxation plus grand qu'une étoile de vitesse moyenne (le temps de relaxation varie comme le cube de la vitesse).

C'est plus spécialement le taux d'évasion en fonction de la masse des étoiles évadées qui présente un intérêt pour le problème que l'on se propose de traiter ici car il permet d'interpréter notamment la distribution des luminosités dans les amas ouverts. Le résultat de Chandrasekhar [6] relatif au taux d'évaporation d'étoiles de masses différentes qui indique un maximum pour les étoiles de masse égale à deux cinquièmes de la masse moyenne est une conséquence de simplifications excessives : Le calcul suppose en effet que les étoiles doivent d'abord acquérir une distribution maxwellienne avant de pouvoir s'évader et l'équipartition de l'énergie implique des vitesses d'autant plus élevées que les étoiles sont moins massives. En réalité les étoiles s'évadent pratiquement dès qu'elles ont atteint la vitesse d'évasion.

En abandonnant les hypothèses par trop restrictives énoncées ci-dessus mais en considérant toujours l'amas formé de deux populations stellaires (dont l'une est numériquement prépondérante), il a été possible d'obtenir des estimations améliorées du taux d'évasion. Comme on le sait, dans des systèmes stellaires dont le temps de relaxation n'est pas trop grand, les « chocs » à distance sont les plus importants. Une rencontre « rapprochée », produisant d'importantes modifications des orbites, est plutôt rare. La perte d'étoiles peut ainsi être considérée comme un processus de diffusion dans l'espace de phase à 6 dimensions. Il est alors nécessaire d'obtenir la forme de la fonction de distribution  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  en  $v_e$  = vitesse d'évasion, car la perte d'étoiles est proportionnelle à  $\left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)_{v_e}$ . Ainsi posé le problème exige la résolution de l'équation de Boltzmann en faisant figurer au second membre la variation de la fonction de distribution  $f$  due aux rencontres et donnée par l'équation de Fokker-Planck. L'équation de Boltzmann pour la fonction de distribution  $f_i$  des étoiles de masse  $m_i$  s'écrit

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f_i}{\partial \vec{r}} - \vec{\nabla} \Phi \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \vec{v}} = \left( \frac{\partial f_i}{\partial t} \right)_{\text{RENC.}} \quad (1.1)$$

où  $\Phi$  est le potentiel de gravitation. Le deuxième membre traduit la variation de  $f_i$  sous l'effet des rencontres subies par les étoiles de masse  $m_i$ . L'équation (1.1) est très difficile à résoudre. Une des complications essentielles vient de ce que le deuxième membre est non linéaire en  $f_i$ . On a souvent recours à des hypothèses simplificatrices dont la plupart sont arbitraires et cela explique les désaccords importants dans les résultats obtenus jusqu'ici. Les approximations auxquelles on a le plus fréquemment recours sont de trois sortes: (1) Les étoiles de champ (population majoritaire) sont en équilibre maxwellien; (2) On suppose parfois une forme particulière du potentiel; (3) On choisit à priori une forme particulière pour la fonction de distribution. La première approximation peut se justifier par le fait que, près du centre, la valeur du temps de relaxation est faible et c'est là que se produisent la majorité des rencontres. Le type d'approximation (2) a été utilisé par Spitzer et Härm [34] et P. Bouvier [3] qui ont supposé un potentiel constant à l'intérieur de l'amas. Dans [34] la population majoritaire, comportant les étoiles de masse pratiquement égale à la masse moyenne stellaire de l'amas  $\bar{m}$ , est en équilibre maxwellien et ne s'évapore pas. Cette dernière hypothèse est abandonnée dans [3] où la fonction de distribution pour les étoiles de la population majoritaire n'est pas donnée à priori. Dans les deux cas, on trouve que le taux d'évaporation des étoiles de masse quelconque  $m$  est une fonction monotone

décroissante du rapport  $\frac{m}{\bar{m}}$ . Naturellement l'hypothèse relative à la forme du potentiel

est encore très restrictive et ne permet pas de donner un reflet rigoureux de la manière dont s'effectue l'évaporation: dans un amas réel, lorsque l'énergie d'une étoile se rapproche de l'énergie d'évasion, l'étoile passe de plus en plus de temps dans les régions éloignées du centre et très peu denses de l'amas. Par suite les perturbations deviennent de plus en plus faibles et l'énergie de l'étoile varie de plus en plus lentement. Cet effet anti-évasion, souligné par Hénon [10], est donc négligé dans le modèle à creux rectangulaire de potentiel. En toute rigueur on devrait d'ailleurs formuler le problème en ne séparant pas la structure de l'évolution: Ces deux aspects sont liés et déterminés l'un par l'autre. Hénon [11] et Michie [24] ont traité simultanément les équations de structure et d'évolution propres à des modèles plus perfectionnés que ceux dont on a parlé jusqu'ici. L'allure monotone décroissante de la courbe représentant le taux

d'évasion en fonction du rapport  $\frac{m}{\bar{m}}$ , mise en évidence pour la première fois par

Spitzer et Härm, est confirmée dans ces deux études; seules les valeurs numériques présentent des différences parfois très sensibles, ce qui illustre bien le manque de rigueur de la théorie des amas en son état actuel (voir par exemple P. Bouvier [3], figure 1).

Nous tenterons plus loin d'étendre le calcul du taux d'évaporation dans le modèle simplifié du creux rectangulaire de potentiel au cas d'un amas non isolé, c'est-à-dire

soumis à l'action extérieure du champ galactique. Or, comme l'a indiqué P. Bouvier [3], ce n'est que dans le schéma d'hypothèses de Spitzer et Harm que cette extension est possible si l'on doit conserver une solution basée sur la séparation des variables. Aussi est-il utile de rappeler ici les étapes essentielles de ce dernier travail.

## 2. LA SOLUTION DE SPITZER ET HÄRM

On considère un amas isolé. Le potentiel de gravitation est donné par

$$\left. \begin{array}{l} \Phi = \Phi_0 = \text{constante pour } r \leq R = \text{rayon de l'amas} \\ \Phi = 0 \quad \text{pour } r > R \end{array} \right\} \quad (1.2)$$

A une distance  $r < R$  du centre, les seules variations de vitesse subies par une étoile résultent des rencontres avec d'autres étoiles. La fonction de distribution  $f$  ne dépend plus ici ni de  $r$  ni de la direction du vecteur vitesse. L'équation de Fokker-Plank a été établie par Cohen, Spitzer, Routly [7] dans le cas d'interaction entre particules chargées. Spitzer et Schwarzschild [35] l'ont adaptée au cas de l'interaction de nature purement gravitationnelle. Compte tenu de la symétrie sphérique du système et de l'isotropie des vitesses, on peut écrire

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\phi - x\phi'}{x} \right) \cdot \left( \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{2xm}{\bar{m}} f \right) \right] \quad (1.3)$$

où  $\bar{m}$  est la masse des étoiles moyennes de l'amas constituant la population majoritaire, étoiles avec lesquelles interagissent les étoiles de masse  $m$  dont la fonction de distribution  $f$  est inconnue. La présence de la fonction d'erreur  $\phi$  s'explique par le fait que la population majoritaire est en équilibre maxwellien. La variable  $x$  est liée à la vitesse  $v$  par l'expression

$$x = jv = \left( \frac{3}{2\bar{m}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot v \quad (1.4)$$

où  $\sqrt{\bar{m}^2}$  est la vitesse quadratique moyenne. Enfin  $\theta$  est le rapport du temps au temps de référence défini par

$$T_R = \frac{1}{2\pi G^2 \bar{m}^2 n j^3 \ln \alpha} \quad (1.5)$$

avec  $\bar{m}$  = masse moyenne stellaire de l'amas,  $n$  = nombre total d'étoiles de l'amas et  $\alpha \cong \frac{n}{2}$ . On cherche pour  $f$  une solution de la forme

$$f(x, \theta) = e^{-\lambda\theta} \cdot g(x) \quad (1.6)$$

(1.3) devient alors

$$\frac{1}{x^2} \cdot \frac{d}{dx} \left[ \frac{\phi - x\phi'}{x} \cdot \frac{dg}{dx} + 2x \cdot \frac{m}{\bar{m}} \cdot g \right] + \lambda g = 0 \quad (1.7)$$

ou aussi

$$\left(\frac{\phi}{x} - \phi'\right)g'' + \left[\left(\frac{2x^2+1}{x} - 2 \cdot \frac{m}{\bar{m}}x\right)\phi' + \left(\frac{2m}{\bar{m}} - \frac{1}{x^2}\right)\phi\right]g' + x^2\left(\frac{4m}{\bar{m}}\phi' + \lambda\right)g = 0$$

Les conditions initiales sont  $g(0) = 1$  et  $g'(0) = 0$ . Il faut déterminer  $\lambda$  de telle sorte que  $g(x_e) = 0$  où  $x_e = jv_e = \sqrt{6}$  avec  $v_e$  = vitesse d'évasion.  $\lambda$  est directement lié à la perte relative d'étoiles de masse  $m$ . En effet de (1.6) on tire immédiatement

$$\frac{1}{f} \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta} = -\lambda$$

ou encore

$$\frac{1}{n_m} \cdot \frac{dn_m}{dt} = -\frac{\lambda}{T_R} \quad (1.8)$$

où l'on a écrit  $n_m$  pour le nombre d'étoiles de masse  $m$ . Ainsi pour  $m = \bar{m}$ , on trouve une perte relative d'étoiles égale à 1,1% durant un temps  $T_R$ . Les étoiles de masse pratiquement nulle ont un taux d'évasion environ 18 fois plus grand que celui des étoiles moyennes.

### 3. LE PROBLÈME DU RAYON DE STABILITÉ

En réalité un amas ouvert n'est pas isolé. L'action du champ galactique sur l'amas nous conduit à tenir compte d'un potentiel extérieur variable avec la distance au centre afin de pouvoir définir la distance moyenne dite rayon de stabilité  $r_s$  de l'amas où l'action extérieure l'emporte sur le champ produit par l'amas. Un calcul élémentaire (Von Hoerner [14]) conduit à

$$r_s = \left(\frac{M_a}{2M_g}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot R$$

avec  $M_a$  = masse de l'amas,  $M_g$  = masse de la Galaxie et  $R$  = distance de l'amas au centre galactique. On peut montrer que pour un amas ouvert décrivant une orbite circulaire autour du centre galactique, l'effet de la force centrifuge est peu important et l'expression trouvée pour  $r_s$  diffère peu de la précédente. On a en effet (P. Bouvier [4])

$$r_s = \left(\frac{M_a}{3M_g}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot R \quad (1.9)$$

qui est aussi un résultat particulier ( $e = 0$ ) de la formule un peu plus générale donnée par King [18]

$$r_s = R_p [M_a/M_g(3+e)]^{\frac{1}{3}}$$

pour des systèmes stellaires décrivant des orbites non circulaires,  $R_p = a(1-e)$

étant la distance périgalactique. La figure 1 montre comment on peut procéder à l'ajustement d'un rayon de stabilité fini au modèle à creux rectangulaire de potentiel.

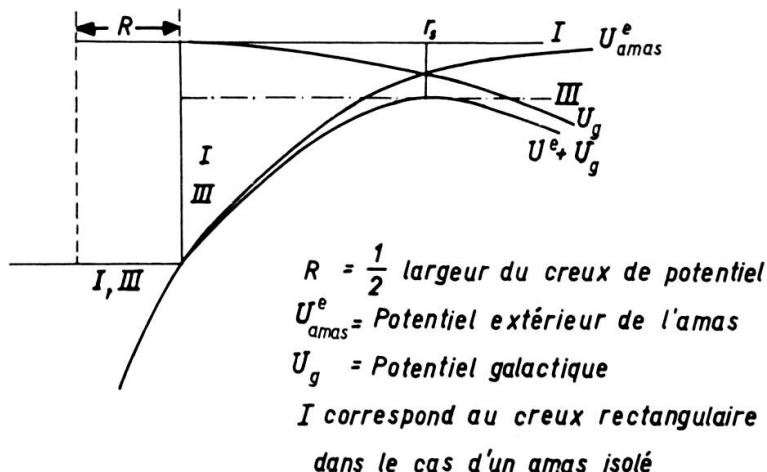


Fig. 1.

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{1}{2} \text{ largeur du creux de potentiel} \\
 U_{\text{amas}}^e &= \text{Potentiel extérieur de l'amas} \\
 U_g &= \text{Potentiel galactique} \\
 \text{I} &\text{ correspond au creux rectangulaire dans le cas d'un amas isolé}
 \end{aligned}$$

Pour sauvegarder ce modèle tout en tenant compte du champ extérieur de l'amas, on adopte la courbe III de la figure. L'effet du champ galactique diminue le creux sans affecter sa forme rectangulaire. Sa profondeur est réduite dans le rapport

$$\frac{v_s^2}{v_\infty^2} = \frac{v_\infty^2 - 2G \frac{M_a}{r_s}}{v_\infty^2} \quad (1.10)$$

où  $v_s$  est la vitesse minimum à communiquer à une étoile placée au centre pour qu'elle s'éloigne à une distance  $r_s$  et  $v_\infty$  est la vitesse d'évasion pour l'amas isolé dont l'expression usuelle est  $v_\infty = \left(\frac{2GM_a}{\bar{r}}\right)^{\frac{1}{2}}$  avec  $\bar{r}$  = rayon moyen de l'amas. (L'expression de  $v_s$  dans (1.10) est obtenue en invoquant le principe de conservation d'énergie entre le centre et  $r_s$ , respectivement entre le centre et l'infini).

#### 4. EXTENSION DE LA SOLUTION DE SPITZER ET HÄRM AU CAS D'UN AMAS NON ISOLÉ

Dans le cas où l'amas est soumis à l'action extérieure du champ galactique, l'équation (1.7) est toujours valable mais la vitesse limite sera  $v_s$  au lieu de  $v_\infty$ . Les valeurs propres  $\lambda$  qui dépendent de deux paramètres,  $\mu = \frac{m}{\bar{m}}$  et  $\xi = \frac{\bar{r}}{r_s}$ , doivent être

déterminées de telle sorte que  $g(x_s) = 0$  au lieu de  $g(x_\infty) = 0$ ,  $x_s$  étant à rapporter à la vitesse  $v_s$  ( $x_s = jv_s$ ). Invoquant le théorème du viriel et (1.10) on a

$$v_s^2 = v_\infty^2 \left(1 - \frac{\bar{r}}{r_s}\right) = 6 \left(1 - \frac{\bar{r}}{r_s}\right) / j^2$$

et

$$x_s = jv_s = \sqrt{6(1 - \xi)}$$

Les calculs ont été effectués à l'aide de la calculatrice Ferranti Mercury du CERN à Genève pour différentes valeurs de  $\mu$  et  $\xi$ . Les résultats obtenus pour  $\lambda$  sont indiqués dans la table 1 et illustrés par la figure 2 ( $\xi = 0$  correspond au cas de l'amas isolé).

TABLE 1

$\mu \backslash \xi$	0	0.1	0.2	0.3
0.	0.2049	0.2609	0.3400	0.4544
0.2	0.1305	0.1751	0.2391	0.3357
0.4	0.0787	0.1120	0.1621	0.2414
0.6	0.0442	0.0681	0.1056	0.1686
0.8	0.0232	0.0393	0.0660	0.1141
1.0	0.0114	0.0215	0.0395	0.0749
1.2	0.0051	0.0111	0.0227	0.0476
1.4	0.0022	0.0054	0.0124	0.0293

Le principal enseignement à tirer des courbes de la figure 2 ressort de la comparaison des rapports  $\frac{\lambda(\mu; \xi)}{\lambda(1; \xi)}$  pour des valeurs distinctes de  $\xi$ . On constate que pour  $\mu < 1$  et  $\xi' > \xi$

$$\frac{\lambda(\mu, \xi)}{\lambda(1, \xi)} > \frac{\lambda(\mu, \xi')}{\lambda(1, \xi')}$$

En particulier

$$\frac{\lambda(0,0)}{\lambda(1,0)} = 17.9 \text{ et } \frac{\lambda(0,02)}{\lambda(1,02)} = 8.6$$

Ces valeurs montrent que comparativement au cas de l'amas isolé ( $\xi = 0$ ), dans un amas soumis à une action extérieure traduite ici par la valeur 0.2 du rapport  $\frac{\bar{r}}{r_s}$ , l'évaporation des étoiles les plus légères (de masse pratiquement nulle) par rapport à celle des étoiles de masse moyenne est moins importante.

Examinons la variation temporelle de  $\xi$ . On peut faire remarquer que dans un amas composé de deux populations, le carré de la vitesse quadratique moyenne vaut

$$\langle v^2 \rangle = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^2 M_i \langle v^2 \rangle_i;$$

où  $M_i$  et  $\langle v^2 \rangle_i$  sont respectivement la masse et le carré de la vitesse quadratique moyenne concernant la population  $i$  seulement,  $M$  étant la masse totale de l'amas. Si l'une des populations est majoritaire, comme c'est le cas ici,  $M_2 \ll M_1$  pour autant que le

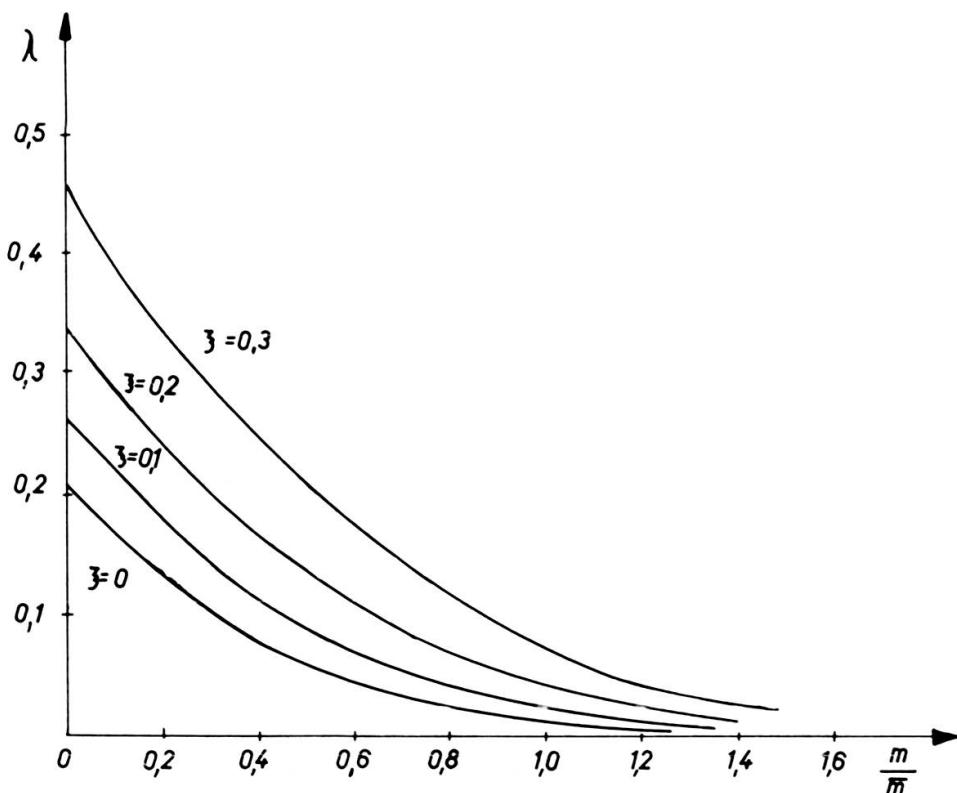


Fig. 2.

Variation des valeurs propres  $\lambda$  en fonction de  $\mu = \frac{m}{\bar{m}}$  pour diverses valeurs de  $\xi = \bar{r}/r_s$ .

rapport  $\frac{m_2}{\bar{m}}$  ne soit pas trop grand et alors

$\langle v^2 \rangle = \langle v^2 \rangle_1 = \text{constante par hypothèse}$  (la population majoritaire est en équilibre maxwellien et ne s'évapore pas). Donc pratiquement, comme  $\langle v^2 \rangle \div \frac{M}{\bar{r}}$ , on a

$$\frac{M}{\bar{r}} = \text{cte} \quad (1.11)$$

Il résulte de cette dernière relation et de la définition du rayon de stabilité donnée

en (1.9) que

$$\xi \div M_a^{\frac{2}{3}} \quad (1.12)$$

Ainsi,  $\xi$  décroît dans le temps comme la puissance  $\frac{2}{3}$  de la masse ( $R =$  distance au centre galactique est supposée constante pour un amas donné). Considérant l'évolution d'un amas à masse moyenne  $\bar{m}$  constante, on observerait alors, dans le temps, une importance accrue de l'évaporation des étoiles très légères par rapport aux étoiles dites moyennes. En réalité  $\bar{m}$  varie sous l'effet de l'évaporation et de l'évolution intra-stellaire. L'importance relative de ces deux effets dépend probablement du temps. La variation temporelle réelle du rapport  $\frac{\lambda(\mu; \xi)}{\lambda(1; \xi)}$  ou  $\frac{\lambda(\mu_1; \xi)}{\lambda(\mu_2; \xi)}$  avec  $\mu_1 \neq \mu_2$  est par conséquent difficile à déterminer. On reviendra sur ce problème au cours du chapitre VI.

Il est utile pour la suite d'obtenir des formes analytiques pour les courbes  $\lambda(\mu; \xi)$ . L'expérience a montré que des polynômes constituaient des approximations raisonnables. Ainsi on a

$$\lambda(\mu, \xi) = \sum_{i=0}^N \alpha_i(\xi) \mu^i \quad (1.13)$$

Dans les applications, les valeurs de  $\xi$  seront comprises en général entre 0,2 et 0,3. Pour ces deux valeurs, les expressions numériques de  $\lambda$  sont

$$\begin{aligned} \lambda &= 0.3400 - 0.5702 \mu + 0.3436 \mu^2 - 0.0739 \mu^3 \text{ pour } \xi = 0.2 \\ \lambda &= 0.4544 - 0.6605 \mu + 0.3460 \mu^2 - 0.0651 \mu^3 \text{ pour } \xi = 0.3 \end{aligned}$$

alors que pour

$$\xi = 0.25, \quad \lambda = 0.3948 - 0.6368 \mu + 0.4572 \mu^2 - 0.2879 \mu^3 + 0.1789 \mu^4 - 0.0515 \mu^5$$

## II. VARIATION ÉVOLUTIVE DE LA FONCTION DES LUMINOSITÉS D'UN AMAS OUVERT

### 1. DESCRIPTION DU PROBLÈME

La connaissance de la fonction des luminosités d'un système,  $\varphi(M_v)$ , qui, à travers la relation

$$dN = \varphi(M_v) dM_v \quad (2.1)$$

nous indique le nombre d'étoiles du système ayant une magnitude comprise entre  $M_v$  et  $M_v + dM_v$  par unité de volume, est importante en ce qu'elle peut être le reflet de certaines caractéristiques ayant trait d'une part à la cosmogonie du système (en quoi  $\varphi(M_v)$  nous renseigne sur les conditions initiales de la formation stellaire

dans le système) et d'autre part à l'évolution du système (ce qui devrait permettre d'estimer le taux de variation du nombre d'étoiles, pour une magnitude donnée, au cours du temps). Des informations sur l'origine et l'âge d'un amas peuvent donc être éventuellement tirées d'une étude de la distribution des luminosités dans cet amas.

Plusieurs essais ont été entrepris pour tenter d'expliquer la forme de la courbe  $\varphi(M_v)$  observée dans des amas, selon un point de vue strictement dynamique (Takase [37], Van den Bergh [39], P. Bouvier et L. Martinet [5]). Le calcul consiste, après avoir adopté une fonction initiale des masses (reliée à la fonction initiale des luminosités par une relation masse-luminosité des étoiles) à évaluer la variation subie au cours du temps par  $n(m)$ , nombre d'étoiles de masse  $m$ , sous l'effet de l'évaporation stellaire, pour laquelle on a recours aux résultats de Chandrasekhar dans [37] et [39] et à ceux de Spitzer et Härm dans [5]. On obtient des familles de courbes  $n_i(m)$  (ou  $n_i(M_v)$ ) décrivant la répartition des masses stellaires à diverses étapes  $i$  de l'évolution de l'amas, ce qui permet de tenter des estimations d'âge des amas ouverts en comparant l'une des courbes  $n_i(m)$  avec les résultats d'observations. Toutes ces tentatives s'appuient sur un certain nombre d'hypothèses dont nous indiquons ici les principales :

- (1) Le modèle d'amas est très simplifié.
- (2) L'amas est considéré comme isolé.
- (3) La fonction initiale des luminosités est considérée comme analogue à la fonction des luminosités telle que Van Rhyjn l'a établie pour le voisinage du soleil.
- (4) L'évolution intrastellaire est négligée.

L'objet essentiel du présent travail consiste en un examen critique de l'hypothèse (3). Aussi, au contraire des trois travaux susmentionnés nous considérerons ici l'âge des amas choisis comme connu et déduirons l'allure probable de la fonction initiale des luminosités. L'hypothèse (2) pourra être éliminée en invoquant les développements effectués au chapitre I § 3 et 4. Un calcul simplifié pourra permettre de se libérer également de l'hypothèse (4) (voir chapitre IV).

## 2. VARIATION DE LA FONCTION DES MASSES SOUS L'EFFET DE L'ÉVAPORATION

Considérons avec Spitzer et Härm un modèle d'amas homogène contenant deux populations d'étoiles : Comme déjà dit, la population majoritaire 1 est supposée invariable, en équilibre maxwellien, caractérisé par le paramètre  $j$  lié à la vitesse quadratique moyenne selon la relation

$$j^2 \bar{v}^2 = \frac{3}{2}$$

A côté de cette population 1 d'étoiles de masse  $\bar{m}$ , nous envisageons un petit nombre d'étoiles pouvant avoir des masses quelconques ; tout groupe de ces étoiles ayant

pratiquement la même masse  $m$  pourra jouer le rôle de population 2, minoritaire vis-à-vis de la population 1. Le taux d'évaporation pour les étoiles de masse  $m$  s'exprime alors par

$$\frac{\dot{n}(m, t)}{n(m, t)} = - \left( \frac{\bar{m}_t}{\bar{m}_0} \right)^2 \cdot \frac{\lambda}{T_R(0)} \quad (\text{Bouvier et Martinet [5]}) \quad (2.2)$$

où  $T_R(0)$  est la valeur du temps de référence à l'instant initial  $t = 0$ . Supposons alors un choix correct de la fonction initiale des luminosités de l'amas  $\psi_a(M_v, 0)$ . Il lui correspond une fonction initiale des masses  $\varphi_0(m)$  que l'on obtient facilement à l'aide d'une relation masse-luminosité des étoiles. Le nombre initial d'étoiles de masse  $m$ ,  $n(m, 0)$ , est lié à  $\varphi_0(m)$  par

$$n(m, 0) = n_0 \cdot \varphi_0(m) \quad (2.3)$$

où  $n_0$  est un nombre total donné d'étoiles de l'amas à l'époque initiale  $t = 0$ . La masse totale initiale de l'amas

$$M_0 = \int mn(m, 0) dm = n_0 \cdot \bar{m}_0 \quad (2.4)$$

est aussitôt déterminée. (Pratiquement on remplace l'intégrale par la somme discrète

$$\sum_k m_k n(m_k; 0) \quad (2.5)$$

où la sommation est à effectuer sur toutes les masses listées dans la table 5). Choisissant convenablement  $\bar{r}_0$  = rayon initial de l'amas, on peut calculer  $\xi_0 = \frac{\bar{r}_0}{(r_s)_0}$  à l'aide de (1.9).  $\lambda(\mu; \xi_0)$  peut alors être évalué pour tout  $\mu$  à l'aide de (1.13). On renoncera par la suite à envisager une variation continue de  $\xi$ , ce qui augmenterait considérablement la complexité du calcul, avec un profit d'ailleurs discutable.

Récrivant (2.2) sous la forme

$$\frac{\dot{n}(m, t)}{n(m, t)} = - \frac{\lambda}{T_R} \quad (2.6)$$

où  $T_R$  est le temps de référence à l'époque  $t$  cette fois, et intégrant cette équation sur un intervalle de temps  $\Delta t$  assez court pour que  $T_R$  n'ait pas varié de façon appréciable

$$n(m, t + \Delta t) = n(m, t) \cdot \exp \left\{ - \lambda \left( \frac{m}{\bar{m}}; \xi_0 \right) \cdot \frac{\Delta t}{T_R} \right\}. \quad (2.7a)$$

Procérons à partir de  $t = t_0$  par étapes successives de durée  $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots$ )

$$n(m, t_{i+1}) = n(m, t_i) \exp \left\{ - \lambda \left( \frac{m}{\bar{m}(t_i)}, \xi_0 \right) \cdot \frac{\Delta t_i}{T_R(t_i)} \right\}. \quad (2.7b)$$

Pratiquement  $T_R$  s'écrit (Spitzer-Härm [33])

$$T_R = 8.3 \times 10^5 \times \left( \frac{n(t_i) \cdot \bar{r}^3(t_i)}{\bar{m}(t_i)} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\log_{10} n(t_i) - 0.3}. \quad (2.8)$$

Les  $n(m, t_{i+1})$  sont calculables de proche en proche à partir de  $n(m, t_0) = n(m, 0)$ . Etant donné la variation de  $\bar{m}(t)$  et par conséquent de  $\lambda\left(\frac{m}{\bar{m}}, \xi_0\right)$  pour un  $m$  donné, il convient de réduire en cours de calcul le pas d'intégration afin d'éviter que le nombre d'étoiles évasées ne croisse au point de faire varier sensiblement  $T_R$  dans l'intervalle  $\Delta t_i$ . Pour cette raison on posera

$$\Delta t_i = \beta \cdot T_R(0) \cdot \left[ 1 - \frac{\gamma \sum_{j=0}^{i-1} \Delta t_j}{T} \right] \quad (2.9)$$

où  $\beta$  et  $\gamma$  sont des constantes ( $< 1$ ) et  $T$  est l'âge de l'amas. La masse totale et le nombre total d'étoiles au temps  $t_{i+1}$  sont calculables à l'aide des  $n(m, t_{i+1})$

$$n(t_{i+1}) = \sum_k n(m_k; t_{i+1})$$

et

$$M(t_{i+1}) = \sum_k m_k n(m_k; t_{i+1}).$$

Alors invoquant (1.11), la valeur du rayon à l'époque  $t_{i+1}$  sera

$$\bar{r}(t_{i+1}) = \frac{M(t_{i+1})}{M(t_i)} \cdot \bar{r}(t_i). \quad (2.10)$$

On assiste ainsi à une décroissance progressive de la masse totale, du nombre total d'étoiles et du rayon de l'amas sous le seul effet de l'évaporation. Ce phénomène qui, durant une grande partie de la vie de l'amas, ne concerne que des étoiles plutôt légères, est pratiquement négligeable pour des étoiles dont la masse dépasse 1,6 fois la masse moyenne. Par contre l'évolution intrastellaire, qui n'affecte pratiquement pas les étoiles légères, influence considérablement l'évolution de la partie brillante de la fonction des luminosités. Nous revenons plus loin sur ce problème.

### III. FONCTION DES LUMINOSITÉS INITIALE

#### 1. UNIVERSALITÉ DANS LE TEMPS ET DANS L'ESPACE DE LA PARTIE « BRILLANTE »

La méthode de calcul exposée au cours du chapitre précédent suppose entre autres la connaissance de  $\psi_a(M_v; 0)$ , fonction des luminosités initiale. Les tentatives de détermination théorique du spectre de masse résultant de la fragmentation au

niveau du nuage protoamas représentent souvent des cas trop idéaux pour pouvoir constituer actuellement un ensemble de données sûres (Kushwaha et Kothari [20], Jaschek et Jaschek [16], Kruszewski [19], Takebe, Unno et Hatanaka [38]). Quant aux observations, souvent très fragmentaires, elles ne nous renseignent que sur les conditions actuelles. Il est vrai que l'on peut admettre que le spectre de masse observé est équivalent au spectre de masse initial si l'on considère des amas jeunes. Il est alors possible de construire une fonction  $\psi_a(M_v; 0)$ . Cependant il est difficile actuellement d'obtenir des mesures convenables au-delà de  $M_v = 5$ . Aussi les amas jeunes nous fournissent au plus la partie brillante de  $\psi_a(M_v; 0)$ . Comme l'évolution intrastellaire efface les conditions initiales dans les amas moins jeunes, nous sommes conduits à admettre l'universalité dans le temps de  $\psi_a(M_v; 0)$  dans sa partie brillante ( $M_v \leq 5$ ). Reste à examiner l'universalité spatiale de  $\psi_a(M_v; 0)$ . Starikova [36], en comparant la fonction des luminosités d'une vingtaine d'amas ouverts, d'éloignement quelconque, à l'aide des critères de Kolmogoroff et de Pearson, a conclu, pour les amas jeunes, que dans la plupart des cas les écarts trouvés sont de nature purement aléatoire. Nous admettons ainsi également l'universalité spatiale de la partie brillante de  $\psi_a(M_v; 0)$  et nous construirons une fonction initiale moyenne à l'aide d'un échantillon d'amas jeunes parmi les mieux connus.

## 2. CONSTRUCTION D'UNE FONCTION INITIALE $\Psi_a(M_v; 0)$ (PARTIE « BRILLANTE »)

Van den Bergh [40] a construit une fonction moyenne  $\psi_{cl}$  en utilisant des données relatives à 9 amas ouverts et associations. Son choix s'est porté sur des systèmes d'âge divers, dont le spectre de masse présentait des similitudes. Pour obtenir une fonction  $\psi_a(M_v; 0)$  on est tenté de modifier la fonction  $\psi_{cl}$  en éliminant Praesepe et les Hyades dont la fonction des masses (ou des luminosités) a dû être modifiée par les effets de l'évolution intrastellaire (voir IV, § 4). La liste d'amas utilisés ici est donnée dans la table 2. Tous ces amas ont un âge au plus égal à  $10^8$  ans. Afin que l'ensemble de nos résultats futurs soient cohérents, nous employons une relation masse-luminosité différente de celle de Van den Bergh (voir table 5). Aussi les valeurs numériques données par ce dernier, relatives aux amas que nous avons conservés doivent être modifiées. (voir le tableau 3 dans [40]). Si à toute valeur  $\mu = \log\left(\frac{m}{m_\odot}\right)$  de Van den

Bergh correspond ici une valeur  $\mu' = \left(\log\frac{m}{m_\odot}\right)'$ , le nombre d'étoiles dans un intervalle  $(\mu_1, \mu_2)$

$$N_{12} = \int_{\mu_1}^{\mu_2} N(\mu) d\mu \quad (3.1)$$

se trouvera maintenant dans l'intervalle  $(\mu'_1, \mu'_2)$ , A l'aide de la fonction des masses

TABLE 2

Amas	Age (10 <sup>8</sup> ans)	Eloignement (pc)	$S_p$	$E_{B-V}$	Données sur la fonction des luminosités d'après
$H$ et $\chi$ Persei	0.04	2360	B2	0.56	V. d. Bergh [40]
Pléïades	0.8	126	B7	0.04	»
$\alpha$ Per	0.4	170	B3	0.08	»
M 50	0.2	910	B3	0.26	»
NGC 436	0.1				»
NGC 457	0.1	2880	B2	0.47	»
NGC 2264	0.03	750	09	0.10	Walker [42]

(Les données des 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup> 4<sup>e</sup> et 5<sup>e</sup> colonnes sont empruntées à K. H. Schmidt [29])

intégrée par exemple, on peut repasser à d'autres intervalles de masse correspondants par notre relation masse-luminosité à des intervalles  $(M_v - \frac{1}{2}; M_v + \frac{1}{2})$ . On tire alors pour une magnitude  $M_v$  donnée

$$\psi_a(M_v; 0) = N(m) \cdot \frac{d \log \frac{m}{m_\odot}}{d M_v}. \quad (3.2)$$

Les valeurs comparées de  $\psi_{cl}$  et  $\psi_a(M_v; 0)$  sont données dans la table 3. La figure 3 donne l'allure de la courbe  $\log \psi_a(M_v; 0)$ .

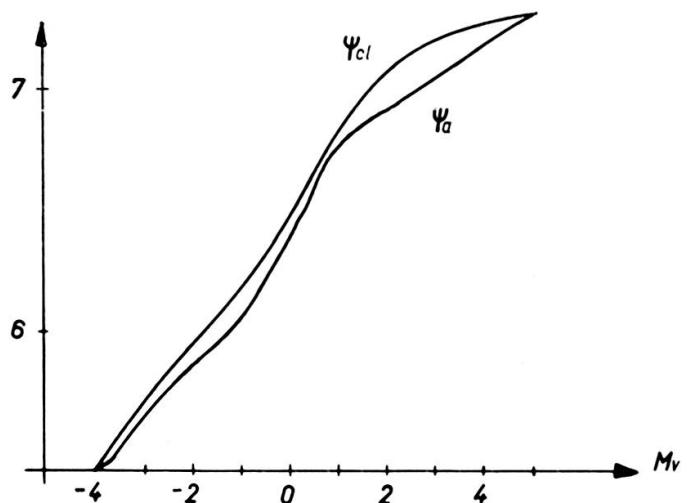


Fig. 3.

Partie brillante de  $\Psi_a(M_v; 0)$ . En ordonnées:  $\log \Psi_a(M_v; 0) + 10$

TABLE 3

$M_v$	$\log \Psi_{cl} + 10$ (V. d. Bergh)	$\log \Psi_a + 10$
-4	5.48	5.48
-3	5.78	5.70
-2	6.00	5.90
-1	6.23	6.08
0	6.56	6.45
1	6.89	6.87
2	7.14	6.98
3	7.26	7.04
4	7.32	7.26
5	7.34	7.34

### 3. CRITIQUE DE LA PARTIE « FAIBLE » DE LA FONCTION INITIALE

Comme on l'a déjà mentionné, les renseignements concernant la partie faible ( $M_v > 5$ ) de la fonction initiale des luminosités des amas jeunes sont quasi-inexistants. Il faut attribuer cette lacune principalement au fait que les étoiles peu brillantes de ces amas sont inatteignables par les moyens actuels d'observation. L'influence de la durée des temps de contraction de ces étoiles, importante aux yeux de certains, doit être minime si l'on se réfère aux calculs récents de Hayashi [9].

Il est commun d'admettre que les étoiles faibles se distribuent selon la masse d'une manière analogue dans les amas et dans le champ général, en d'autres termes, que la partie faible de  $\psi_a (M_v; 0)$  est donnée par la fonction des luminosités du voisinage du soleil établie par Van Rhyjn (notée  $\Phi_{VRH}$  par la suite). Ceci est une hypothèse commode plutôt que le reflet d'une réalité physique puisque  $\Phi_{VRH}$  est déduite de statistiques portant sur des étoiles de tout âge  $\tau$

$$0 \leq \tau \leq T \text{ (Galaxie)}$$

où  $T$  (Galaxie) est l'âge de la Galaxie, et doit donc être envisagée comme une somme de distributions  $\psi (M_v; t_i)$  à diverses époques  $t_i$  de création; or ces distributions ne sont pas nécessairement identiques, si l'on retient notamment les arguments de M. Schmidt [30] relatifs au taux de formation stellaire dans le voisinage du soleil.

Nous pouvons essayer de nous faire une idée de l'allure de la fonction initiale des luminosités en invoquant les calculs décrits au cours du chapitre précédent, que l'on effectuera en remontant dans le temps à partir de la fonction des luminosités observée d'un amas bien connu pour parvenir à  $\psi_a (M_v; 0)$ . Ainsi en lieu et place de l'équation (2.7a) nous aurons, comme conséquence du repeuplement progressif de l'amas à

l'aide des étoiles évadées,

$$n(m, t - \Delta t) = n(m, t) \cdot \exp \left\{ \lambda \left( \frac{m}{\bar{m}} ; \xi_T \right) \frac{\Delta t}{T_R} \right\} \quad (3.3)$$

avec  $\xi_T$  = valeur actuelle de  $\xi$ .

Le calcul est à effectuer depuis l'époque actuelle  $T$  (âge de l'amas), à partir du nombre observé  $n(m, T)$  d'étoiles de masse  $m$ . Procédant par petites étapes  $\Delta t$ , on parvient de proche en proche à estimer  $n(m, 0)$ , c'est-à-dire le nombre d'étoiles de masse  $m$  à l'époque  $t = 0$ , il y a  $T$  années et par suite  $\psi_a(M_v; 0)$ .

#### 4. RECHERCHE DE $\psi_a(M_v; 0)$ POUR LES PLÉÏADES

On peut estimer que la fonction des luminosités des Pléïades est bien connue jusqu'à  $M_v = 10$ . L'absence d'une séquence d'étoiles encore en contraction stipulée par Herbig [13] est apparemment confirmée par Reddish [25]. L'âge des Pléïades (dont tous les membres sont supposés contemporains) est inférieur à  $10^8$  ans d'après l'ensemble des estimations; nous pouvons donc négliger, en première approximation,

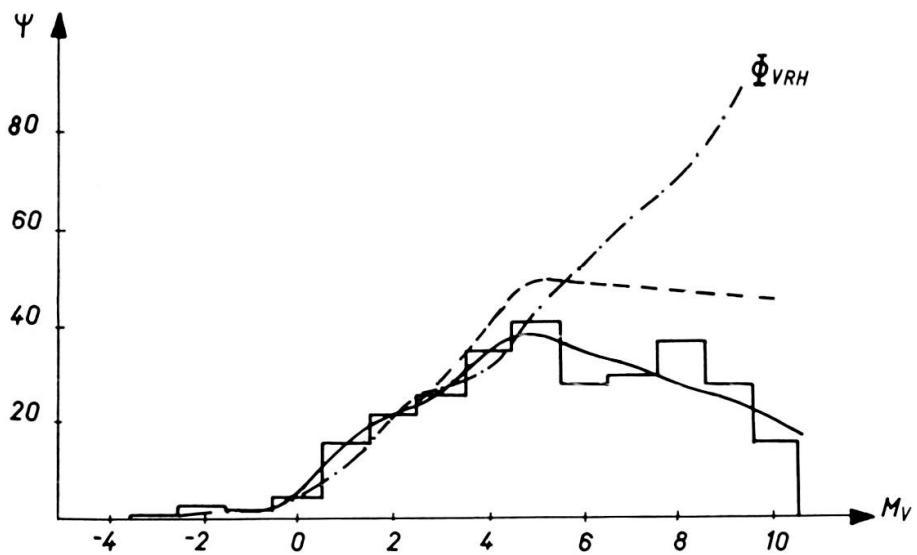


Fig. 4.

En trait plein  $\psi_a(M_v; T)$  déduite par la méthode des moindres carrés des nombres d'étoiles observés indiqués par l'histogramme (courbe en escalier). En trait ---,  $\psi_a(M_v; 0)$  calculée de proche en proche par (3.3) et en trait -.-., fonction initiale  $\Phi_{VRH}$  pour  $M_v > 5$ , normalisée pour être en bon accord avec  $\psi_a(M_v; T)$  si  $M_v < 5$  (l'évolution intrastellaire est négligée).

les effets de l'évolution intrastellaire. Le calcul indiqué au § 3 a déjà été effectué sur cet amas (L. Martinet et P. Bouvier [23]). Les résultats sont illustrés par la figure 4. Pour  $\xi$ , on avait choisi la valeur 0,2 déduite des observables  $M_{obs} = 350 m_\odot$  et  $r_{obs} = 2$  pc. L'écart entre la courbe obtenue  $\psi_a(M_v; 0)$  et  $\Phi_{VRH}$  est significatif. Ainsi

l'amas des Pléïades pourrait avoir présenté initialement une déficience en étoiles faibles par rapport à ce que révèle l'observation au voisinage du soleil.

## 5. DÉFICIENCE INITIALE EN ÉTOILES FAIBLES DANS LES AMAS

### FAITS D'OBSERVATIONS

Le résultat très partiel que l'on vient d'obtenir est intéressant en ce qu'il est en accord avec certaines présomptions suggérées par l'observation de la partie faible de la fonction des luminosités d'amas ouverts (les amas pour lesquels ces observations ont été réalisées sont extrêmement rares et la magnitude limite atteinte n'excède pratiquement jamais  $M_v = 8$  — dans les cas les plus favorables.) M. S. Roberts [26] étudiant un petit nombre d'amas dont l'âge est de l'ordre de  $10^8$  ans observe une décroissance de la fonction des luminosités à partir d'une certaine magnitude comprise généralement entre  $M_v = 2$  et  $M_v = 5$ . On ne peut intégralement attribuer cette déficience en étoiles faibles à l'évaporation car le rapport de l'âge au temps de relaxation de ces amas n'est pas très élevé. D'autre part ces amas sont assez vieux pour que les étoiles dont la magnitude se situe dans l'intervalle de déficience aient eu le temps d'achever leur contraction gravitationnelle. On peut se demander si ces constatations s'étendent éventuellement à des amas plus vieux. Van den Bergh [41] a construit une fonction des luminosités moyenne à partir d'amas d'âge intermédiaire ou avancé. Une comparaison avec  $\Phi_{VRH}$  révèle dans cet amas « moyen » une déficience marquée en étoiles faibles. Cette dernière ne saurait être mise sur le compte des observations car le mode de sélection de Van den Bergh tend à favoriser les amas révélant plus d'étoiles faibles (amas proches et riches). Etant donné la pauvreté du matériel utilisé, on se gardera de conclure définitivement, mais nous trouvons ici une indications utile dans les développements futurs. Il faut d'ailleurs remarquer que Van den Bergh, s'appuyant sur les résultats numériques de Von Hoerner [15] nie toute influence de l'évaporation sur le résultat de sa comparaison. Mais un amas réel n'est pas isolé, comme le suppose Von Hoerner dans ses calculs. Or Hénon [11] a montré que l'évaporation ne prend vraiment un sens que lorsque l'amas est placé dans des conditions physiques réelles, c'est-à-dire dictées par la présence du champ galactique. Ainsi pour des amas déjà vieux (du type de ceux choisis par Van den Bergh), l'évaporation doit avoir une influence déterminante sur l'allure observée de la partie faible de la fonction des luminosités. Nous verrons par la suite s'il y a lieu de tenir compte d'autres influences: la fonction initiale des luminosités peut dépendre de l'état de l'évolution de la Galaxie et varier dans le temps. Les données d'observations accumulées par Gray [8] indiqueraient que la fraction des étoiles brillantes formées dans un amas croît avec l'âge de la Galaxie ou que, proportionnellement le taux de formation des étoiles faibles décroît au cours du temps, ce qui, soit dit en passant, est en désaccord avec les conclusions de M. Schmidt [30] pour les étoiles de champ.

## 6. TEST SUR DES AMAS D'ÂGE INTERMÉDIAIRE

Ce qui précède montre bien que si nous avons des raisons de penser que les résultats relatifs à l'amas des Pléiades ne sont pas dépourvus de signification, en revanche, nous ne saurions admettre sans plus ample examen une déficience initiale en étoiles faibles pour des amas plus vieux sur lesquels des effets de nature diverse ont le temps de se manifester. Malheureusement, pour ces amas, le calcul complet de l'évolution d'une fonction des luminosités est assez complexe, car indépendamment du problème de l'évaporation, qui conduit à une augmentation de la masse moyenne  $\bar{m}$ , on est conduit à tenir compte, par suite de l'évolution intrastellaire, d'une diminution de  $\bar{m}$  et d'une redistribution (inconnue) parmi les masses faibles des résidus (naines blanches) des étoiles ayant quitté la séquence principale. En outre  $\xi = \frac{\bar{r}}{r_s}$  subira des variations non négligeables dont l'évaluation est délicate. Renvoyant l'examen de ces questions aux chapitres suivants, on peut ici déjà, par une estimation grossière, comparer avec les observations relatives à des amas d'âge intermédiaire, une fonction des luminosités évoluée sous l'effet de l'évaporation et dont la forme initiale  $\psi_a(M_v; 0)$  est inspirée par les résultats obtenus au § 4 du présent chapitre.

Soit donc  $\psi_a(M_v; 0)$  telle qu'elle est donnée dans la table 3 pour  $M_v \leq 5$  et égale à une constante pour  $M_v > 5$ . Nous négligerons ici l'allure fine de  $\psi_a(M_v; t)$  pour ne considérer que sa forme globale. Il est donc utile de définir un paramètre qui rende bien compte de ce dernier aspect. Soit un intervalle de magnitude  $(M_{v_1}, M_{v_2})$ ;  $M_{v_1}$  est la magnitude correspondant au maximum de la fonction des luminosités observée de l'amas que nous voulons considérer et  $M_{v_2}$ , la magnitude des étoiles les plus faibles. A chaque instant  $t$ , la pente moyenne de la fonction des luminosités de l'amas sera donnée sur l'intervalle  $(M_{v_1}, M_{v_2})$  par

$$D_t = \frac{\log \psi(M_{v_1}) - \log \psi(M_{v_2})}{M_{v_1} - M_{v_2}}. \quad (3.4)$$

Nous référant aux valeurs propres  $\lambda(\mu; \xi)$  calculées précédemment et à la définition du temps d'évaporation

$$t_{ev} = \frac{T_R}{\lambda(\mu; \xi)} \quad (3.5)$$

nous pouvons obtenir une estimation de  $D_t$ . Dans l'hypothèse où  $T_R$  reste constant au cours du temps,  $t_{ev}$  est le temps requis pour que le nombre d'étoiles décroisse dans le rapport  $1/e$ . Pour un  $\xi$  donné

$$\frac{t_{ev}(\mu)}{t_{ev}(1)} = \frac{\lambda(1)}{\lambda(\mu)} \quad (3.6)$$

avec  $t_{ev}(\mu) = \text{temps d'évaporation des étoiles de masse relative } \mu = \frac{m}{\bar{m}}$ .

Pour un amas tel que Praesepe par exemple, on peut considérer que  $t_{ev}$  (1) est de l'ordre de l'âge de l'amas ( $5 \cdot 10^8$  ans). A partir des observables  $M_{obs}$ ,  $n_{obs}$  et  $\bar{r}_{obs}$  = rayon médian, on tire  $\bar{m} = 1.25$  et  $\xi = 0.16$ . Appliquant notre relation masse-luminosité aux étoiles de magnitude + 5 et + 9, on a

$$M_v = 5 \rightarrow \mu = 0,8 \text{ et } M_v = 9 \rightarrow \mu = 0,45$$

Alors

$$\frac{\lambda(0,45)}{\lambda(1)} = 3,6 \text{ et } \frac{\lambda(0,8)}{\lambda(1)} = 1,6.$$

Ainsi dans l'hypothèse où  $\bar{m}$  et  $\xi$  restent constants durant toute la vie de l'amas, on constate qu'au bout de  $5 \cdot 10^8$  ans, alors que les étoiles de masse moyenne voient leur nombre décroître dans le rapport 0.37 (par définition du temps d'évaporation), le nombre d'étoiles de masse = 0.8  $\bar{m}$  décroît dans le rapport 0.21 et celui des étoiles de masse = 0.45  $\bar{m}$  dans le rapport 0,028. Ainsi dans le cas d'une fonction des luminosités initiale constante pour  $M_v > 5$ , on a

$$D_{(5 \cdot 10^8 \text{ ans})} = -0.22 \pm 0.02$$

Si, au contraire, la fonction initiale est, pour  $M_v \geq 5$ , du type Van Rhyjn, on obtient  $D = -0.14 \pm 0.02$ .

Les données d'observation  $n(M_v)$  sur Praesepe (voir [5] table III) conduisent à

$$D_{obs} = -0.20.$$

Pour l'amas des Hyades un calcul analogue conduit aux résultats suivants: avec  $\bar{m} = 1.25$  et  $\xi = 0.3$ , dans l'hypothèse  $\psi_a(M_v; 0) = \text{cte}$  pour  $M_v > 5$ ,  $D_t \cong -0.18$  tandis qu'avec une fonction initiale  $\Phi_{VRH}$ ,  $D_t = -0.09$ . En utilisant les mesures de Johnson et Mitchell [17], on trouve pour  $D_{obs}$  la valeur - 0.19. L'âge des Hyades a été considéré comme voisin de celui de Praesepe. Il apparaît sur ces deux cas particuliers, qu'une fonction des luminosités initiale  $\psi_a(M_v; 0) = \text{cte}$  pour  $M_v > 5$  conduit à une fonction évoluée dont la pente  $D_t^a$  est en meilleur accord avec les observations qu'une pente  $D_t^{VRH}$  obtenue en partant d'une fonction initiale du type Van Rhyjn. La portée de cette estimation très grossière ne doit pas être exagérée mais les résultats obtenus justifient la mise en route de calculs plus élaborés.

## IV. ÉVOLUTION INTRASTELLAIRE

### 1. GÉNÉRALITÉS

Nous étudierons au chapitre suivant la variation évolutive de la fonction des luminosités d'amas ouverts comme conséquence de l'évaporation et des effets de l'évolution

intrastellaire. Dans ce but nous indiquerons ici la manière dont on peut tenir compte dans nos calculs de ces derniers effets.

Les idées actuelles sur l'évolution stellaire indiquent que les étoiles, après avoir séjourné sur la séquence principale durant la plus grande partie de leur vie, se déplacent rapidement vers la région des géantes rouges du diagramme HR. La manière dont elles évoluent ensuite n'est pas clairement expliquée mais on a des raisons de penser que l'état final est celui de naine blanche. On estime que le temps de vie à l'état de géante ne représente environ que 20% (ou moins) du temps de séjour au voisinage de la séquence principale. Nous négligerons cette étape de la vie stellaire et supposerons qu'une étoile ayant quitté la séquence principale perd toute la masse excédent  $0.7 m_{\odot}$  et devient ainsi une naine blanche. La validité de cette hypothèse sera discutée plus loin.

## 2. TEMPS DE SÉJOUR SUR LA SÉQUENCE PRINCIPALE

Les effets de l'évolution intrastellaire se font naturellement sentir sur la fonction des luminosités des amas ouverts qui se dépeuplera peu à peu de ses étoiles brillantes. Le taux de dépeuplement dépend du temps que les étoiles de différentes luminosités passent sur la séquence principale. Soit  $T_s(M_v)$  ce temps, ou mieux,  $T_s(m)$ , si  $m$  est la masse de l'étoile de magnitude  $M_v$  sur la séquence principale. Selon la définition classique,  $T_s$  est le temps requis pour que l'étoile atteigne la limite de Schönberg-Chandrasekhar (Sandage et Schwarzschild [27], Sandage [28]). Selon Sandage

$$T_s = 1,1 \cdot 10^{10} \frac{m/m_{\odot}}{L_{sc}/L_{\odot}} \quad (4.1)$$

où  $L_{sc}$  est la luminosité de l'étoile lorsqu'elle a atteint la limite de Schönberg-Chandrasekhar, c'est-à-dire au moment où elle va commencer à évoluer vers la région des géantes. Mais la théorie qui conduit à la formule (4.1) n'est vraiment applicable qu'à des étoiles dont la masse est comprise entre  $1.5$  et  $4 m_{\odot}$ . Pour obtenir des temps de séjour convenables pour n'importe quelle étoile de la séquence principale, on doit recourir aux résultats donnés par les calculs de modèles pour les différentes masses qui nous intéressent. Henyey, Le Levier et Levée [12] ont étudié l'évolution d'étoiles de masse comprise entre  $1.5$  et  $30 m_{\odot}$ , ayant une composition chimique initiale donnée

par  $X = 0.68$ ,  $Y = 0.31$  et  $Z = 0.01$  et  $X(CN) = \frac{Z}{4}$ . Le contenu initial en hydro-

gène est donc plus faible que celui supposé dans des travaux analogues de Kushwaha [21], Bläckler [2] et Schwarzschild et Härm [31]. Une comparaison avec les modèles de Kushwaha à l'aide d'un diagramme ( $M_{bol} - \log T_e$ ) révèle que ces derniers ont des luminosités et des températures effectives plus faibles. La position de Sirius ( $m = 2.3 m_{\odot}$ ) dans ce diagramme montre que les calculs de Henyey ( $X = 0.68$ ) sont plus corrects que ceux de Kushwaha ( $X = 0.90$ ). Les courbes d'âge constant dans

[12] montrent une ressemblance qualitative avec le diagramme classique de Sandage. On en tire des âges pour les amas bien connus, qui nous serviront de référence par la suite (table 4).

TABLE 4

<i>Amas</i>	<i>Age</i>
Pléïades	$6 \cdot 10^7$ ans
Hyades	$5 \cdot 10^8$ ans
Praesepe	$5 \cdot 10^8$ ans
NGC 752	$10^9$ ans

Les calculs de modèles de Henyey nous livrent les valeurs de  $T_s(m)$  pour  $m = 20, 11, 6, 3.5, 2$  et  $1.5 m_\odot$ , qui nous permettent de tracer la courbe donnée par la figure 5 d'où l'on tire les valeurs de  $T_s(m)$  pour toute masse entrant en ligne de compte dans nos calculs (table 5).

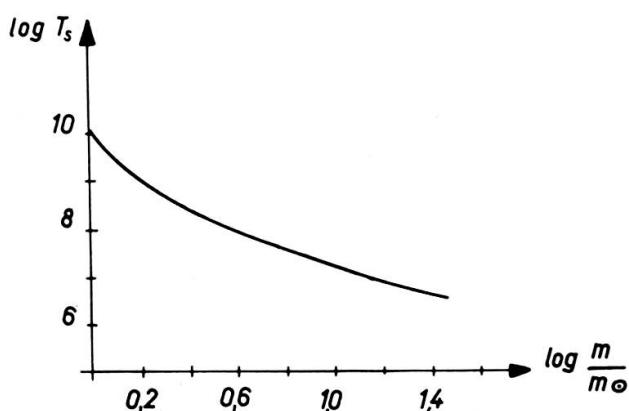


Fig. 5.

Temps de séjour au voisinage de la séquence principale en fonction de la masse stellaire.

Dans notre évaluation de la variation évolutive de la fonction des luminosités d'un amas, nous tiendrons compte des remarques et résultats précédents. À la fin de chaque étape  $\Delta t$  au cours de laquelle un certain nombre d'étoiles s'évaporent, dépeuplant ainsi la partie faible de  $\psi_a(M_v; t)$ , on devra estimer également le dépeuplement de la partie brillante de  $\psi_a$  sous l'effet de l'évolution intrastellaire. La méthode de calcul décrite au cours du chapitre II nous conduit à procéder dans le temps par sauts successifs et à remplacer une fonction des masses en principe quasi-continue par une fonction discontinue: en fait  $n(m_k)$ , obtenu de la manière que l'on sait à partir de  $\varphi(m_k)$ , désigne le nombre d'étoiles dont la masse est comprise entre  $\frac{m_k + m_{k-1}}{2}$  et

$\frac{m_k + m_{k+1}}{2}$ . Aux masses distinctes comprises dans cet intervalle correspondent naturellement des temps de séjour distincts. On doit donc s'attendre à ce qu'en réalité le dépeuplement de la partie brillante de la fonction des luminosités dont il était plus haut question s'effectue de manière quasi-continue. Il convient de préserver ce caractère continu dans les calculs futurs afin de ne pas avoir à enregistrer des variations trop brusques de la masse moyenne pouvant résulter d'un départ soudain, à l'époque  $t = T_s(m_k)$ , de toutes les étoiles auxquelles la masse  $m_k$  a été assignée. Aussi allons-nous formuler l'hypothèse de calcul suivante: soient deux masses voisines dans la table 5,  $m_k$  et  $m_{k+1}$  ( $m_k > m_{k+1}$ ). Dès le temps  $t = T_s(m_k) =$  temps de séjour sur la séquence principale d'une étoile de masse  $m_k$ , on impose à  $n(m_k)$  une décroissance linéaire jusqu'en un temps  $t' = T_s(m_{k+1})$  où alors  $n(m_k) = 0$ . Toutes les étoiles de masse  $m_k$  auront alors quitté la séquence principale. Ce sont les étoiles de masse  $m_{k+1}$  qui vont commencer à quitter celle-ci et, à une époque  $t'' = T_s(m_{k+2})$ ,  $n(m_{k+1}) = 0$  selon le même processus. Aux différentes époques  $t = \Sigma \Delta t_i$  du calcul décrit au chapitre II, on corrigera alors les  $n(m_k)$  relatifs aux étoiles touchées par l'évolution intrastellaire en les multipliant par le facteur

$$\frac{T_s(m_{k+1}) - t}{T_s(m_{k+1}) - T_s(m_k)} \text{ si } T_s(m_k) < t \leq T_s(m_{k+1}) \quad (4.2)$$

et par 1 si  $t \leq T_s(m_k)$ . Enfin si  $t > T_s(m_{k+1})$  on pose  $n(m_k) = 0$ . Du point de vue dynamique, on ne peut pas négliger la masse des étoiles qui ont quitté la séquence principale. Si l'on s'en réfère aux remarques formulées au § 1 du présent chapitre, ces étoiles participeront en tant que naines blanches à la masse totale de l'amas qui, par conséquent, à une époque  $t$  quelconque, sera donnée par

$$M(t) = 0.7 \cdot \sum_{j=1}^k [n(m_j; 0) - n(m_j; t)] + \sum_{j=k+1}^r m_j \cdot n(m_j; t). \quad (4.3)$$

où  $k$  est l'indice correspondant aux étoiles de masse  $m_k$  pour lesquelles  $T_s(m_k)$  est tel que

$$T_s(m_k) < t < T_s(m_{k+1})$$

et  $r$  est le nombre total de masses distinctes apparaissant dans la table 5. De même, le nombre total d'étoiles au temps  $t$  est donné par

$$n(t) = \sum_{j=1}^k [n(m_j; 0) - n(m_j; t)] + \sum_{j=k+1}^r n(m_j; t). \quad (4.4)$$

Ainsi après chaque étape de calcul  $\Delta t$ , on obtient une nouvelle fonction des masses (ou des luminosités) comme conséquence de l'évaporation (chap. II), fonction qui est ensuite corrigée en invoquant les considérations précédentes. On doit remarquer que, pour des amas d'âge intermédiaire, les étoiles massives et légères sont séparément

concernées, les unes par l'évolution intrastellaire, les autres par l'évaporation. On pourra même dire que pour de tels amas il existe un intervalle de masses (d'autant plus petit que l'amas est vieux) où aucun des deux effets mentionnés n'a eu le temps de se manifester. Nous reviendrons sur l'utilité de cette remarque au § 4.

### 3. CORRECTION DU RAYON

Si l'évolution intrastellaire est seule considérée on peut voir qu'elle favorise l'expansion de l'amas par opposition à l'évaporation qui aboutit, par l'intermédiaire de la condition  $\frac{M}{\bar{r}} = \text{cte}$ , à sa contraction. Supposons que la masse transformée en gaz à la suite du passage des étoiles à l'état de naine blanche est expulsée de l'amas. Soit alors  $dM$ , la masse perdue par ce dernier en un temps  $dt$  et  $dE$  le changement d'énergie totale résultant. Avec  $T = \frac{1}{2} M \bar{v}^2$  et  $\Omega = - \frac{GM^2}{\bar{r}}$ , valeurs initiales des énergies cinétique et potentielle de l'amas, l'énergie totale initiale  $E$  vaut

$$E = - \frac{GM^2}{2\bar{r}} = - \frac{\bar{M}\bar{v}^2}{2} \quad (4.5)$$

par le théorème du viriel. Pour calculer la variation d'énergie  $dE$  consécutive à la perte de masse  $dM$ , nous supposons avec Von Hoerner [14] que pendant le temps  $dt$  durant lequel se produit cette variation, ni  $\bar{v}^2$  ni  $\bar{r}$  ne varient (ce n'est qu'ensuite que se réalisera un nouvel état d'équilibre). On obtient les nouvelles expressions de  $T$  et  $\Omega$

$$\begin{aligned} T' &= \bar{v}^2(M + dM)/2 = -E \left(1 + \frac{dM}{M}\right) \\ \Omega' &= -G(M + dM)^2/\bar{r} = 2E \left(1 + 2 \frac{dM}{M}\right) \end{aligned}$$

d'où

$$E' = E + dE = E \left(1 + 3 \frac{dM}{M}\right).$$

Admettons que l'équilibre est rapidement rétabli après l'expulsion de masse, la validité du théorème du viriel étant alors à nouveau assurée. Il en résulte que la nouvelle valeur de l'énergie potentielle  $\Omega''$  est telle que  $\Omega'' = 2E''$ . La masse ne subit plus de variation durant le rétablissement de l'équilibre, D'autre part on avait  $\Omega = 2E$  et si  $E'' = E'$ , on peut écrire

$$\frac{\delta\Omega}{\Omega} = \frac{\Omega'' - \Omega}{\Omega} = \delta \left(\ln \frac{m^2}{\bar{r}}\right)$$

et

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{E'' - E}{E} = \frac{E' - E}{E} = \frac{dE}{E} = 3 \frac{dM}{M} = 3 \frac{\delta M}{M}.$$

Mais  $\frac{\delta\Omega}{\Omega} = \frac{\delta E}{E}$  donc

$$\delta \left( \ln \frac{M^2}{\bar{r}} \right) = 3\delta(\ln M)$$

qui donne

$$\delta(M\bar{r}) = 0$$

d'où

$$M\bar{r} = \text{cte}$$

Cette manière sommaire de procéder peut se justifier ici par le fait que la fraction de la masse totale expulsée au cours d'une étape de calcul  $\Delta t$  est très faible.

Ainsi les nouvelles valeurs  $M'', \bar{r}''$  de la masse et du rayon sont liées à  $M$  et  $\bar{r}$ , valeurs antérieures à la variation  $dM$  décrite plus haut par

$$M'' \cdot \bar{r}'' = M \cdot \bar{r} \quad (4.6)$$

Supposant alors que la variation  $dM$  se produit subitement au temps  $t$ , à la fin d'une étape  $\Delta t$  du calcul décrit au chapitre II, on passe, au cours de  $\Delta t$ , de  $M(t-\Delta t)$  et  $\bar{r}(t-\Delta t)$  à  $M(t)$  et  $\bar{r}(t)$  par la condition (1.11) dictée par l'évaporation,

$$\frac{M(t)}{\bar{r}(t)} = \frac{M(t-\Delta t)}{\bar{r}(t-\Delta t)}$$

puis aux valeurs corrigées  $M''(t)$  et  $\bar{r}''(t)$  par la condition (4.6)

$$M''(t) \cdot \bar{r}''(t) = M(t) \cdot \bar{r}(t)$$

de sorte que le rayon « corrigé »  $\bar{r}''$  est donné par

$$\bar{r}''(t) = \frac{M(t)}{M''(t)} \cdot \bar{r}(t). \quad (4.7)$$

Les équations (4.2) (4.3). (4.4) et (4.7) permettent de commencer une nouvelle étape du calcul d'évolution.

#### 4. MODIFICATION DES HISTOGRAMMES OBSERVÉS

L'intérêt du calcul de la variation évolutive de la fonction des luminosités réside dans le fait qu'il permet de confronter une courbe théorique  $\psi_a(M_v; T)$ , où  $T$  est l'âge de l'amas, avec l'histogramme que l'on peut déduire des observations et donnant, pour

toute magnitude  $M_v$  atteignable, le nombre d'étoiles de magnitude comprise entre  $M_v - \frac{1}{2}$  et  $M_v + \frac{1}{2}$ . Cependant cette confrontation ne peut être entreprise immédiatement:  $\psi_a(M_v; T)$  est déduite des  $n(m_k, T)$  à l'aide d'une relation masse-luminosité valable au temps  $t = 0$ . Or, avant d'évoluer vers l'état de géante, les étoiles subissent durant leur séjour au voisinage de la séquence principale un accroissement progressif (négatif) de magnitude  $\Delta M_v = \Delta M_v(t; M_{v_0})$ . La figure 6 montre la variation dans le

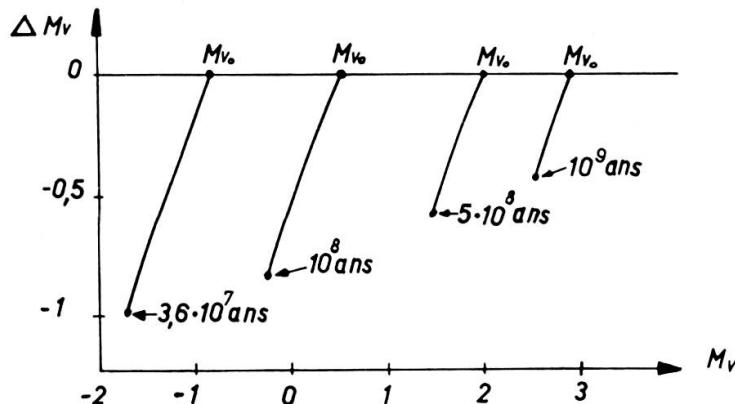


Fig. 6.

Variation temporelle de la magnitude en fonction de la magnitude initiale.

temps de  $\Delta M_v$ , pour différentes valeurs de la magnitude initiale  $M_{v_0}$ , telle qu'on la déduit des calculs de Henyey [12]. Ces variations influenceront naturellement la forme de l'histogramme observé et pour que notre confrontation ait un sens, nous devons construire l'histogramme tel que les observations nous le donneraient si les accroissements  $\Delta M_v$  n'existaient pas. La magnitude  $M_{v_0}$  au temps  $t = 0$  d'une étoile qu'on observe aujourd'hui avec une magnitude  $M_v(T)$  sera

$$M_{v_0} = M_v(T) - \Delta M_v(T; M_{v_0}), (\Delta M_v < 0)$$

Le nombre d'étoiles observé dans un intervalle  $(M_{v_1}, M_{v_2})$  est

$$N_{12} = \int_{M_{v_1}}^{M_{v_2}} N(M_v) dM_v.$$

Au temps  $t = 0$ ,  $M_{v_{01}} = M_{v_1} - \Delta M_{v_1}$  et  $M_{v_{02}} = M_{v_2} - \Delta M_{v_2}$ .

Toutes les étoiles qui sont maintenant dans l'intervalle  $(M_{v_1}, M_{v_2})$  étaient originellement dans l'intervalle  $(M_{v_{01}}, M_{v_{02}})$ . En général  $N_{12}(T) \neq N_{12}(0)$ . Il est facile, à l'aide de la fonction des luminosités intégrée (qui nous renseigne sur le nombre d'étoiles ayant une magnitude inférieure à une magnitude donnée), de calculer l'histogramme corrigé utilisable pour la comparaison avec la fonction théorique calculée  $\psi_a(M_v; T)$ . Nous verrons, au cours du chapitre suivant, une application du procédé.

## V. APPLICATIONS

### 1. DONNÉES INITIALES

#### a) Fonction initiale des luminosités

La table 5 indique différentes fonctions initiales à partir desquelles on peut entreprendre le calcul: fonction du type Van Rhyjn ( $\Phi_{VRH}$ ), fonction constante à partir d'une magnitude donnée ( $\psi_a$ ), fonction dont les valeurs sont obtenues par moyenne arithmétique de  $\Phi_{VRH}$  et  $\psi_a(\bar{\psi})$ . On peut également procéder à différents essais en tronquant ces distributions du côté des étoiles faibles par exemple à  $M_v = 10$  ou  $M_v = 14$ .

TABLEAU 5

$M_v$	$m/m_\odot$	$T_s(m)$ (10 <sup>8</sup> ans)	$\Phi_{VRH}$	$\bar{\psi}$	$\psi_\alpha$ (Praesepe)	$\psi_\alpha$ (Pléiades)
— 4	27.0	0,04	1	1	1	1
— 3	15.9	0,08	1	1	1	1
— 2	10.0	0,15	2	2	2	2
— 1	6.5	0,31	3	3	3	3
0	4.3	0,69	7	7	7	7
1	2.9	1,7	17	17	17	17
2	2.0	5,1	23	23	23	23
3	1.5	10.	26	26	26	26
4	1.2	25	43	43	43	43
5	1.0	100	52	52	52	52
6	0.84		63	63	63	52
7	0.75		74	68	63	52
8	0.61		83	73	63	52
9	0.50		100	81	63	52
10	0.40		127	95	63	52
11	0.32		172	117	63	—
12	0.25		216	139	63	—
13	0.19		244	153	63	—
14	0.14		238	150	63	—
		Massé totale:	$800 M_\odot$	$700 M_\odot$	$600 M_\odot$	$520 M_\odot$

La relation masse-luminosité est déduite des travaux de Henyey, Le Levier, Levée [12] pour  $M_v < 5$  et de Limber [22] pour  $M_v \geq 5$ . Les  $T_s(m)$  sont tirés de la figure 5.

#### b) Pas d'intégration

Le pas d'intégration initial ainsi que les valeurs des constantes  $\beta$  et  $\gamma$  (cf. (2.9)) qui fixent sa variation dans le temps seront déterminés par tâtonnement afin de satisfaire les conditions suivantes:

- 1) Le pas d'intégration doit être suffisamment petit afin d'éviter que le nombre d'étoiles qui s'évadent au cours d'une étape ne croisse au point de faire varier sensiblement  $T_R$ .
- 2) Il ne doit pas décroître exagérément dans le temps afin que l'on puisse constater les progrès de l'évolution.
- 3) Un choix convenable de  $\Delta t$  peut nous permettre de justifier l'hypothèse formulée au chapitre IV § 1 selon laquelle on peut négliger le stade « géante » pour les étoiles de notre amas. Les durées présumées de vie à ce stade,  $T_g$ , sont indiquées dans la table 6. L'expérience a montré que, pour un amas d'âge intermédiaire auquel les données de la table 5 sont applicables, on peut s'arranger à ce que le pas  $\Delta t$  répondant aux deux premières conditions énumérées reste toujours plus grand que les temps  $T_g$  pour  $M_v < 0$  au moins. Pour les étoiles moins brillantes ( $M_v = 1$  à 2) encore touchées par l'évolution intrastellaire dans les amas du type considéré,  $T_g = k \cdot \Delta t$  ( $k > 1$ ). Mais les erreurs commises en négligeant également pour ces étoiles le passage par le stade « géante » ne doivent pas être considérables ( $k < 5$ )

TABLE 6

$M_{v_0}$	$T_g$ ( $10^8$ ans)	$M_{v_0}$	$T_g$ ( $10^9$ ans)
-4	0,008	0	0,14
-3	0,016	1	0,35
-2	0,030	2	1,0
-1	0,060	3	2,0

### c) Le paramètre $\xi$

Comme on l'a déjà dit,  $\xi$  sera considéré comme fixe au cours du temps. Il est préférable d'introduire pour ce paramètre une valeur moyenne plutôt que sa valeur initiale  $\xi(0)$  ou actuelle  $\xi(T)$ . Nous prendrons donc

$$\langle \xi \rangle = \frac{\xi(0) + \xi(T)}{2}. \quad (5.1)$$

## 2. DESCRIPTION DU PROGRAMME DE CALCUL

Partant des valeurs  $m_k$  et  $n(m_k; 0)$ , le programme calcule  $n(0)$ ,  $M(0)$  et  $\bar{m}(0)$ . En ce qui concerne le rayon « moyen », qu'il est convenable d'assimiler au rayon contenant la demi-masse en projection, sa valeur initiale est choisie telle que

$$\frac{M_{\text{obs}} + M_{nb}}{\bar{r}_{\text{obs}}} = \frac{M(0)}{\bar{r}(0)} \quad (5.2)$$

afin de satisfaire (1.11). Dans (5.2)  $M_{\text{obs}}$  est obtenue à partir de la fonction des luminosités observée  $\psi_{\text{obs}}$ .  $M_{nb}$ , masse des naines blanches a pour expression

$$0.7 \cdot \sum [\psi_a(M_v; 0) - \psi_{\text{obs}}] \text{ (en masses solaires)}$$

où la somme s'étend aux magnitudes non touchées par l'évaporation et où  $0.7 m_{\odot}$  est la masse d'une naine blanche. On peut calculer  $T_R(0)$  à l'aide de (2.8). La valeur moyenne  $\langle \xi \rangle$  est évaluée à partir des couples  $(M_{\text{obs}} + M_{nb}; \bar{r}_{\text{obs}})$  et  $(M(0); \bar{r}(0))$ . Les équations (1.13) permettent alors d'obtenir  $\lambda(\mu_k; \langle \xi \rangle)$  pour tout  $\mu_k = \frac{m_k}{m(0)}$  et par (2.7) on a  $n(m_k, \Delta t)$  où l'on fixe  $\Delta t$  par un choix convenable de  $\beta$  (équation (2.9)). Les  $n(m_k)$  relatifs aux  $m_k$  dont  $T_s(m_k)$  satisfait à l'inégalité  $0 < T_s(m_k) < \Delta t$  sont corrigés à l'aide de (4.2) et  $M(\Delta t), n(\Delta t), r(\Delta t)$  respectivement à l'aide de (4.3), (4.4), (4.7) où  $t = \Delta t$ . On vérifie que la condition (1.11) est toujours raisonnablement satisfaite. Le calcul se poursuit par étapes successives de longueur  $\Delta t$  donnée par (2.9), où il faut encore se donner  $\gamma$ . On a ainsi, à tout instant  $t = \sum \Delta t_i$ ,  $n(m_k; t)$  (et par suite  $\psi_a(M_v, t)$ ),  $M(t)$ ,  $n(t)$ ,  $\bar{m}(t)$  et  $\bar{r}(t)$ .

### 3. INFLUENCE DU CHOIX DE $M(0)$ , $\bar{r}(0)$ , $\langle \xi \rangle$

Avant de nous attaquer au problème principal auquel l'application de la méthode peut conduire, nous allons chercher à voir quelle est l'influence d'un choix arbitraire de  $M(0)$ ,  $\bar{r}(0)$  et  $\langle \xi \rangle$  sur le déroulement des calculs. Nous avons procédé à quelques essais reposant sur les valeurs suivantes

	a	b	c	d
$\langle \xi \rangle$	0.2	0.2	0.2	0.3
$M(0)$	$800 M_{\odot}$	$800 M_{\odot}$	$400 M_{\odot}$	$800 M_{\odot}$
$\bar{r}(0)$	3 pc	4 pc	3 pc	4 pc
$\Delta t_0$	$8 \cdot 10^6$ ans	$1.2 \cdot 10^7$ ans	$6 \cdot 10^6$ ans	$6 \cdot 10^6$ ans

La comparaison entre les cas (a) et (b) montre le prolongement de la vie de l'amas dû au choix d'un rayon initial supérieur (fig. 7a). La durée de vie d'un amas de masse plus faible, à  $\bar{r}(0)$  et  $\langle \xi \rangle$  égaux, sera raccourcie comme le montre la comparaison des cas (a) et (c) (fig. 7b). La figure 7c, où sont confrontés les cas (b) et (d) illustre la manière dont l'évaporation est ralentie quand  $\xi$  diminue. Enfin d'après la figure 7d, on voit

que la décroissance initiale de  $\bar{m}$  due à l'influence momentanément prépondérante de l'évolution intrastellaire est peu importante et l'on peut dire que durant la plus grande partie de la vie de l'amas,  $\bar{m}$  est une fonction croissante du temps. Dans tous ces exemples, on a supposé une fonction initiale du type  $\Phi_{VRH}$  mais un autre choix ( $\bar{\psi}$  ou  $\psi_a$ ) conduit qualitativement aux mêmes conclusions.

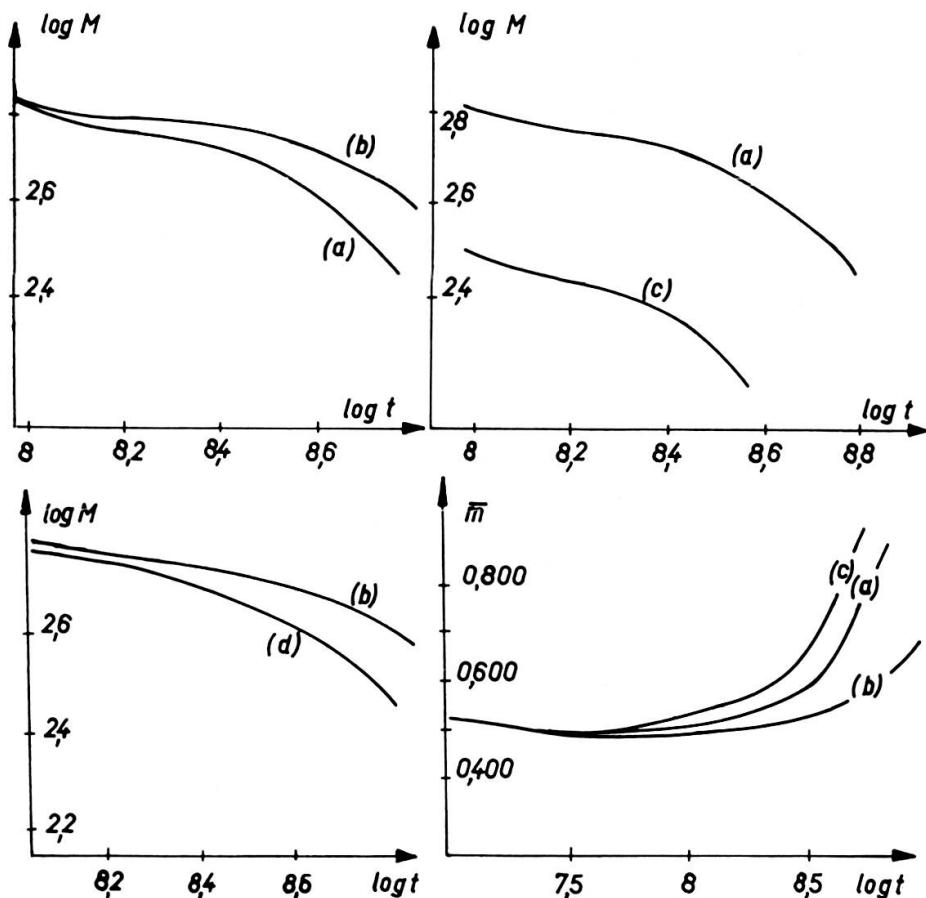


Fig. 7 (a, b, c, d).

Variation temporelle de la masse totale selon divers choix de  $M(0)$ ,  $\bar{r}(0)$  et  $\langle\xi\rangle$   
Variation temporelle de la masse moyenne  $\bar{m}$ .

#### 4. APPLICATION AUX AMAS DES PLÉIADES ET DE PRAESEPE

Nous allons appliquer la méthode complète du calcul d'évolution au problème suivant: étant donné la fonction des luminosités observée d'un amas, que peut-on proposer comme fonction initiale convenable pour cet amas? Le calcul précédent est entrepris à partir d'une fonction initiale de l'un des types proposés en (V, 1, a) jusqu'à un instant  $t = \sum \Delta t_i = T =$  âge de l'amas considéré et nous comparons alors  $n(m, T)$  (ou  $n(M_v, T)$ ) aux nombres observés donnés par l'histogramme corrigé selon le principe décrit en (IV, 4). Si l'accord est bon,  $M(T) \cong M_{\text{obs}} + M_{\text{nb}}$ ,  $n(T) \cong n_{\text{obs}} + n_{\text{nb}}$  et  $\bar{r}(T) \cong \bar{r}_{\text{obs}}$ . Un moyen nous est ainsi fourni de déterminer la

fonction initiale la plus vraisemblable pour l'amas donné. Les différentes estimations de l'âge des amas révèlent une grande dispersion mais pour que l'ensemble des calculs entrepris ici soient cohérents nous devons naturellement nous référer aux âges calculés par Henyey et al. (table 4).

Il ne paraît pas inutile d'effectuer le calcul complet sur les Pléïades car la recherche de la fonction initiale entreprise pour cet amas au chapitre III évitait certaines difficultés (L'évolution intrastellaire était négligée, la valeur de  $\zeta$  utilisée n'était pas une moyenne). Les conclusions pouvant être différentes pour des amas plus vieux, on a considéré dans une deuxième application l'amas de Praesepe. Pour être complet, il eût fallu traiter le cas d'un amas très vieux. Malheureusement, on se heurte alors à de sérieuses difficultés qui seront examinées au cours du chapitre suivant.

La table 7 donne pour les deux amas choisis  $n_{\text{obs}}(M_v)$  ainsi que les valeurs corrigées compte tenu de la remarque faite au chapitre IV, § 4. La correction a été opérée sur un temps  $t$  égal naturellement à l'âge présumé des amas. Dans le cas des Pléïades on peut admettre que les magnitudes  $M_v = 1$  à  $3$  n'ont été affectées ni par le départ d'étoiles de la séquence principale ni par l'évaporation. Aussi la normalisation de  $\psi_a(M_v; 0)$  est-elle effectuée en tenant compte de cette circonstance, c'est-à-dire de telle sorte que l'on obtienne la meilleure coïncidence possible avec l'histogramme corrigé dans cet intervalle de magnitudes.

TABLE 7

	Pléïades (observé)	Pléïades (corrigé)	Praesepe (observé)	Praesepe (corrigé)
-3	1	0	—	—
-2	3	1	—	—
-1	2	3	—	—
0	5	4	3	0
1	16	14	12	5
2	22	27	16	22
3	26	26	20	25
4	35	35	34	36
5	41	41	36	36
6	28	28	34	34
7	30	30	16	16
8	37	37	12	12
9	27	27	3	3
10	16	16	0	0

Le même raisonnement est appliqué à Praesepe pour lequel on considère que l'intervalle « non évolué » est ( $+2 \leq M_v \leq +3$ ). Les figures 8 et 9 montrent l'allure des courbes  $\psi_a(M_v; T)$  obtenues avec différents types de fonctions initiales. Dans le cas des Pléïades  $\Phi_{VRH}$  ne convient pas et  $\psi_a$  paraît encore trop riche en étoiles faibles.

Le calcul entrepris au cours du chapitre III se trouve ainsi confirmé, du moins qualitativement. En ce qui concerne Praesepe la seule fonction initiale qui conduit à un accord convenable avec les observations est la fonction  $\bar{\psi}$ . Ce résultat nuance la con-

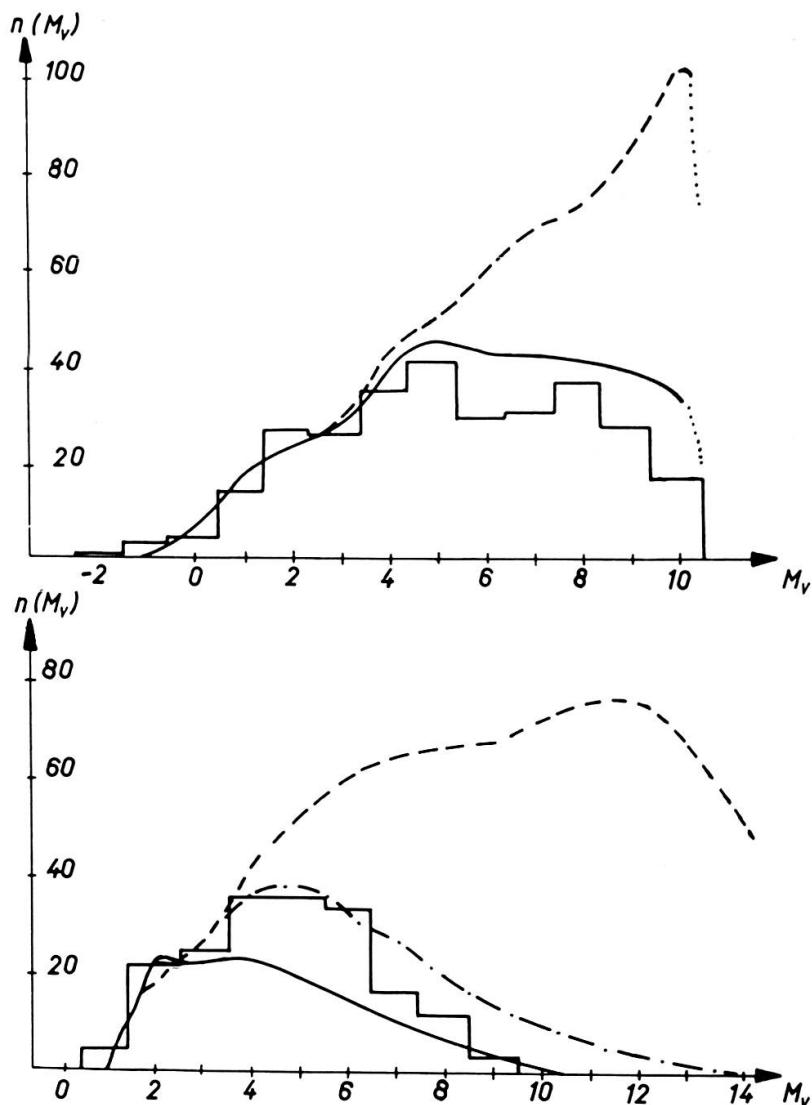


Fig. 8 et 9.

Fonction des luminosités observée (Pléïades) (courbe en escalier) comparée aux courbes  $n(M_v, T)$  obtenues à partir de  $\Phi_{VRH}$  (---) et de  $\psi_a$  (—)

Fonction des luminosités observée (Praesepe) (courbe en escalier) comparée aux courbes  $n(M_v, T)$  obtenues à partir de  $\Phi_{VRH}$  (---),  $\bar{\psi}$  (—. —) et  $\psi_a$  (—)

clusion à laquelle on aboutissait au chapitre III à propos de cet amas à la suite d'un calcul très grossier. Nous avons rassemblé dans la table 8, les principales valeurs numériques intervenant ici. La figure 10 illustre la « variation » du rapport  $\frac{M}{\bar{r}}$  et l'on voit que la condition (1.11) est raisonnablement satisfaite.

On peut encore déterminer le temps  $\tau$  au bout duquel le meilleur accord avec les observations est obtenu selon les différents types de fonctions initiales utilisées. Les résultats sont indiqués également dans la table 8.

TABLE 8

	PLEIADES		PRAESEPE		
Age présumé	6.10 <sup>7</sup> ans		5.10 <sup>8</sup> ans		
Observables	$M_{\text{obs}} = 350 M_{\odot}$ ; $\bar{r}_{\text{obs}} = 2 \text{ pc}$ ; $n_{\text{obs}} = 290$		$M_{\text{obs}} = 230 M_{\odot}$ ; $n_{\text{obs}} = 190$ ; $\bar{r}_{\text{obs}} = 1,4$ ; $M_{nb} = 20 M_{\odot}$		
Fonction des luminosités initiale	$\Phi_{VRH}$	$\psi_a$	$\Phi_{VRH}$	$\bar{\psi}$	$\psi_a$
$M(0) [M_{\odot}]$	623	521	800	700	602
$n(0)$	637	444	1492	1114	742
$\bar{r}(0) [\text{pc}]$	3.6	3.0	4.5	3.8	3.5
$\langle \xi \rangle$	0.25	0.24	0.25	0.24	0.23
$(\Delta t)_0 [\text{ans}]$	$5,6 \cdot 10^6$	$3,6 \cdot 10^6$	$7,5 \cdot 10^6$	$7,5 \cdot 10^6$	$6,4 \cdot 10^6$
Sup $\{M_v\}$	10	10	14	14	14
$M(T) [M_{\odot}]$	510	394	476	272	175*
$n(T)$	572	367	774	287	155*
$\bar{r}(T) [\text{pc}]$	2.9	2.2	2.6	1.4	1.0*
$\beta$	0.1	0.1	0.05	0.08	0.1
$\gamma$	0.05	0.05	0.10	0.05	0.05
$\tau$	$2,1 \cdot 10^8$ ans	$9,6 \cdot 10^7$ ans	$8,3 \cdot 10^8$ ans	$5,2 \cdot 10^8$ ans	$3,2 \cdot 10^8$ ans
$M(\tau) [M_{\odot}]$	354	343	251	259	262
$n(\tau)$	380	316	293	265	274
$r(\tau) [\text{pc}]$	2.0	2.0	1.4	1.4	1.5
Sup $\{M_v\}$ = magnitude des étoiles les plus faibles considérées					* Ces valeurs ont été obtenues après $4 \cdot 10^8$ ans.

Le choix de  $\bar{r}(0)$  est fixé par la condition (1.11). Il pourrait arriver que la valeur de  $\bar{r}_{\text{obs}}$  soit erronée. Si on lui substitue  $\bar{r}'_{\text{obs}} > \bar{r}_{\text{obs}}$  par exemple, il en résultera une augmentation de  $\bar{r}(0)$  dans le même rapport. Le temps  $t$  nécessaire pour réduire la masse initiale dans le rapport  $\frac{M(t)}{M(0)}$  sera alors plus grand, comme l'indiquent les figures 7. Mais par ailleurs l'augmentation de  $\bar{r}$  conduit à modifier également  $\langle \xi \rangle$  toujours dans le même rapport  $\frac{\bar{r}'}{\bar{r}}$ , ce qui contribue à raccourcir le temps au bout

duquel on obtient  $M(t)$  (fig. 7). Les deux effets ne se compensent pas rigoureusement mais l'accroissement du temps  $t$  reste faible. Un exemple peut être cité ici à l'appui de

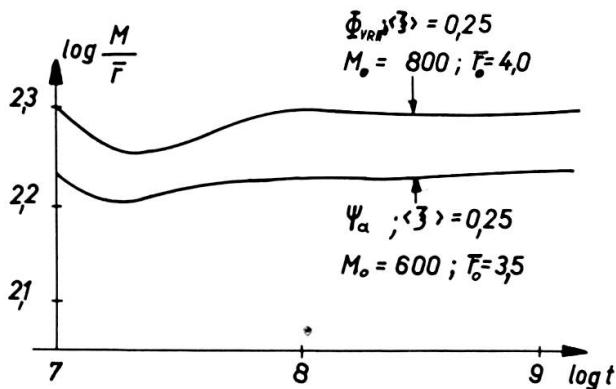


Fig. 10.

Variation du rapport  $\frac{M}{r}$  au cours du temps.

ce que révèlent déjà les courbes des figures 7: dans la table 9, on compare les  $n(M_v, t)$  obtenus, pour  $M(t) \approx \frac{M(0)}{2}$ , à partir d'une fonction  $\Phi_{VRH}$ , avec  $\frac{\bar{r}'_{\text{obs}}}{\bar{r}_{\text{obs}}} = 1.2$ .

La discussion précédente laisse présumer que si, dans le cas d'un amas tel que Prasepe, l'on peut obtenir un accord entre une courbe  $n(M_v, t)$  obtenue à partir de

TABLE 9

$M_v$	$n_1(M_v)$	$n_2(M_v)$	$M_v$	$n_1(M_v)$	$n_2(M_v)$
1	0	0	8	58	57
2	3	0	9	56	55
3	26	26	10	51	52
4	43	43	11	50	52
5	52	52	12	43	46
6	58	58	13	33	37
7	62	61	14	22	26

Les  $n_1(M_v)$  sont obtenus après  $6.49 \cdot 10^8$  ans, avec  $\bar{r}_1(0) = 4.0$  et  $\langle \xi \rangle_1 = 0.20$ . Les  $n_2(M_v)$  sont obtenus après  $6.61 \cdot 10^8$  ans, avec  $\bar{r}_2(0) = 4.8$  et  $\langle \xi \rangle_2 = 0.25$ . D'autre part  $M_1(t) = 400 M_\odot$  et  $M_2(t) = 399 M_\odot$ ;  $n_1(t) = 608$  et  $n_2(t) = 622$ ;  $\bar{r}_1(t) = 2.0$  pc et  $\bar{r}_2(t) = 2.3$  pc.

$\Phi_{VRH}$  avec diverses valeurs du rayon initial et la fonction des luminosités observée, cet accord sera toujours réalisé dans un temps supérieur à l'âge de l'amas.

Les nombreux calculs qu'implique la méthode suivie ici, ont été effectués sur l'ordinateur IBM 1620 de la Faculté des sciences de l'Université de Genève.

## VI. LE CAS DES AMAS VIEUX

### 1. GÉNÉRALITÉS

Il aurait été intéressant d'appliquer le calcul décrit plus haut à des amas vieux. Malheureusement, dans ce cas, plusieurs difficultés majeures surgissent :

- 1) Si l'on examine le diagramme  $H - R$  de  $M$  67 par exemple, on constate que la séquence principale n'existe pas pour  $M_v < 3.5$ . En revanche, on remarque une séquence de sous-géantes qui se prolonge jusque vers les géantes rouges. Pour ces étoiles, en nombre non négligeable, la relation masse-luminosité utilisée jusqu'ici n'est plus valable.
  - 2) Le tableau 6 montre que le séjour au stade de géante pour des étoiles de magnitude initiale  $M_{v_0} > 2$  peut être sensiblement plus long que la durée d'une étape de calcul  $\Delta t$ .
  - 3) Pour des amas dont l'âge est voisin de celui de la Galaxie, il devient impossible de restituer l'histogramme que l'on observerait si l'évolution intrastellaire ne s'était pas manifestée en donnant aux étoiles des accroissements  $\Delta M_v$ , comme cela a été indiqué précédemment, car les données de Henyey et al. ne nous permettent pas d'estimer de façon assez sûre la valeur de ces accroissements  $\Delta M_v$  sur des durées dépassant  $10^9$  ans.
  - 4) Dans le cas d'amas d'âge intermédiaire, on pouvait admettre que les étoiles (peu nombreuses) parvenues à l'état de naine blanche n'avaient pas subi un nombre suffisant de rencontres pour pouvoir « ajuster » (au sens d'une relaxation) leur mouvement à leur nouvelle masse. En revanche, pour des amas vieux, dans lesquels le nombre de naines blanches peut être considérable, cette hypothèse est plus discutable. Etant donné les incertitudes qui subsistent quant à la distribution selon la masse de ces naines blanches, il paraît impossible de les introduire dans le calcul de l'évaporation.
  - 5) Il devient problématique de préserver sur plus de  $5 \cdot 10^9$  ans la condition  $\frac{M}{r} = \text{cte}$  qui assure la validité du taux d'évaporation utilisé ici. Toutefois, dans le cas où une variation de  $\bar{v}^2$  est envisagée, le creux rectangulaire de potentiel étant maintenu, la dépendance de  $\lambda$  à l'égard de  $\mu$  est peu modifiée par rapport aux résultats de Spitzer et Härm (P. Bouvier [3]).
  - 6) Des difficultés d'ordre matériel sont aussi à envisager : durée du calcul, accumulation d'erreurs quand le nombre d'étapes devient très grand, etc. La méthode de calcul utilisée dans ce travail paraît donc ne pas convenir sur de longues durées.
- Il serait malgré tout utile d'avoir une idée approximative de ce que pourrait être la fonction initiale d'amas vieux, en rapport avec les résultats des chapitres précédents.

Nous nous sommes déjà référis (chap. III) au paramètre  $D$ , pente moyenne de la partie faible de la fonction des luminosités. Nous essaierons, en utilisant ici à nouveau ce paramètre, d'être moins sommaires qu'auparavant. Pour cela nous allons tenter de borner inférieurement et supérieurement la pente  $D$  à l'époque  $t = T = \text{âge de l'amas}$ , que l'on pourrait obtenir par un calcul rigoureux. Nous aurons, par définition, (cf. équation (3.4)).

$$D = \frac{\log \psi(M_{v_1}) - \log \psi(M_{v_2})}{M_{v_1} - M_{v_2}} \text{ avec } M_{v_1} < M_{v_2}.$$

Comme

$$\log \psi(M_v) = \log n(m(M_v)) + \log \left( \frac{dm}{dM_v} \right)$$

on a, à tout instant  $t$ ,

$$D(t) = \frac{1}{\Delta M_v} \cdot \left[ \log n(m_1, t) - \log n(m_2, t) + \log \left( \frac{dm}{dM_v} \right)_1 - \log \left( \frac{dm}{dM_v} \right)_2 \right] \quad (6.1)$$

avec  $\Delta M_v = M_{v_1} - M_{v_2} < 0$ .

Comme nous nous limitons à la partie faible de  $\psi(M_v)$ , donc à des étoiles qui ne sont que faiblement influencées par l'évolution intrastellaire, nous pouvons admettre pour ces étoiles l'invariance approximative dans le temps de la relation masse-luminosité de sorte qu'en dérivant (6.1), on a

$$\begin{aligned} \frac{dD}{dt} &= \frac{1}{\Delta M_v} \left( \frac{dn_1}{n_1 dt} - \frac{dn_2}{n_2 dt} \right) \\ &= \frac{1}{\Delta M_v} \cdot \frac{1}{T_R(0)} \cdot \left( \frac{\bar{m}(t)}{\bar{m}(0)} \right)^2 \cdot \left[ \lambda \left( \frac{m_2}{\bar{m}}; \xi \right) - \lambda \left( \frac{m_1}{\bar{m}}; \xi \right) \right] \end{aligned}$$

d'après (2.2). Comme  $\Delta M_v < 0$  et  $\lambda \left( \frac{m_2}{\bar{m}}; \xi \right) - \lambda \left( \frac{m_1}{\bar{m}}; \xi \right) > 0$ ,  $D$  est une fonction décroissante du temps.  $\bar{m}$  et  $\xi$  varient dans le temps et on a à 2 époques distinctes  $t$  et  $t'$  ( $t < t'$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} - \left( \frac{dD}{dt} \right)_t = C \cdot \frac{\lambda(\mu_2; \xi) - \lambda(\mu_1; \xi)}{\mu_1^2} \\ - \left( \frac{dD}{dt} \right)_{t'} = C \cdot \frac{\lambda(\mu'_2; \xi') - \lambda(\mu'_1; \xi')}{\mu'_1^2} \end{array} \right. \quad (6.2)$$

avec

$$C = \frac{1}{\Delta M_v} \cdot \frac{1}{T_R(0)} \cdot \left( \frac{m_1}{\bar{m}(0)} \right)^2$$

et en se rappelant que

$$\frac{m_1}{\bar{m}} = \mu_1 \text{ et } \frac{m_1}{\bar{m}'} = \mu'_1.$$

En se référant à la remarque finale du chapitre V, § 3, nous pouvons considérer  $\bar{m}$  comme fonction croissante du temps (conséquence de l'influence prédominante de l'évaporation des étoiles légères) et par conséquent  $\mu$  est une fonction monotone décroissante de  $t$  à  $m$  donné.

Nous voulons montrer que  $\left( -\frac{dD}{dt} \right)$  est une fonction croissante du temps.

Posons  $\lambda(\mu_i, \xi) = \lambda_i$  ( $i = 1, 2$ ). Soit  $p = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\mu_1 - \mu_2}$ , la pente de la sécante joignant les points  $(\lambda_1, \mu_1)$  et  $(\lambda_2, \mu_2)$ . Alors les équations (6.2) peuvent aussi s'écrire

$$\begin{aligned} \left( -\frac{dD}{dt} \right)_t &= C \cdot p \cdot \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1^2} = C \cdot \frac{p}{\mu_1} \left[ 1 - \frac{m_2}{m_1} \right] \div \frac{p}{\mu_1} \\ \left( -\frac{dD}{dt} \right)_{t'} &= C \cdot p' \cdot \frac{\mu'_1 - \mu'_2}{\mu'_1^2} = C \cdot \frac{p'}{\mu'_1} \left[ 1 - \frac{m_2}{m_1} \right] \div \frac{p'}{\mu'_1}. \end{aligned} \quad (6.3)$$

En considérant (6.2) et (6.3), on constate que  $-\frac{dD}{dt}$  est une fonction croissante du temps au moins dans les trois cas suivants: 1)  $\lambda_2 - \lambda_1$  est une fonction croissante du temps; 2)  $\lambda_2 - \lambda_1$  est une constante; 3)  $\lambda_2 - \lambda_1$  décroît mais moins vite que  $\mu_1 - \mu_2$ . Dans ces trois cas, les sécantes  $s$  et  $s'$  joignant les points  $(\lambda_1, \mu_1)$  et  $(\lambda_2, \mu_2)$  d'une part,  $(\lambda'_1, \mu'_1)$  et  $(\lambda'_2, \mu'_2)$  d'autre part se coupent « vers le haut » dans le graphique  $\lambda = \lambda(\mu; \xi)$  (fig. 2). En d'autres termes  $p$  croît au cours du temps. Si  $\lambda_2 - \lambda_1$  décroît comme  $\mu_1 - \mu_2$ ,  $-\frac{dD}{dt}$  est encore croissante ( $s$  et  $s'$  sont alors parallèles,  $p$  est une constante). Enfin si  $\lambda_2 - \lambda_1$  décroît plus vite que  $\mu_1 - \mu_2$  (cas où  $p$  décroît)

$$\lambda_2 - \lambda_1 \div (\mu_1 - \mu_2)^n \text{ avec } n > 1$$

alors

$$-\frac{dD}{dt} \div \frac{(\mu_1 - \mu_2)^n}{\mu_1^2} = k^n \mu_1^{n-2} \quad (k < 1).$$

et  $-\frac{dD}{dt}$  est une fonction croissante pour autant que  $n < 2$ .  $n = 2$  est un cas limite pour lequel

$$-\frac{dD}{dt} \div \left( 1 - \frac{m_2}{m_1} \right)^2 = \text{constante.}$$

Il reste à montrer que cette restriction sur  $n$  peut être admise ici. Pour cela on peut

recourir aux valeurs numériques de  $(\lambda_2 - \lambda_1)$  concernant les diverses masses entrant en ligne de compte dans nos applications. Cependant cette manière de procéder implique une connaissance précise de la variation simultanée de  $\bar{m}$  et de  $\xi$  au cours du temps, ce qui est loin d'être le cas. Aussi, comme l'a suggéré P. Bouvier, considérons-nous ici la parabole de sommet  $(\lambda_1, \mu_1)$  et passant par le point  $(\lambda_2, \mu_2)$  dans le réseau de courbes  $\lambda(\mu, \xi)$  (fig. 11). On a la relation

$$\lambda_2 - \lambda_1 = A(\mu_1 - \mu_2)^2, \quad A = \text{cte}$$

Tant que la sécante  $s'$  a une pente  $p' > p''$  où  $p''$  est la pente de la sécante passant par  $(\lambda_1, \mu_1)$  et le point d'abscisse  $\mu_1 + (\mu'_2 - \mu'_1)$  sur la parabole,  $-\frac{dD}{dt}$  est croissante en  $t$ . Or ceci est vérifié si  $\mu_1$  et  $\mu_2$  (et par suite  $\mu'_1$  et  $\mu'_2$ ) sont très voisins car alors  $s'$  tend vers la tangente à la courbe  $\lambda(\mu', \xi')$  en  $(\lambda'_1, \mu'_1)$  et  $s''$  vers la tangente au sommet  $(\lambda_1, \mu_1)$  de la parabole. Ainsi  $s'$  et  $s''$  se coupent « vers le haut » et  $p' > p''$ .

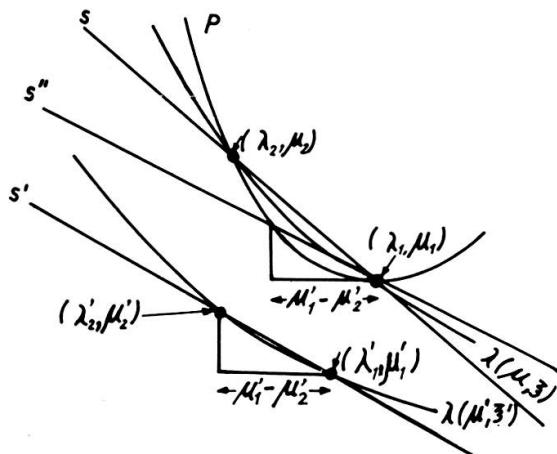


Fig. 11.

Cependant dans les applications, on envisage des masses bien distinctes (correspondant par exemple aux magnitudes  $M_v = 5$  et  $M_v = 9$ ). Soient  $m_1$  et  $m_n$  deux telles masses auxquelles correspondent  $\mu_1$  et  $\mu_n$  et par suite  $\lambda_1$  et  $\lambda_n$  à  $\bar{m}$  et  $\xi$  donnés. Divisons l'intervalle  $(\mu_1, \mu_n)$  en segments de longueur aussi petite que l'on veut  $(\mu_{i+1} - \mu_i)$ . On peut alors écrire

$$\lambda_n - \lambda_1 = \sum_{i=1}^{n-1} (\lambda_{i+1} - \lambda_i) \quad \text{où } \lambda_i \text{ correspond à } \mu_i$$

de sorte que

$$-\frac{dD}{dt} = C \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(\lambda_{i+1} - \lambda_i)}{\mu_i^2}. \quad (6.4)$$

Pour chacun des petits intervalles  $(\mu_i, \mu_{i+1})$  on peut répéter le raisonnement tenu

plus haut. On définira alors des paraboles  $P_i$  de sommet  $(\lambda_i, \mu_i)$  et passant par  $(\lambda_{i+1}, \mu_{i+1})$  de sorte que l'on vérifie les relations

$$\lambda_{i+1} - \lambda_i = A_i(\mu_{i+1} - \mu_i)^2, \quad (i = 1, 2, \dots, n - 1)$$

correspondant au cas limite où  $-\frac{dD}{dt}$  est une constante puisque ainsi

$$-\frac{dD}{dt} = C \cdot \frac{\sum A_i (\mu_{i+1} - \mu_i)^2}{\mu_1^2} = C \cdot \sum A_i \left( \frac{m_{i+1} - m_i}{m_1} \right)^2 = \text{cte.}$$

Pour tout  $i$  ( $i = 1, \dots, n - 1$ ),  $\lambda_{i+1} - \lambda_i \div (\mu_{i+1} - \mu_i)^n$  avec  $n < 2$  de sorte que  $-\frac{dD}{dt}$ , qui s'exprime, selon (6.4), comme une somme de fonctions croissantes de  $t$ , est une fonction croissante de  $t$ , d'une valeur  $-\left(\frac{dD}{dt}\right)_0$  au temps  $t = 0$  avec  $\bar{m} = \bar{m}_0$  et  $\xi = \xi_0$ , à une valeur  $-\left(\frac{dD}{dt}\right)_T$  à l'époque actuelle  $T$  avec  $\bar{m} = \bar{m}_T$  et  $\xi = \xi_T$  donc,

$$-\left(\frac{dD}{dt}\right)_0 < -\frac{dD}{dt} < -\left(\frac{dD}{dt}\right)_T \quad \text{pour } 0 < t < T.$$

En intégrant de 0 à  $T$ , on a

$$-\left(\frac{dD}{dt}\right)_0 T < D_0 - D_T < -\left(\frac{dD}{dt}\right)_T T$$

ou, pour  $D_0 \geq 0$  et  $D_T < 0$

$$D_0 + \left(\frac{dD}{dt}\right)_0 \cdot T > D_T > D_0 + \left(\frac{dD}{dt}\right)_T \cdot T.$$

## 2. APPLICATION A $M 67$

Les inégalités précédentes peuvent être interprétées de la manière suivante: une pente fictive  $|D_0^f|$ , calculée à l'aide de valeurs constantes de  $\bar{m}$  et  $\xi$  égales respectivement à  $\bar{m}_0$  et  $\xi_0$ , borne inférieurement la pente réelle  $|D_T|$  alors qu'une pente  $|D_T^f|$  calculée à l'aide de valeurs constantes de  $\bar{m}$  et  $\xi$  égales respectivement à  $\bar{m}_T$  et  $\xi_T$  borne  $|D_T|$  supérieurement. Nous allons estimer la borne inférieure de  $|D_T|$  dans le cas d'une fonction initiale du type  $\psi_a$  et  $\bar{\psi}$  (fonctions définies au chap. V, § 1, a) et la borne supérieure de  $|D_T|$  dans le cas d'une fonction initiale du type  $\Phi_{VRH}$ , pour un amas vieux tel que  $M 67$ . La méthode a déjà été utilisée au cours du chapitre III. On commence par estimer la valeur initiale du temps d'évaporation. D'après K. H. Schmidt [29], si la fonction initiale des luminosités est du type  $\Phi_{VRH}$ , la masse initiale de  $M 67$  est approximativement de  $2000 M_\odot$ . Les masses totales données p a

$\Phi_{VRH}$ ,  $\bar{\psi}$  et  $\psi_a$  sont dans le rapport 8 : 7 : 6 comme on le vérifie facilement à l'aide des données du tableau 5. Ainsi avec  $\bar{\psi}$  on aura  $1750 M_\odot$  et avec  $\psi_a$ ,  $1500 M_\odot$ . La masse actuelle étant estimée à  $800 M_\odot$  et le rayon observé  $\bar{r}$  à 2,2 pc, on en tire les valeurs suivantes (en invoquant notamment la condition  $\frac{M}{\bar{r}} = \text{cte}$ ).

	$\Phi_{VRH}$	$\bar{\psi}$	$\psi_a$
$\bar{r}_0$	5.5	4.8	4.1
$\xi_0$	0.33	0.30	0.27
$T_R(0)$	$2.7 \cdot 10^8$	$1.8 \cdot 10^8$	$1.1 \cdot 10^8$
$t_{ev}(0)$	$3 \cdot 10^9$	$2.4 \cdot 10^9$	$1.7 \cdot 10^9$

Les valeurs de  $D$  obtenues sur la base de  $\bar{\psi}$  et  $\psi_a$  sont les suivantes

$$\begin{aligned} \text{avec } \bar{\psi} \quad D &= -0.11 \text{ en } 2.4 \cdot 10^9 \text{ ans} \\ \text{avec } \psi_a \quad D &= -0.20 \text{ en } 1.7 \cdot 10^9 \text{ ans} \end{aligned}$$

Ces résultats sont, en valeur absolue, des bornes inférieures de  $D$  réel. Avec une fonction initiale du type  $\Phi_{VRH}$ , en utilisant  $\bar{m}_T$  et  $\xi_T$  calculables à partir des observations, on obtient

$$D = -0.11 \text{ en } 3 \cdot 10^9 \text{ ans}$$

qui est une borne supérieure en valeur absolue de  $D$  réel. Tous ces résultats s'entendent à 0.02 près.

D'après Van den Bergh [41], on trouve pour la pente observée

$$D_{M67} = -0.06$$

Il résulte de la comparaison entre  $D_{\text{obs}}$  et les valeurs théoriques calculées que nous devons apparemment rejeter  $\bar{\psi}$  et  $\psi_a$  comme fonction initiale de  $M67$ .  $\Phi_{VRH}$ , par contre, n'est pas à exclure à priori.

On peut enfin se demander au bout de combien de temps la pente  $D = -0.06 = D_{M67}$  pourrait être obtenue par le calcul simplifié effectué ici. On obtient  $1.5 \cdot 10^9$  ans. Ainsi dans le cas où  $\Phi_{VRH}$  est envisagée comme fonction initiale, un amas du type  $M67$  dont la pente  $D$  observée = -0.06 ne peut pas être plus jeune que  $1.5 \cdot 10^9$  ans.

## CONCLUSIONS

Les résultats obtenus au cours des chapitres III, V et VI sur des cas particuliers d'amas d'âges divers nous conduisent à rejeter l'universalité dans le temps de la partie

faible de la fonction des luminosités d'amas ouverts appartenant au voisinage du soleil et à admettre au contraire une décroissance relative du taux de formation des étoiles faibles au cours du temps dans ces amas. Ce résultat s'oppose à celui de M. Schmidt [30] relatif aux étoiles du champ général. Il faut toutefois remarquer qu'en posant pour le taux de formation

$$\frac{dn(m)}{dt} \div [\text{Masse de gaz}]^{n+q \log m} \text{ pour } m > m_{\odot}$$

où  $n$  et  $q$  sont des constantes, Schmidt introduit simplement une hypothèse de travail qui, à priori, n'est pas justifiée physiquement.

Il eût été souhaitable de vérifier nos résultats sur d'autres exemples d'amas d'âges divers. Malheureusement les renseignements fournis par l'observation sont extrêmement parcimonieux. L'amas des Hyades, bien observé, est si peu dense que son évolution doit être fortement influencée par le passage à proximité de nuages interstellaires (Spitzer [33]). Aussi le calcul approximatif effectué sur cet amas au chapitre III est-il particulièrement sujet à caution. Nous avons écarté cet amas par la suite.

Nos calculs ont été entrepris dans l'hypothèse que les étoiles d'un amas sont contemporaines. L'existence d'une dispersion des temps de création d'étoiles dans un amas donné a été maintes fois envisagée. Dans un récent travail, Williams [43] donne pour l'amas des Pléïades une dispersion inférieure à  $10^7$  ans alors que pour Praesepe elle est inférieure à  $3 \cdot 10^6$  ans. Pour  $M 67$  elle est négligeable. Si nous admettons ces valeurs, nous n'avons pratiquement pas à tenir compte d'une incidence de ce phénomène sur nos calculs.

L'hypothèse la plus contestable du présent travail est celle concernant la forme du potentiel de l'amas théorique. Nos conclusions pourraient être éventuellement affectées par l'emploi d'un taux d'évaporation propre à un modèle d'amas plus perfectionné. Bornons-nous toutefois à remarquer que dans un calcul, très sommaire il est vrai, basé sur le taux d'évaporation relatif au modèle anisotrope de Michie [24, IV], on trouve pour  $M 37$ ,  $D = -0.15$  avec une fonction initiale  $\Phi_{VRH}$  et  $-0.28$  avec  $\psi_a$ , au bout de  $10^9$  ans. La pente observée pour cet amas est  $D = -0.20$ , mais l'âge de  $M 17$  est inférieur à  $10^9$  ans. Par conséquent ces résultats pourraient être en accord avec nos conclusions.

*Observatoire de Genève.  
Février 1965.*

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] AMBARTSUMIAN, V. A., *Ann. Leningrad State Univ.*, n° 22, 1938.
- [2] BLÄCKLER, J. M., *Mon. Not. R.A.S.*, **118**, 37, 1958.
- [3] BOUVIER, P. *Pub. Obs. Genève*, A **62**, 325, 1962.
- [4] —— *Pub. Obs. Genève*, A **65**, 18, 1963.

- [5] —— et MARTINET, L., *Pub. Obs. Genève*, A **63**, 175, 1963.
- [6] CHANDRASEKAR, S., *Principles of Stellar Dynamics*, Chicago, 1942.
- [7] COHEN, R. S., SPITZER, L. et ROUTLY, P., *Phys. Review*, **80**, 230, 1950.
- [8] GRAY, M., *A. J.*, **68**, 572, 1963.
- [9] HAYASHI, C., *Pub. Astr. Soc. Japan*, **13**, 450, 1961.
- [10] HENON, M., *Ann. Astrophys.*, **23**, 668, 1960.
- [11] —— *Ann. Astrophys.*, **24**, 369, 1961.
- [12] HENYHEY, L. G., LE LEVIER, R., LEVEE, R. D., *Ap. J.*, **129**, 2, 1959.
- [13] HERBIG, G., *Ap. J.*, **135**, 736, 1962.
- [14] VON HOERNER, S., *Z. Astrophys.*, **44**, 221, 1958.
- [15] —— *Z. Astrophys.*, **50**, 184, 1960.
- [16] JASCHEK, C. et M., *Z. Astrophys.*, **53**, 302, 1961.
- [17] JOHNSON, H. L. et MITCHELL, R. L., *Ap. J.*, **128**, 31, 1958.
- [18] KING, I., *A. J.*, **67**, 471, 1962.
- [19] KRUSZEWSKY, A., *Acta Astronomica*, **11**, 199, 1961.
- [20] KUSHWAHA, R. S. et KOTHARI, *Z. Astrophys.*, **51**, 11, 1960.
- [21] —— *Ap. J.*, **125**, 242, 1957.
- [22] LIMBER, N., *Ap. J.*, **131**, 168, 1960.
- [23] MARTINET, L. et BOUVIER, P., *Pub. Obs. Genève*, **70**, —, 1964.
- [24] MICHIE, R., *Mon. Not. R.A.S.*, **125**, 127; **126**, 269, 331 et 499; 1963.
- [25] REDDISH, *Publ. R. Obs. Edimbu!g*, **7**, 187, 1965.
- [26] ROBERTS, M. S., thèse, Université de Californie, Berkeley, 1957.
- [27] SANDAGE, A. et SCHWARZCHILD, M., *Ap. J.*, **116**, 463, 1952.
- [28] —— *Ap. J.*, **125**, 435, 1957.
- [29] SCHMIDT, K. H., *A. N.*, **287**, 41, 1962.
- [30] SCHMIDT, N., *Ap. J.*, **137**, 458, 1963.
- [31] SCHWARZCHILD, M. et HÄRM, R., *Ap. J.*, **128**, 348, 1958.
- [32] SPITZER, L., *Mon. Not. R.A.S.*, **100**, 396, 1940.
- [33] —— *Ap. J.*, **127**, 17, 1957.
- [34] —— et HÄRM, R., *Ap. J.*, **127**, 544, 1958.
- [35] —— et SCHWARZCHILD, M., *Ap. J.*, **114**, 385, 1951.
- [36] STARIKOVA, G. A., *Soviet Astronomy*, **6**, 821, 1963.
- [37] TAKASE, B., *Publ. Astr. Soc. Japan*, **12**, 129, 1960.
- [38] TAKEBE, H., UNNO, W. et HATANAKA, T., *Publ. Astr. Soc. Japan*, **14**, n° 4, 1962.
- [39] VAN DEN BERGH, S., *A. J.*, **62**, 100, 1957.
- [40] —— *Ap. J.*, **125**, 445, 1957.
- [41] —— *Ap. J.*, **134**, 553, 1961.
- [42] WALKER, M., *Supp. Ap. J.*, vol. 2, 365, 1956.
- [43] WILLIAMS, *Mon. Not. R.A.S.*, **128**, 395, 1964.

Manuscrit reçu le 13 décembre 1965.

