

**Zeitschrift:** Archives des sciences [1948-1980]  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 15 (1962)  
**Heft:** 2

**Artikel:** Variation évolutive de la fonction des luminosités d'amas galactiques  
**Autor:** Bouvier, P. / Martinet, L.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-738663>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 29.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# VARIATION EVOLUTIVE DE LA FONCTION DES LUMINOSITÉS D'AMAS GALACTIQUES

PAR

**P. BOUVIER et L. MARTINET**

---

## *Résumé.*

On examine la modification subie par la fonction des luminosités d'un amas en conséquence de l'évaporation de ses étoiles. Cette étude, similaire à celle de B. Takase (1960), est basée sur le taux d'évaporation résultant du travail de Spitzer et Härm (1958). Application aux amas *NGC 6633* et *NGC 2632* (Praesepe) dont l'âge apparaît supérieur à celui que suggère la théorie de l'évolution intrastellaire.

## *Abstract*

The change undergone by the luminosity function of a cluster owing to evaporation of stars is being reexamined after B. Takase (1960), assuming as rate of escape the value deduced from the Spitzer and Härm paper (1958). Comparison is made with the observed luminosity functions of *NGC 6633* and *NGC 2632* (Praesepe) two galactic clusters which appear older than expected according to the theory of stellar evolution.

## 1. INTRODUCTION

La structure d'un amas stellaire est régie essentiellement par le potentiel de gravitation dû à l'ensemble des étoiles de l'amas. Toutefois l'effet stochastique des rencontres (interactions de choc) entre étoiles d'un amas isolé peut conférer à certaines d'entre elles une énergie suffisante pour provoquer leur évaporation hors de l'amas. Par suite de cette évaporation d'étoiles, la masse et l'énergie totales d'un amas décroîtront lentement et modifieront peu à peu la structure du système; structure et évolution sont donc étroitement liées ici.

La densité de masse qui figure au second membre de l'équation de Poisson pour le potentiel  $\Phi(r)$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \int \int m f dm dv$$

s'exprime à l'aide d'une fonction continue de probabilité  $f$  décrivant à tout instant la distribution discontinue des masses et des coordonnées de l'espace de phase.  $G$  est la constante de gravitation égale à  $6.67 \times 10^{-8}$  c.g.s.

Pour tenir compte des fluctuations que subira  $f$  sous l'effet des rencontres, on procédera comme en théorie des gaz, adjoignant au second membre de l'équation de Boltzmann pour  $f$  la variation locale de  $f$  due à ces rencontres.

Sous sa forme générale, le problème ainsi posé présente des difficultés de résolution quasi-insurmontables; des hypothèses simplificatrices sont nécessaires et le caractère arbitraire de plusieurs d'entre elles est à l'origine des désaccords existant parmi les estimations faites jusqu'ici du taux d'évaporation. C'est plus spécialement le taux d'évaporation en fonction de la masse des étoiles évadées qui présente un intérêt astrophysique et doit nous permettre d'interpréter notamment la distribution des luminosités dans les amas galactiques; en étudiant alors l'évolution dans le temps de telles distributions, nous serons renseignés sur les âges comparés des divers amas. B. Takase (1960) s'est livré à une première étude dans ce sens en se basant sur le taux d'évasion de Chandrasekhar (1943); afin de justifier ses résultats vis-à-vis des données d'observation relatives à l'amas des Pléiades, Takase avait été porté à admettre pour cet amas une déficience initiale des étoiles de faible masse. Or nous savons que la méthode de calcul de Chandrasekhar est incorrecte puisqu'elle suppose un équilibre préalable de type Maxwellien, équilibre qui n'est en fait jamais atteint à cause de l'évaporation des étoiles les plus rapides.

Cependant, en considérant toujours l'amas comme formé de deux populations stellaires dont l'une est numériquement prépondérante, il a été possible d'obtenir des estimations améliorées du taux d'évasion. Plus précisément, si la population minoritaire comprend les étoiles de masse  $m$  alors que la masse  $\bar{m}$  des étoiles de la population majoritaire est regardée comme égale pratiquement à la masse stellaire moyenne de l'amas, le taux d'évaporation des étoiles  $m$  est une fonction mono-

tonne décroissante du rapport  $m/\bar{m}$  (L. Spitzer et R. Härm 1958, M. Hénon 1961, P. Bouvier 1962).

Nous allons reprendre ici, en nous appuyant sur ces résultats une étude similaire à celle de Takase afin d'en tirer éventuellement des conclusions d'ordre évolutif sur les amas galactiques.

## 2. MÉTHODE DE CALCUL

Considérons avec Spitzer et Härm un modèle d'amas homogène contenant deux populations d'étoiles; la population majoritaire 1 est supposée invariable, en équilibre maxwellien caractérisé par le paramètre  $j$  lié à la vitesse quadratique moyenne selon la relation

$$j^2 \bar{v^2} = \frac{3}{2}.$$

A côté de cette population 1, d'étoiles de masse  $\bar{m}$ , nous envisageons un petit nombre d'étoiles pouvant avoir des masses quelconques; tout groupe de ces étoiles ayant (pratiquement) la même masse  $m$  pourra jouer le rôle de population 2, minoritaire vis-à-vis de la population 1.

$N$  étant la concentration du mélange, nous aurons pour chacune des deux populations,

$$N_1 = N(\bar{m}) \approx N \quad N_2 = N(m, t) \ll N$$

Dans ces conditions le taux d'évasion des étoiles de masse  $m$  a pour expression (Bouvier 1962), si  $N' = dN/dt$ ,

$$\frac{N'(m, t)}{N(m, t)} = -4\pi\Gamma N_1 \left( \frac{j}{\sqrt{\pi}} \right)^3 \frac{\sqrt{\pi}}{8} \lambda \left( \frac{m}{\bar{m}} \right), \quad (1)$$

où  $\lambda(m/\bar{m})$  a été tabulé pour divers  $m/\bar{m}$  (Spitzer et Härm 1958) et

$$\Gamma = 4\pi G^2 \bar{m}^2 \log \alpha,$$

avec  $\alpha$  sensiblement proportionnel au nombre total  $n$  des étoiles de l'amas; on peut négliger en première approximation la variation de  $\log \alpha$  même sur de longues durées. Il n'en va pas de même pour la masse moyenne  $\bar{m}$  dont nous noterons  $\bar{m}_0$  la valeur au temps initial  $t = t_0$ .

Posons

$$\beta = 2\pi G^2 j^3 N_1 \bar{m}_0^2 \log \alpha, \quad (2)$$

ce facteur restera donc presque constant au cours de l'évolution; il est d'ailleurs égal à l'inverse du « temps de référence »  $T_R$  signalé par Spitzer et différant peu du temps de relaxation moyen  $\bar{T}_E$  à l'époque  $t = t_0$ :

$$\beta^{-1} = T_R = 1.41 \bar{T}_E.$$

Tenant compte de (2) et du caractère homogène du modèle adopté nous pourrons écrire (1) sous la forme

$$\frac{n'(m, t)}{n(m, t)} = -\beta \cdot \left(\frac{\bar{m}}{\bar{m}_0}\right)^2 \lambda\left(\frac{m}{\bar{m}}\right), \quad (3)$$

où  $n(m, t) dm$  désigne le nombre, à l'instant  $t$ , des étoiles de masse comprise entre  $m$  et  $m+dm$  et où  $\bar{m} = \bar{m}(t)$ .

Sur un intervalle de temps  $\Delta t$  assez court pour que  $\bar{m}$  n'ait pas varié de façon appréciable, (3) nous donne

$$n(m, t + \Delta t) = n(m, t) \exp \left\{ -\left(\frac{\bar{m}}{\bar{m}_0}\right)^2 \lambda\left(\frac{m}{\bar{m}}\right) \cdot \beta \Delta t \right\}.$$

Procédons à partir de  $t = t_0$  par étapes successives de durées

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

Ecrivant  $n(m, t_i) = n_i(m)$ ,  $\bar{m}_i = \bar{m}(t_i)$ , nous avons:

$$n_{i+1}(m) = n_i(m) \exp \left\{ -\left(\frac{\bar{m}_i}{\bar{m}_0}\right)^2 \lambda\left(\frac{m}{\bar{m}_i}\right) \cdot \beta \Delta t_i \right\}, \quad (4)$$

avec

$$n_i \bar{m}_i = \int m n_i(m) dm. \quad (5)$$

Ces expressions sont calculables de proche en proche à partir de

$$n_0(m) = n_0 \varphi_0(m),$$

où  $n_0$  est le nombre total des étoiles de l'amas et  $\varphi_0(m)$  la fonction des masses, à l'époque initiale  $t = t_0$ . A la fonction  $\varphi_0(m)$  correspond

une distribution des luminosités initiale que nous identifions à celle qu'a définie Schmidt (1959) d'après van den Bergh (1957); normalisant avec Takase de sorte que  $n_0$  soit égal à 1000 si  $M_v = 19$  est choisie comme borne supérieure des magnitudes absolues, la relation masse-luminosité de van de Kamp (1958) nous permettra en outre de passer du nombre d'étoiles  $n_0(M_v)$  de magnitude comprise entre  $M_v - \frac{1}{2}$  et  $M_v + \frac{1}{2}$  à  $n_0(m)$  qui figure, si  $i = o$ , au second membre de (5) où l'intégrale est remplacée par une somme.

Nous traiterons les quatre cas énumérés dans la table I. Etant donné que  $\bar{m}(t)$  augmentera peu à peu avec  $t$ , donc aussi  $\lambda\left(\frac{m}{\bar{m}}\right)$  pour  $m$  donné, il convient de réduire le pas d'intégration  $\Delta t_i$  afin d'éviter que le nombre des étoiles évadées ne croisse au point de faire varier sensiblement  $\bar{m}_i$  durant l'intervalle  $\Delta t_i$ . Négligeant toujours la variation de  $\log n$ , on choisira

$$\left(\frac{\bar{m}_i}{\bar{m}_0}\right)^2 \Delta t_i = c T_R,$$

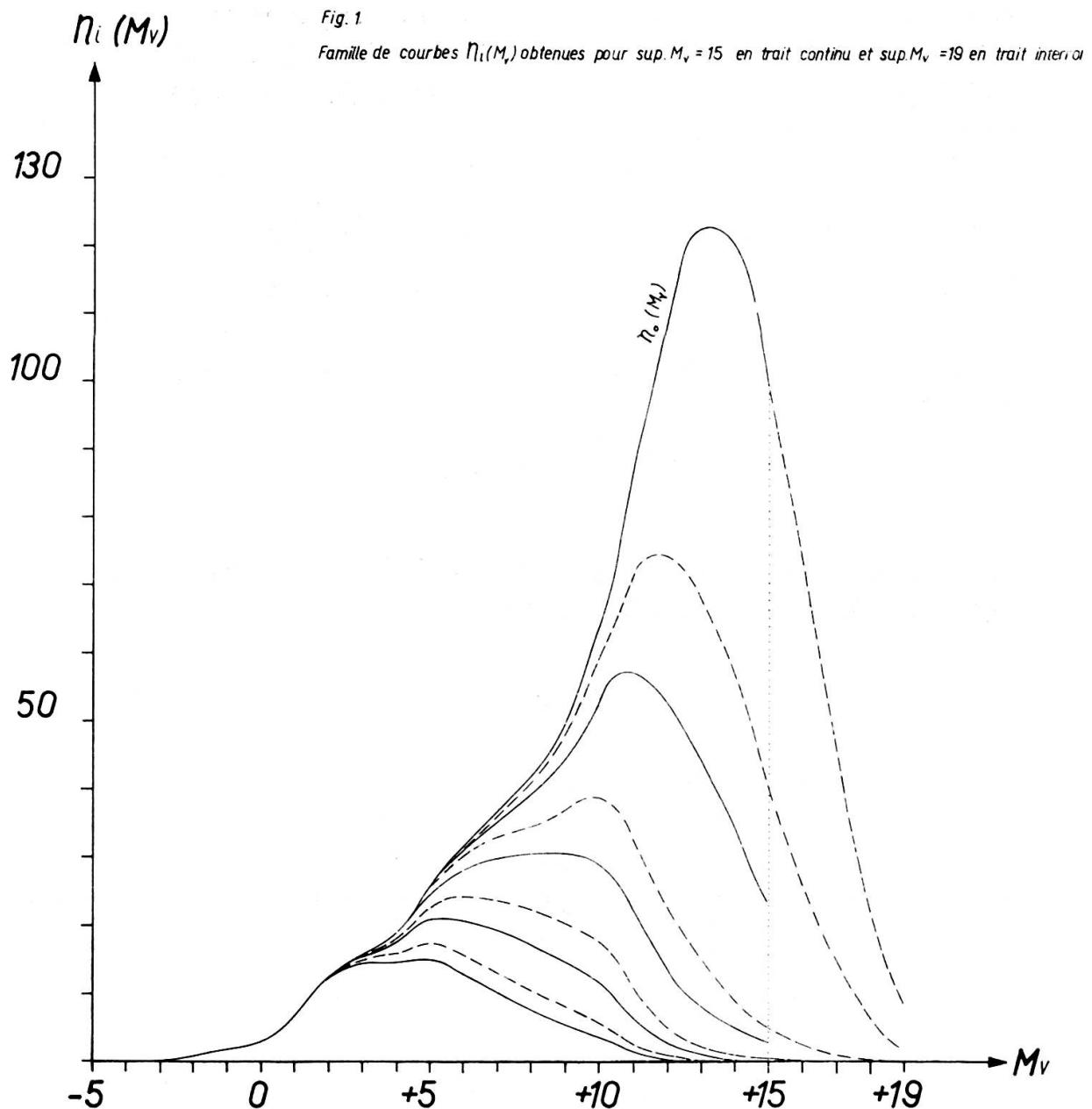
où  $c$  est une constante égale à  $\frac{1}{3}$  ou  $\frac{2}{3}$  selon la borne supérieure envisagée pour  $M_v$  et notée sup  $M_v$  (table I).

TABLE I

Sup $M_v$	$n_0$	$c$
19	1000	$\frac{1}{3}$
15	851	$\frac{1}{3}$
12	508	$\frac{2}{3}$
10	312	$\frac{2}{3}$

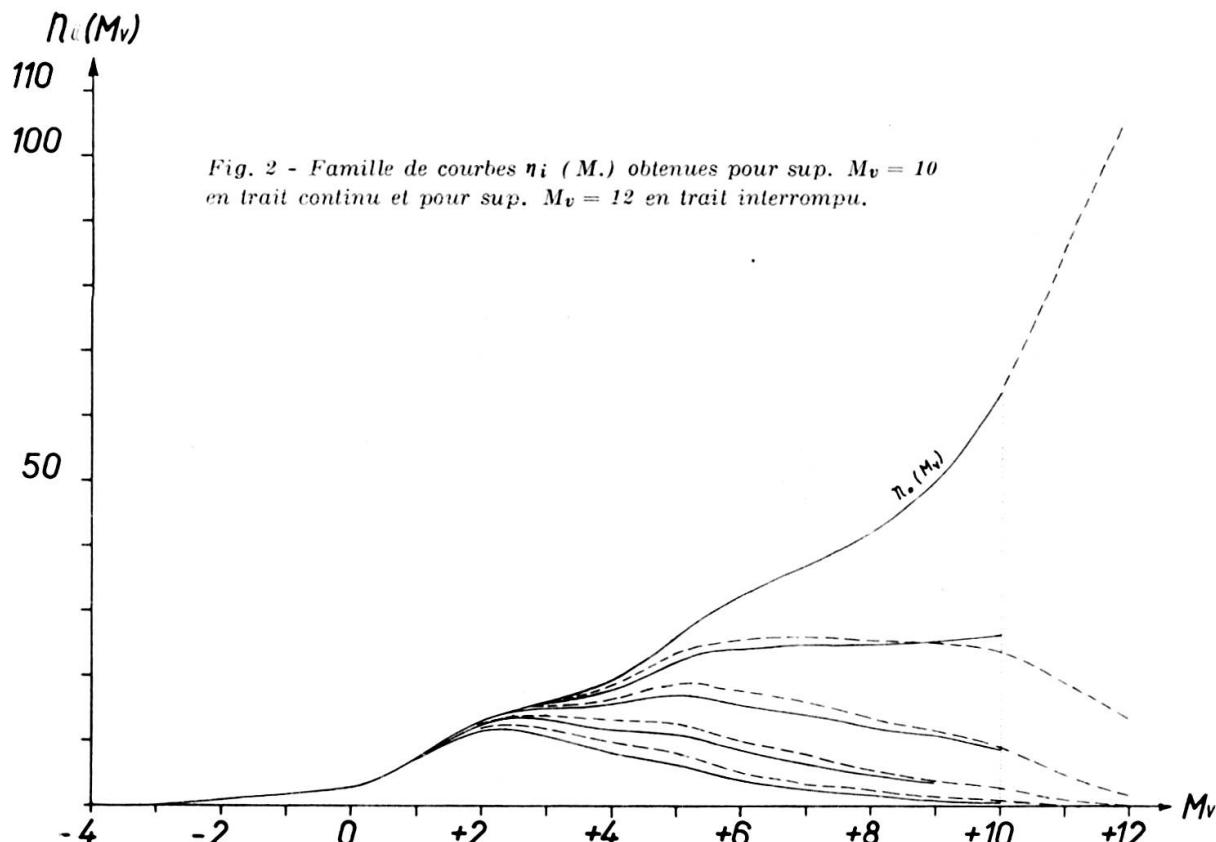
## 3. RÉSULTATS

Les calculs effectués sur ordinateur IBM 1620 à l'observatoire de Genève à partir des données précédentes et des expressions (4) et (5) nous conduisent à des familles de courbes  $n_i(m)$  (ou  $n_i(M_v)$ ) décrivant la répartition des masses stellaires à diverses étapes de l'évolution



de l'amas; un certain nombre de ces courbes sont représentées sur les fig. 1 et 2.

La tendance à l'évasion étant ici beaucoup plus prononcée pour les étoiles faibles, nous voyons que les minima obtenus par Takase pour  $M = 12$  ou  $13$  ont disparu.



La table II donne les valeurs de  $n/n_0$ ,  $\mathcal{M}/\mathcal{M}_0$ ,  $\bar{m}$  à diverses époques mesurées par le nombre  $i$  d'étapes effectuées; quel que soit  $i$ , la masse totale est toujours égale à  $\mathcal{M} = n\bar{m}$ , la première colonne est relative à chacun des quatre cas de la table I.

A titre indicatif, nous avons porté sur la fig. 3 la variation des rapports  $n/n_0$  et  $\mathcal{M}/\mathcal{M}_0$  en fonction du temps dans le cas où sup  $M_v = 10$ .

#### 4. COMPARAISON AVEC LES OBSERVATIONS

Nous référant encore à Takase, nous tentons d'établir une corrélation entre la distribution des magnitudes observées dans un amas déter-

Fig. 3

Variation dans le temps du nombre total d'étoiles  $\mathcal{N}$   
et de la masse totale  $\mathcal{M}$

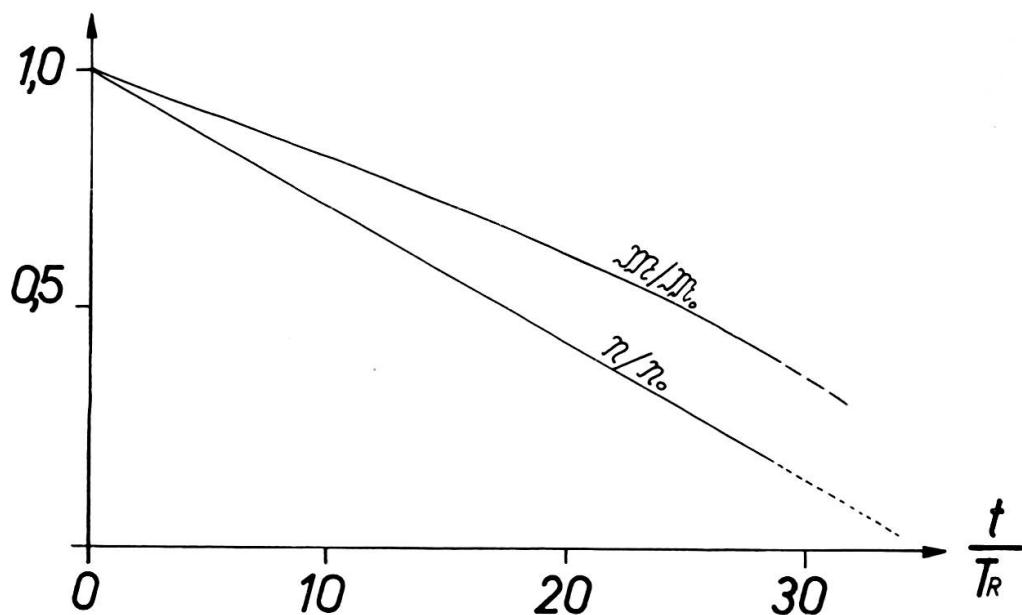


TABLE II

Sup $M_v$	$i$	$n/n_0$	$\mathcal{M}/\mathcal{M}_0$	$\bar{m}$	$\beta \Sigma \Delta t_i$
10	20	0.667	0.783	1.077	11.5
$n_0 = 312$	40	0.436	0.619	1.300	19.8
$\bar{m}_0 = 0.917$	60	0.282	0.490	1.590	25.2
$\mathcal{M}_0 = 286$	79	0.187	0.390	1.922	28.8
12	30	0.478	0.697	0.976	13.6
$n_0 = 508$	50	0.300	0.550	1.224	18.7
$\bar{m}_0 = 0.669$	70	0.192	0.435	1.515	21.9
$\mathcal{M}_0 = 340$	86	0.136	0.358	1.763	23.7
15	30	0.593	0.838	0.634	5.4
$n_0 = 851$	70	0.335	0.666	0.893	11.1
$\bar{m}_0 = 0.449$	110	0.207	0.527	1.145	14.1
$\mathcal{M}_0 = 382$	140	0.147	0.441	1.348	16.0
19	20	0.668	0.892	0.520	5.1
$n_0 = 1000$	60	0.395	0.717	0.796	10.0
$\bar{m}_0 = 0.389$	100	0.211	0.568	1.049	12.5
$\mathcal{M}_0 = 389$	140	0.133	0.447	1.310	14.9

miné et celle que l'on calcule au moyen de (4). Notre choix s'est porté sur Praesepe et NGC 6633, deux amas sur lesquels nous avons des renseignements assez satisfaisants (respectivement Johnson 1952 et Hiltner 1958) d'où nous déduisons les valeurs  $n(M_v)$  observées, contenues dans la table III.

TABLE III

$M_v$	$n(M_v)$	
	Praesepe	NGC 6633
-0.5 à +0.5	3	1
0.5	12	13
1.5	20	20
2.5	22	22
3.5	34	13
4.5	16	10
5.5	34	6
6.5	16	2
7.5	12	1
8.5	3	0
9.5	0	0

Une normalisation a été effectuée sur ces valeurs afin que les distributions obtenues coïncident avec la fonction initiale des luminosités pour  $M_v < 3$ . En effet, dans cet intervalle de magnitude l'évasion n'affecte pas les  $n_i(M_v)$  (les étoiles de masse  $> 1.6 \bar{m}$  ne s'évadent pratiquement pas). Ces distributions normalisées sont schématisées sur les fig. 4 et 5. La relation masse-luminosité utilisée présente des incertitudes notables pour  $M_v > 12$ , aussi nous sommes-nous limités, dans notre comparaison, aux familles de courbes relatives à  $\sup M_v = 10$ ,  $\sup M_v = 12$ ; on cherche la courbe qui se rapproche le plus de la distribution normalisée et cette courbe correspondra à  $i = I$  étapes successives sur une durée totale égale à

$$T = \sum_0^I \Delta t_i,$$

soit encore à

$$T = T_R \beta \sum \Delta t_i, \quad (6)$$

où les valeurs de  $\beta \Sigma \Delta t_i$  sont données dans la dernière colonne de la table II. On entrevoit ici une possibilité d'estimer l'âge des amas considérés car le calcul de  $T_R$  est facile si nous admettons que le théorème du viriel et la conservation d'énergie totale  $E$  de l'amas ne sont pas altérés par l'évasion des étoiles.

Dans ces conditions

$$E \div \frac{n^2 \bar{m}^2}{R} = \text{const.}$$

donc

$$\frac{\bar{m}_I^2 n_I}{R_I} = \frac{\bar{m}_0^2 n_0^2}{R_0},$$

d'où

$$R_0 = \left( \frac{\bar{m}_0}{\bar{m}_I} \right)^2 \left( \frac{n_0}{n_I} \right)^2 R_I. \quad (7)$$

Regardons  $R_I$  comme le rayon observé actuellement (époque  $t_0 + T$  correspondant à  $I$  étapes évolutives depuis  $t_0$ ); les rapports  $n_0/n_I$  et  $\bar{m}_0/\bar{m}_I$  sont calculés à partir de (4) et (5), de sorte que (7) nous fournit le rayon initial  $R_0$ . D'autre part,  $n_I$  étant le nombre total actuel des étoiles de l'amas, nous en déduisons

$$n_0 = \left( \frac{n_0}{n_I} \right) n_I,$$

pour le nombre total que l'on aurait observé au temps initial  $t_0$ . Le temps de référence  $T_R$  à l'instant initial est donné par Spitzer et Härm (1958) sous la forme

$$T_R = 8.3 \times 10^5 \left( \frac{n_0 R_0^3}{\bar{m}_0} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\log_{10} n_0 - 0.3}. \quad (8)$$

Effectuons le calcul dans le cas des deux amas choisis plus haut, en observant que ces amas qui ne sont pas particulièrement jeunes ont vu leurs étoiles les plus brillantes ( $M_v < 1$ ) quitter la séquence principale et évoluer finalement vers des magnitudes plus faibles, ce qui justifie un certain décalage entre la distribution normalisée et la fonction des luminosités initiale pour  $M_v < 1$  (v. fig. 4 et 5).

Fig. 4

Comparaison d'une courbe théorique ( $l=77$ ) avec la distribution observée normalisée de l'amas NGC 6633 sup  $M_v=10$

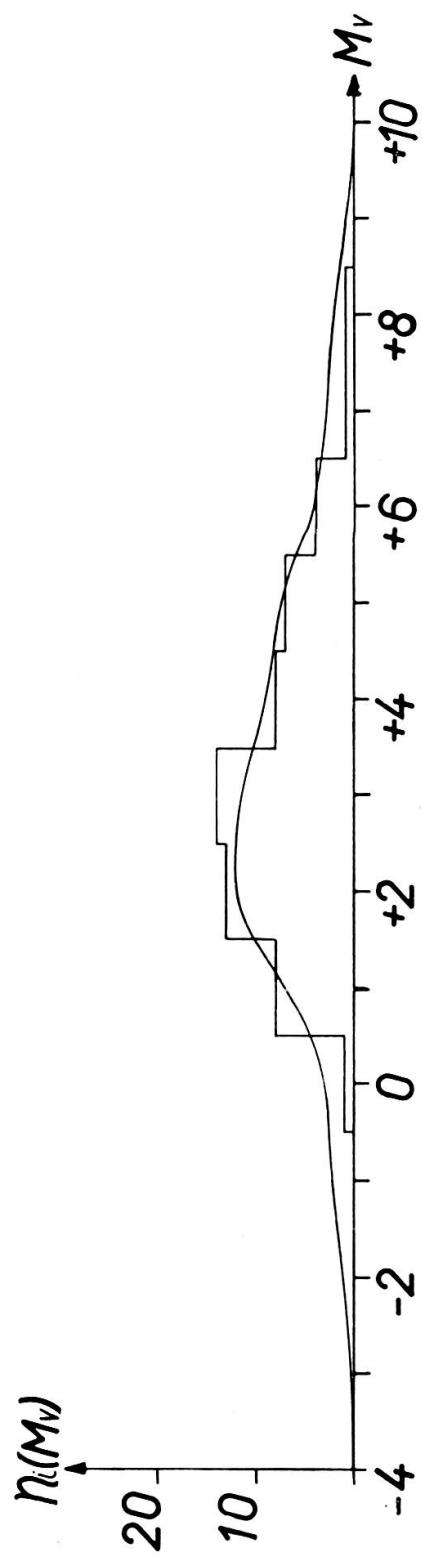
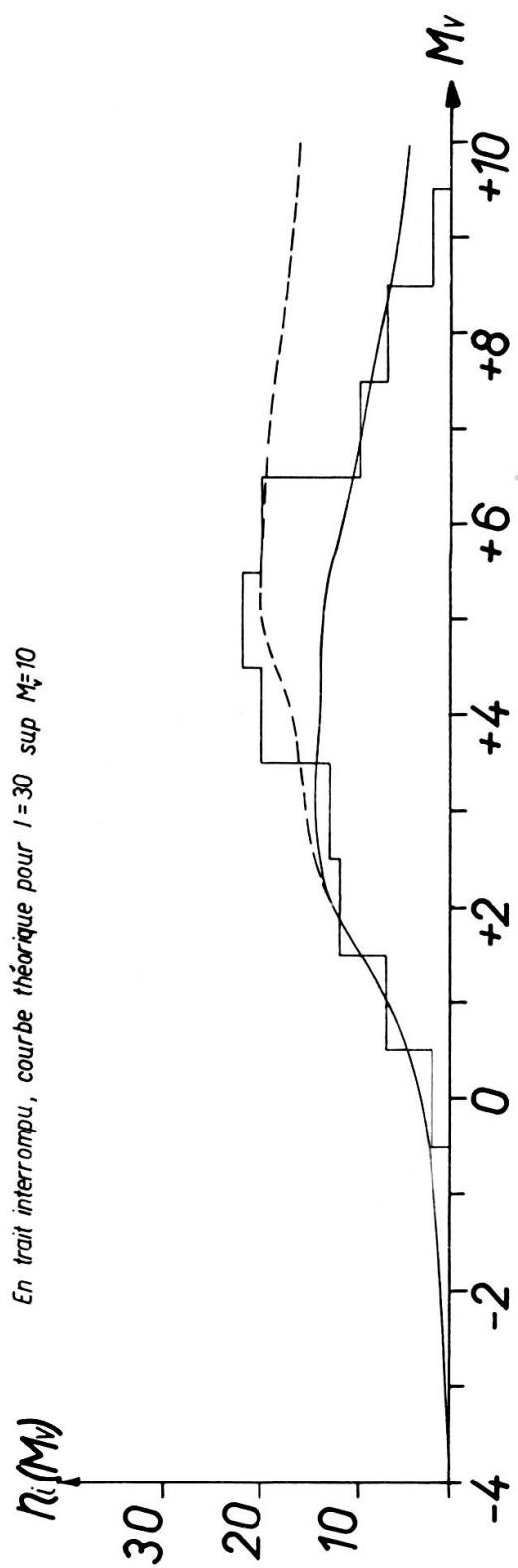


Fig. 5

Comparaison d'une courbe théorique ( $l=50$ ) avec la distribution observée normalisée de l'amas de Praesępe.  
En trait interrompu, courbe théorique pour  $l=30$  sup  $M_v=10$



a) *NGC 6633.*

Le meilleur accord avec la distribution observée est obtenu pour  $I = 77$  de la famille sup  $M_v = 10$

$$\beta \sum \Delta t_i = 28.5.$$

D'autre part  $R_I = R_{obs.} = 1.65 \text{ pc}$  selon Barkhatova (1950)

$$\bar{n}_I = 88, \quad \bar{m}_I = 1.885,$$

et successivement par (7), (8), (6) on trouve :

$$R_0 = 10.3 \pm 0.1 \text{ pc}$$

$$T_R = (2.55 \pm 0.05) \cdot 10^8 \text{ années}$$

$$7.2 \times 10^9 < T < 7.4 \times 10^9 \text{ années.}$$

b) *Praesepe.*

L'accord est plus difficile à obtenir comme le montre la fig. 5; la courbe choisie ne saurait convenir simultanément dans les intervalles  $3 \leq M_v \leq 6$  et  $6 \leq M_v \leq 10$ . Aussi les bornes entre lesquelles nous devons situer l'âge seront-elles assez distantes l'une de l'autre. Par un calcul analogue au précédent, on parvient, en considérant les courbes  $I = 30$  (accord le meilleur pour  $M_v < 6$ ) et  $I = 50$  (meilleur accord sur l'ensemble) à l'estimation

$$1.8 \times 10^9 < T < 6 \times 10^9 \text{ ans.}$$

## 5. CONCLUSIONS

Considérant les diverses approximations accumulées au long de ce travail et l'ambiguité sous-jacente au choix de telle ou telle courbe dans notre comparaison avec les observations, nous ne saurions guère exiger des résultats précédents plus que l'évaluation d'un ordre de grandeur. Malgré cette réserve, les âges obtenus ne sont pas dépourvus d'intérêt en ce sens qu'ils apparaissent systématiquement plus élevés que ceux que l'on a coutume d'invoquer en suivant d'autres voies (voir pour Praesepe en particulier Sandage 1957). On peut à ce propos formuler les remarques suivantes :

1) Le manque de renseignements concernant l'abondance d'étoiles faibles dans les amas observés entraîne une surestimation de l'âge de

ceux-ci, car on ajuste alors les courbes sur des distributions observées anormalement déficientes en étoiles faibles, correspondant par conséquent à des stades d'évolution plus avancés que l'état réel.

2) On a envisagé un amas isolé; or l'influence du champ galactique actif sans doute le phénomène d'évaporation. Cet effet est plus particulièrement sensible sur les masses faibles, comme le laisse entrevoir une première tentative basée sur le taux d'évasion de Chandrasekhar (1943). L'affaissement des courbes d'évolution (fig. 1 et 2), de plus en plus prononcé du côté des petites masses, sera plus rapide et conduira à une réduction de l'âge de l'amas considéré.

3) Il est possible d'autre part que l'âge des amas estimé sur la base de l'évolution intrastellaire soit trop peu élevé; un récent article de Ruprecht (1959) semble abonder dans ce sens puisqu'il donne pour l'âge des Hyades, amas plus jeune que Praesepe, la valeur  $T \approx 1.1 \times 10^9$  ans, à peu près compatible avec nos résultats.

4) En utilisant le taux d'évasion calculé par Hénon (1961), on obtiendrait des âges encore plus élevés comme le révèle l'interprétation de la fig. 10 de ce dernier travail.

5) Les remarques précédentes soulignent une fois de plus les difficultés que l'on rencontre ici dans la confrontation des théories et des observations.

*Observatoire de Genève, août 1962.*

#### BIBLIOGRAPHIE

- BARKHATOVA, K. A. (1950). *A. Zh.* **27**, 185.  
 BOUVIER, P. (1962). *Pub. Obs. Genève*, A **62**.  
 CHANDRASEKHAR, S. *Principles of Stellar Dynamics*, chap. V (Chicago Univ. Press 1943).  
 HÉNON, M. (1961). *Ann. d'Ap.* **24**, n° 5.  
 HILTNER, W. A. (1958). *Ap. J.* **127**, 539.  
 JOHNSON, H. L. (1952). *Ap. J.* **116**, 640.  
 RUPRECHT, J. (1959). *Pub. Astr. Inst. Czech. Acad. Sci.* n° **37**.  
 SANDAGE, A. R. (1957). *Ap. J.* **125**, 435.  
 SCHMIDT, M. (1959). *Ap. J.* **129**, 243.  
 SPITZER, L. HÄRM, R. (1958). *Ap. J.* **127**, 544.  
 TAKASE, B. (1960). *Pub. Astron. Soc. Japan*, v. **12**, 226.  
 van de KAMP, P. (1958). *Handbuch der Physik*, t. **50**, 220.  
 van den BERGH, S. (1957). *Ap. J.* **125**, 445.

