

Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 14 (1961)
Heft: 1

Artikel: Note sur l'effet de la largeur de la bande passante : dans la détermination du coefficient d'extinction atmosphérique
Autor: Golay, M.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-739561>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

NOTE SUR L'EFFET DE LA LARGEUR DE LA BANDE PASSANTE

dans la détermination
du coefficient d'extinction atmosphérique

PAR

M. GOLAY

Résumé.

Nous établissons des expressions mathématiques approchées des coefficients d'extinction atmosphérique pour les magnitudes et pour les indices de couleur. L'effet de couleur des étoiles est mis en évidence et les conditions auxquelles doit satisfaire un système photométrique pour réduire cet effet sont établies.

Nous nous proposons d'établir les conditions auxquelles doit satisfaire un système photométrique pour qu'il ne se présente pas d'effet de couleur sensible dans la détermination du coefficient d'absorption atmosphérique selon la méthode de Bouguer. Nous effectuons des développements semblables à ceux de I. King [1] consistant à développer en série l'énergie reçue.

Soit $B(\lambda, T)$ la loi de distribution spectrale de l'intensité d'une source quelconque hors de l'atmosphère. Cette source est observée à une distance zénithale que nous supposons inférieure à 70° . Soit $\Phi(\lambda)$ le produit des facteurs de transmission du filtre, de l'objectif, de réflexion des miroirs, de la sensibilité chromatique de la cellule.

$$0 \leq \Phi(\lambda) \leq 1 \quad \text{quel que soit } \lambda$$

L'intensité reçue au sol est alors:

$$E_z = \int_0^{\infty} B(\lambda, T) \Phi(\lambda) e^{-k(\lambda) M_0 \sec z} d\lambda$$

$k(\lambda)$ est le coefficient d'extinction de l'atmosphère et M_0 la masse d'air au zénith.

Posons :

$$\Psi(\lambda, T, z) = B(\lambda, T) e^{-k(\lambda)M_0 \sec z}$$

D'où :

$$E_z = \int_0^\infty \Psi(\lambda, T, z) \Phi(\lambda) d\lambda$$

et développons $\Psi(\lambda, T, z)$ en série selon Taylor selon λ . Nous introduisons les deux quantités suivantes :

$$\lambda_0 = \frac{\int_0^\infty \lambda \Phi(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty \Phi(\lambda) d\lambda} \quad \text{et} \quad \mu^2 = \frac{\int_0^\infty (\lambda - \lambda_0)^2 \Phi(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty \Phi(\lambda) d\lambda}$$

et nous obtenons en limitant le développement en série aux trois premiers termes :

$$E_z = \Psi(\lambda_0, T, z) \left(1 + \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\Psi''(\lambda_0, T, z)}{\Psi(\lambda_0, T, z)} \right) \int_0^\infty \Phi(\lambda) d\lambda .$$

Sachant que $\frac{1}{2} \mu^2 \frac{\Psi''(\lambda_0, T, z)}{\Psi(\lambda_0, T, z)} \ll 1$

nous pouvons alors poser l'approximation :

$$\ln \left(1 + \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\Psi''(\lambda_0, T, z)}{\Psi(\lambda_0, T, z)} \right) \cong \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\Psi''(\lambda_0, T, z)}{\Psi(\lambda_0, T, z)}$$

ce qui nous permet d'obtenir un développement simple de la magnitude m_z au sol de la source considérée :

$$m_z = m(\lambda_0, T) + 2,5 k(\lambda) M_0 \sec z \log_{10} e - 2,5 \log_{10} e \cdot \frac{1}{2} \mu^2 \frac{\Psi''(\lambda_0, T, z)}{\Psi(\lambda_0, T, z)} - 2,5 \log_{10} \int_0^\infty \Phi(\lambda) d\lambda$$

$$\log_{10} e = 0,4343 \quad 2,5 \log_{10} e = 1,086$$

$$m(\lambda_0, T) = -2,5 \log_{10} B(\lambda_0, T)$$

est la magnitude monochromatique.

$$m_z = -2,5 \log_{10} E_z .$$

Introduisons comme King [1]:

$$n = - \frac{d \ln k(\lambda)}{d \ln \lambda} \text{ d'où } k'(\lambda) = - n \frac{k(\lambda)}{\lambda}$$

et remplaçons $\Psi(\lambda_0, T, z)$ par $B(\lambda_0, T)e^{-k(\lambda_0)M_0 \sec z}$.

L'expression de la magnitude devient:

$$(1) \quad m_z = m(\lambda_0, T) + 1,086 k(\lambda_0) M_0 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2 \lambda_0^2 \frac{k''(\lambda_0)}{k(\lambda_0)} - n \left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2 \frac{B'(\lambda_0, T)}{B(\lambda_0, T)} \lambda_0 \right] \sec z - 0,543 n^2 k^2(\lambda_0) M_0^2 \left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2 \sec^2 z - 0,543 \left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2 \frac{B''(\lambda_0, T)}{B(\lambda_0, T)} \lambda_0^2 - 2,5 \log_{10} \int_0^\infty \Phi(\lambda) d\lambda.$$

La somme des termes indépendants de la distance zénithale représente la magnitude hétérochromatique $m_0(\lambda_0, T)$ hors de l'atmosphère étudiée dans [2].

Nous avons vu dans [3] que pour $z < 70^\circ$ et $\left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2 < 0,01$ le terme quadratique est souvent négligeable sauf pour le filtre ultraviolet du système UBV. Ces deux conditions sont généralement largement remplies dans le domaine visuel.

La droite de Bouguer satisfait donc à la relation:

$$m_z = m_0(\lambda_0, T) + a(\lambda_0, T) \sec z$$

et selon les expressions démontrées ci-dessus:

$$(2) \quad a(\lambda_0, T) = 1,086 k(\lambda_0) M_0 \left[1 + \frac{1}{2} \mu^2 \frac{k''(\lambda_0)}{k(\lambda_0)} - n \left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2 \frac{B'(\lambda_0, T)}{B(\lambda_0, T)} \lambda_0 \right]$$

$a(\lambda_0, T)$ est le coefficient d'extinction. Il dépend de la loi de distribution spectrale de l'intensité de la source étudiée. Pour un même filtre (même λ_0 et même μ) la pente de la droite de Bouguer variera selon la température de l'étoile et des accidents de son continu. Cet effet est celui de l'extinction atmosphérique différentielle. Pour simplifier, nous supposons que sur l'intervalle de longueur d'onde couvert par le filtre, la loi de distribution de l'intensité est bien représentée

par un seul gradient absolu. Il est avantageux d'exprimer $a(\lambda_0, T)$ en fonction du gradient absolu. Sur l'intervalle considéré $B(\lambda_0, T)$ est la brillance d'un corps noir. Le gradient absolu a pour expression:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{C_2}{T} \left(1 - e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}\right)^{-1} = 5\lambda - \frac{d \ln B(\lambda, T)}{d \ln \lambda}$$

donc:

$$\lambda_0 \frac{B'(\lambda_0, T)}{B(\lambda_0, T)} = \frac{1}{\lambda_0} [\varphi(\lambda_0, T) - 5\lambda_0]$$

ainsi pour une longueur d'onde donnée, la quantité $\lambda_0 \frac{B'(\lambda_0, T)}{B(\lambda_0, T)}$ varie linéairement avec $\varphi(\lambda_0, T)$.

Le coefficient d'extinction devient:

$$(3) \quad a(\lambda_0, T)$$

$$= 1,086 k(\lambda_0) M_0 \left[1 + \frac{\mu^2 k''(\lambda_0)}{2 k(\lambda_0)} - n \frac{1}{\lambda_0} \left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2 (\varphi(\lambda_0, T) - 5\lambda_0) \right]$$

Nous savons [3] qu'une relation linéaire approchée relie l'indice de couleur monochromatique au gradient et que sous certaines conditions cette relation se maintient avec l'indice de couleur hétérochromatique. Cette relation est:

$$\varphi(\lambda_0, T) \cong 5\lambda_0 + \frac{1}{1,086} \frac{\frac{C_{\lambda_1 \lambda_2}(T)}{1}}{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}}$$

$\lambda_1 < \lambda_0 < \lambda_2$, λ_1 pas trop différent de λ_2 .

$C_{\lambda_1 \lambda_2}(T)$ indice de couleur obtenu avec deux filtres de longueur d'onde moyenne λ_1 et λ_2 .

Le coefficient d'extinction prend alors la forme bien connue des photométristes:

$$a(\lambda_0, T) = A + B C_{\lambda_1 \lambda_2}(T)$$

avec:

$$A = 1,086 k_{\lambda_0} M_0 \left(1 + \frac{\mu^2 k''(\lambda_0)}{2 k(\lambda_0)} \right)$$

$$B = -n \frac{1}{\lambda_0} \left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2 \frac{1}{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}}$$

nous poursuivons la discussion en gradient, car cette grandeur varie peu avec la longueur d'onde et nous permet d'éviter de rattacher les ordres de grandeur trouvés à un système photométrique déterminé.

Dans la pratique nous relevons la valeur de la magnitude $m_{1,z}$ d'une étoile de gradient $\varphi(\lambda_0, T_1)$ à différentes distances zénithales. De l'ensemble des équations obtenues, nous déduisons le coefficient d'extinction $a(\lambda_0, T_1)$. Nous utilisons ce coefficient pour calculer la magnitude hors de l'atmosphère $m'_0(\lambda_0, T_2)$ d'une autre étoile de gradient $\varphi(\lambda_0, T_2)$ après avoir mesuré sa magnitude m_{2z} à la distance zénithale z .

$$m'_0(\lambda_0, T_2) = m_{2z} - a(\lambda_0, T_1) \sec z$$

en faisant usage de $a(\lambda_0, T_1)$ au lieu de $a(\lambda_0, T_2)$ nous faisons une erreur $\delta m_0(\lambda_0, T_2)$ sur l'estimation de la magnitude hors de l'atmosphère et nous obtenons $m'_0(\lambda_0, T_2)$ au lieu de $m_0(\lambda_0, T_2)$

$$\begin{aligned} a(\lambda_0, T_1) - a(\lambda_0, T_2) &= \delta a(\lambda_0, T_1, T_2) \\ m_0(\lambda_0, T_2) - m'_0(\lambda_0, T_2) &= \delta m_0(\lambda_0, T_2). \end{aligned}$$

D'où :

$$\delta m_0(\lambda_0, T_2) = \delta a(\lambda_0, T_1, T_2) \sec z$$

$\delta a(\lambda_0, T_1, T_2)$ provient de la différence des gradients

$$\varphi(\lambda_0, T_1) - \varphi(\lambda_0, T_2) = \delta \varphi(\lambda_0, T_1, T_2).$$

d'où :

$$\delta m_0(\lambda_0, T_2) = -1,086 k(\lambda_0) M_0 n \frac{1}{\lambda_0} \left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2 \delta \varphi(\lambda_0, T_1, T_2) \sec z.$$

L'erreur étant proportionnelle à $\sec z$, il est donc nécessaire de mesurer m_{2z} à $\sec z$ minimum, soit dans le plan du méridien. Dans ce cas, $\sec z$ dépasse exceptionnellement 3. Le coefficient n vaut au plus 4 lors de la diffusion de Rayleigh. Adoptons pour le produit $k(\lambda_0) M_0$ la valeur $R(\lambda_0)$ du coefficient de diffusion moléculaire de Rayleigh. En imposant que $\delta m_0(\lambda_0, T)$ doit être inférieur aux erreurs de mesures, soit 0,01, nous pouvons calculer pour les diverses longueurs d'onde la valeur $\left(\frac{\mu}{\lambda_0} \right)^2$ tolérable d'un filtre pour une différence de gradient unité.

L'inégalité à satisfaire est donc de la forme :

$$\left(\frac{\mu}{\lambda_0}\right)^2 \delta\varphi \leq A.$$

Le tableau 1 donne la valeur de A ou de $\left(\frac{\mu}{\lambda_0}\right)^2$ pour différentes longueurs d'onde avec $\delta\varphi = 1$.

TABLEAU 1.

λ_0	$k(\lambda_0) M_0$	A ou $\left(\frac{\mu}{\lambda_0}\right)^2$	δT de 50.000° à
3500	0,598	0,00044	9500
4500	0,208	0,00164	9000
5500	0,092	0,00418	8500
6500	0,047	0,01051	8500

δT est l'intervalle de température couvert par un $\delta\varphi = 1$ à partir de φ (50.000°) pour la longueur d'onde λ_0 considérée. Dans la réalité $k(\lambda_0) M_0 > R(\lambda_0)$ et n décroît avec la longueur d'onde. Ces résultats du tableau 1 sont trop faibles pour $\lambda_0 = 3500$ et trop élevés pour les $\lambda_0 > 4000$ Å.

Rappelons les grandeurs de $\left(\frac{\mu}{\lambda_0}\right)^2$ pour divers systèmes photométriques:

- 1) Pour le système photographique international avec la sensibilité des plaques données par Seares et Joyner [4]:

$$\left(\frac{\mu}{\lambda_0}\right)^2 = 0,011;$$

- 2) Systèmes UBV de Johnson et Morgan [5]:

$$\text{pour le filtre } U \quad \left(\frac{\mu}{\lambda_0}\right)^2 = 0,004 \quad \lambda_0 = 3500$$

$$\text{pour le filtre } B \quad \left(\frac{\mu}{\lambda_0}\right)^2 = 0,007 \quad \lambda_0 = 4425$$

$$\text{pour le filtre } V \quad \left(\frac{\mu}{\lambda_0}\right)^2 = 0,005 \quad \lambda_0 = 5500.$$

Seul donc le filtre V satisfait à la condition exprimée par l'inégalité (4).

La méthode de Bouguer est aussi appliquée à la détermination de l'indice de couleur hors de l'atmosphère. Le coefficient d'extinction relatif à un indice de couleur établi à l'aide de deux filtres de longueurs d'onde moyenne λ_1 et λ_2 ($\lambda_1 < \lambda_2$) et caractérisé par μ_1 et μ_2 , a pour expression :

$$b(\lambda_1, \lambda_2, T) = a(\lambda_1, T) - a(\lambda_2, T).$$

Le coefficient d'extinction se compose donc d'un terme E indépendant du gradient et d'un terme F dépendant du gradient :

$$b(\lambda_1, \lambda_2, T) = E(\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2, k, k'') + F(\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2, k, \varphi)$$

L'expression de F est :

$$F = -1,086 n M_0$$

$$\left[k(\lambda_2) \frac{1}{\lambda_2} \left(\frac{\mu_2}{\lambda_2} \right)^2 \varphi(\lambda_2, T) - k(\lambda_1) \frac{1}{\lambda_1} \left(\frac{\mu_1}{\lambda_1} \right)^2 \varphi(\lambda_1, T) \right].$$

En supposant les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 pas trop différentes :

$$\varphi(\lambda_2, T) \cong \varphi(\lambda_1, T).$$

D'où :

$$(5) \quad F = -1,086 n M_0 \varphi(\lambda_1, T) \left[\frac{k(\lambda_2)}{\lambda_2} \left(\frac{\mu_2}{\lambda_2} \right)^2 - \frac{k(\lambda_1)}{\lambda_1} \left(\frac{\mu_1}{\lambda_1} \right)^2 \right].$$

Il est donc possible de rendre nul le crochet (pour autant que n soit constant). Dans ce cas, le coefficient d'extinction relatif à l'indice de couleur ne varierait plus avec la température de la source. Le système photométrique satisfait alors à la condition :

$$\frac{\frac{k(\lambda_2)}{\lambda_2} \cdot \left(\frac{\mu_2}{\lambda_2} \right)^2}{\frac{k(\lambda_1)}{\lambda_1} \cdot \left(\frac{\mu_1}{\lambda_1} \right)^2} = 1.$$

Nous remarquons que si $k(\lambda) = \frac{q}{\lambda}$ nous retrouvons la condition que nous avons établie dans [2] et qui conduit à la proportionnalité entre l'excès de couleur et la quantité de matière interstellaire traversée.

L'effet de l'extinction différentielle est particulièrement à craindre lors de l'étude d'un champ stellaire où se trouvent des étoiles non rougies et des étoiles très rougies. On montre facilement que l'excès de couleur $E_{\lambda_1 \lambda_2}$ relatif à un système photométrique caractérisé par des longueurs d'onde moyenne λ_1, λ_2 conduit à un gradient relatif $G(\lambda_1, \lambda_2, T)$, par rapport à celui d'une étoile non rougie de température T , donné approximativement par:

$$(6) \quad G(\lambda_1, \lambda_2, T) = \frac{1}{1,086} \frac{\frac{E_{\lambda_1 \lambda_2}}{1 - \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}}}{.$$

Dans le cas du système U, B, V , nous avons:

$$G(\lambda_B, \lambda_V, T) = 2,03 E_{B-V} \quad G(\lambda_U, \lambda_B, T) = 1,54 E_{U-B}$$

Il n'est pas rare d'avoir $E_{B-V} > 1$, donc deux étoiles de même température peuvent présenter une différence de gradient > 2 , ce qui conduirait à des erreurs de 0,02 magnitudes dans le cas des filtres limites du tableau 1.

Le rougissement interstellaire introduit une erreur sur l'indice de couleur hors de l'atmosphère d'une étoile que l'on peut facilement calculer en introduisant l'expression (6) dans (5). Cette opération conduit dans le système U, B, V , dans le cas d'une extinction atmosphérique selon Rayleigh aux erreurs suivantes:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{U-B} &= 0,021 E_{U-B} \sec z \\ \varepsilon_{B-V} &= 0,025 E_{B-V} \sec z . \end{aligned}$$

Donc par unité de $\sec z$ un excès de couleur de 1,3 magnitudes en $B - V$ conduit à une erreur de 0,03 magnitude sur $B - V$ et à une erreur de 0,02 magnitude sur $U - B$. Ces erreurs sont le double environ de ce que l'on obtiendrait en mesurant des étoiles de température comprise entre 8500° et 50.000° .

Lors des déterminations des magnitudes et des indices de couleur hors de l'atmosphère, il est possible de déterminer expérimentalement le coefficient d'absorption différentielle. Cependant, dans le cas des photométries en plus de trois couleurs, il y a intérêt (économie de temps) à éviter le tracé de plusieurs droites de Bouguer et à grouper les étoiles de telle sorte que les écarts en gradients soient compris dans les limites établies à l'aide des expressions ci-dessus.

BIBLIOGRAPHIE

1. I. KING, *Harvard reprint*, II-46, Aj. vol. 57, n° 8, 1952.
 2. M. GOLAY, *Pub. Obs. Genève*, sér. A, fasc. 60, p. 352, 1959.
 3. —— *Pub. Obs. Genève*, sér. A, fasc. 49, p. 297, 1954.
 4. SEARES et JOYNER, *Apj.*, 98, p. 302, 1943.
 5. JOHNSON et MORGAN, *Apj.*, 114, n° 3.
-

