

**Zeitschrift:** Archives des sciences [1948-1980]  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 13 (1960)  
**Heft:** 9: Colloque Ampère

**Artikel:** Mesures des constantes diélectriques de solides en fonction de la température : interprétation des courbes expérimentales dans différents cas  
**Autor:** Le Montagner, S.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-738534>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Mesures des constantes diélectriques de solides en fonction de la température

## Interprétation des courbes expérimentales dans différents cas

par S. LE MONTAGNER

Laboratoire de Physique, Faculté des Sciences, Rennes

---

Les mesures de constantes diélectriques en fonction de la température sont d'une pratique assez courante puisqu'elles bénéficient d'une technique apparemment facile et fournissent aisément des renseignements sur les transitions de phase, l'absorption dipolaire..... Dans ce dernier cas notamment, les phénomènes suivent en première approximation les équations de Debye (cf. ci-après), mais dont les prédictions ont en général été données en fonction de la fréquence.

De fait, de nombreux relevés expérimentaux en fonction de la température présentent des « anomalies » que n'expliquent pas des erreurs expérimentales et il nous a paru nécessaire d'examiner les facteurs qui peuvent entrer en ligne de compte lors d'une variation thermique pour un échantillon diélectrique donné.

Nous examinerons brièvement trois cas :

1. Le premier correspond à l'effet classique de Debye, mais dont les conséquences sont examinées en fonction de la température.

2. Le second correspond à l'effet Maxwell-Wagner dû à la polarisation interfaciale dans une substance inhomogène; ce cas se produit souvent en réalité avec les échantillons en poudre.

3. Enfin, d'autres causes particulières d'absorption peuvent intervenir, par exemple dans un ferroélectrique, la présence du cycle d'hystérésis correspondra à une perte d'énergie d'où modification de la constante diélectrique.

### 1. COURBES DE RELAXATION DIPOLAIRE EN FONCTION DE LA TEMPÉRATURE.

Les équations classiques de Debye sont :

$$\epsilon_1 = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad \epsilon_2 = \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

où  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  sont les parties réelles et imaginaires de la constante diélectrique complexe  $\varepsilon^*$ ;  $\varepsilon_s$  et  $\varepsilon_\infty$  les constantes diélectriques à fréquence nulle et infinie, respectivement;  $\tau$  le temps de relaxation supposé ici unique et obéissant à la loi  $\tau = \tau_0 \exp U/kT$  où  $U$  est l'énergie d'activation et  $\tau_0$  une constante. Nous poserons pour la commodité des calculs  $\varepsilon_s - \varepsilon_\infty = a$ .

Si dans l'étude de ces équations en fonction de la fréquence  $\varepsilon_s$  est une constante, il n'en est plus de même évidemment si  $T$  est la variable indépendante puisque en général  $\varepsilon_s$  dépend de la température. Nous négligerons par contre les variations de  $\varepsilon_\infty$  devant celles de  $\varepsilon_s$  et de  $\varepsilon_1$ .

a) *Etude de  $\varepsilon_1$ .*

La dérivée de  $\varepsilon_1$  par rapport à  $T$  peut s'écrire:

$$\varepsilon_1' = \left[ \varepsilon_s' (1 + \omega^2 \tau^2) + \frac{2aU}{kT^2} \omega^2 \tau^2 \right] \frac{1}{(1 + \omega^2 \tau^2)^2}$$

montrant que si  $\varepsilon_s' = \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial T}$  est négatif, il peut y avoir un *maximum de  $\varepsilon_1$*  à la température  $T_1$ , racine de l'équation implicite en  $T$ .

$$\varepsilon_s' (1 + \omega^2 \tau^2) + \frac{2aU}{kT^2} \omega^2 \tau^2 = 0.$$

On montre aisément [5] [6] que cette température  $T_1$  est une fonction croissante de la fréquence, que l'amplitude  $\varepsilon_{1m}$  du maximum est donnée par l'équation

$$\varepsilon_{1m} = \varepsilon_s + \frac{kT_1^2}{2U} \varepsilon_s'$$

et que la courbe  $\varepsilon_s(T)$  est l'enveloppe de toutes les courbes  $\varepsilon_1$  à partir d'une température suffisamment grande devant  $T_1$ .

b) *Etude de  $\varepsilon_2$ .*

La courbe  $\varepsilon_2(T)$  passe par un maximum pour la température  $T_2$  racine de l'équation dérivée:

$$\frac{\varepsilon_s' \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} + a \omega \tau' \frac{1 - \omega^2 \tau^2}{(1 + \omega^2 \tau^2)^2} = 0.$$

Supposons que dans une mesure de constante diélectrique en fonction de la température à fréquence fixe — soit  $\omega_3$  — on obtienne à la température  $T_2$  un maximum de  $\varepsilon_2$ : la question se pose de savoir si, dans une mesure similaire, en fonction de la fréquence, à température fixe les résultats

resteront concordants. Plus précisément nous avons calculé la différence entre la température  $T_2$  définie ci-dessus et la température  $T_3$  à laquelle la mesure en fonction de la fréquence donnerait un maximum à la fréquence  $\omega_3$ . Cette différence s'exprime par :

$$\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3} = \frac{k}{2U} \log \frac{\frac{aU}{kT_2^2} - \varepsilon'_s}{\frac{aU}{kT_2^2} + \varepsilon'_s}$$

et n'est donc nulle que si  $\varepsilon_s$  est indépendant de la température. Numériquement la différence  $T_2 - T_3$  peut atteindre une dizaine de degrés, son signe dépend de celui de  $\varepsilon'_s$ .

Il s'ensuit que la représentation  $\log \nu - 1/\tau$  relative aux maximums de  $\varepsilon_2$  n'est une droite qu'avec les coordonnées  $\nu_3, T_3$ . Si l'on prend les résultats bruts  $\nu_2, T_2$  d'une variation thermique on obtiendra une courbe à concavité positive ou négative suivant le signe de  $\varepsilon'_s$ . L'équation correcte est alors :

$$\nu = A \sqrt{\frac{\frac{aU}{kT_2^2} - \varepsilon'_s}{\frac{aU}{kT_2^2} + \varepsilon'_s}} \exp(-U/kT_2)$$

et non plus

$$\nu = A \exp(-U/kT)$$

Le calcul prévoit également que l'amplitude à diverses fréquences, du maximum de  $\varepsilon_2$  n'est pas constante mais suit la loi

$$\varepsilon_{2m} = \frac{1}{2U} \sqrt{a^2 U^2 - k^2 T_2^4 \varepsilon_s'^2}$$

### c) Discussion, résultats expérimentaux.

L'hypothèse  $\varepsilon'_s = 0$  conduit, comme on pourrait s'y attendre à des formes de courbe  $\varepsilon^*(T)$  analogues à celles de  $\varepsilon^*(\omega)$ , mis à part les sens de variation inverses l'un de l'autre pour les parties réelles.

L'hypothèse  $\varepsilon'_s < 0$  dans un domaine de température suppose une augmentation d'entropie lorsque la température décroît, c'est-à-dire implique la nécessité d'un changement de phase à une température inférieure soit  $T_0$  [2].

Selon les valeurs numériques des quantités figurant dans des équations précédentes, les racines  $T_1$  ou  $T_2$  peuvent être supérieures ou inférieures

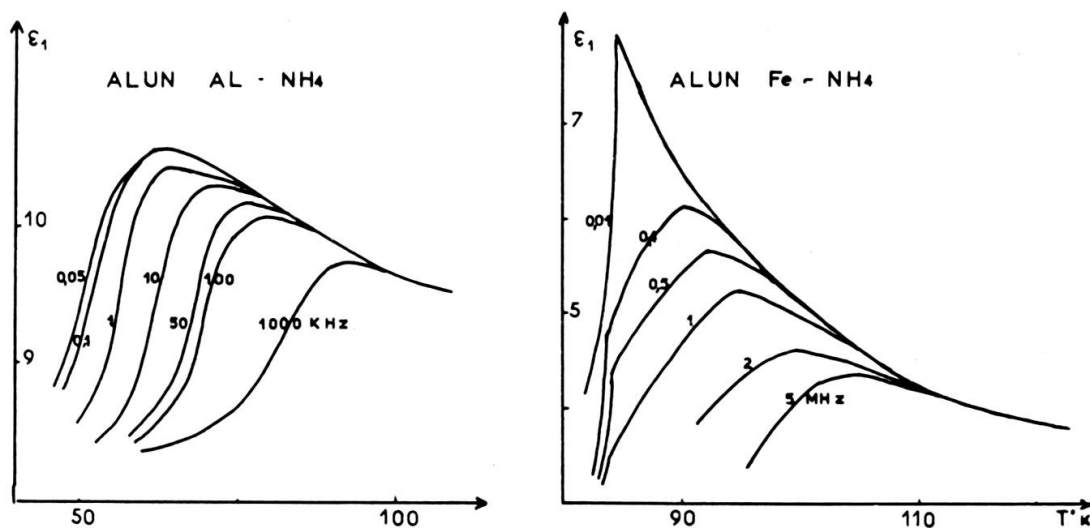
à  $T_0$ : dans le premier cas on aura effectivement des maximums de  $\varepsilon_1$  ou de  $\varepsilon_2$  aux températures prévues; sinon, pour  $T_1 < T_0$  par exemple, la solution est virtuelle puisque à  $T_0$  il y a variation de structure entraînant discontinuité des paramètres  $\varepsilon_s$ ,  $U_1$  ... etc. Le calcul n'est plus valable, et d'ailleurs pour les températures inférieures à  $T_0$ , on a à nouveau le cas  $\varepsilon'_s > 0$  discuté ci-dessous.

Les courbes expérimentales présentent alors un point anguleux — ou une discontinuité finie — à la température  $T_0$  du changement de phase. Ceci au moins pour des fréquences suffisamment basses, puisque  $T_1$ , étant fonction croissante de la fréquence, il y aura une fréquence critique pour laquelle  $T_1 = T_0$  et au-dessus de laquelle on retrouvera le premier cas.

Un raisonnement similaire peut être évidemment fait pour  $\varepsilon_2$ .

L'hypothèse  $\varepsilon'_s > 0$  enfin conduit à des résultats analogues à ceux du cas  $\varepsilon'_s = 0$  en ce qui concerne  $\varepsilon_1$  et de  $\varepsilon'_s < 0$  — au signe près — en ce qui concerne  $\varepsilon_2$ .

Les résultats du calcul sont en bon accord avec nos résultats expérimentaux, confirmant et étendant d'ailleurs des résultats antérieurs de Guillien [3] sur l'alun d'aluminium ammonium et fer ammonium. Dans le premier corps les maximums de  $\varepsilon_1$  sont visibles jusqu'aux plus basses fréquences, alors que dans le second on observe bien la fréquence critique aux alentours de 350 KHz [5].



## II. EFFET MAXWELL-WAGNER DANS UN DIÉLECTRIQUE A DEUX COUCHES.

Supposons un condensateur de Wagner classique [9] à deux couches diélectriques polaires numérotées 1 et 2 dont les épaisseurs  $d$ , les per-

mittivités  $\varepsilon$ , les conductivités  $\lambda$  et les énergies d'activation  $U$  sont à priori différentes.

En utilisant le schéma équivalent de deux condensateurs à pertes mis en série [8], il est possible de calculer les parties réelles et imaginaires de la constante diélectrique mesurée pour l'ensemble et d'en prévoir les variations en fonction de la fréquence et de la température.

Un tel schéma, bien que simpliste, doit pouvoir rendre compte de conditions expérimentales assez fréquentes: l'échantillon subissant souvent des modifications au voisinage des électrodes (contamination légère, traces d'eau...).

Le résultat du calcul [1] paraît actuellement trop compliqué pour être directement utilisable, aussi a-t-il été nécessaire de faire un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. Nous supposons donc  $d_2 \ll d_1$ ,  $\lambda_1 \ll \lambda_2$ , nous négligeons les effets de relaxation dipolaire dans le milieu 2 et admettons que les permittivités particulières  $\varepsilon_s$  et  $\varepsilon_\infty$  sont communes aux deux milieux.

Dans ces conditions, en posant

$$\lambda_2 = \lambda_{02} \exp (-B/kT)$$

et à des températures suffisamment élevées pour que le terme de conductivité devienne notable, le calcul donne pour permittivité réelle apparente de l'ensemble:

$$R(\varepsilon^*) = \frac{d}{d_1} \left[ \varepsilon_s - \omega^2 \varepsilon_\infty \frac{\frac{1}{d_1 d_2} [(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)^2 + \varepsilon_s^2] + \frac{\varepsilon_s^3}{d_1^2 \varepsilon_\infty}}{\frac{\lambda_0^2}{d_2^2 \varepsilon_0^2} \exp (-2B/kT) + \omega^2 \left( \frac{\varepsilon_s}{d_1} + \frac{\varepsilon_\infty}{d_2} \right)^2} \right]$$

où le facteur  $\frac{d}{d_1}$  est d'après nos hypothèses voisin de l'unité.

On remarque immédiatement la présence dans cette expression d'un terme de conductivité qui la fait croître si la température augmente. Cet effet n'a lieu qu'à partir d'une température  $T_s$  suffisante, ce seuil étant lui-même fonction croissante de la fréquence de mesure.

Pour une fréquence suffisante, le terme de conductivité devient négligeable au dénominateur et la constante diélectrique ne dépend plus de la fréquence.

Avec les mêmes hypothèses l'absorption apparente s'écrit:

$$J(\varepsilon^*) = \omega \frac{\lambda_{02}}{\varepsilon_0} \frac{d}{d_2} \left[ \frac{\frac{\lambda_{02} \tau_0}{\varepsilon_0 d_1 d_2} (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \exp(-U/kT) + \frac{\varepsilon_s^2}{d_1^2} \exp(2B/kT)}{\frac{\lambda_0^2}{\varepsilon_0^2 d_2^2} + \omega^2 \left( \frac{\varepsilon_s}{d_1} + \frac{\varepsilon_\infty}{d_2} \right)^2 \exp(2B/kT)} \right]$$

montrant que les termes de pertes par absorption dipolaire et conductivité n'ont pas une contribution simplement additive.

Le modèle choisi et les simplifications faites sont sans doute encore trop schématiques bien que rendant compte qualitativement de certaines « anomalies » expérimentales, telle l'augmentation de permittivité très importante rencontrée dans beaucoup de diélectriques à partir d'une certaine température. Des vérifications expérimentales sont d'ailleurs en cours à ce sujet [1].

Nous espérons ainsi, en perfectionnant le modèle, obtenir l'expression de la constante diélectrique complexe d'un mélange de substances pôlares, généralisant les formules déjà existantes pour la constante diélectrique statique d'un mélange de poudres (voir [7] et sa bibliographie).

### III. CONSTANCE DIÉLECTRIQUE DE FERROÉLECTRIQUES EN FONCTION DE LA TEMPÉRATURE.

Sous l'action du champ électrique alternatif de mesure, le ferroélectrique subit des cycles d'hystérésis, d'où une nouvelle cause de pertes dont la variation en fonction de la température suivra celle de l'aire du cycle d'hystérésis. En général donc, il y aura un maximum d'absorption à une température fixe quelle que soit la fréquence, l'amplitude de ce maximum dépendant évidemment de la fréquence, de l'amplitude du champ de mesure, de la valeur de la polarisation spontanée, etc...

Nous avons rencontré expérimentalement ce phénomène [4], [6] dans un certain nombre de ferroélectriques, d'autres expériences sont également en cours à ce propos.

### BIBLIOGRAPHIE

1. BOUÉ, J., *D.E.S. Rennes*, à paraître 1960.
2. FROLICH, H., *Theory of dielectrics*. Oxford, 1950.
3. GUILLIEN, R., *Ann. Phys.*, 1942, 17, 334; *Cahier de Physique*, 1942, 11, 17, 1944, 23, 43.

4. LE BOT, J. ET ALL., *Archives des Sciences*, 1960 (Colloque Ampère, 1960).
5. LE MONTAGNER, S., *Journal Phys. et Radium*, 1960, 21, 609.
6. — *Ann. Phys.*, 1960, 5, 469.
7. DE LOOR, G. P., thèses, Leiden, 1956.
8. VON HIPPEL, A., *Dielectrics and Waves*, N. Y., 1954.
9. WAGNER, K. W., *Alta fréq.*, 1951, 20, 3.

#### DISCUSSION

*M. Ph. Fang.* — Ne pensez-vous pas que des mesures de constantes diélectriques doivent être faites et interprétées en fonction de la fréquence seule, tout changement de température risquant d'entraîner des modifications dans l'échantillon.

*M. Le Montagner.* — Il est certain que des mesures en fonction de la fréquence pourraient être plus commodes à interpréter, étant donnés les nombreux facteurs intervenant dans une variation thermique. En fait, de telles mesures sont réalisées dans de nombreux laboratoires, il est utile de tâcher de les interpréter. De plus, de nouveaux phénomènes peuvent de ce fait même être isolés et étudiés (cf. point 3 de l'exposé).

---