

**Zeitschrift:** Archives des sciences [1948-1980]  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 10 (1957)  
**Heft:** 2

**Artikel:** Transformation de jauge et conservation de la charge léptonique  
**Autor:** Stueckelberg, E.C.G.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-738702>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 06.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

nous connaissons très peu de chose et pour lequel il n'existe encore aucune théorie.

Je ne crois pas qu'il soit nécessaire que je prolonge ici l'exposé de ces questions qui nous entraînent jusqu'aux limites mêmes de notre connaissance de la matière.

Je voulais simplement vous indiquer ce soir les moyens par lesquels notre organisation s'apprête à pénétrer les secrets de la matière. Le fait que cette action est entreprise sur une base internationale me laisse espérer que cela servira également à promouvoir une plus profonde compréhension entre les peuples d'Europe et du monde entier.

**E. C. G. Stueckelberg.** — *Transformation de jauge et conservation de la charge léptonique*<sup>1</sup>.

Les expériences de R. Davis [1] semblent montrer que le neutrino  $\nu$  émis lors d'une désintégration  $\beta^-$  est différent du neutrino  $\bar{\nu}$  provenant d'une désintégration  $\beta^+$ , l'un étant l'antiparticule de l'autre. D'autre part, les expériences sur la non-conservation de la parité dans la décomposition du méson  $\pi$  [2] ( $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$  et  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$ ), où le méson  $\mu$  est polarisé à presque 100% (c'est-à-dire a son spin  $\vec{s}$  orienté dans la direction de son impulsion  $\vec{p}$ ), peuvent être expliquées par une hypothèse de Lee et Yang [3]. Selon cette hypothèse, le neutrino a une masse rigoureusement nulle, la différence entre neutrino  $\nu$  et antineutrino  $\bar{\nu}$  se manifestant par le parallélisme ou l'antiparallélisme entre le spin  $\vec{s}$  et l'impulsion  $\vec{p}$ . Dans ces conditions, on peut établir une loi de conservation pour une *charge léptonique* (égale au nombre de particules légères moins le nombre d'antiparticules légères  $\mu$ ,  $\beta$  et  $\nu$ ), analogue à celle de la *charge baryonique* (nombre de particules lourdes moins nombre d'antiparticules lourdes) et à celle de la *charge électrique*.

W. Pauli [4] a discuté cette loi dans sa forme intégrale dans le cas de l'interaction universelle de Fermi. Un article de B. F. Touschek [6] discute cette loi d'une manière générale.

<sup>1</sup> Recherche subventionnée par la Commission suisse de l'énergie atomique.

Dans cette note, nous ne voulons qu'illustrer cette loi en donnant la forme explicite des équations des champs quantifiés ( $\pi \rightarrow \Phi(x)$ ,  $\mu \rightarrow \psi^A(x)$ ,  $\nu \rightarrow \varphi^A(x) = \varphi^{A\dagger}(x)$ ) décrivant phénoménologiquement la désintégration du méson  $\pi$ .  $\Phi$  et  $\psi^A$  sont des champs non-hermitiques, resp. (pseudo-) scalaires et spinoriels.  $\varphi^A$  est le champ spinoriel hermitique de Majorana <sup>2</sup>). On vérifie d'abord que le tenseur d'énergie-impulsion:

$$T^\alpha_\beta = T_{(\varphi)}^\alpha{}_\beta + T_{(\psi)}^\alpha{}_\beta + T_{(\Phi)}^\alpha{}_\beta \quad (1)$$

défini par la somme de trois termes dûs aux  $\nu$ ,  $\mu$  et  $\pi$ :

$$T_{(\varphi)}^\alpha{}_\beta = \frac{1}{4i} (\varphi \gamma^\alpha \partial_\beta \varphi - \partial_\beta \varphi \gamma^\alpha \varphi) \quad (1 \varphi)$$

$$T_{(\psi)}^\alpha{}_\beta = \frac{1}{4i} (\psi^\dagger \gamma^\alpha \partial_\beta \psi - \partial_\beta \psi^\dagger \gamma^\alpha \psi + \psi \gamma^\alpha \partial_\beta \psi^\dagger - \partial_\beta \psi \gamma^\alpha \psi^\dagger) \quad (1 \psi)$$

$$T_{(\Phi)}^\alpha{}_\beta = \frac{1}{2} (\partial^\alpha \Phi^\dagger \partial_\beta \Phi + \partial_\beta \Phi^\dagger \partial^\alpha \Phi + \partial^\alpha \Phi \partial_\beta \Phi^\dagger + \partial_\beta \Phi \partial^\alpha \Phi^\dagger - g^{\alpha\beta} (\partial_\rho \Phi^\dagger \partial^\rho \Phi + m_\pi^2 \Phi^\dagger \Phi + \partial_\rho \Phi \partial^\rho \Phi^\dagger + m_\pi^2 \Phi \Phi^\dagger)) \quad (1 \Phi)$$

satisfait l'équation de continuité:

$$\partial_\alpha T^\alpha{}_\beta = 0 \quad (2)$$

si les équations des champs ont la forme:

$$\gamma^\alpha \partial_\alpha \varphi^A = -g \Phi \tau \psi^{\dagger A} - g^* \Phi^\dagger \tau^* \psi^A \quad (3 \varphi)$$

$$(\gamma^\alpha \partial_\alpha + m_\mu) \psi^A = -g \Phi \tau \varphi^A \quad (3 \psi)$$

$$(\square - m_\pi^2) \Phi = -i g^* \varphi \tau^* \psi \quad (3 \Phi)$$

<sup>2</sup> Dans la suite, nous utilisons les « spinotenseurs mixtes » et réels:  $1 \rightarrow \delta^A_B$ ,  $\gamma^\alpha \rightarrow \gamma^{\alpha A}_B$ . Tout produit du type  $u \gamma^\alpha v$  doit être lu:  $u_A \gamma^{\alpha A}_B v^B = -u^A \gamma^{\alpha}_{AB} v^B$ . Le spineur fondamental [est  $\zeta_{AB} \equiv \gamma^{4A}_B$ . Alors les  $\gamma^{\alpha}_{AB}$  ( $\gamma^4_{AB} = -\delta^B_A$ ) et  $\gamma^{[\alpha} \gamma^{\beta]}_{AB}$  sont symétriques, en les indices spinoriels A et B, alors que les  $\zeta_{AB}$ ,  $\gamma^{[\alpha} \gamma^\beta \gamma^\gamma] = \gamma^5 \gamma_{\delta AB}$  et  $\gamma^{[\alpha} \gamma^\beta \gamma^\gamma \gamma^\delta]_{AB} = \gamma^5_{AB} ((\alpha\beta\gamma\delta) = \text{permutation paire de } (1234))$  sont antisymétriques. On a:  $[\gamma^\alpha, \gamma^\beta]_+ = 2g^{\alpha\beta} 1$ ;  $[\gamma^\alpha, \gamma^5]_+ = 0$ ;  $\gamma^5 \gamma^5 = -1$ .

$\tau_B^A$  est une matrice complexe telle que  $\tau_{AB} = -\tau_{BA}$ ; les spineurs  $\psi$  et  $\varphi$  doivent anticommutter.  $g$  est la constante de couplage (complexe). La somme des tenseurs  $T_{(\varphi)}^{\alpha\beta}$  et  $T_{(\psi)}^{\alpha\beta}$  peut être symétrisée par l'addition de:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \partial_\rho S^{\rho\alpha\beta} &= \frac{1}{2} (T^{\beta\alpha} - T^{\alpha\beta}) \\ \Theta^{\alpha\beta} &= T^{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \partial_\rho S^{\rho\alpha\beta}\end{aligned}\quad (4)$$

$S = S_{(\varphi)} + S_{(\psi)}$  est la densité de spin due aux  $\nu$  et aux  $\mu$ :

$$\begin{aligned}S_{(\varphi)}^{\alpha\beta\gamma} &= \frac{1}{4i} \varphi \gamma^{[\alpha} \gamma^\beta \gamma^{\gamma]} \varphi = \frac{1}{4i} \varphi \gamma^5 \gamma_\delta \varphi \quad (5 \varphi)^2 \\ S_{(\psi)}^{\alpha\beta\gamma} &= \frac{1}{4i} (\psi^\dagger \gamma^{[\alpha} \gamma^\beta \gamma^{\gamma]} \psi + \psi \gamma^{[\alpha} \gamma^\beta \gamma^{\gamma]} \psi^\dagger) \quad (5 \psi)\end{aligned}$$

L'équation de continuité du *courant électrique*  $J_{(el)}^\alpha$  (dû aux  $\mu$  et aux  $\pi$ ):

$$\partial_\alpha J_{(el)}^\alpha = 0 \quad (6)$$

résulte des équations (3) si:

$$J_{(el)}^\alpha = J_{(el)(\psi)}^\alpha + J_{(el)(\Phi)}^\alpha \quad (7)$$

avec:

$$J_{(el)(\psi)}^\alpha = \frac{1}{2} (\psi^\dagger \gamma^\alpha \psi - \psi \gamma^\alpha \psi^\dagger) \quad (7 \psi)$$

$$\begin{aligned}J_{(el)(\Phi)}^\alpha &= \frac{1}{2i} (\Phi^\dagger \partial^\alpha \Phi - \partial^\alpha \Phi^\dagger \cdot \Phi - \Phi \partial^\alpha \Phi^\dagger + \\ &\quad + \partial^\alpha \Phi \cdot \Phi^\dagger) \quad (7 \Phi)\end{aligned}$$

L'équation de continuité (6) engendre l'invariance des équations des champs (3) par rapport à la *transformation de jauge*:

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\alpha} \psi; \quad \Phi \rightarrow \Phi' = e^{i\alpha} \Phi \quad (8)$$

où  $\alpha$  est une constante réelle. Les grandeurs physiques  $T_{(\ )}^{\alpha\beta}$ ,  $S_{(\ )}^{\alpha\beta\gamma}$  et  $J_{(el)(\ )}^\alpha$  restent inchangées lors de cette transformation.

Une équation de continuité pour le *courant léptonique*  $J_{(le)}^\alpha$  dû aux  $\nu$  et aux  $\mu$  résulte des équations (3) si:

$$J_{(1\dot{e})}^{\alpha} = J_{(1\dot{e})(\psi)}^{\alpha} + J_{(1\dot{e})(\varphi)}^{\alpha 5} \quad (9)$$

où :

$$J_{(1\dot{e})(\psi)}^{\alpha} = \frac{1}{2} (\psi^{\dagger} \gamma^{\alpha} \psi - \psi \gamma^{\alpha} \psi^{\dagger}) \quad (9 \psi)$$

$$J_{(1\dot{e})(\varphi)}^{\alpha 5} = \frac{i}{2} \varphi \gamma^{\alpha} \gamma^5 \varphi. \quad (9 \varphi)$$

Pour que l'on ait :

$$\partial_{\alpha} J_{(1\dot{e})}^{\alpha} = 0 \quad (10)$$

il faut en plus poser :

$$\tau = 1 + i \gamma^5; \quad \tau^* = 1 - i \gamma^5 \quad (11)$$

afin que  $i \gamma^5 \tau = \tau$  (voir note 2).

L'identité  $\tau^* \tau = \tau \tau^* = 0$  conduit à une *nouvelle transformation de jauge* [6] :

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\beta} \psi; \quad \varphi \rightarrow \varphi' = e^{-\gamma^5 \beta} \varphi \quad (\beta = \text{const. réelle}) \quad (12)$$

par rapport à laquelle sont invariantes les équations des champs (3) et les grandeurs physiques.

On obtient une autre forme d'équations en introduisant :

$$\chi = \frac{1}{2} \tau \varphi; \quad \chi^{\dagger} = \frac{1}{2} \tau^* \varphi. \quad (13)$$

En particulier, le courant  $J_{(1\dot{e})(\varphi)}^{\alpha 5}$  prend une forme analogue à celle de  $J_{(1\dot{e})(\psi)}^{\alpha}$ , soit :

$$J_{(1\dot{e})(\varphi)}^{\alpha 5} = \frac{1}{2} (\chi^{\dagger} \gamma^{\alpha} \chi - \chi \gamma^{\alpha} \chi^{\dagger}) \quad (14)$$

$\chi$  est le spineur de Weyl [5] et de Lee et Yang [3], qui se réduit à un spineur complexe à deux composantes si l'on passe à la représentation dans laquelle les  $\gamma_{AB}^{\alpha}$  sont hermitiens, avec  $i \gamma_{AB}^{5A}$  diagonal (1, 1, -1, -1), du fait que  $\chi = i \gamma^5 \chi$ .

## BIBLIOGRAPHIE

1. DAVIS, R., *Bull. Am. Phys. Soc.*, Ser. II, 1, 219 (1956).
2. GARWIN, R. L., L. M. LEDERMANN et M. WEINRICH, *Phys. Rev.*, 105, 1415 (1957).
3. LEE, T. D. et C. N. YANG, *Phys. Rev.*, 105, 1671 (1957).
4. PAULI, W., *Nuovo Cimento*, sous presse.

5. WEYL, H., *Zs. f. Physik*, 56, 330 (1929). L'équivalence entre les théories de Weyl et de Majorana a été démontrée par J. SERPE, *Physica*, 18, 295 (1952), et indépendamment par M. FIERZ. Voir aussi J. A. McLENNAN, *Phys. Rev.*, 106, 821 (1957).
6. TOUSCHEK, B. F., *Nuovo Cimento*, 5, 1281 (1957). Cet article traite le groupe (12) et en déduit la conservation de la charge léptonique. Il ne nous est parvenu qu'après la préparation de cette note. Il nous semble pourtant intéressant de signaler que dans notre exposé les tenseurs  $T_{(\ )}$ ,  $S_{(\ )\text{resp.}}$   $J_{(\ )}$  sont formés par la moitié de la somme, resp. de la différence, de l'expression habituelle et de sa conjuguée de charge.

*Université de Genève.  
Institut de Physique.*

**G. Wanders**<sup>1</sup> et **H. Ruegg**. — *Distribution de charge d'un état lié dans le formalisme de Bethe-Salpeter.*

En théorie relativiste des champs quantifiés, un état lié de deux particules scalaires est décrit par une amplitude  $\Phi(x_1, x_2)$ , fonction de deux points de l'espace-temps  $x_1 = (\vec{x}_1, t_1)$  et  $x_2 = (\vec{x}_2, t_2)$ . Cette amplitude est solution d'une équation de Bethe-Salpeter [1]. Si l'état lié est un état-propre de l'énergie-impulsion totale, on a :

$$\Phi(x_1, x_2) = \varphi_a(P, x) e^{i(P, X)} \quad (1)$$

où  $x = (x_1 - x_2)$  et  $X = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ , si les deux particules liées ont la même masse  $m$ .  $P$  est le quadrivecteur énergie-impulsion du système :  $P = (\vec{P}, E)$ ,  $E = (\vec{P}^2 + M_a^2)^{\frac{1}{2}}$ ,  $M_a^2$  étant la masse du système lié, valeur-propre de l'équation de Bethe-Salpeter ( $M_a = 2m - B_a$ ,  $B_a =$  énergie de liaison ( $B_a > 0$ )).

L'amplitude  $\Phi(x_1, x_2)$  caractérise complètement l'état lié et permet de calculer toutes les grandeurs physiques associées au système (Nishijima [2], Mandelstam [3]). Ainsi, si la liaison entre les particules est d'origine non-électromagnétique, due par exemple à l'interaction avec un champ mésonique scalaire, et si une seule des deux particules liées est électriquement

<sup>1</sup> Bénéficiaire de l'aide financière de la Commission suisse de l'énergie atomique.