

Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 10 (1957)
Heft: 6: Colloque Ampère

Artikel: Équations macroscopiques de la résonance quadrupolaire et applications
Autor: Lurçat, François
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-738792>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 13.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Equations macroscopiques de la résonance quadrupolaire et applications

par François LURÇAT

Laboratoire d'Electronique et Radioélectricité, Université de Paris

En résonance magnétique nucléaire, on utilise les équations macroscopiques de Bloch [1] pour étudier les phénomènes d'induction, le déplacement de fréquence dû à la composante du champ radiofréquence tournant dans le mauvais sens, etc. Ces équations ont été obtenues initialement sans l'aide de la mécanique quantique, mais on sait qu'elles s'obtiennent également à l'aide de l'équation quantique :

$$\frac{d\langle A \rangle}{dt} = \frac{i}{\hbar} \langle [\mathcal{H}, A] \rangle \quad (1)$$

où \mathcal{H} est l'hamiltonien d'un noyau placé dans le champ magnétique et $\langle A \rangle$ la valeur moyenne de la grandeur A . (On néglige les phénomènes de relaxation.)

En résonance quadrupolaire, on peut obtenir de même les équations macroscopiques [2, 3] à l'aide de l'équation (1), \mathcal{H} étant l'hamiltonien d'un noyau placé dans un gradient de champ électrique d'axe Oz et un champ magnétique perpendiculaire à Oz :

$$\mathcal{H} = \hbar \omega_0 \left(I_z^2 - \frac{1}{3} I(I+1) \right) - \frac{1}{2} \gamma \hbar (H^+ I^- + H^- I^+)$$

$$\omega_0 = \frac{3eqQ}{4I(2I-1)}, \quad H^\pm = H_x \pm iH_y, \quad I^\pm = I_x \pm iI_y.$$

Nous examinerons le cas le plus simple, celui de noyaux de spin $I = 1$.
On écrit les équations d'évolution des quantités:

$$y_{10} = \langle I_z \rangle, \quad y_{1,\pm 1} = \langle \mp I^\pm \rangle, \quad y_{20} = \left\langle \sqrt{\frac{2}{3}} (3I_z^2 - I(I+1)) \right\rangle$$

$$y_{2,\pm 1} = \langle \mp (I_z I^\pm + I^\pm I_z) \rangle, \quad y_{2,\pm 2} = \langle (I^\pm)^2 \rangle.$$

Ces équations d'évolution sont :

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{d}{dt} y_{1,\pm 1} = \pm i \omega_0 y_{2,\pm 1} - \frac{i\gamma}{2} H^\pm \sqrt{2} y_{10} \\ \frac{d}{dt} y_{2,\pm 1} = \pm i \omega_0 y_{1,\pm 1} - \frac{i\gamma}{2} (H^\pm \sqrt{6} y_{20} + 2 H^\mp y_{2,\pm 2}) \\ \frac{d}{dt} y_{10} = -\frac{i\gamma}{2} \sqrt{2} (H^- y_{11} + H^+ y_{1,-1}) \\ \frac{d}{dt} y_{20} = -\frac{i\gamma}{2} \sqrt{6} (H^+ y_{2,-1} + H^- y_{21}) \\ \frac{d}{dt} y_{2,\pm 2} = -\frac{i\gamma}{2} 2 H^\pm y_{2,\pm 1} \end{cases}$$

Pour les intégrer, on utilise la transformation analogue à celle qui conduit en résonance magnétique aux « coordonnées tournantes » :

$$\begin{cases} y_{1,\pm 1} = y_{1,\pm 1}^* \cos \omega_0 t \pm i y_{2,\pm 1}^* \sin \omega_0 t \\ y_{2,\pm 1} = \pm i y_{1,\pm 1}^* \sin \omega_0 t + y_{2,\pm 1}^* \cos \omega_0 t \\ y_{k\mu} = y_{k\mu}^* \quad (\mu \neq \pm 1) . \end{cases}$$

En portant cette transformation dans (2), en supposant que le champ $H_x = H_1 \cos \omega_0 t$, $H_y = H_z = 0$ à la fréquence de résonance, et en remplaçant dans les seconds membres des équations obtenues les coefficients rapidement variables par leurs valeurs moyennes (approximation analogue à celle qui consiste, en résonance magnétique, à négliger la composante du champ radiofréquence qui tourne dans le mauvais sens), on obtient, en tenant compte des conditions initiales :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} y_{21}^* = -\frac{i\gamma}{2} H_1 \left(\sqrt{\frac{3}{2}} y_{20}^* + y_{22}^* \right) \\ \frac{d}{dt} y_{22}^* = -\frac{i\gamma}{2} H_1 y_{21}^* \\ \frac{d}{dt} y_{20}^* = -\frac{i\gamma}{2} H_1 2 \sqrt{\frac{3}{2}} y_{21}^* \\ y_{1,\pm 1}^* = y_{10}^* = 0 \quad y_{21}^* = y_{2,-1}^* \quad y_{22}^* = y_{2,-2}^* . \end{cases}$$

L'intégration de ces équations fournit les résultats suivants : l'aimantation est

$$M_x = \left(\frac{1}{2} \chi \frac{\omega_0}{\gamma} \right) \sin (\gamma H_1 t) \sin \omega_0 t , \quad M_y = M_z = 0$$

où χ est la susceptibilité magnétique statique; c'est-à-dire que l'amplitude du signal d'induction est deux fois plus faible, à fréquence égale, en résonance quadrupolaire (pour $I = 1$) qu'en résonance magnétique. Le tenseur moment quadrupolaire (macroscopique) est:

$$D_{zz} = D_{zz}^{(0)} \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cos (\gamma H_1 t) \right) \cdot \quad D_{xx} = -\frac{1}{2} D_{zz}^{(0)} \cdot \quad D_{yy} = D_{zz}^{(0)} \left(\frac{1}{4} - \right. \\ \left. - \frac{3}{4} \cos (\gamma H_1 t) \right) \\ D_{xy} = D_{xz} = 0 \quad D_{yz} = \frac{3}{4} D_{zz}^{(0)} \sin (\gamma H_1 t) \cos \omega_0 t .$$

Enfin, si on tient compte des coefficients rapidement variables qu'on a assimilés ci-dessus à la valeur moyenne, on trouve que la fréquence de résonance est déplacée; le déplacement relatif est donné par

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{(\gamma H_1)^2}{4 \omega_0^2}$$

alors qu'en résonance magnétique on a, à la même fréquence et avec la même amplitude du champ radiofréquence, un déplacement quatre fois plus petit [8]:

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{(\gamma H_1)^2}{16 \omega_0^2} .$$

Les équations macroscopiques s'écrivent et s'intègrent de façon analogue pour les noyaux de spin $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, etc. [3]. Elles permettent l'étude des phénomènes d'induction en résonance quadrupolaire, prévus par M. le Professeur Kastler [4] et découverts par Hahn-Herzog [5] et Bloom-Norberg [6]. Signalons que Bloom, Hahn et Herzog [7] ont obtenu, à l'aide d'une méthode différente, d'autres équations macroscopiques.

1. BLOCH, *Phys. Rev.*, 70, 1946, p. 460.
2. LURÇAT, *C. R.*, 238, 1954, p. 1386.
3. ——— Thèse, Paris, 1956.
4. KASTLER, *Experientia*, VIII/1, 1952, p. 1.
5. HAHN, HERZOG, *Phys. Rev.*, 93, 1954, p. 639.
6. BLOOM, NORBERG, *Phys. Rev.*, 93, 1954, p. 638.
7. BLOOM, HAHN, HERZOG, *Phys. Rev.*, 97, 1955, p. 1699.
8. BLOCH, SIEGERT, *Phys. Rev.*, 57, 1940, p. 522.