**Zeitschrift:** Archives des sciences [1948-1980]

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

**Band:** 9 (1956)

Heft: 3

**Artikel:** Étude théorique et expérimentale des formes de courbes : obtenus en

résonance magnétique nucléaire

Autor: Rocard, J.M.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-738975

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 14.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DES FORMES DE COURBES OBTENUES EN RÉSONANCE MAGNÈTIQUE NUCLÉAIRE

PAR

## J. M. ROCARD

#### Résumé

A l'aide d'un dispositif classique du type « Bloch », une étude approfondie des formes de courbes obtenues en R.M.N. a été effectuée dans les trois cas:  $\Omega T_2 < 1$ ,  $\Omega T_2 \simeq 1$  et  $\Omega T_2 < 1$ ,  $\Omega$  caractérisant la fréquence de modulation,  $T_2$  étant le temps de relaxation transversale des échantillons utilisés. Il s'agit de la résonance du proton dans des solutions diluées d'ions paramagnétiques ferriques, dans des champs magnétiques très faibles:  $H_0 = 2$  g (pour  $\omega_0 = 2\Pi \times 8.400$ ) et  $H_0 = 0.7$  g (pour  $\omega_0 = 2\Pi \times 3.000$ ).

Il a été possible de tirer de cette étude deux applications importantes:

- I. Une méthode de mesure des temps de relaxation T<sub>2</sub>;
- II. Une méthode de mesure du champ magnétique terrestre.

#### Introduction.

Bloch 1 a montré que le mouvement de la résultante macroscopique M des moments nucléaires d'un ensemble de noyaux obéissait aux lois du mouvement d'un gyroscope.

En ajoutant à l'équation,

$$rac{d\,ec{ ext{M}}}{dt}=\gamma\,ec{ ext{M}}\,\wedge\,ec{ ext{H}}$$
 ,

<sup>1</sup> F. Bloch, Phys. Rev., 70 (1946), p. 460.

exprimant la précession gyroscopique, les relations empiriques:

$$\frac{d M_x}{dt} = -\frac{M_x}{T_z} \quad \frac{d M_y}{dt} = -\frac{M_y}{T_z} \quad \frac{d M_z}{dt} = -\frac{(M_z - M_0)}{T_1}$$

 $T_1$  étant le temps de relaxation « spin-milieu » et  $T_2$  le temps de relaxation « spin-spin », il a établi les « équations de Bloch », à savoir:

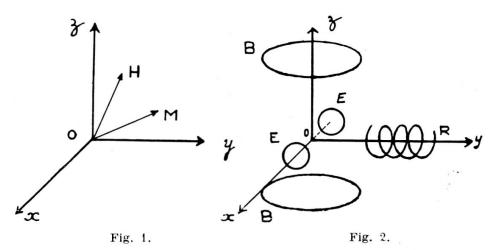
$$\begin{split} \mathrm{I} \left\{ \begin{aligned} &\frac{d\,\mathrm{M}_x}{dt} = \gamma\,\big[\mathrm{M}_y\,\mathrm{H}_0 + \,\mathrm{M}_z\,\mathrm{H}_1\sin\,\omega\,t\big] - \,\mathrm{M}_x/\mathrm{T}_2 \\ &\frac{d\,\mathrm{M}_y}{dt} = \gamma\,\big[\mathrm{M}_z\,\mathrm{H}_1\cos\,\omega\,t - \,\mathrm{M}_x\,\mathrm{H}_0\big] - \,\mathrm{M}_y/\mathrm{T}_2 \\ &\frac{d\,\mathrm{M}_z}{dt} = \gamma\,\big[-\,\mathrm{M}_x\,\mathrm{H}_1\sin\,\omega\,t - \,\mathrm{M}_y\,\mathrm{H}_1\cos\,\omega\,t\big] + \frac{\mathrm{M}_0 - \,\mathrm{M}_z}{\mathrm{T}_1} \end{aligned} \right. \end{split}$$

Dans ces équations,  $\gamma$  est le rapport gyromagnétique du noyau;  $M_x$ ,  $M_y$  et  $M_z$  sont les projections sur trois axes rectangulaires de la résultante macroscopique des moments nucléaires;  $H_1$  l'amplitude du champ tournant RF dans le plan xoy avec une pulsation  $\omega$  et  $H_0$  le champ magnétique constant suivant l'axe oz. Il y a «résonance» pour la fréquence de Larmor définie par  $\omega_0 = \gamma H_0$ .

#### Principe du dispositif expérimental.

Tout d'abord une bobine R, sous la forme d'un solénoïde, sert de bobine de réception: son axe est dirigé suivant oy, son facteur de qualité Q est de l'ordre de 120 pour  $\omega_0 = 2\pi \times 8.400$ ; l'échantillon est contenu dans une bouteille de deux litres. Le champ  $H_1$  est fourni par un système de bobines de Helmholtz E d'axe ox. Le champ constant ( $H_0 = 2$  g ou  $H_0 = 0.7$  g, ce qui entraı̂ne pour la résonance des protons  $\omega_0 = 2\pi \times 8.400$  ou  $\omega_0 = 2\pi \times 3.000$ ) est fourni par un système de bobines de Helmholtz B (1,20 m de diamètre) d'axe oz. Enfin un autre système de bobines de Helmholtz (0,80 m de diamètre) de même axe oz fournit le champ de modulation basse fréquence  $^1$ .

<sup>1</sup> Pour plus de précision au sujet du dispositif expérimental, voir Manus, Béné, Extermann et Mercier, *Helv. Phys. Acta*, 28 (1955), 617.



La figure 3 représente le schéma de principe du dispositif utilisé;  $E(\omega)$  est un oscillateur à quartz donnant soit 8,4 Kc/s, soit 3 Kc/s.  $D_1$  est un déphaseur permettant d'injecter dans le circuit récepteur une tension HF qui servira « d'onde porteuse »

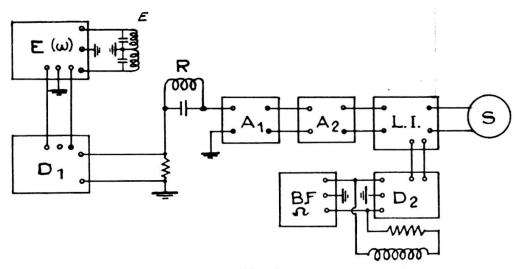


Fig. 3.

dont on peut régler à volonté l'amplitude et la phase  $\varphi$ .  $A_1$  est un amplificateur sélectif (8,4 Kc/s ou 3 Kc/s) dont le coefficient d'amplification est de l'ordre de  $10^3$ .  $A_2$  est un détecteur doubleur de tension. LI est un lock-in classique, détecteur de phase, précédé d'un amplificateur sélectif (accordé sur la fréquence de balayage). BF est un appareil émetteur basse fréquence et  $D_2$  un déphaseur premettant un réglage de la phase  $\psi$  de la modulation BF. Enfin, S est un enregistreur type « suiveur de Spot »

S.E.F.R.A.M., Paris. A fréquence fixe on traverse la résonance par variation lente et continue du champ magnétique  $H_0$ ; le signal reçu est enregistré sur le « suiveur de Spot » dont le papier se déroule à une vitesse constante de 1 mm/s.

#### THÉORIE.

## a) Effets de la modulation BF négligés.

La théorie de Bloch donnée au début de cet article ne tient pas compte de la modulation basse fréquence  $\Omega$ . La solution stationnaire du système I est:

$$\label{eq:mass_mass_mass} \text{II} \left\{ \begin{aligned} \mathbf{M}_{\mathbf{x}} &= u \cos \omega t - v \sin \omega t \\ \mathbf{M}_{y} &= -v \cos \omega t - u \sin \omega t \end{aligned} \right.$$

avec

$$III \begin{cases} u = \gamma M_0 H_1 T_2 \frac{T_2 (\omega_0 - \omega)}{1 + T_2^2 (\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2} \\ v = -\gamma M_0 H_1 T_2 \frac{1}{1 + T_2^2 (\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2} \\ M_0 = \chi_0 H_0 \end{cases}$$

En restant dans les conditions classiques de passage lent (c'est-à-dire: temps de passage à travers la «résonance» » temps de relaxation), il est facile de voir que l'on aura:

$$(\rho_{\text{max}})_{\text{max}}$$
 pour  $\gamma^2 H_1^2 T_1 T_2 = 1$ 

et, en admettant que dans les liquides  $T_1=T_2$  on en déduit  $H_1=\frac{1}{\gamma\,T_2}$ . Pour cette valeur de  $H_1$ , qui est donc à la limite de la saturation, et en posant  $T_2^2\,(\omega_0-\omega)^2=2x^2$ , le système III devient

III' 
$$\begin{cases} u = +\frac{\sqrt{2}}{2} M_0 \frac{x}{1+x^2} \\ v = -\frac{M_0}{2} \frac{1}{1+x^2} \\ M_0 = \chi_0 H_0 \end{cases}$$

Les équations de III' restent variables avec une bonne approximation quand on considère au lieu de  $H_0$  seul, le champ: <sup>1</sup>

$$(\mathbf{H_0} + h + \mathbf{H_m} \cos \Omega t)$$

avec

$${\rm H}_m \ll {\rm H}_1 \qquad {\rm et} \qquad \Omega \, {\rm T}_2 < 1 \ . \label{eq:controller}$$

 $H_0$  est le champ de résonance fixé par la fréquence du quartz et le choix du noyau; h, champ parallèle à  $H_0$ , de faible amplitude, varie très lentement autour de  $H_0$  et nous permet de parcourir la zone de résonance en restant dans les conditions classiques de « passage lent »;  $H_m \cos \Omega t$  est le champ de modulation, sa pulsation  $\Omega$  reste très petite devant  $\omega_0$ . En effet, dans les équations de Bloch (I) on peut négliger les termes dans lesquels intervient le champ  $H_m \cos \Omega t$ , car on a

$$\frac{d M_x}{dt} = \gamma \left[ M_y \left( H_0 + h + H_m \cos \Omega t \right) + M_z H_1 \sin \omega t \right] - M_x / T_2$$

 $M_x M_y M_z$  sont du même ordre de grandeur; à la limite de la saturation on a  $1/T_2 = \gamma H_1$ , d'où

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{M}_{y} \; \mathbf{H}_{m} \; \cos \; \Omega \, t \ll \left| \; \mathbf{M}_{z} \; \; \mathbf{H}_{1} \; \right| \\ \mathbf{M}_{y} \; \mathbf{H}_{m} \; \cos \; \Omega \, t \ll \left| \; \mathbf{M}_{x} \; \mathbf{H}_{1} \; \right| \end{array} \right. \left. \left\{ \; \ll \; \right| \; \mathbf{M}_{y} \; \left( \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \right| \right. \\ \left. \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \right| \right. \right. \right. \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \mathbf{H}_{0} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \mathbf{H}_{0} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \mathbf{H}_{0} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \mathbf{H}_{0} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \mathbf{H}_{0} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \mathbf{H}_{0} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \mathbf{H}_{0} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \mathbf{H}_{0} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left( \; \mathbf{H}_{0} \; + \; h \right) \; \left| \; \mathbf{H}_{0} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left| \; \mathbf{H}_{0} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left| \; \mathbf{M}_{y} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left| \; \mathbf{M}_{y} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left| \; \mathbf{M}_{y} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left| \; \mathbf{M}_{y} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left| \; \mathbf{M}_{y} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left| \; \mathbf{M}_{y} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left| \; \mathbf{M}_{y} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left| \; \mathbf{M}_{y} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left| \; \mathbf{M}_{y} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left| \; \mathbf{M}_{y} \; \right| \right. \\ \left. \left( \; \mathbf{M}_{y} \; \right) \; \left| \; \mathbf{M}_{y} \; \right| \right. \\ \left$$

Les théories classiques  $^2$  montrent que l'on obtient, avec le dispositif utilisé, un signal proportionnel à la dérivée de la dispersion u ou de l'absorption v suivant le réglage de la phase  $\varphi$  de l'onde porteuse. C'est aussi ce que tend à prouver l'expérience. En effet, les figures 4, 5 et 6 représentent les enregistrements des signaux de résonance du proton dans des solutions de nitrate ferrique N/53 et N/100 et sur chacun de ces enregistrements se trouve reproduite la dérivée théorique correspondante de u et de v.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> En prenant des notations semblables à celles de Burgess and Brown, Rev. of Sci. Inst., 23 (1952), p. 334.

BLOEMBERGEN, thèse, Leyde (1948).
 MANUS ET BÉNÉ, Archives des Sciences, vol. 3, fasc. 3, 1955,
 p. 19.

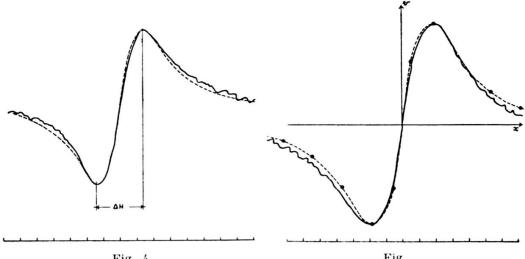


Fig. 4. Fig.

Fig. 4. Résultante des composantes « absorption » de v(t). La courbe enregistrée est très voisine de la dérivée de  $v(x)=\frac{1}{1+x^2}$ 

N/53 
$$\omega = 2\pi \times 8.400 \quad \Omega = 2\pi.20 \quad \varphi = 0 \quad \psi = 0 \quad \frac{\gamma H_m}{\Omega} = 1.3$$

 $\Omega \, {\rm T_2} \simeq 0.3 \quad {\rm H}_m \ll {\rm H_1} \\ ---- \quad {\rm Courbe\ expérimentale,} \quad ---- \quad {\rm courbe\ th\'eorique} \, \, \wp' \, (x).$ 

Fig. 5. N/100 
$$\omega = 2\pi \times 8.400 \ \Omega = 2\pi.20 \ \phi = 0 \ \psi = 0 \ \frac{\gamma \ H_m}{\Omega} \simeq 0.9$$

——— Courbe expérimentale, -- o -- courbe théorique v'(x).

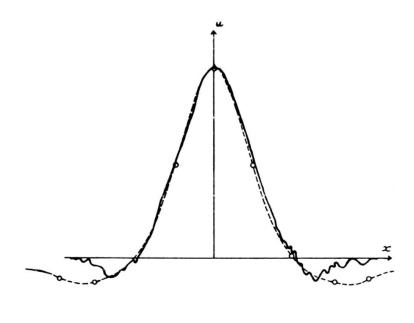


Fig. 6. N/100  $\omega = 2\pi \times 8.400 \ \Omega = 2\pi.20 \ \phi = \frac{\pi}{2} \ \psi = 0 \ \frac{\gamma \ H_m}{\Omega} = 0.6$ 

 $\Omega T_2 \ldots 0,6$  .... Courbe expérimentale, -- o -- courbe théorique  $u'\left(x\right)$  .

N. B.: Pour les figures 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 16 et 17, l'intervalle entre deux traits consécutifs de l'échelle correspond à 1 cm du papier enregistreur.

## b) Cas général.

Malgré l'accord existant entre la théorie et l'expérience dans ce dernier cas ( $\Omega T_2 < 1$ ), on peut donner une autre explication théorique du fait que l'on enregistre la dérivée.

Reprenons le système (I) des équations de Bloch sans négliger le terme  $H_m \cos \Omega t$ ; il peut s'écrire, en considérant la projection f = v + iu du moment magnétique nucléaire:

$$\mathrm{IV} \begin{cases} \frac{df}{dt} + \left[ \frac{1}{\mathrm{T_2}} + i \gamma \left( \mathrm{H_m \ cos} \ \Omega \, t \, + \, h \right) \right] = - \gamma \, \mathrm{H_1 \, M_2} \\ \frac{d \, \mathrm{M_z}}{dt} + \frac{\mathrm{M_z - M_0}}{\mathrm{T_1}} = \gamma \, \mathrm{H_1 \, o} \end{cases}$$

Gabillard, dans sa thèse <sup>1</sup>, a donné une méthode d'intégration de ce système d'équations dans le cas du « balayage rapide », et dans celui du « balayage lent » avec la condition  $\Omega T_1 < 1$ . D'autres auteurs <sup>2</sup> ont publié des résultats partiels. Nous nous proposons ici de rappeler et de compléter l'étude mathématique de ce système et d'en vérifier expérimentalement les résultats dans tous les cas de « passage lent ».

En considérant les seconds membres des équations du système IV comme des fonctions du temps, on obtient par quadrature:

$$\mathbf{V} \left\{ \begin{aligned} f &= -\gamma \, \mathbf{H_1} \int_{-\infty}^{t} \mathbf{M_z} \left( t' \right) e^{-\frac{t-t'}{\mathbf{T_2}}} e^{-i \int_{t'}^{t} \gamma \left( \mathbf{H_m} \cos \Omega t + h \right) dt''} dt' \\ \mathbf{M_z} &= \mathbf{M_0} \, + \, \gamma \, \mathbf{H_1} \int_{-\infty}^{t} v \left( t' \right) e^{-\frac{t-t'}{\mathbf{T_1}}} dt' \end{aligned} \right.$$

On voit tout de suite que ces équations s'intégreront facilement si  $\mathbf{M}_z = cte$ .

- GABILLARD, thèse, Editions de « La Revue scientifique », Paris, 1952.
  - R. Karplus, Phys. Rev., 73 (1948), p. 1027.
    Bloembergen, Purcell and Pound Phys. Rev., 73 (1948), p. 679
    Smaller, Phys. Rev., 83 (1951), p. 813.
    C. Manus, thèse (à paraître).

On peut prévoir que les fonctions u(t), v(t) et M(t) seront des fonctions de période  $2\pi/\Omega$ . Admettons, pour l'instant, que:

$$v(t) = C \cos \Omega t + D \sin \Omega t$$
.

Les constantes C et D étant, en valeur absolue, inférieures ou égales à |v|, alors  $M_z$  s'écrit:

$$\mathbf{M_z} = \mathbf{M_0} + \gamma \mathbf{H_1} \int_{-\infty}^{t} (\mathbf{C} \cos \Omega t' + \mathbf{D} \sin \Omega t') e^{-\frac{t-t'}{\mathbf{T_1}}} dt'$$

Ce qui conduit, en intégrant par parties, à:

$${\rm (VI)} \quad {\rm M_z} = \, {\rm M_0} \, + \, {\rm (C\, - \, D)} \, \, \frac{\gamma \, {\rm H_1 \, T_1}}{1 \, + \, \Omega^2 \, {\rm T_1^2}} \cos \, \Omega \, t \, + \, {\rm (C\, + \, D)} \, \frac{\gamma \, {\rm H_1 \, T_1}}{1 \, + \, \Omega^2 \, {\rm T_1^2}} \sin \, \Omega \, t \, \, .$$

Si  $\Omega T_1 \gg 1$ , les coefficients de  $\cos \Omega t$  et de  $\sin \Omega t$  sont négligeables devant  $M_0$ .

Si  $\Omega T_1 \leqslant 1$ , on en déduit (avec  $\gamma$   $H_1$   $T_1 < 1$ ) que les coefficients de cos  $\Omega t$  et de sin  $\Omega t$  restent négligeables devant  $M_0$ . On peut donc assurer que  $M_z \cong M_0$  dans tous les cas, ce qui permet d'intégrer la première équation du système V.

Le résultat s'écrit:

(VII) 
$$u(t) = A \cos \Omega t + B \sin \Omega t$$
$$v(t) = C \cos \Omega t + D \sin \Omega t$$

avec

$$\begin{split} \mathbf{A} &= \gamma \, \mathbf{H_1} \, \mathbf{M_0} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{2 \, \Omega \, k \, \mathbf{J}_k^2}{\gamma \, \mathbf{H}_m} \cdot \frac{\mathbf{T_2^2} \, (\gamma \, h \, + \, k \, \Omega)}{1 \, + \, \mathbf{T_2^2} \, (\gamma \, h \, + \, k \, \Omega)^2} \\ \mathbf{B} &= \gamma \, \mathbf{H_1} \, \mathbf{M_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \, \mathbf{J}_k \big( \mathbf{J}_{k+1} \, - \, \mathbf{J}_{k-1} \big) \cdot \frac{\mathbf{T_2}}{1 \, + \, \mathbf{T_2^2} \, (\gamma \, h \, + \, k \, \Omega)^2} \\ \mathbf{C} &= - \gamma \, \mathbf{H_1} \, \mathbf{M_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2 \, \Omega \, k \, \mathbf{J}_k^2}{\gamma \, \mathbf{H}_m} \cdot \frac{\mathbf{T_2}}{1 \, + \, \mathbf{T_2^2} \, (\gamma \, h \, + \, k \, \Omega)^2} \\ \mathbf{D} &= \gamma \, \mathbf{H_1} \, \mathbf{M_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \, \mathbf{J}_k \big( \mathbf{J}_{k+1} \, - \, \mathbf{J}_{k-1} \big) \cdot \frac{\mathbf{T_2^2} \, (\gamma \, h \, + \, k \, \Omega)}{1 \, + \, \mathbf{T_2^2} \, (\gamma \, h \, + \, k \, \Omega)^2} \end{split}$$

où  $J_k$  est la fonction de Bessel d'ordre k et d'argument  $\gamma$  Hm/ $\Omega$ .

Donc, dans tous les cas, nous avons:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{x} = u(t) \cos \omega t - v(t) \sin \omega t \\ \mathbf{M}_{y} = -v(t) \cos \omega t - u(t) \sin \omega t \\ \mathbf{M}_{z} = \mathbf{M}_{0} \end{cases}$$

#### RÉSULTATS.

Avec le dispositif de Bloch, nous recueillons dans la bobine de réception R: 1° la tension « leakage » ou tension de fuite provenant de l'émetteur, soit  $V_0$  (cos ( $\omega t + \varphi$ )); 2° le « signal »  $M_y = -v$  (t) cos  $\omega t$  et -u (t) sin  $\omega t$ .

Nous avons déjà dit que la tension de fuite peut être compensée et réglée de façon à avoir une « onde porteuse » dont l'amplitude et la phase sont bien déterminées.

Etant donné que le fonctionnement optimum du système de détection exige un certain niveau de l'onde porteuse, on a  $V_0 \gg |v|$  ou |u|.

Si  $\varphi = 0$  l'onde porteuse se trouve en phase avec la partie  $v(t) \cos \omega t$  du signal  $M_y$ : les maxima de  $V_0$  et v sont en phase; on reçoit après la détection la fonction v(t).

Si  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , il est évident que la détectrice ne laisse passer que u (t).

Le lock-in employé est un détecteur de phase: il reçoit d'une part le signal u(t) ou v(t), d'autre part une tension de référence  $W_0 \cos (\Omega t + \psi)$  dont la phase  $\psi$  est réglable. Le signal enregistré sur le suiveur de Spot sera donc proportionnel à l'un des coefficients A, B, C ou D suivant que

$$\begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \\ \psi = 0 \end{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \begin{cases} \varphi = 0 \\ \psi = \frac{\pi}{2} \end{cases} \varphi = 0 \quad \text{ou} \begin{cases} \varphi = 0 \\ \psi = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Pour avoir une interprétation mathématique commode de la forme des signaux, introduisons de nouvelles notations. Soient:

$$\begin{cases} \mathbf{T_2} \left( \mathbf{\gamma} \, h \, + \, k \, \Omega \right) \, = \, x_h \\ \\ \frac{2 \, \Omega \, k}{\mathbf{\gamma} \, \mathbf{H}_m} \, \mathbf{J}_k^2 \, = \, \alpha_h \\ \\ \mathbf{J}_k \left( \mathbf{J}_{k+1} \, - \, \mathbf{J}_{k-1} \right) \, = \, \beta_k \; . \end{cases}$$

D'autre part, dans toutes nos expériences, la condition  $\gamma H_1 T_2 = 1$  est réalisée. Les coefficients A, B, C, D s'écrivent alors:

$$\text{VIII} \begin{cases} \mathbf{A} = \mathbf{M_0} \sum_{-\infty}^{\infty} \alpha_k \frac{x_k}{1 + x_k^2} & \mathbf{B} = \mathbf{M_0} \sum_{-\infty}^{\infty} \beta_k \frac{1}{1 + x_k^2} \\ \mathbf{C} = -\mathbf{M_0} \sum_{-\infty}^{\infty} \alpha_k \frac{1}{1 + x_k^2} & \mathbf{D} = \mathbf{M_0} \sum_{-\infty}^{\infty} \beta_k \frac{x_k}{1 + x_k^2} \end{cases}$$

## 1. $Cas \Omega T_2 \gg 1$ .

Ce cas correspond en général aux raies fines ou, ce qui revient au même, aux temps de relaxation longs. Les formules du système VIII montrent qu'il existe n raies latérales de part et d'autre de la raie centrale (k=0). Les fonctions u(t) et v(t) sont constituées respectivement de composantes « absorption » (forme de Lorentz) et de composantes « dispersion ». Pour préciser, A constitue la partie « dispersion » de la fonction u(t) ( $\varphi = \pi/2$ ,  $\psi = 0$ ), B la partie « absorption » de la même fonction u(t) ( $\varphi = \pi/2$ ,  $\psi = \pi/2$ ), C la partie « absorption » de la fonction v(t) et enfin D la partie « dispersion » de v(t).

Avec des fréquences de balayage de l'ordre de 30 c/s, la condition  $\Omega T_2 \gg 1$  est réalisée pour des solutions de nitrate ferrique N/400, N/500, N/1000, etc. Les figures 7, 8, 9 et 10 représentent les enregistrements des signaux de résonance du proton dans divers cas. D'une manière générale, les expériences ont été faites en utilisant un champ  $H_0=2$  g. Quelques-unes ont été effectuées à  $H_0=0.7$  g. Un signal obtenu dans ce dernier cas est représenté sur la figure 8 <sup>1</sup>.

Sur les figures 7 et 9, aux enregistrements sont superposées les courbes théoriques calculées à l'aide des équations VIII à

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Une autre courbe enregistrée à 0,7 g. se trouve dans une communication de l'auteur à la Société suisse de Physique (en cours de publication dans *Helv. Phys. Acta*).

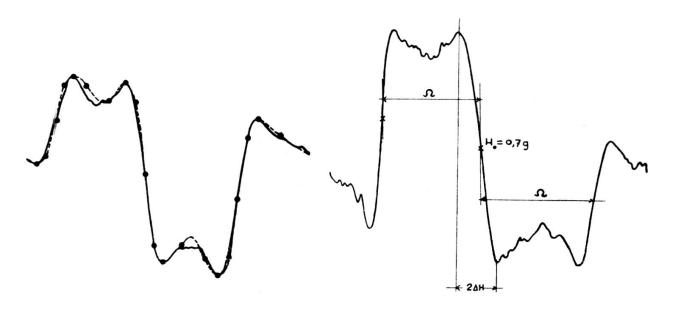


Fig. 7. Fig. 8.

Fig. 7. Composantes « dispersion » de v(t) (raies d'ordre  $0,\pm 1$ ).

Fig. 8. Composantes « dispersion » de v(t). Mesure du temps de relaxation  $T_2$  (échantillon N/1000) à 0,7 g.

N/100 
$$\omega = 2\pi \times 3.000$$
  $\Omega = 2\pi.20$   $\varphi = 0$   $\psi = \frac{\pi}{2}$   $\frac{\gamma H_m}{\Omega} \simeq 0.9$   $\Omega T_2 \simeq 6.5$ 

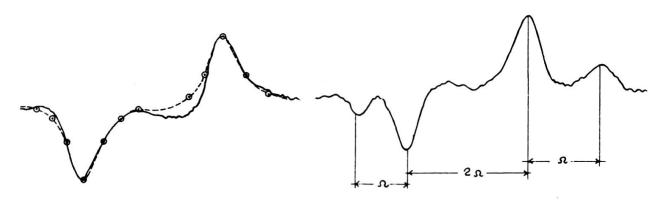


Fig. 9. Fig. 10.

Fig. 9. Composantes « absorption » de 
$$\nu$$
 ( $t$ ) (raies d'ordre  $\pm$  1). N/400  $\omega = 2\pi \times 8.400$   $\Omega = 2\pi.39$   $\frac{\gamma H_m}{\Omega} \simeq 1$   $\varphi = 0$   $\psi = 0$  — Courbe expérimentale, -- . -- courbe théorique.

Fig. 10. Composantes «absorption» de v (t) (raies d'ordre  $\pm$  1,  $\pm$  2). N/400  $\omega = 2\pi \times 8.400$   $\Omega = 2\pi.39$   $\frac{\gamma H_m}{\Omega} \simeq 1,5$   $\varphi = 0$   $\psi = 0$ 

partir de deux points expérimentaux. L'accord entre la théorie et l'expérience est très satisfaisant à la précision de nos expériences.

Pour donner une idée de l'ordre de grandeur des coefficients  $\alpha_k$  et  $\beta_k$ , résumons dans le tableau I leurs valeurs fonctions de l'indice de modulation  $\gamma H_m/\Omega = 0.5, 1, 1.5$  et pour  $k = 0, \pm 1, \pm 2$ .

k	α <sub>k</sub> (0,5)	$\beta_k$ (0,5)	$\alpha_k$ (1)	β <sub>k</sub> (1)	$\alpha_k$ (1,5)	β <sub>k</sub> (1,5)
0	0	0,455	0	0,674	0	0,571
± 1	$\pm$ 0,235		± 0,387	0,286	$\pm$ 0,415	0,156
$\pm 2$	± 0,008	0,009	$\pm$ 0,053	0,048	± 0,144	0,115

TABLEAU I.

On voit, d'après le tableau I, que les raies d'ordre 2 sont négligeables dans le cas  $\gamma H_m/\Omega \leqslant 1$  qu'elles ne commencent à apparaître qu'à partir de  $\gamma H_m/\Omega = 1,5$ . On pourrait assez facilement déterminer les indices de modulation correspondant aux maxima ou aux zéros des coefficients  $\alpha_h$  et  $\beta_h$ . Signalons, par exemple, que le premier maximum de  $\beta_0$  vaut environ 0,678 pour  $\gamma H_m/\Omega = 1,1$ .

## 2. Cas $\Omega T_2 \simeq 1$ .

Dans ce cas, les raies latérales ne sont plus nettement séparées les unes des autres: elles « s'enchevêtrent ». Considérons les équations du système VIII et plaçons-nous dans les conditions  $(\gamma H_m/\Omega \leqslant 1)$  où  $\alpha_n \ll \alpha_1$  et  $\beta_n \ll \beta_1$  pour  $n \geqslant 2$ . Soient:

$$egin{aligned} \mathrm{A} &= - lpha_1 \, \mathrm{M_0} rac{x_{-1}}{1 \, + \, x_{-1}^2} \, + \, lpha_1 \, \mathrm{M_0} rac{x_{+1}}{1 \, + \, x_{+1}^2} \ & \ \mathrm{C} &= \, lpha_1 \, \mathrm{M_0} rac{1}{1 \, + \, x_{-1}^2} - \, lpha_1 \, \mathrm{M_0} rac{1}{1 \, + \, x_{+1}^2} \, \cdot \end{aligned}$$

En prenant pour origine de l'axe ox le point correspondant à la résonance  $\omega_0 = \gamma H_0$ , ces deux expressions peuvent s'écrire:

EN RÉSONANCE MAGNÉTIQUE NUCLÉAIRE

$$IX \begin{cases} A = \alpha_1 M_0 \left[ -\frac{x + \Omega T_2}{1 + (x + \Omega T_2)^2} + \frac{x - \Omega T_2}{1 + (x - \Omega T_2)^2} \right] \\ C = \alpha_1 M_0 \left[ \frac{1}{1 + (x + \Omega T_2)^2} - \frac{1}{1 + (x - \Omega T_2)^2} \right]. \end{cases}$$

Le système IX, pour  $\Omega T_2 = 1$ , et après réduction au même dénominateur, devient:

$$X \begin{cases} A = \alpha_1 M_0 \frac{2(x^2 - 2)}{x^4 + 4} \\ C = -\alpha_1 M_0 \frac{4x}{x^4 + 4} \end{cases}$$

Les coefficients B et D présentent moins d'intérêt, car les formes mathématiques des fonctions B (x) et D (x) (septième degré) deviennent compliquées et difficilement interprétables. Nous avons, dans le cas particulier où  $\gamma H_m/\Omega \leqslant 1$  et  $\Omega T_2 = 1$ , à un facteur constant près:

$$B(x) = \frac{2 - 3x^2}{(1 + x^2)(x^4 + 4)} \text{ et } C(x) = \frac{x(4 - x^2)}{(1 + x^2)(x^4 + 4)}.$$

La figure 11 montre l'enregistrement d'une courbe semblable à celle de C(x). Dans ce cas  $\Omega T_2$  est de l'ordre de 3; la formule donnée ci-dessus ne peut donc pas être rigoureusement valable, mais elle donne une idée assez juste de ce que l'on peut obtenir.

Sur les figures 12 et 13, nous avons tracé dans un système d'axes rectangulaires les fonctions

$$v = \frac{1}{1 + x^2}, \quad v' = \frac{-2x}{(1 + x^2)^2} \quad \text{et} \quad C_{\Omega T_2 = 1} = \frac{-4x}{(x^4 + 4)}$$

d'une part, les fonctions

$$u = \frac{x}{1+x^2}$$
,  $u' = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$  et  $-A = -\frac{2(x^2-2)}{x^4+4}$ 

d'autre part, pour faire apparaître, dans le cas  $\Omega T_2 = 1$ , la différence très nette entre les courbes expérimentales attendues:

[A (x) pour 
$$\varphi = \pi/2 \psi = 0$$
 ou C (x) pour  $\varphi = 0 \psi = 0$ ],

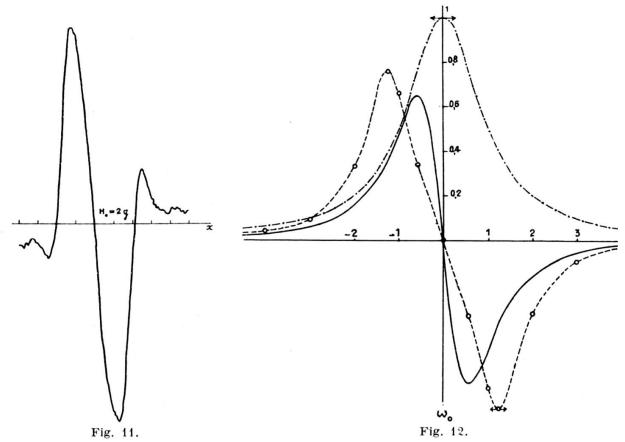


Fig. 11. Résultante des composantes « dispersion » de v (t). Forme de courbe analogue à C (x) =  $\frac{x (4-x^2)}{(1+x^2) (x^4+4)}$   $\omega = 2\pi \times 8.400 \ \Omega = 2\pi.20 \ \varphi = 0 \ \psi = \frac{\pi}{2} \frac{\gamma \ H_m}{\Omega} \simeq 0.6 \ \Omega T_2 \simeq 3$  Fig. 12. — fonction  $v = \frac{1}{1+x^2}$ , — fonction  $v' = \frac{-2x}{(1+x^2)^2}$ , —  $0.6 \ \Omega T_2 \simeq 3$   $0.6 \ \Omega T_2 \simeq 3$  fonction  $0.6 \ \Omega T_2 \simeq 3$   $0.6 \ \Omega T_2 \simeq 3$   $0.6 \ \Omega T_2 \simeq 3$  fonction  $0.6 \ \Omega T_2 \simeq 3$   $0.6 \ \Omega T_2 \simeq 3$   $0.6 \ \Omega T_2 \simeq 3$  fonction  $0.6 \ \Omega T_2 \simeq 3$   $0.6 \ \Omega T_2 \simeq 3$  fonction  $0.6 \ \Omega T_2 \simeq 3$  fonc

et les dérivées des fonctions théoriques u(x) ou v(x) respectivement. Sur la figure 14 est indiquée la méthode graphique pour obtenir la courbe expérimentale A(x) dans les deux cas:  $\Omega T_2 = 1$ ,  $\Omega T_2 = 1/2$ .

Avec des solutions de nitrate ferrique, la condition  $\Omega T_2 = 1$  se trouve réalisée si on choisit une solution de titre N/200 et une pulsation de balayage  $\Omega = 2\pi \times 23$  c/s environ. Et c'est dans ces conditions que les enregistrements représentés sur les figures 15 et 16 ont été effectués: les courbes théoriques correspondantes ont été établies à partir de deux points expérimen-

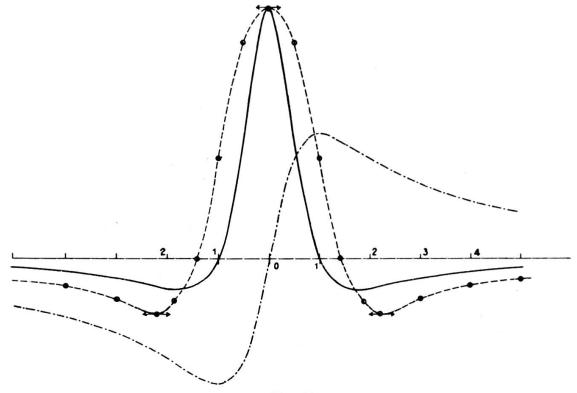


Fig. 13.

Fig. 13. — fonction 
$$u = \frac{x}{1 + x^2}$$
, — fonction  $u' = \frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2}$ , —  $0 - 1$  fonction  $z = \frac{2(2 - x^2)}{x^4 + 4}$  (cas  $\Omega T_2 = 1 \frac{\gamma H_m}{\Omega} < 1$ ).

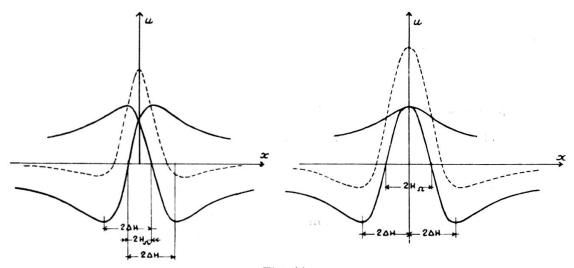


Fig. 14.

Fig. 14. Méthode graphique : composition algébrique des deux fonctions  $f\left(x+\Omega\,\mathrm{T_2}\right)$  et —  $f\left(x-\Omega\,\mathrm{T_2}\right)$  avec  $f\left(x\right)=\frac{x}{1+x^2}$  dans deux cas; à gauche  $\Omega\mathrm{T_2}=1/2$ , à droite  $\Omega\mathrm{T_2}=1$ .

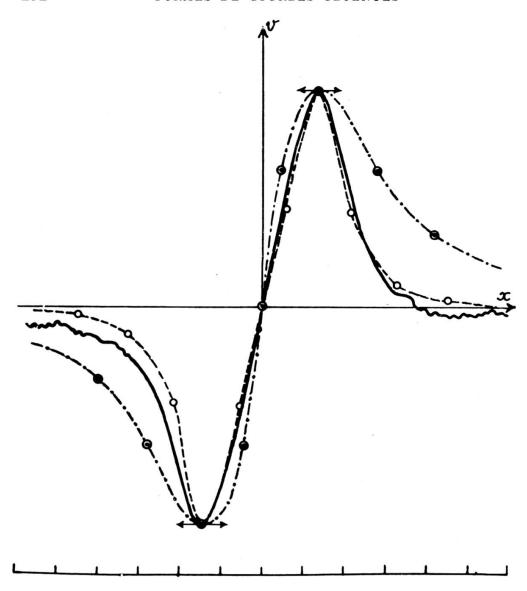


Fig. 15.

taux donnés (un des zéros et le maximum dans le cas  $A_{\Omega T_2=1}(x)$ ; les deux maxima dans le cas  $C_{\Omega T_2=1}(x)$ ).

Enfin, avec le même échantillon (N/200), on a enregistré (fig. 17), un signal C(x) en utilisant une pulsation de balayage

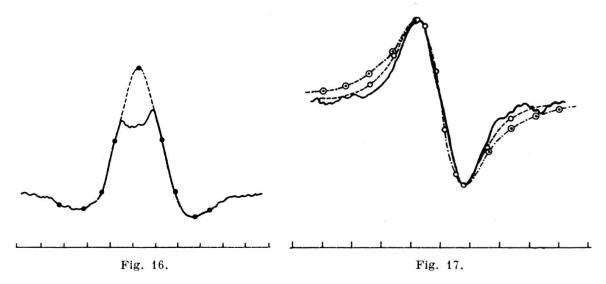


Fig. 16. Résultante des composantes « dispersion » de u (t). N/200  $\omega=2\pi\times 8.400$   $\Omega=2\pi.20$   $\varphi=\frac{\pi}{2}$   $\psi=0$   $\frac{\gamma H_m}{\Omega} \simeq 0.5$   $\Omega T_2=1$  enregistrement,  $-\circ-$  courbe théorique  $z=\frac{2\left(2-x^2\right)}{x^4+4}$  Fig. 17. N/200  $\omega=2\pi\times 8.400$   $\Omega=2\pi.11.5$   $\varphi=0$   $\psi=0$   $\frac{\gamma H_m}{\Omega}$   $\simeq 0.8$   $\Omega T_2=1/2$  enregistrement,  $-\circ-$  courbe théorique  $y=-\frac{2\,x}{(x^2+5/4)^2-x^2}$ 

---- dérivée  $v' = -\frac{2 x}{(1 + x^2)^2}$ 

 $\Omega=2\pi\times11.5$  c/s ( $\Omega T_2=1/2$ ): dans ce cas encore, la courbe expérimentale théorique ne coı̈ncide pas avec la dérivée d'une courbe  $\nu$  « absorption ».

# 3. $Cas \Omega T_2 \ll 1$ .

On peut, par continuité, considérer ce cas comme une « extension » du précédent. Si l'indice de modulation  $\gamma Hm/\Omega$  est inférieur ou égal à l'unité, d'après le tableau I, on peut encore se servir du système IX pour avoir l'interprétation mathématique des fonctions A (x) et C (x). Pour simplifier l'écriture, posons:

$$y = f(x + \Omega T_2) - f(x - \Omega T_2)$$

avec

$$y = A ou C$$

$$f(x) = -\alpha_1 M_0 \frac{x}{1+x^2}$$
 ou  $\alpha_1 M_0 \frac{1}{1+x^2}$ .

Ces fonctions  $f(x + \Omega T_2)$  et  $f(x - \Omega T_2)$  étant continues, définies dans un domaine fini peuvent être développées en séries de Taylor, soient:

$$\begin{split} f\left(x \,+\, \Omega\, \mathrm{T_2}\right) \,=\, f\left(x\right) \,+\, \frac{\Omega\, \mathrm{T_2}}{1\,\, !} \, f'\left(x\right) \,+\, \left(\frac{\Omega\, \mathrm{T_2}}{2\,\, !}\right)^2 f''\left(x\right) \,+\, \ldots \\ f\left(x \,-\, \Omega\, \mathrm{T_2}\right) \,=\, f\left(x\right) \,-\, \frac{\Omega\, \mathrm{T_2}}{1\,\, !} \, f'\left(x\right) \,+\, \left(\frac{\Omega\, \mathrm{T_2}}{2\,\, !}\right)^2 f''\left(x\right) \,-\, \ldots \end{split}$$

D'où, par différence:

$$y \simeq 2\Omega T_2 f'(x)$$
.

Quand  $\Omega T_2 \ll 1$ , y peut être assimilé, au facteur  $2\Omega T_2$  près, à la dérivée de la fonction f(x).

De la même façon, on peut montrer que les coefficients B (x) et D (x) tendent vers 0, car ils peuvent se mettre sous la forme:

$$z = -g (x + \Omega T_2) + 2g (x) - g (x - \Omega T_2)$$
$$z - (\Omega T_2)^2 g'' (x) .$$

D'après les expressions qui donnent y et z, il faut que  $\Omega T_2$  ne soit ni trop grand ni trop petit: s'il est trop grand (de l'ordre de 1), les équivalences ne sont plus valables; s'il est trop petit, le rapport signal sur bruit devient très faible. Il faut donc, expérimentalement, opter pour un compromis; c'est ce que nous avons fait en observant la résonance de N/100 et N/53 (fig. 4, 5 et 6). L'accord entre la théorie et l'expérience est très satisfaisant à la précision de nos expériences.

En résumé, toutes les expériences de résonance nucléaire (dans un champ magnétique très faible 2 g ou 0,7 g) sur les protons en solutions de nitrate ferrique ( $NO_3$ )<sub>3</sub> Fe de titre allant de N/50 à N/1000 confirment l'existence des « raies latérales » dues au champ de modulation  $Hm \cos \Omega t$ .

## APPLICATIONS.

# 1. Mesure des temps de relaxation transversale $T_2^0$ .

Ces « raies latérales », dans un grand nombre d'expériences vont servir à la détermination des temps de relaxation T.

Il faut tout d'abord signaler que dans les formules précédentes le temps  $T_2$ , qui intervient, est celui qui correspond à la «largeur de raie » expérimentale. On sait que cette « largeur de raie » expérimentale est liée simplement au temps  $T_2^0$  propre à l'échantillon et à l'inhomogénéité du champ magnétique  $H_0$ , laquelle joue le rôle d'un temps fictif de relaxation transversale  $T_2^{1}$ :

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_2^0} + \frac{1}{T_2^1} \tag{XI}$$

à condition, bien entendu, que la largeur de raie de l'échantillon considéré soit grande devant l'inhomogénéité du champ  $H_0$ . D'après la définition de Bloch <sup>2</sup> pour les largeurs de raies (demilargeur de la courbe de Lorentz à mi-hauteur), on sait que la demi-distance des deux maxima d'une courbe de dispersion  $u = \frac{T_2 \, \delta \, \omega}{1 + (T_2 \, \delta \, \omega)^2}$  correspond à la largeur de raie  $^1/_{\gamma T_2}$  de l'échantillon.

En se plaçant dans le cas  $\Omega T_2 \gg 1$ , et en s'arrangeant pour détecter les composantes « dispersion » de la fonction v (t) dont les formes géométriques sont bien déterminées, on peut mesurer l'écart entre les maxima de chacune des raies; l'écart entre les raies latérales ( $\Omega$ ) donne un étalonnage précis du champ magnétique. La figure 8 représente trois composantes « dispersion » (ordre  $0, \pm 1$ ) de la fonction v (t) (échantillon: N/1000 H $_0 = 0.7$  g  $\Omega = 20$  c/s).

Dans le cas où  $\Omega T_2$  « 1, puisque les courbes ont encore une forme bien déterminée (dérivée d'une courbe de Lorentz dans le cas  $\phi=\psi=0$ ) la méthode classique de mesure de  $T_2$  a été employée.

Signalons enfin que l'inhomogénéité du champ magnétique H était uniquement due aux champs H<sub>1</sub> ou H<sub>2</sub> (champs

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> G. Béné, Helv. Phys. Acta, vol. 24 (1951), p. 367.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Voir réf. 1 page 237.

ajoutés au champ magnétique terrestre pour avoir au total 2 g ou 0,7 g) fournis par le système de bobines de Helmholtz de 1,20 m de diamètre; soient

$$\Delta H_{\rm inh.}$$
 (pour H<sub>1</sub>) = 9.10<sup>-4</sup> g  
 $\Delta H_{\rm inh.}$  (pour H<sub>2</sub>) = 1,8.10<sup>-4</sup> g

Les expériences ont été effectuées à quinze kilomètres de Genève, près de Jussy, en un endroit où le champ magnétique terrestre est particulièrement stable et homogène.

De la relation (XI) on tire donc:

$$\frac{1}{T_2^0}$$
 (échantillon) =  $\gamma \Delta H$  (mesuré) —  $24^{s-1}$  avec  $H_0 = 2$  g

et

$$\frac{1}{T_2^0} \; (\mbox{\'e}chantillon) = \gamma \Delta H \; (\mbox{mesur\'e}) - 4.8^{s\,\text{--}1} \; \mbox{ avec} \; \; H_0 = 0.7 \; g$$

Nous avons résumé dans le tableau II le résultat de nos expériences.

TABLEAU II.

		$\Omega T_2 \gg 1$		$\Omega T_2 \ll 1$		
	H <sub>0</sub>	ΔH (mesuré)	${f T_2^0}$ (échant.)	ΔH (mesuré)	${f T}_2^0$ (échant.)	
N/1000	0,7 g	8,5.10 <sup>-4</sup> g	$5,5.10^{-2}\mathrm{s}$			
N/730	0,7 g	$1,15.10^{-3}$ g	$3,9.10^{-2} \mathrm{s}$			
N/730	2 g	$1.8.10^{-3} \mathrm{g}$	4,1.10 <sup>-2</sup> s			
N/372	2 g	$2,8.10^{-3}\mathrm{g}$	$2,1.10^{-2} \mathrm{s}$			
N/200	2 g	$4,3.10^{-3}\mathrm{g}$	$1,1.10^{-2} s$			
N/100	2 g			$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10.4 = 9.10^{-3} \mathrm{g}$	4,8.10 <sup>-3</sup> s	
N/53	2 g			$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 17 = 14,7.10^{-3} \mathrm{g}$	$2,7.10^{-3} \mathrm{s}$	

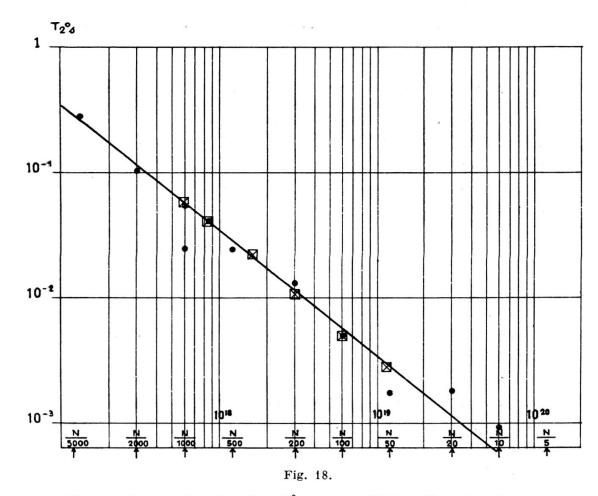


Fig. 18. Temps de relaxation  $T_2^0$  propre à l'échantillon, fonction du nombre d'ions  $Fe^{+++}$  par centimètre cube de solution (nitrate ferrique  $(NO_3)_3$  Fe).

La droite tracée sur le graphique de la figure 18 est l'extrapolation des résultats obtenus par Bloembergen, Purcell and Pound <sup>1</sup>; les points noirs sont ceux déterminés par Gabillard <sup>2</sup>, les autres sont ceux résumés dans le tableau II.

La limite du procédé employé ici est surtout due au fait que l'onde porteuse doit avoir une amplitude déterminée: or plus les solutions sont diluées, plus les raies sont fines et l'amplitude de H<sub>1</sub> doit diminuer d'autant pour éviter les effets de saturation; il arrive donc un moment où l'« onde porteuse » ellemême élargit la raie de résonance. Dans le cas de nos expé-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Voir réf. 2 page 243.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Voir réf. 1 page 243.

riences, à 0.7 g, nous avons observé ce phénomène avec une solution de titre N/2000.

## 2. Mesure du champ magnétique terrestre à « La Forêt » (Jussy).

La résonance magnétique nucléaire dans les champs très faibles offre un moyen de mesurer la valeur absolue du champ magnétique terrestre.

En effet, si les expériences sont effectuées avec deux fréquences différentes, on peut déduire deux relations:

$$\omega_1 = \gamma (H_0 + H_1)$$
  
$$\omega_2 = \gamma (H_0 + H_2)$$

 $H_0$  étant le champ magnétique terrestre,  $H_1$  et  $H_2$  sont les champs additionnels fournis par le système de bobines de Helmholtz B.

Les deux quartz (8,4 Kc/s et 3 Kc/s) de l'oscillateur E ( $\omega$ ) donnent des fréquences connues avec une grande précision. Les bobines B donnent un champ proportionnel au courant i qui les traverse. Le coefficient K de ces bobines est déterminé par la relation:

$$K = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\gamma (i_1 - i_2)} \cdot$$

Enfin on déduira le champ H<sub>0</sub> de l'une des deux relations:

$$\mathbf{H_0} = \frac{\mathbf{\omega_1}}{\mathbf{\gamma}} - \frac{\mathbf{\omega_1} - \mathbf{\omega_2}}{\mathbf{\gamma}} \cdot \frac{i_1}{i_1 - i_2}$$

ou

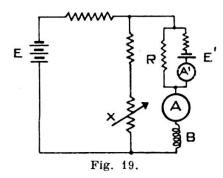
$$\mathbf{H_0} = \frac{\mathbf{\omega_2}}{\mathbf{\gamma}} - \frac{\mathbf{\omega_1} - \mathbf{\omega_2}}{\mathbf{\gamma}} \cdot \frac{\mathbf{i_2}}{\mathbf{i_1} - \mathbf{i_2}} \cdot$$

Pour connaître les courants  $i_1$  et  $i_2$  qui traversent B avec une précision suffisante, le schéma de la figure 19 a été utilisé.

Une batterie d'accumulateurs E sert d'alimentation; B est le système de bobines de Helmholtz (1,20 m de diamètre); A est un ampèremètre Siemens (graduation 1,5 A dans le cas  $H_1 = 1,5$  g); R est une résistance telle que Ri = E' (i parcourant R); A' est un millampèremètre qui permet d'apprécier des variations de 0,1 mA pour un courant  $i_1 = 1,05$  A et des

variations de 0.01 mA pour  $i_2 = 0.175$  A. Enfin X est une résistance variable, entraînée par un moteur, réglés pour un passage lent et continu à travers la « résonance ».

Dans le cas des « raies fines », on peut détecter facilement les composantes « dispersion » de la fonction  $\nu$  (t) (fig. 8): le zéro



de la courbe centrale repère la résonance  $\omega_1/\gamma=(H_0+H_1)$ , les zéros des courbes latérales donnent  $H_0+H_1\pm H_\Omega$ .

Les résultats des nombreuses mesures effectuées sur des solutions de nitrate ferrique de titre différent (N/372, N/730, N/1000) sont résumés dans le tableau III.

TABLEAU III.

ω	i		
$\omega_1 = 2\Pi \times 8.400$	$i_1 = 1,049 \pm 0,0002 \text{ A}$		
$\omega_2 = 2\Pi \times 3.000$	$i_2 = 0.1741 \pm 0.00005 \mathrm{A}$		

D'après J. W. M. Dumond et E. R. Cohen (Fundamental formulas of Physics, New-York Prentice Hall, 1955, p. 152) nous avons:

$$\gamma = (2,67527 \pm 0,00008) 10_0$$

et par un calcul logarithmique:

$$\frac{\omega_2}{\gamma} = 0,70458 \qquad \qquad \frac{\omega_1}{\gamma} = 1,97283$$

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\gamma} = 1,26825$$

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\gamma} \cdot \frac{i_2}{i_1 - i_2} = 0,25237 \qquad \frac{\omega_1 - \omega_2}{\gamma} \cdot \frac{i_1}{i_1 - i_2} = 1,52063$$

d'où

$$H_0 = 0,45221 \text{ g}$$
  $H_0 = 0,45220 \text{ g}$ 

Calcul d'erreur.

La précision relative des quartz est de l'ordre de 10-5,

$$\frac{\Delta \, \omega}{\omega} = 10^{-5}$$

d'autre part:

$$\frac{\Delta\,\gamma}{\gamma}=\,3.10^{-5}$$

enfin

$$di_1 = 0.2 \ mA$$
,  $di_2 = 0.05 \ mA$ .

l'erreur commise sur le champ  $\omega_2/\gamma$  est:

$$\frac{\Delta \left(\omega_2/\gamma\right)}{\omega_2/\gamma} = \frac{\Delta \omega_2}{\omega_2} + \frac{\Delta \gamma}{\gamma} = 4.10^{-5}$$

c'est-à-dire

$$\omega_2/_{\gamma} = \, 0.70458 \, \pm \, 0.00003 \, g$$
 .

L'erreur commise sur l'évaluation de

$$H_2 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\gamma} \cdot \frac{i_2}{i_1 - i_2}$$

peut se calculer de la façon suivante:

$$\frac{\Delta H_2}{H_2} = \frac{\Delta \omega}{\omega} + \frac{\Delta \gamma}{\gamma} + \frac{\Delta (1/x - 1)}{1/x - 1}$$

en posant

$$\omega = \omega_1 - \omega_2$$
 et  $x = i_1/i_2$ 

c'est-à-dire

$$\frac{\Delta (1/x - 1)}{1/x - 1} = (0.1 + 0.3 + 2) \cdot 10^{-4} < 2.5 \cdot 10^{-4}$$

finalement de la formule  $H_0 = \omega_2/\gamma - H_2$  on tire:

$$\Delta H_0 \leqslant \Delta (\omega_2/\gamma) + \Delta H_2$$

c'est-à-dire:

$$\Delta~H_0\,\leqslant\,(3\,+\,6.3)~10^{-5}\,<\,10^{-4}~gauss$$
 .

La valeur du champ magnétique terrestre à Jussy est donc

$$H_0 = 0.4522 \pm 0.0001 \text{ g}$$

Une autre cause d'erreur provient du fait que l'axe des bobines d'Helmholtz n'est pas tout à fait aligné sur le champ magnétique terrestre  $H_0$ . Admettons que, après réglage, l'angle de  $H_1$  ou  $H_2$  avec  $H_0$  soit inférieur ou égal au degré. Dans les deux cas il faudra considérer, non plus  $H_0 + H_1$  et  $H_0 + H_2$ , mais

$$\label{eq:hamiltonian} \sqrt{H_0^2 \, + \, H_1^2 \, + \, 2 \, H_0 \, H_1 \cos \, \theta} \quad \text{et} \quad \sqrt{H_0^2 \, + \, H_2^2 \, + \, 2 \, H_0 \, H_2 \cos \, \theta} \, .$$

avec  $\theta = 1^{\circ}$ .

Evaluons l'erreur commise, dans ce cas, sur H<sub>1</sub> — H<sub>2</sub>

$$\frac{\Delta\,(H_1-H_2)}{H_1-H_2} = \left(\frac{H_0\,H_2}{(H_0\,+\,H_2)^2} - \frac{H_0\,H_1}{(H_0\,+\,H_1)^2}\right) \frac{\theta^2}{2} \simeq 1.5\;10^{-5}\;.$$

Cette erreur, petite devant  $\frac{\Delta (1/x-1)}{1/x-1}$ , peut être considérée comme négligeable.

Je tiens à remercier M. le professeur R. C. Extermann pour l'intérêt soutenu qu'il a manifesté à l'égard de mes recherches ainsi que M. le professeur G. Béné qui a dirigé ce travail.

Ma vive gratitude va à mon collègue de travail et ami A. Csaki.

Ce travail a pu être réalisé grâce à l'aide financière de la C.S.A. et du C.E.A. Qu'ils trouvent ici l'expression de mes remerciements.

Institut de Physique. Université de Genève.