

Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 3 (1950)
Heft: 4

Artikel: Établissement du principe d'exclusion
Autor: Keberlé, Edouard
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-739461>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 14.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ÉTABLISSEMENT DU PRINCIPE D'EXCLUSION

PAR

Edouard KEBERLÉ

§ 1. — INTRODUCTION.

Les suggestions répétées, pour la plupart récentes ^{1, 2}, de considérer comme particules matérielles élémentaires celles soumises à la règle d'exclusion de W. Pauli nous engagent à publier sans tarder les raisonnements qui nous ont permis de conclure que cette règle d'exclusion, valable pour des particules *élémentaires et matérielles* (c'est-à-dire portant une masse non nulle au repos), est une conséquence logique de la dualité onde-corpuscule.

Ces raisonnements rappellent ceux qui se rattachent au deuxième principe de la thermodynamique, en ce sens qu'il suffit de fournir un exemple possible contraire à la proposition énoncée pour rendre l'argumentation illusoire ³.

Il ressortira en particulier de notre exposé que si l'on persiste à faire de la règle d'exclusion un principe de la théorie, c'est qu'on admet qu'il existe des particules élémentaires matérielles pour lesquelles cette règle n'est pas valable ⁴, mais alors la théorie comporte une inconséquence interne, responsable d'ailleurs des déboires que cette théorie a déjà eus dans la fixation de la notion de particule élémentaire.

¹ E. FERMI et C. N. YANG, *Phys. Rev.*, 76, 1739, 1949.

² W. HEISENBERG, *Z. S. Naturforschung*, 5a, 251, 1950.

³ Comparer: M. PLANCK, *Thermodynamik*, 8^e éd., Berlin et Leipzig, 1927, 3^e partie, chapitre 2; en particulier § 116.

⁴ Voir à ce propos W. PAULI, *Meson theory*, N. Y., 1946.

Nos raisonnements sont en parfait accord avec le principe de corrélation énoncé ^{5,6} entre les postulats de statistique et de relativité; ce principe serait mis en défaut si la règle d'exclusion était un principe, d'où l'alternative: ou bien le principe de corrélation est-il juste et alors la règle d'exclusion est un théorème, ou bien encore cette règle est-elle un principe et le principe de corrélation doit-il être rejeté à moins qu'il existe des particules non soumises à la dualité broglienne placée à la base de nos raisonnements (voir § 4 a).

Mais nous montrerons que l'abandon du principe de corrélation aurait pour conséquence une parathèse ⁵ (voir § 4 b), selon laquelle il devient clair que les difficultés rencontrées dans la théorie des mésons ont même origine que celles des divergences ⁶ dans l'électrodynamique quantique, sans que pour cela, comme l'ont montré Fermi et Yang ¹, la théorie des forces nucléaires de Yukawa doive être abandonnée en tout et pour tout.

En conséquence de notre démonstration, les particules élémentaires sans masse au repos font seules exception à la règle d'exclusion, et les photons apparaissent ainsi comme des particules élémentaires.

La démonstration repose, dans le cadre de l'attribution dualistique, sur une distinction d'ordre relativiste entre deux types de particules libres (avec ou sans masse au repos) comme aussi sur une distinction d'ordre statistique appelée, par analogie avec la première, par le principe de corrélation et valable pour des particules enfermées dans une enceinte. L'essentiel de la distinction statistique réside dans la notion de composante thermodynamique, dont il ne peut être question qu'en rapport avec certains modèles oscillants réalisés par les particules. La démonstration s'appuie donc autant sur la base de la mécanique ondulatoire (dualité) que sur celle de la mécanique des matrices (oscillateurs); aussi ne sera-t-on pas surpris de n'être pas parvenu à fournir une démonstration, dite quantique, se basant uniquement sur l'une de ces mécaniques à la fois ⁷. On com-

⁵ Colloque international de physique théorique, Paris, 1950.

⁶ *Helv. Phys. Acta*, 22, 627, 1949.

⁷ W. PAULI, *Nobel Prize Lecture*, Neuchâtel, 1947, p. 20.

prendra en particulier pourquoi la méthode de l'espace de configuration de la mécanique ondulatoire ne peut pas expliquer le fait que les seules classes de fonction d'ondes des particules élémentaires connues soient la classe symétrique et la classe antisymétrique⁸. Il en est de même du modèle d'atome de Bohr, qui généralise l'oscillateur de Planck, et dans lequel l'occupation limitée des niveaux énergétiques reste un mystère.

Tenir compte à la fois des notions inhérentes aux deux méthodes (particules et oscillateurs) — ce qui conduit automatiquement au formalisme de la seconde quantification — permet donc une compréhension plus profonde que ne le fait séparément une seule d'entre elles; cela ressort plus spécialement encore du fait, inexpliqué dans chacune d'elles, que les règles de la seconde quantification sont en rapport intime avec la réalité des champs (voir § 4 c).

§ 2. — EXISTENCE DE DEUX TYPES DE PARTICULES ÉLÉMENTAIRES ÉTABLIE SUR LA BASE DE LA DUALITÉ ONDE-CORPUSCULE;
COMPOSANTES THERMODYNAMIQUES.

Les formules $E = h\nu$, $\vec{p} = h\vec{\kappa}$ de l'attribution onde-corpuscule permettent d'établir une distinction essentielle entre les particules dépourvues de masse au repos et celles qui en ont une. Nous considérerons deux cas, celui des corpuscules libres, et celui des corpuscules faisant partie de systèmes self-contraints⁸.

1^o *Cas des corpuscules libres.*

Du fait que le vecteur d'énergie-momentum $\left(\frac{E}{c^2}, \vec{p}\right)$, comme le vecteur d'onde $\left(\frac{\nu}{c^2}, \vec{\kappa}\right)$ d'ailleurs, est isotrope dans le cas d'une masse au repos nulle et qu'il est du genre temps dans le cas d'une masse m non nulle, suit que les formules valables pour $m = 0$ ne s'obtiennent pas en passant à la limite $m \rightarrow 0$ à

⁸ Pour la définition de la self-contrainte, voir E. KEBERLE et A. MERCIER, *Archives des Sciences*, 3, 235, 1950.

partir des formules valables pour $m \neq 0$. En effet, lorsque $m \neq 0$, on a dans le référentiel au repos

$$mc^2 = h\nu; \quad p = 0, \quad \lambda = \infty,$$

deux transformations de Lorentz donnent successivement

$$(2.1) \quad x' = \frac{\frac{\nu}{c^2} v}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}}, \quad v' = \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}}$$

$$(2.2) \quad x'' = \frac{x' - \frac{u}{c^2} v'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad \dots$$

Le cas limite $m \rightarrow 0$ entraîne $\nu \rightarrow 0$, donc $x' \rightarrow 0$ et $x'' \rightarrow 0$. Mais on sait bien que dans le cas où $m = 0$, les vecteurs $\left(\frac{E}{c^2}, \vec{p}\right)$ et $\left(\frac{\nu}{c^2}, \vec{x}\right)$ ont leurs quatre composantes non nulles bien qu'ils soient isotropes.

On ne peut donc pas faire rentrer le cas $m = 0$ dans la classe de ceux qu'on obtient en faisant varier la masse comme un paramètre.

On remarquera aussi, ce qui importe pour la suite, que les deux types de particules ainsi reconnus se distinguent encore par les vitesses de phase et de groupe. On a

$$(2.3) \quad \text{vecteur isotrope: } \nu\lambda = c \text{ (phase), } \frac{\partial \nu}{\partial x} = c \text{ (groupe)}$$

$$(2.4) \quad \text{vecteur du genre temps: } \nu\lambda = \frac{c^2}{\nu} \text{ (phase), } \frac{\partial \nu}{\partial x} = \nu \text{ (groupe).}$$

Il s'en suit en effet que dans le premier cas le champ attribué à l'onde-corpuscule est réel puisque λ et ν en sont mesurables, tandis que dans le second cas ni la vitesse de phase, ni par conséquent ν ne sont mesurables (au contraire de λ), si bien que le champ est irréel⁹, l'énergie étant localisée dans les corpuscules. °

⁹ Pour plus de détails, voir E. KEBERLE, *Archives des Sciences*, 3, 244, 1950, à propos des grandeurs fictives.

2° Cas des corpuscules d'un système self-contraint.

Les corpuscules d'un système self-contraint sont incapables de se soustraire définitivement aux contraintes internes du système.

La règle d'exclusion ne s'applique qu'à des systèmes atomiques dont on peut faire la statistique thermodynamique; ce sont tous des systèmes self-contraints ¹⁰. L'exemple le plus simple d'un système self-contraint est celui d'une oscillation propre à laquelle un corpuscule donne lieu lorsqu'il est enfermé dans une enceinte. C'est cet exemple que nous traiterons seul ici, repoussant la généralisation au § 4 d).

Envisageons tout d'abord des particules matérielles ayant m et ν pour masse et fréquence au repos, avec

$$(2.5) \quad mc^2 = h\nu.$$

Nous contentant de traiter le problème en une dimension, nous pouvons poser comme condition de la formation d'une onde stationnaire

$$(2.6) \quad \lambda_k = \frac{2l}{k}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

$2l$ étant l'extension linéaire de l'enceinte.

Or une onde de matière au repos possède une longueur d'onde infinie ($\kappa = 0$); on crée la longueur d'onde désirée λ_k par une transformation de Lorentz du type vectoriel ¹⁰ contenant la vitesse ν_k appropriée:

$$(2.7) \quad \frac{\frac{\nu_k \nu}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{\nu_k^2}{c^2}}} = \frac{1}{\lambda_k} = \frac{k}{2l}, \quad \nu_k = \frac{\nu}{\sqrt{1 - \frac{\nu_k^2}{c^2}}}$$

dont on tire la vitesse ν_k nécessaire à ce résultat:

$$(2.8) \quad \nu_k = \frac{k^2 c^4}{\sqrt{(2l\nu)^2 + k^2 c^2}}$$

¹⁰ Voir. E. KEBERLE et A. MERCIER, *Archives des Sciences*, 3, 235, 1950.

¹⁰ Voir E. KEBERLE et A. MERCIER, *Archives des Sciences*, 3, 251, 1950.

d'où v_k en fonction de v et k :

$$(2.9) \quad v_k = \sqrt{v^2 + \left(\frac{kc}{2l}\right)^2}.$$

Dès ce moment, l'onde doit être soumise aux règles de transformation valables pour les intervalles ⁸.

Pour les ondes-corpuscules de masse au repos nulle, le vecteur d'onde doit avoir une longueur nulle pour tous les référentiels:

$$(2.10) \quad \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 - \frac{v^2}{c^2} = 0, \text{ soit } v\lambda = c,$$

en particulier lorsqu'on applique une contrainte qui fixe la longueur d'onde correspondant à l'enceinte:

$$(2.11) \quad v_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{c}{\frac{2l}{n}} = n \frac{c}{2l}$$

C'est à dessein que nous écrivons v_n lorsque $m = 0$, tandis que nous écrivions v_k lorsque $m \neq 0$.

Contrairement à ce qui se produit pour les corpuscules libres (1°), on a l'impression ici que pour les corpuscules qui font partie des systèmes self-contraints la distinction tombe, puisqu'on obtient la formule pour v_n valable lorsque $m = 0$ en passant à la limite $m \rightarrow 0$ dans la formule pour v_k valable lorsque $m \neq 0$, parce que $m \rightarrow 0$ entraîne qu'on fasse $v \rightarrow 0$ dans cette formule:

$$(2.12) \quad \lim_{v \rightarrow 0} \sqrt{v^2 + \left(\frac{kc}{2l}\right)^2} = k \frac{c}{2l}$$

Or, ayant reconnu, dans le cas 1°, une distinction dont l'origine est entièrement relativiste (vecteur isotrope et vecteur du genre temps) ¹¹, nous devons nous attendre à trouver une

¹¹ On se rapportera à la note citée sous ⁹, où le caractère relativiste de la dualité est mis en évidence.

distinction équivalente mais d'origine statistique, en vertu du principe de corrélation qui lie ces deux origines. Cette distinction apparaîtra entre les corpuscules qui composent des systèmes self-contraints puisque seuls ces derniers sont susceptibles d'un traitement de mécanique statistique. Ces derniers étant pour la même raison les seuls auxquels la règle d'exclusion s'applique, il ne sera pas étonnant de trouver la démonstration de cette règle à la suite de la distinction d'origine statistique soupçonnée maintenant.

Cette distinction ayant lieu entre les corpuscules sans masse qui sont ceux de la lumière, et les corpuscules massifs qui sont ceux de la matière, nous allons distinguer les corpuscules-lumière (α) des corpuscules-matière (β).

α) Corpuscules-lumière.

Le champ attribué à ces corpuscules est (physiquement) réel. On peut dans maint cas faire abstention de la relation du photon d'Einstein $E = h\nu$ pour se contenter d'une théorie ondulatoire purement classique (Maxwell), et les résultats obtenus jusqu'ici pour ces champs s'obtiennent sans la dualité; c'est alors l'amplitude de l'onde stationnaire qui porte l'énergie E et le modèle ainsi décrit est équivalent à un oscillateur de la mécanique classique.

Or un ensemble d'oscillateurs de même fréquence ¹² définit à lui seul déjà une composante thermodynamique, car il est susceptible d'un traitement en mécanique statistique et capable de réaliser un équilibre; on sait même par l'expérience que parler d'un équilibre radiatif de fréquence donnée a un sens.

Si l'on utilise la relation d'Einstein $E = h\nu$, soit la notion de photon pour construire une onde stationnaire, cette onde ne peut porter que les valeurs d'énergie discrètes $E_n = nh\nu$. Si l'on utilise au contraire la théorie de Maxwell, on est amené à prévoir ces valeurs d'énergie comme étant celles du spectre d'un oscillateur obtenu, à la manière de Planck, par une quantification qui a sa racine dans la mécanique statistique.

¹² Précisions au § 5 α .

β) *Corpuscules-matière.*

L'amplitude des champs ne portant dans ce cas aucune énergie (irréalité, ν pas mesurable, équation 2.4), il n'existe pas de modèle classique comparable à des oscillateurs avec amplitude réelle qui pourraient figurer dans un ensemble thermodynamique (voir aussi § 5, β, b). En effet, les corpuscules-matière ayant une masse au repos m , leur énergie peut prendre l'une des valeurs E_k fixées par les fréquences ν_k des états stationnaires

$$(2.13) \quad E_k = c \sqrt{m^2 c^2 + \frac{h^2}{4l^2} k^2}$$

et si l'on tente de réunir un ensemble de corpuscules « de même fréquence » ν_k , on n'obtiendra jamais un équilibre automatiquement, car les chocs produiront dans l'instant le plus court une répartition sur diverses énergies. C'est pourquoi il nous faut d'emblée considérer toutes les ondes réparties à la fois dans le spectre des énergies E_k , modèle complexe qui n'a pas de correspondant classique et que nous appellerons super-oscillateur (§ 3 a).

* * *

Comme conclusion au § 2, nous pouvons dire avoir trouvé entre les cas α) et β) la distinction d'ordre statistique cherchée; dans le premier cas, et dans ce cas seulement, on fixe une composante thermodynamique par la seule donnée d'une fréquence ν .

§ 3. — THÉORÈME D'EXCLUSION.

a) *Remarques préalables.*

Soient deux systèmes renfermant, chacun dans son enceinte, l'un un certain nombre de corpuscules-matière de masse au repos égale, l'autre un nombre de corpuscules-lumière d'égale fréquence. Chacun caractérise une composante thermodynamique. Cependant, nous allons les envisager comme systèmes mécaniques.

Considérons uniquement les états stationnaires qui sont, comme il a été expliqué plus haut, ceux d'ondes stationnaires: Les corpuscules-matière peuvent occuper les valeurs discrètes $E_k = h\nu_k$ ($k = 1, 2, \dots$) d'énergie telles que les donne la formule (2.13), tandis que les corpuscules-lumière (photons) ont tous la même énergie $E = h\nu_n$ (la valeur de n fixe, par l'intermédiaire de la fréquence ν_n , une composante thermodynamique).

Appelons quasi-oscillateur l'onde stationnaire attribuée à un corpuscule-matière (partie du système self-contraint); et appelons superoscillateur la multiplicité de tous les quasi-oscillateurs (voir au § 2 β).

D'où le tableau suivant:

Corpuscules-matière	Corpuscules-lumière
$E_1 = h\nu_1$ quasi-oscillateur $E_2 = h\nu_2$ » \vdots \vdots $E_k = h\nu_k$ » \vdots \vdots	$E_1 = h\nu_n$ niveau énergétique $E_2 = 2h\nu_n$ » \vdots \vdots $E_m = mh\nu_n$ » \vdots \vdots
<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">n° 1 2 . . . k . . .</div> <div style="font-size: 4em; margin-right: 10px;">}</div> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Superoscillateur</div> </div>	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">n° 1 2 m . .</div> <div style="font-size: 4em; margin-right: 10px;">}</div> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Oscillateur quantifié</div> </div>

Afin de caractériser les deux systèmes de corpuscules, on cherchera:

pour le premier à indiquer celui des quasi-oscillateurs sur lequel se manifeste chaque corpuscule-matière, et
pour le second à savoir quel niveau quantique unique de l'oscillateur tous les corpuscules-lumière actualisent.

Les deux types de corpuscules se distinguent tout particulièrement par ceci: Plusieurs quasi-oscillateurs d'un seul et même superoscillateur peuvent être actualisés simultanément, tandis qu'un seul niveau énergétique à la fois peut l'être dans un oscillateur quantifié.

b) *Formulation et établissement.*

Nous sommes maintenant en mesure d'établir le théorème suivant :

Un quasi-oscillateur donné (soit : une onde de matière stationnaire) ne peut être actualisé par plus d'une particule matérielle élémentaire appartenant au système des particules d'une seule et même composante thermodynamique.

Donc, de toutes les particules, chacune doit actualiser un quasi-oscillateur distinct.

Nous démontrerons ce théorème par l'absurde ¹³, soit en montrant que l'hypothèse contraire attribuerait aux particules matérielles des propriétés qui sont celles de corpuscules-lumière et sont par là-même en contradiction avec celles requises, au § 2 β), par la dualité broglienne :

Nous savons en effet que, pour une fréquence possible, disons ν_k , la dualité broglienne prévoit une seule onde stationnaire. Si l'hypothèse contraire à la règle d'exclusion avait cours, n corpuscules-matière actualiseraient cette seule onde, créant une énergie $E_k^n = nE_k = nh\nu_k$, c'est-à-dire exactement ce qui se passe dans le cas de l'oscillateur quantifié ; dans cette hypothèse existerait alors un correspondant classique sous forme d'une amplitude porteuse d'énergie. D'abord, le champ de ces corpuscules serait réel (mesurable), et de plus, les corpuscules de fréquence commune ν_k formeraient une composante thermodynamique ; ces deux constatations contredisent la supposition qu'il s'agit de corpuscules-matière, et cela suffit à la démonstration cherchée.

§ 4. — REMARQUES ET COMPLÉMENTS.

a) *Alternative entre un principe d'exclusion et un principe de corrélation.*

Le point essentiel de la démonstration ci-dessus réside dans la notion utilisée de composante thermodynamique. C'est ainsi une affaire de statistique, aussi doit-il y avoir une relation

¹³ Nous tenons la démonstration par l'absurde pour la méthode la plus puissante de démonstration.

étroite entre la règle d'exclusion et le principe de corrélation, d'autant que c'est ce dernier qui nous a fait reconnaître la nécessité d'une distinction d'ordre statistique entre les deux types de particules, distinction entre les corpuscules-lumière donnant lieu à une composante thermodynamique par l'indication d'un seul ν_n , et les corpuscules-matière qui n'y donnent pas lieu pour un seul ν_k . Si la règle d'exclusion n'était pas respectée par certains corpuscules-matière, ces corpuscules donneraient lieu à des composantes thermodynamiques pour chaque ν_k , la distinction d'ordre statistique serait mise en défaut et cela impliquerait la fausseté du principe de corrélation.

Donc, de deux choses l'une: Le principe de corrélation est juste et la règle d'exclusion est un théorème, auquel toutes les particules élémentaires matérielles sont soumises, ou bien il existe des particules élémentaires matérielles qui ne sont pas soumises à cette règle, la règle est un principe et alors le principe de corrélation est mis en défaut pour ces particules, mais celles-ci ne respecteraient pas la dualité broglienne, ce qui semble bien exclu et n'a pas place dans le cadre de nos considérations qui sont basées sur la dualité.

b) *Parathèse dans la théorie des mésons.*

Dans un travail présenté ailleurs¹⁴, nous avons expliqué que l'application à un seul et même objet de raisonnements basés à la fois sur la dualité et sur la quantification de l'oscillateur selon Planck produit ce que nous appelons une parathèse, opération antinomique qui est responsable des difficultés rencontrées dans les calculs d'énergie propre. Cette situation antinomique est en étroit rapport avec la corrélation, elle a sa racine dans la double possibilité d'une description relativiste et d'une description canonique (statistique)¹⁵, comme l'a discuté A. Mercier très à fond^{16, 17} du point de vue épistémologique.

¹⁴ Colloque international de physique théorique, Paris, 1950.

¹⁵ Voir *Helv. phys. Acta*, 22, 627, 1949.

¹⁶ A. MERCIER, «Les conditions physiques et la notion de temps», *Studia Philosophica* (sous presse), obligeamment communiqué par l'auteur.

¹⁷ A. MERCIER, *Proc. Amsterdam Academy*, 53, 50, 1950.

D'après les paragraphes qui précèdent, le principe de corrélation exclut des particules matérielles élémentaires qui ne seraient pas soumises à la règle d'exclusion. On postule parfois de telles particules dans la théorie des mésons, où les commutateurs des champs de certains mésons de masse au repos non nulle sont munis du signe moins. Or postuler cela, c'est commettre exactement une parathèse parce qu'on applique la quantification d'un oscillateur selon Planck sur des ondes brogliennes; pour le cas de la lumière il n'y a pas parathèse (voir la fin du § 2 α). Aussi pouvons-nous prétendre que les difficultés de la théorie des mésons sont de même origine que celles de l'énergie propre. Nous devons approuver la tendance récente de faire des mésons π des particules composées de corpuscules élémentaires eux-mêmes soumis à la règle d'exclusion ¹⁸.

c) *A propos du spin.*

Notre théorie, basée sur la dualité, montre que les champs physiquement réels doivent être quantifiés au moyen des commutateurs et ceux qui sont physiquement irréels doivent l'être au moyen des anticommutateurs, puisque ces derniers champs seuls sont soumis à la règle d'exclusion. En revanche la dualité onde-corpuscule est incapable de rendre compte du spin. Mais rappelons que non seulement le spin (demi-entier) des corpuscules-matière, mais aussi la polarisation (spin — nombre entier) des corpuscules photons sont à l'origine d'une dégénérescence d'ordre 2, et la dualité n'est pas en mesure non plus d'expliquer la polarisation. Cette dégénérescence ne saurait avoir non plus sa raison dans la règle d'exclusion. Ce qui frappe, c'est que ce « spin » se manifeste par demi-entiers dans le cas des corpuscules-matière, c'est-à-dire dans le cas des champs irréels, tandis qu'il se manifeste par nombres entiers dans celui des corpuscules-lumière dont les champs sont mesurables. Cette circonstance nouvelle mériterait le développement de considérations établissant la connexion entre spin, commutateur et anticommutateur, et formulation

¹⁸ Voir E. FERMI et C. N. YANG, *Phys. Rev.*, 76, 1739, 1949.

mathématique de l'observabilité et l'inobservabilité des champs.

d) *Généralisation du cas des ondes stationnaires à celui des atomes et molécules.*

Pour les corpuscules-lumière, il n'y a pas d'autre réalisation que d'enclorre de la radiation dans une enceinte, aussi avons-nous déjà traité le cas le plus général de corpuscules-lumière.

Les corpuscules-matière en tant que particules élémentaires composantes d'un système self-contraint ne se rencontrent en revanche pas seulement sous la forme d'ondes stationnaires, mais aussi comme composantes d'atome, de molécules, etc., bref de tout système à self-contrainte, qui a, comme on le sait, un spectre discontinu plus ou moins compliqué d'états propres. On tiendra compte des dégénérescences à côté du dédoublement dû au spin, les états propres de ces spectres jouant exactement le rôle des quasi-oscillateurs, et la généralisation est faite.

e) *A propos du théorème d'Ehrenfest-Oppenheimer sur les particules composées.*

D'après le théorème d'Ehrenfest-Oppenheimer¹⁹, des particules, composées chacune de p corpuscules élémentaires soumis à la règle d'exclusion, et ayant le même état interne, sont elles-mêmes soumises à la règle d'exclusion lorsque p est impair, mais ne le sont pas si p est pair.

Le fait qu'il existe des particules matérielles composées non soumises à la règle d'exclusion est alors une conséquence du théorème d'exclusion valable lui-même pour des particules élémentaires. Il serait faux d'objecter à notre démonstration qu'il existe tout de même des particules matérielles soustraites à la règle, puisque le théorème ne s'applique expressément qu'aux particules élémentaires. Les particules composées non soumises à la règle d'exclusion n'ont d'ailleurs pas pour modèles des oscillateurs « réels » (= à amplitude réelle) de fréquence propre fixée, ce qu'on voit en particulier en remarquant que si de deux particules composées représentant apparemment la même oscillation propre, l'une voit son état interne modifié

¹⁹ P. EHRENFEST et J. R. OPPENHEIMER, *Phys. Rev.*, 37, 333, 1931.

tant soit peu (cas $\tau \neq \sigma$ loc. cit. ²⁰, p. 336), l'amplitude disparaît, les prémisses du théorème d'Ehrenfest-Oppenheimer ne sont plus les mêmes, et il serait absurde de vouloir englober ces particules différentes dans une composante thermodynamique.

Les particules *élémentaires* n'admettent pas de « variation d'état interne ».

§ 5. — CONSIDÉRATIONS D'ORDRE THERMODYNAMIQUE STATISTIQUE DES RÉPARTITIONS.

Envisageons maintenant des ensembles statistiques.

α) Réalisation dans le cas de la radiation.

Il n'existe pas à proprement parler d'ensemble d'oscillateurs-lumière ayant tous rigoureusement la même fréquence ν_n ; néanmoins il est correct ²⁰ de considérer comme tel un ensemble d'oscillateurs dont les fréquences sont contenues entre ν et $\nu + d\nu$, et dont le nombre est $\frac{4\pi V}{c^3} \nu^2 d\nu$ à l'intérieur d'une enceinte de volume V . Dès lors, et dans ce cas-là seulement, on peut parler d'une certaine équivalence entre un ensemble (« gaz ») de photons de fréquence égale et un ensemble d'oscillateurs de même fréquence. Par contre, il ne serait pas correct de parler d'une équivalence dans le cas traité au § 3, où l'on a imaginé l'actualisation par un nombre convenable de photons d'un seul oscillateur (dans l'un de ses états quantifiés), ce qui représente un problème de mécanique quantique pure et non pas de statistique. Le problème de statistique se pose en effet à propos de la répartition des niveaux énergétiques d'oscillateurs quantifiés ainsi que de l'énergie moyenne (Planck).

β) Réalisation d'un ensemble dans le cas de la matière.

a) D'une part, un ensemble d'atomes (ou de molécules) se comporte selon le § 4 d, comme un ensemble de superoscillateurs.

²⁰ Pour la preuve de cette assertion, voir P. JORDAN, *Statistische Mechanik auf quantentheoretischer Grundlage*, Braunschweig, 1933, p. 73.

b) D'autre part, un ensemble de particules élémentaires matérielles (par exemple un gaz d'électrons) enclos dans une enceinte, est équivalent à un ensemble de quasi-oscillateurs (de fréquences différentes) d'un seul superoscillateur.

On ne peut pas imaginer un ensemble statistique de quasi-oscillateurs ayant même fréquence et appartenant à divers superoscillateurs: ou bien on a affaire avec un ensemble de superoscillateurs, ou encore avec un ensemble de quasi-oscillateurs appartenant au même superoscillateur. De la sorte, indépendamment de ce qui a été dit au § 2 (β), on voit une fois encore que ν_k ne définit pas une composante thermodynamique.

* * *

La considération d'un ensemble d'oscillateurs ou de quasi-oscillateurs (cas α ou β , b) et non pas des ensembles de particules équivalents, a l'avantage suivant.

Les raisonnements classiques de Boltzmann et Gibbs, qui s'étaient trouvés en contradiction avec la thermodynamique phénoménologique des gaz parfaits (corpusculaires)²¹, leur sont applicables. Si l'on attribue aux oscillateurs et aux quasi-oscillateurs respectivement des poids statistiques au sens classique, on trouve pour les ensembles de corpuscules qui leur sont équivalents respectivement les poids statistiques de Bose-Einstein et ceux de la statistique de Fermi-Dirac.

Le cas β , a est plus compliqué, car il ne correspond à aucune question d'ordre classique et ne permet que rarement l'application des méthodes classiques²².

La formule de répartition canonique (Gibbs) est applicable pourvu que le système complet soit ergodique; c'est le cas des ensembles d'oscillateurs, pour autant qu'on n'exige pas comme condition accessoire la conservation du nombre des particules, ce qui a lieu pour la radiation. Sinon on déterminera la fonction de répartition en exigeant que l'entropie soit maximum. Ainsi dans le cas des quasi-oscillateurs on calcule comme dans celui

²¹ Voir JORDAN, loc. cit.²⁰

²² E. FERMI, *Molecole e cristalli*, Bologna, 1934, III, I, 2.

des oscillateurs, mais en limitant l'occupation aux nombres 0 et 1; cela donne pour l'entropie une intégrale sur le domaine des fréquences ²³:

$$S = -kV \int z_\nu [(1 - \bar{n}_\nu) \ln (1 - \bar{n}_\nu) + \bar{n}_\nu \ln \bar{n}_\nu] d\nu .$$

formule analogue à celle qui donne l'entropie sous la forme d'une intégrale sur le domaine des vitesses dans le cas des gaz, mais cela ne veut pas dire que ν définisse une composante thermodynamique, comme la vitesse n'en définit pas une non plus.

En terminant, je tiens à remercier le professeur A. Mercier pour l'intérêt qu'il a montré à ce travail.

*Université de Berne,
Séminaire de Physique théorique.*

RÉSUMÉ

1. Introduction: *La règle d'exclusion de W. Pauli peut être établie sur la base de la théorie des quanta compte tenu du principe de corrélation qui s'y rattache. En conséquence de notre démonstration, les particules élémentaires de masse au repos nulles seules peuvent faire exception à la règle d'exclusion.*

2. Existence de deux types de particules élémentaires établie sur la base de la dualité onde-corpuscule; composantes thermodynamiques.

1° Cas de corpuscules libres;

2° Cas de corpuscules d'un système self-contraint (α) Corpuscules-lumière, (β) Corpuscules-matière.

Il existe une distinction d'ordre relativiste, et par corrélation une distinction d'ordre statistique entre les particules sans masse au repos et celles qui en ont une; pour les premières, la fixation d'une fréquence ν définit une composante thermodynamique, tandis que ce n'est pas le cas pour les dernières.

²³ Voir JORDAN, loc. cit.²⁰, p. 99.

3. Théorème d'exclusion.

- a) Remarques préalables;
- b) Formulation et établissement.

Un quasi-oscillateur donné (soit, une onde de matière stationnaire) ne peut être actualisé par plus d'une particule matérielle élémentaire appartenant au système des particules d'une seule et même composante thermodynamique.

4. Remarques et compléments.

- a) Alternative entre un principe d'exclusion et un principe de corrélation.
- b) Parathèse dans la théorie des mésons.
- c) A propos du spin.
- d) Généralisation du cas des ondes stationnaires à celui des atomes et molécules.
- e) A propos du théorème d'Ehrenfest-Oppenheimer sur les particules composées.

5. Considérations d'ordre thermodynamique statistique des répartitions.

- α) Réalisation d'un ensemble dans le cas de la radiation.
- β) Réalisation d'un ensemble dans le cas de la matière.