Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 27 (1945)

Artikel: Sur les polydromies des fonctions biharmoniques
Autor: Soudan, Robert
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-742502

loguant le cuspide mésial au paracône, le jugal au protocône, le palatal au métacône et le distal à l'hypocône du type tétragonodonte, en admettant toutefois une orientation du trigone inverse de celle exigée par la théorie, qui veut que le protocône soit palatal. La réduction de la partie distale de la papille de la prémolaire supérieure définitive permet d'entrevoir de quelle façon la dent quadricuspidée serait simplifiée en dent tricuspidée. De même, on peut supposer que l'échancrure séparant le cuspide mésial du cuspide jugal de la partie antérieure des molaires aurait disparu et qu'ainsi se serait constitué l'unique cuspide mésial des molaires inférieures.

Institut d'Histologie et d'Embryologie de Genève.

Robert Soudan. — *Sur les polydromies des fonctions biharmoniques.*

M. R. Wavre m'a suggéré d'étendre aux fonctions polyharmoniques ses études[1] sur les polydromies des potentiels. Nous traiterons le cas des fonctions biharmoniques $\Delta\Delta = \Delta_2 = 0$ dans l'espace à trois dimensions. Le cas de $\Delta_n = 0$, dans l'espace à n, s'obtenant par analogie.

Soit la fonction U(P) analytique dans V et biharmonique hors de V + S:

$$U(P) = \int_V \rho(M)\, v_1(M, P)\, d\tau + \sum_{i=0}^{1} \int_S \left\{ f_i(M)\, v_i(M, P) - g_i(M) \frac{d}{dn} v_i(M, P) \right\} d\sigma$$

[1] R. Wavre, *Sur les polydromies de certains potentiels newtoniens prolongés.* Mathematische Zeitschrift, 1933, Sonderabdruck aus Band 37, Heft 5.

R. Wavre, *Sur les polydromies des potentiels newtoniens prolongés dans l'espace réel à* n *dimensions.* Prace matematyczno-fizyczne. Warszawa, 1935.

où ρ, f_i, g_i sont cinq fonctions holomorphes de M. v_i sont les solutions de:

$$\Delta v_0(\overline{\mathrm{MP}}) = 0 \qquad \text{et} \qquad \Delta_2 v_1(\overline{\mathrm{MP}}) = 0$$

par exemple:

$$v_1(\overline{\mathrm{MP}}) = \beta\, \overline{\mathrm{MP}}\ , \qquad \text{ou même : } v_1(\overline{\mathrm{MP}}) = \sum_{-1}^{2} \alpha_i\, \overline{\mathrm{MP}}^i\ .$$

La formule suivante, tirée de l'identité généralisée de Green [1] (formule de Gutzmer) est fondamentale:

$$\int_{\mathrm{D}} v_1 \Delta_2 \mathrm{B}\, d\tau + \\ + \sum_{i=0}^{1} \int_{\mathrm{F}} \left\{ v_{1-i} \frac{d}{dn} \Delta_{1-i} \mathrm{B} - \Delta_i \mathrm{B} \frac{d}{dn} v_i \right\} d\sigma = \begin{cases} 0 \ \ldots\ldots & \text{pour P hors de D + F} \\ -8\pi\beta.\mathrm{B}(\mathrm{P}) & \text{pour P dans D.} \end{cases}$$

Elle conduit au résultat suivant:

$$\mathrm{I} \qquad \mathrm{U}(\mathrm{M}) = \mathrm{H}(\mathrm{M}) + \begin{cases} \mathrm{B}(\mathrm{M}) & \text{pour M dans D} \\ 0 & \text{pour M hors de D + F .} \end{cases}$$

H (M) est une fonction biharmonique, donc holomorphe, par exemple dans une petite sphère Σ centrée sur F.

B (M) est la solution, holomorphe dans le même domaine du problème de Cauchy-Kowalewska généralisé:

$$\Delta_2 \mathrm{B} = -8\pi\beta\rho \quad \text{dans } \Sigma \qquad \left.\begin{aligned} \frac{d}{dn}\Delta\mathrm{B} &= -8\pi\beta f_1 \\ \Delta\mathrm{B} &= -8\pi\beta g_1 \\ \frac{d}{dn}\mathrm{B} &= -8\pi\beta f_0 \\ \mathrm{B} &= -8\pi\beta g_0 \end{aligned}\right\} \text{dans } \Sigma \text{, sur F .}$$

[1] Miron Nicolesco, *Les fonctions polyharmoniques*. Actualités scientifiques et industrielles, 331.

L'équation I permet d'étudier les polydromies des fonctions biharmoniques. On en déduit, en désignant par $U_{MM'}$ le potentiel calculé en M et prolongé au travers de F en M' et $U_{M'}$ le potentiel calculé en M':

$$U_{MM'} - U_{M'} = - B_{M'} .$$

Si par exemple l'on décrit un circuit fermé MCM'C'M autour de la frontière d'une surface ouverte chargée des densités superficielles, on aura:

$$U_{MCM'C'M} - U_{M} = - B_{M} .$$

Le potentiel prolongé jusqu'au point de départ reprend sa valeur augmentée de la fonction période B.

La fonction période est la fonction de Green généralisée de première $\mathcal{G}$ et de seconde espèce G relatives à un domaine D pour les intégrales:

$$U(A, C) = \frac{1}{8\pi} \int_F \left\{ \overline{AB} \frac{d}{dn} \Delta G(B, C) + \frac{2}{\overline{AB}} \frac{d}{dn} G(B, C) \right\} d\sigma$$

$$U(A, C) = \frac{1}{8\pi} \int_F \left\{ \overline{AB} \frac{d}{dn} \Delta \mathcal{G}(B, C) - \Delta \mathcal{G}(B, C) \frac{d}{dn} \overline{AB} \right\} d\sigma$$

étendues à une partie ouverte de la frontière de D.

Amédée Weber et **Marcelle Barbey-Gampert.** — *Action de l'Unguentolan sur la régénération des nerfs périphériques.*

L'Unguentolan est un produit des usines Siegfried, de Zofingue, composé d'un excipient d'onguent stérile et indifférent, additionné d'huile de foie de morue. L'action pharmacodynamique de cette dernière est due à un ensemble de substances, parmi lesquelles des acides gras, non saturés, des vitamines A et D, des ptomaïnes.

Appliquant l'hypothèse de G. Marinesco sur le rôle des enzymes dans la dégénérescence nerveuse, I. Minea (1932), a soumis des animaux, dont un nerf était sectionné, à l'action