**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

**Band:** 25 (1943)

**Artikel:** Sur une réciproque d'un théorème de Darboux relatif aux courbes

anallagmatiques

Autor: Rossier, Paul

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-742328

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 30.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# Résultat:

- a) Feuilles vivantes: 20 mg ac. ascorbique pour 100 gr de feuilles fraîches;
- b) Feuilles tuées et lavées: 3 mg ac. ascorbique pour 100 gr.

L'acide ascorbique a souvent été considéré (Giroud) comme la substance réductrice du nitrate d'argent. Nos expériences semblent donc prouver qu'un tissu chlorophyllien tué et privé de son acide ascorbique est parfaitement capable de réduire AgNO<sub>3</sub> au niveau de ses chloroplastes.

En résumé, la réaction de Molisch peut se produire à la fois sur un tissu mort et dépourvu pratiquement de vitamine C. La réduction nous paraît conditionnée par l'état physique des chloroplastes, question que nous avons étudiée dans un mémoire précédent (4).

> Université de Genève, Laboratoire de Pharmacognosie.

#### BIBLIOGRAPHIE

- 1. Weber, Fr., Protoplasma, 29, 427, 1938.
- 2. CARUSO, C., Protoplasma, 30, 1938a.
- 3. ERTL, O., Protoplasma, 33, 275, 1939.
- 4. MIRIMANOFF, A. Bull. Soc. bot. Genève 30, 1940.

**Paul Rossier.** — Sur une réciproque d'un théorème de Darboux relatif aux courbes anallagmatiques.

Pour l'étude des courbes anallagmatiques (qui se transforment en elles-mêmes par une inversion), Darboux a fait usage de la transformation suivante: ¹ considérons une droite: faisons-lui correspondre le cercle orthogonal au cercle d'anallagmatie qui le coupe sur la droite. On démontre qu'à toute courbe d'ordre p du plan de la droite correspond une courbe anallagmatique d'ordre 2p dans le plan du cercle.

Nous nous proposons de démontrer une réciproque de cette propriété: l'étude d'une courbe anallagmatique d'ordre 2p peut être ramenée à celle d'une courbe d'ordre p.

<sup>1</sup> G. Darboux, Principes de géométrie analytique, 311, 1917; Théorie générale des surfaces, III, 846, 1894. Pour cela, nous ferons usage des coordonnées de Varignon  $^1$ : l'abscisse  $\xi$  est portée sur le cercle d'anallagmatie (de rayon  $\rho$ ) en l'ordonnée  $\eta$  radialement, à partir du cercle. La relation d'inversion est

$$(\rho + \eta) (\rho + \eta') = \rho^2.$$

Posons

$${
m A}_{ik} = a_{ik} \cos^i \varphi \, \sin^k \varphi \quad {
m où} \quad \xi = \varphi \cdot 
ho \; .$$

Les  $a_{ik}$  sont des constantes.

Les équations d'une courbe algébrique et de son inverse (cette dernière après multiplication par  $(\rho + \eta)^{2p}$ ) sont

$$\sum_{i+k \, \leq \, 2p} {\mathcal A}_{ik} \, ({\boldsymbol \rho} \, + \, {\boldsymbol \eta})^{i+k} \, = \, 0 \qquad \text{et} \qquad \sum_{j+l \, \leq \, 2p} {\mathcal A}_{jl} \, {\boldsymbol \rho}^{2(j+l)} \, ({\boldsymbol \rho} \, + \, {\boldsymbol \eta})^{2p-j-l} \, = \, 0 \quad .$$

La condition d'anallagmatie impose l'identité de ces équations, à un facteur près. La comparaison des termes de degré p en  $(\rho + \eta)$  montre que ce facteur est  $\rho^{2p}$ .

Examinons les termes de degré m en  $(\rho + \eta)$ . Il faut

$$k = m - i$$
 et  $j = 2p - m - l$ .

Il vient

$$\rho^{2(m-p)} \sum A_{i\,,\,m-i} \,=\, \sum A_{2p-m-l\,,\,l} \ .$$

La forme du premier membre est de degré m en sin  $\varphi$  et cos  $\varphi$ : celle du second est de degré 2p-m; la différence est 2(p-m). Pour que l'identité soit formellement satisfaite, multiplions le premier membre par  $(\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)^{p-m}$ . On a alors

$$\rho^{2\,(m-p)} \sum_{i=0\,,\,r=0}^{i=m\,,\,r=p-m} a_{i\,,\,m-i} \binom{p\,-\,m}{r} \cos^{i+2r} \phi \, \sin^{2p-2r-m-i} \, \phi \, = \\ \sum_{l=0}^{2p-m} a_{2p-m-l\,,\,l} \, \cos^{2p-m-l} \phi \, \sin^{l} \phi \, \, .$$

 $\binom{p-m}{r}$  est le coefficient approprié du binôme de Newton. Les deux formes étant de même degré 2p-m, comparons-en les

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Paul Rossier, Application à la théorie de l'inversion d'un système de coordonnées du à Varignon. C. R. séances Soc. Phys. et Hist. nat. Genève, 59, 123, 1942.

coefficients numériques; pour cela faisons i = 2p - m - j - 2r; il vient

$$a_{2p-m-l,\;l} \,=\, \rho^{2(m-p)} \sum_{r=0}^{p-m} \binom{p\;-m}{r} \, a_{2p-m-l-2r,\;2m-2p-j+2r} \;\;.$$

Les constantes  $a^{ik}$  sont donc liées par p-l, équations linéaires indépendantes. Pour simplifier le langage, appelons hauteur d'un coefficient la somme i + k. La dernière équation montre que tous les coefficients dont la hauteur dépasse la moitié du degré de la courbe anallagmatique sont des fonctions linéaires de ceux de hauteur inférieure à cette moitié p: plus précisément un coefficient de hauteur p+q est une fonction linéaire des coefficients de hauteur p-q; les coefficients numériques de cette relation sont les coefficients du binôme de Newton d'ordre q. Des coefficients de l'équation de la courbe d'ordre 2p, ne sont arbitraires que ceux de hauteur p ou moindre; ce sont ceux d'une courbe algébrique d'ordre p. L'étude d'une courbe anallagmatique est ainsi ramenée à celle d'une courbe d'ordre moitié. Rappelons enfin qu'il n'existe pas à proprement parler de courbe anallagmatique d'ordre impair, car elles ne peuvent être obtenues que par dégénérescence des courbes d'ordre pair, contenant la droite à l'infini.

Edouard Paréjas. — Le substratum ancien du Taurus occidental au sud d'Afyon Karahissar (Anatolie).

La région comprise entre Afyon Karahissar et le S des lacs de Burdur, d'Eğridir et de Beyşeir appartient à deux zones tectoniques importantes. La partie N jusqu'à la latitude de Sandıklı représente la marge S du massif intermédiaire de l'Anatolia (Anatolides auct. pp.). A partir de là vers le S, on pénètre dans le domaine de la fosse taurique du géosynclinal alpin d'où sont sorties les Taurides. La grande extension des couvertures mésozoïque et tertiaire et particulièrement l'énorme accumulation des laves et des tufs trachy-andésitiques néogènes masquent presque complètement le soubassement antémésozoïque. Pendant l'été de 1941, avec E. Altınlı et Z. Ternek,