

**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 24 (1942)

**Artikel:** Critères statistiques applicables à un petit nombre d'observations  
**Autor:** Féraud, Lucien  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-741772>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 07.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**Lucien Féraud.** — *Critères statistiques applicables à un petit nombre d'observations.*

1. Etant donnée une distribution normale  $N(x, a, h)$ , de moyenne connue  $a$ , dont on ignore la précision  $h$ , le critère habituellement dit « de Student »<sup>1</sup> permet — notamment — de rejeter, pour un coefficient de probabilité fixé  $\epsilon$ , une suite de  $n$  résultats d'observations  $x_1^0, \dots, x_n^0$ . Lorsque  $n$  ne dépasse pas 31 il suffit d'une lecture dans une table<sup>2</sup>.

Le critère s'adapte à deux distributions normales indépendantes de *même précision*  $h$ , que l'on ignore, lorsque l'on connaît, par contre, la différence des moyennes: c'est le problème de « la comparaison de deux moyennes ». Il s'étend encore au cas d'un nombre quelconque de distributions normales indépendantes, de *même précision*  $h$ , que l'on ignore, mais dont on connaît toutes les moyennes.

Il existe un critère du même genre dû à R.-A. Fisher<sup>3</sup> qui s'applique à  $v$  distributions normales indépendantes, de même moyenne  $a$ , de *même précision*  $h$  (c'est-à-dire à une distribution normale  $N(x, a, h)$  et à  $v$  suites de résultats) dans l'ignorance des valeurs de  $a$  et de  $h$ .

Ainsi, dès que l'on dépasse le cas de Student proprement dit, on part de distributions normales de même précision.

2. Il s'agissait donc d'obtenir un critère applicable même lorsque les distributions originelles *n'ont pas la même précision* et permettant encore de tenir compte de toutes les observations. Par deux méthodes différentes on arrive pour  $v = 2$  à des résultats qui restent assez simples — ce qui est indispensable.

Soit deux distributions normales indépendantes  $N(x, a_x, h_x)$ ,  $N(y, a_y, h_y)$  et deux suites de résultats  $x_1^0, \dots, x_x^0; y_1^0, \dots, y_y^0$ .

<sup>1</sup> Biometrika, pp. 1-25, 1908.

<sup>2</sup> Metron. 1925 et R. A. FISHER, *Statistical Methods for Research Workers*. Table IV, in fine, 1932.

<sup>3</sup> *Statistical Methods for Research Workers*.

A. On considère les carrés des rapports de Student (à un facteur près) c'est-à-dire

$$q_x = \frac{1}{X} \cdot \frac{(Sx - Xa_x)^2}{Sx^2 - \frac{(Sx)^2}{X}}$$

et l'expression analogue  $q_y$ .

La distribution de  $q_x$ , de 0 à  $\infty$ , résulte immédiatement de celle de Student; elle a pour densité

$$\frac{1}{B\left(\frac{1}{2}, \frac{X-1}{2}\right)} q_x^{-\frac{1}{2}} (1 + q_x)^{-\frac{X}{2}}$$

$B$  étant la fonction eulérienne de première espèce. On peut en dire autant de  $q_y$  et les deux expressions sont indépendamment distribuées. Par un simple changement de variables on obtient la densité de la distribution du produit  $p = q_x q_y$ , de 0 à  $\infty$ :

$$\frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Gamma^2\left(\frac{X}{2}\right) \Gamma^2\left(\frac{Y}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{X-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{Y-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{X+Y}{2}\right)} p^{-\frac{Y+1}{2}} \mathcal{F}\left(\frac{Y}{2}, \frac{Y}{2}, \frac{X+Y}{2}, \frac{p-1}{p}\right)$$

en représentant par  $\mathcal{F}$  la fonction hypergéométrique.

B. De la distribution de  $q_x$  on passe immédiatement à celle de  $u = \frac{1}{1 + q_x}$ , de 0 à 1, dont la densité s'écrit

$$\frac{1}{B\left(\frac{1}{2}, \frac{X-1}{2}\right)} u^{\frac{X-3}{2}} (1-u)^{-\frac{1}{2}}.$$

On passe de même de la distribution de  $q_y$  à celle de  $v = \frac{1}{1 + q_y}$ .

Le changement de variables de l'intégrale de Dirichlet donne la densité de la distribution du produit  $w = u \cdot v$ , de 0 à 1:

$$\frac{\pi}{B\left(\frac{1}{2}, \frac{X-1}{2}\right) B\left(\frac{1}{2}, \frac{Y-1}{2}\right)} w^{\frac{Y-3}{2}} F\left(\frac{Y-X+1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 1-w\right)$$

$F$  étant la série hypergéométrique, convergente pour  $0 < w < 1$ .

Lorsque X et Y sont de parités différentes, F peut être remplacée par un polynôme hypergéométrique de Jacobi — en particulier si  $X = Y + 1$  on obtient:  $\left(\frac{X}{2} - 1\right) w^{\frac{X}{2}-2}$ . Lorsque X et Y sont de même parité F s'exprime à l'aide des intégrales elliptiques complètes de première et de deuxième espèce K et E pour lesquelles des tables ont été établies par Legendre.

### 3. Les distributions des expressions $p = q_x q_y$ et

$$w = \frac{1}{(1 + q_x)(1 + q_y)}$$

ayant été établies il résulte de chacune d'elles un critère applicable au cas de deux distributions normales indépendantes, de moyennes  $a_x, a_y$  connues, et de précisions  $h_x, h_y$  inconnues — non nécessairement égales. Ces critères peuvent être utilement employés alors que le critère de Student appliqué séparément à chacune des suites de résultats n'aboutit à aucune conclusion.

**Jean Patry.** — *Le théorème de Fuchs et les équations linéaires à coefficients périodiques.*

Le théorème de Fuchs est à la base de la résolution de la plupart des équations différentielles linéaires et homogènes. Il a, en effet, conduit aux solutions de l'équation de Bessel ou de l'équation hypergéométrique sous forme de séries. D'autre part, les équations linéaires à coefficients périodiques présentent un intérêt certain pour la technique. Elles se présentent presque dans tous les cas où un phénomène est sous l'influence d'une action perturbatrice périodique. Nous ne citerons comme exemple que les phénomènes d'élasticité dans les milieux stratifiés, l'étude du courant électrique dans un circuit dont les caractéristiques varient périodiquement avec le temps, etc. Il est donc intéressant de chercher à appliquer ce théorème si fécond à une classe d'équations qui n'ont été résolues pratiquement que dans quelque cas particuliers.