

**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 24 (1942)

**Artikel:** Sur les valeurs propres des opérateurs hermitiens  
**Autor:** Wavre, Rolin  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-741757>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

cinq jours après l'extirpation. Cette action est d'autant plus forte que la distance entre le cristallin et l'iris est plus faible. L'introduction dans la chambre postérieure de poudre de kaolin a, dans environ un tiers des cas, supprimé (par adsorption ?) la néoformation du cristallin.

*Université de Genève.  
Station de Zoologie expérimentale.*

#### BIBLIOGRAPHIE

- IKEDA, Y. — *Neue Versuche zur Analyse der Wolffschen Linsenregeneration*, Arb. anat. Inst. Sendai, 18, 1, 1936.
- MIKAMI, Y. — *Experimental analysis of the Wolffian lens-regeneration in adult newt, Triturus pyrrhogaster*, Jap. Journ. Zool., 9, 269, 1941.

**Rolin Wavre.** — *Sur les valeurs propres des opérateurs hermitiens.*

On sait l'importance des opérateurs hermitiens en mécanique quantique. Il est possible de leur étendre des propriétés que j'avais autrefois mises en évidence à propos des noyaux symétriques de Fredholm en approfondissant une méthode de O. D. Kellogg. La généralisation est facile et conduit rapidement aux résultats essentiels de la théorie des équations intégrales, de celle de la réduction des formes quadratiques infinie complètement continues et des systèmes d'équations linéaires à une infinité d'inconnues, à matrice hermitienne, qui en dépendent. Elle permet en plus de faire une étude des propriétés du spectre dans un cas où l'opérateur est assez « singulier ». Nous n'indiquons ici que le point de départ de cette méthode fondée principalement sur l'itération de l'opérateur et la considération d'un opérateur asymptotique; un produit infini ( $\varpi$  ci-dessous) joue dans la classification des différents cas un rôle essentiel.

Soit  $E$  un espace isomorphe à l'espace de Hilbert  $E_\omega$  et à l'espace fonctionnel  $E_f$ . Dans  $E_\omega$ , on emploiera le langage des points et des matrices, dans  $E_f$  celui des fonctions et des équations intégrales.

Soit  $g_0$  un élément de  $E$  et  $A$  un opérateur hermitien, qui

envoie d'un point en un autre, ou d'une fonction en une autre et  $A^r$  ses itérés  $r = 1, 2, 3, \dots$ .

Posons, les  $l_i$  étant des nombres positifs

$$g_r l_1 l_2 \dots l_r = A^r(g_0) \quad \text{avec} \quad \|g_r\| = 1, \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

On démontre facilement que l'on a les relations, analogues à celles de Kellogg,

$$l_1 \leq l_2 \leq l_3 \leq \dots$$

Posons

$$l = \lim l_r \quad \text{et} \quad \varpi = \frac{l_1}{l} \cdot \frac{l_2}{l} \cdot \frac{l_3}{l} \dots$$

Les quantités  $l$  et  $\varpi$  dépendent de l'élément initial ( $g_0$ ). Ce sont des fonctionnelles semi-continues de  $g_0$ , dans  $E$ .

Si  $\varpi(g_0) \neq 0$  les itérés  $g_{2r}$  convergent fortement vers une solution propre de l'opérateur  $A^2$  et  $l^2$  est la valeur propre correspondante

$$A^2(g) = l^2 g.$$

Si  $\varpi(g_0) = 0$  les itérés  $g_{2r}$  convergent faiblement vers zéro.

Si l'un des itérés  $A^n$  est un opérateur complètement continu, l'on a, quel que soit  $g_0$  de  $E$ ,  $\varpi \neq 0$ . Mais la réciproque n'est pas vraie et  $\varpi \neq 0$  est une condition plus large.

Si justement  $\varpi \neq 0$  dans tout l'espace  $E$  le spectre c'est-à-dire ici l'ensemble des valeurs  $l^2$  à chacune desquelles correspond une fonction propre  $g$  de  $E$  est un ensemble  $e$  dénombrable tel que tout sous-ensemble extrait de  $e$  contient toujours un plus grand élément. Les valeurs propres peuvent donc être ordonnées en une suite décroissante et numérotée en faisant usage des nombres ordinaux transfinis de la seconde classe.

Si l'opérateur est complètement continu, ou plus généralement si l'un de ses itérés l'est, alors les valeurs propres n'ont que la valeur zéro comme valeur d'accumulation. Les entiers ordinaires suffisent alors pour les numérotter par ordre décroissant, c'est le cas classique. L'opérateur asymptotique

$$g = B(g_0) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{A^{2r}(g_0)}{l_1 \dots l_{2r}}$$

joue le rôle d'un projecteur des éléments  $g$ , de  $E$  sur les fonctions propres  $g$  (si  $\varpi \neq 0$ ) ou sur l'élément zéro (si  $\varpi = 0$ ).

Un élément  $g_0$ , orthogonal à un élément propre  $f$ , n'est jamais projeté sur  $f$ .<sup>1</sup>

**André Rey.** — *Seconde ponte après altération du cocon chez l'Araignée labyrinthique (Agelena labyrinthica, Clerck).*

Dans le bassin du Léman, l'Araignée labyrinthique construit au courant du mois d'août un cocon compliqué bien décrit par Fabre (*Souvenirs entomologiques*, t. IX). En recueillant des femelles à la fin de juillet il est aisément d'obtenir ces constructions *in vitro* et d'expérimenter.

Nous avons examiné comment la femelle se comportait lorsqu'on détériorait son nid. Elle s'est montrée capable de le réparer lorsque les dégâts ne sont pas trop considérables. Rappelons que le cocon est formé par une petite poche, contenant de 70 à 80 œufs, placée à l'intérieur d'un second sac ménageant autour de la première enceinte un matelas d'air et un feutrage de soie. Ce second sac est placé lui-même au centre d'une large coque. Il se présente alors, tel un noyau, solidement fixé au cœur de la coque par six ou sept piliers rayonnants formant des arcades entre lesquelles la femelle circule à l'aise.

Si l'on pratique une ouverture dans la grande coque, le lendemain elle est bouchée. Si l'on sectionne un ou deux piliers rayonnants de manière que le cocon perde sa stabilité, douze heures suffisent à la femelle pour former un pilier de secours empêchant le sac de ballotter. Par contre, si l'on coupe plusieurs piliers de manière que le sac tombe dans le fond de la coque, les femelles sont incapables de retendre la masse affaissée et de la rétablir au centre de la coque, dans la seule position qui en assure l'isolement et l'étanchéité, conditions d'une heureuse éclosion. Cependant, l'Araignée n'abandonne pas son nid et surveille jalousement le sac affaissé. (D'après Lecaillon chez

<sup>1</sup> Les développements détaillés de cette méthode seront donnés dans les « *Commentarii Mathematici Helvetici* ».