Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 23 (1941)

Artikel: Sur une règle pratique de dessin géométrique

Autor: Rossier, Paul

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741169

Le plan contient une triple variété de cercles qui peuvent servir de cercles d'anallagmatie aux droites, en nombre doublement infini, du plan. Cela constitue une variété à cinq dimensions, alors que les courbes anallagmatiques d'ordre deux sont des cercles en nombre triplement infini et non quintuplement. La contradiction disparaît si l'on remarque que chaque cercle est anallagmatique d'une double infinité de manières, puisqu'il existe une double infinité de cercles orthogonaux à un cercle donné.

Paul Rossier. — *Sur une règle pratique de dessin géométrique.*

A la suite de Wiener [1], on cite souvent [2] la règle suivante de dessin géométrique: l'intersection I de deux droites est d'autant mieux déterminée que ces droites sont elles-mêmes données par des points plus rapprochés de I.

Cette règle est inexacte.

Pratiquement, un point est représenté par une petite surface dont nous admettrons qu'elle est circulaire et dont le diamètre δ est de l'ordre du ou des dixièmes de millimètre. Une droite tracée par deux points A et B est pratiquement contenue à l'intérieur de la figure limités par les deux paires de droites suivantes: les tangentes extérieures aux deux cercles images de A et B; les tangentes intérieures à ces cercles.

Entre A et B, cette figure est pratiquement un rectangle de largeur δ; nous qualifierons d'interpolée cette région.

A l'extérieur du segment AB, dans les deux régions que nous appellerons extrapolées, la figure se compose de deux droites formant un angle ε d'autant plus petit que les points A et B sont plus éloignés. On a pratiquement

$$\varepsilon = \frac{2\,\delta}{AB}\,.$$

[1] *Darstellende Geometrie*, I.

[2] ADLER, *Geometrische Konstruktionen;* THIEME, *Grundlehren der Mathematik*, II, 1: Die Elemente der Geometrie.

Coupons la figure par une droite d formant l'angle α avec la droite AB. Si l'intersection I appartient à la région interpolée, le domaine d'incertitude de I sur d est un segment de longueur δ cosec α. Cette longueur est indépendante des positions respectives de A et B.

Si la droite d coupe AB dans l'une des régions extrapolées, le domaine d'incertitude ΔI de I est sensiblement donné par l'expression

$$\Delta \mathrm{I} = \left(x + \frac{\mathrm{AB}}{2}\right) \varepsilon \operatorname{cosec} \alpha = \delta \left(1 + \frac{2x}{\mathrm{AB}}\right) \operatorname{cosec} \alpha$$

x est la distance de I au plus rapproché des deux points A et B. La formule montre que ΔI est d'autant plus petit que x est plus petit et que AB est plus grand.

La règle relative à la construction de l'intersection de deux droites est donc la suivante:

Abstraction faite du rôle de l'angle d'intersection des deux droites, l'erreur d'une intersection interpolée est de l'ordre de l'erreur de détermination des points qui déterminent les droites; elle est indépendante de la distance de ces points et de leur position relativement à la sécante.

L'erreur sur une construction extrapolée est supérieure à celle d'une intersection interpolée; l'augmentation est proportionnelle à la distance de l'intersection au plus rapproché des deux points déterminant la droite et inversement proportionnelle à la distance de ces points.

Contrairement à la règle de Wiener, il n'y a jamais désavantage à déterminer graphiquement une droite par deux points aussi éloignés que possible l'un de l'autre.

Les règles de dessin ne permettent pas toujours de résoudre immédiatement les problèmes d'exactitude d'une construction. Une discussion sérieuse est souvent nécessaire. On s'en rend facilement compte en examinant les problèmes élémentaires suivants, souvent confondus: déterminer le milieu d'un segment AB et tracer la perpendiculaire en ce milieu.

Les arcs de cercle utilisés dans ces constructions ont une certaine largeur e. Dans le premier problème, la région d'incertitude de leur intersection doit être aussi peu étendue que possible dans la direction AB. Pour cela, ils doivent être presque tangents l'un à l'autre. D'où la règle: pour déterminer le milieu d'un segment, utiliser une ouverture de compas à peine supérieure à la moitié de ce segment.

Par la construction précédente, la direction de la perpendiculaire au milieu du segment est mal déterminée, car les intersections considérées sont trop voisines l'une de l'autre. Si, au contraire, les rayons sont très grands, les intersections sont mauvaises.

Pour bien en voir la différence, traitons ces problèmes par le calcul. L'un des points d'intersection est contenu à l'intérieur d'un losange dont les côtés non adjacents sont distants de e. Appelons α le demi-angle de ce losange en un sommet placé sur la perpendiculaire. La diagonale du losange parallèle au segment donné est

$$X = \frac{e}{\cos\alpha} .$$

Le minimum de x correspond à $\alpha = 0$. On vérifie ainsi la règle donnée plus haut pour la détermination du milieu.

Quant à l'erreur possible sur la direction de la perpendiculaire elle est égale à

$$\frac{2e}{\mathrm{AB}\sin\alpha} .$$

C'est en choisissant le rayon aussi grand que possible que la direction de la perpendiculaire est déterminée avec le plus de précision.

En général, on désire que la direction et la position de la perpendiculaire soient bien déterminées. Posons que l'on cherche le minimum du produit des erreurs. Cela conduit au maximum du produit $\sin\alpha \cos\alpha$ ou à celui de $\sin 2\alpha$. Cette condition est satisfaite pour $\alpha = 45°$. Les cercles se coupent orthogonalement et leur rayon est $\frac{\mathrm{AB}}{\sqrt{2}}$.

En *séance particulière*, M. Marcel Monnier est élu *membre ordinaire* à l'unanimité des membres présents.