Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 22 (1940)

Artikel: Sur l'aplatissement terrestre calculée en seconde approximation

Autor: Ruffet, Jean

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741705

En posant $u - h_m = f$ on a donc $u = h_m + f$. Donc *toute fonction continue est la somme d'une fonction harmonique et d'une fonction orthogonale à toute fonction harmonique dans le domaine* D. *Cette décomposition n'est possible que d'une seule manière*, en effet, sinon on trouverait une autre h_m^x et une autre f^x et l'on aurait, ce qui est absurde:

$$h_m - h_m^x = f^x - f \qquad \text{et} \qquad \int (f - f^x)\,(h_m - h_m^x)\, d\mathrm{D} = 0 \;.$$

On peut choisir u analytique si l'on veut et mettre ainsi en évidence l'*existence de fonctions analytiques dans* D *et orthogonales à toutes les fonctions harmoniques dans* D et de carré sommable.

Les densités ρ des corps de potentiel nul sont aussi «nombreuses» que les fonctions de carré sommable, à des fonctions harmoniques près. En prenant ensuite les polynomes harmoniques de degré 0, 1, 2 on établit facilement les propriétés simples du tenseur d'inertie pour les densités ρ.

Jean Ruffet. — *Sur l'aplatissement terrestre calculé en seconde approximation.*

Dans son livre, Figures planétaires et Géodésie, M. Wavre applique une méthode nouvelle, appelée procédé uniforme, qui permet de trouver les formules de la géodésie supérieure. Le potentiel de la pesanteur et le rayon vecteur y sont développés en séries suivant les puissances de la vitesse angulaire ω. Nous avons poursuivi cette étude dans deux directions différentes en développant suivant les puissances de ω l'inverse du carré du rayon polaire et également la masse totale.

Les calculs relatifs à la seconde approximation sans développement de la masse suivant les puissances de la vitesse angulaire conduisent aux résultats, obtenus par M. Wavre, qui donnent pour l'inverse de l'aplatissement le chiffre 295 comme compatible avec les mesures fondamentales, les chiffres 296 et 294 pouvant éventuellement convenir aussi.

Si l'on développe la masse M suivant les puissances de la vitesse angulaire ω en posant [1]

$$M = M_0 + \omega^2 M_1 + \omega^4 M_2 + \ldots\ldots + \omega^{2n} M_n + \ldots\ldots ,$$

on trouve des formules algébriquement semblables. L'inverse de l'aplatissement étant donné par la relation $\frac{1}{e_1} + 1$ où e_1 représente la déformation équatoriale sur la surface libre, on peut écrire

$$e_1 = \frac{\varphi}{2}(1 + u) + \left(\frac{\varphi}{2}\right)^2 (3 + u - 2u^2 - r + 2u\mu_1)$$

φ étant déterminé au moyen des éléments fondamentaux $\varphi = \frac{\omega^2 t_1}{g_\rho}$ et $\mu_1 = \frac{i M_1}{t_1^3}$; u et r étant des constantes, i le coefficient de l'attraction universelle, g_ρ la pesanteur au pôle et t_1 le rayon polaire de la surface libre.

La fonction $f(u)$ qui permettra de calculer les valeurs de u nous est actuellement donnée par les inégalités

$$\frac{J}{\frac{\varphi}{2}}(1 + 4J - \varphi\mu_1) > f(u) > \frac{J}{\frac{\varphi}{2}}\left[1 + 4J - \varphi\left(\frac{7}{3} - u + \mu_1\right)\right]$$

J étant une constante liée aux mesures précessionnelles.

Quels sont alors les résultats numériques obtenus pour l'inverse de l'aplatissement à partir de ces formules tenant compte du développement de la masse. En prenant comme valeurs des éléments fondamentaux celles données par M. Wavre p. 122, on a:

$$\frac{1}{581{,}84} < \frac{\varphi}{2} < \frac{1}{581.69} \quad \text{et} \quad J = \frac{1}{305{,}31} .$$

En joignant à ces données les inégalités obtenues pour calculer μ_1 soit $u < \mu_1 < \frac{7}{3}$, on trouve pour l'inverse d'aplatissement des résultats légèrement plus forts. Le chiffre 296 est le plus probable, 295 et 297 pourraient également convenir.

[1] M[lle] M.-J. Pérau a fait le calcul formel en troisième approximation en développant la masse suivant les puissances de la vitesse angulaire.

Si l'on tient compte de la constante p de la précession générale, les nouvelles valeurs de J données par la relation

$$J = \frac{J_1}{1 - \frac{2}{3} J_1}$$

où J_1 est fonction de p et du rapport de la masse de la Lune à celle de la Terre, nous donnent pour l'inverse d'aplatissement des résultats légèrement plus faibles que ceux obtenus précédemment.

Les chiffres 296,5 et 295,5 paraissent les plus probables, 297 paraissant devoir être trop fort.

Le détail de ces calculs paraîtra ultérieurement. Remarquons que la constante de la précession générale pourrait donner lieu à une étude en deuxième approximation; la valeur admise dans ces calculs est celle donnée p. 124 du livre de M. Wavre:

$$p = 50'',2564 + 0'',000222\,(T - 1900) \quad \text{avec} \quad T = 1900\ .$$

Nous chercherons encore à resserrer les inégalités qui interviennent dans le calcul numérique et à donner des résultats plus précis tout en tenant compte des erreurs provenant des éléments fondamentaux.

L'équation en E, p. 109, qui, pour la seconde approximation, joue un rôle important analogue à celui de l'équation de Clairaut pour la première approximation, subsiste sans modification dans le calcul avec la masse développée.

La méthode et le calcul numérique ont été conduits à nouveau en développant suivant les puissances de la vitesse angulaire ω l'inverse du carré du rayon polaire. Les formules algébriques trouvées présentent une analogie avec celles obtenues en développant le rayon vecteur. Pour l'aplatissement on trouve la formule algébrique simple $\alpha = 1 - \sqrt{1 - |\eta_1|}$, η_1 correspondant à la déformation équatoriale sur la surface libre. Les résultats numériques trouvés à partir des éléments fondamentaux ne sont pas sensiblement différents pour la seconde approximation. Ce dernier calcul a été repris également en développant la masse, les résultats obtenus ne diffèrent pas de ceux du calcul en e avec la masse développée.