Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 21 (1939)

Artikel: Sur les figures d'équilibre des sphéroïdes dans l'espace à n dimensions

Autor: Wavre, Rolin / Giezendann, Karl

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-742227

fine normale $C_n H_{2n+2}$ *(à l'état liquide) et d'un solvant donné, est, en première approximation, indépendante de* n, tout au moins lorsque n est compris entre 6 et 18. L'hypothèse formulée précédemment est donc confirmée.

Les chaleurs de formation du mélange Hexane-Benzène ont été mesurées par Baud [1]. Nos mesures s'accordent avec les siennes. En revanche il ne semble pas que les mélanges O-B, H-C et O-C aient été étudiés.

Rolin Wavre et Karl Giezendanner. — *Sur les figures d'équilibre des sphéroïdes dans l'espace à* n *dimensions.*

La théorie de Clairaut relative à la figure de la Terre a été perfectionnée par différents auteurs. En particulier, une étude poussée a été faite sur les variations de l'aplatissement des couches avec la profondeur, variations régies par une certaine équation différentielle du deuxième ordre. Il était intéressant de chercher à généraliser ces formules au cas d'un espace à n dimensions, en adoptant comme loi d'attraction la proportionnalité à la puissance $(1 - n)^{\text{ième}}$ de la distance, et comme équation de l'hydrodynamique convenant à ce problème

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial U}{\partial x_i} + \omega^2 x_i \quad (i = 1, 2, \ldots, n-1) \quad \text{et} \quad \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_n} = \frac{\partial U}{\partial x_n}$$

où p est la pression, ρ la densité, U le potentiel newtonien généralisé et ω la vitesse angulaire.

Cette étude permet de mettre en évidence ce qui dans la théorie ordinaire tient au nombre des dimensions et les propriétés vraies quel que soit n. La méthode rapide, employée par le premier signataire de cette note dans « Figures planétaires et Géodésie », pour obtenir l'équation de Clairaut, se généralise sans grande difficulté et donne, comme M. Giezendanner l'a montré, les généralisations suivantes des équations

[1] Baud, *Soc. chim. de France*, *17*, 329, 1915.

de Clairaut (1), de Radau (2) et de deux transformées de ces équations:

$$e''\mathrm{D} + 2e'\mathrm{D}' + \frac{n+3}{t}e'\mathrm{D} + \frac{2}{t}e\mathrm{D}' = 0 \qquad (1)$$

$$t\eta' + \eta^2 + \left[(n+2) + 2\mathrm{G}\right]\eta + 2\mathrm{G} = 0 \qquad (2)$$

$$\mathrm{D}(2e + te') = c + n\int_t^1 \rho\, de\ , \qquad (\mathrm{D}e)' = nt^{-(n+3)}\int_0^t e\, t^{n+2}\, d\rho \qquad (3)$$

t est le rayon polaire des surfaces d'égale densité, ρ la densité, D la densité moyenne, e l'aplatissement, c une constante non nulle et enfin

$$\eta = t\frac{e'}{e}\ , \qquad \mathrm{G} = t\frac{\mathrm{D}'}{\mathrm{D}}\ .$$

La discussion des variations de l'aplatissement contenue dans « Figures planétaires et Géodésie » s'étend presque textuellement à ce cas général. On tire de (1) et (3) des résultats tels que

$$0 \leqslant \eta \leqslant -\mathrm{G} \leqslant n \quad \text{pour} \quad 0 < t < +\infty\ ,$$
$$e \geqslant 0 \qquad e' \geqslant 0\ ,$$

et à l'extérieur de l'astre

$$e = k(t^n + ut^{-2})\ , \quad 0 \leqslant u \leqslant \frac{1}{2}n\ , \quad (k \text{ et } u \text{ étant des constantes}).$$

En plus, les formules d'attraction des ellipsoïdes, établies pour la première fois par Dirichlet se généralisent facilement et les équations qui déterminent les axes sont analogues aux équations classiques, comme M. Giezendanner l'a montré.

Ces quelques résultats confirment que dans l'espace à n dimensions l'hypothèse de l'attraction newtonienne proportionnelle à la $(1-n)^{\text{ième}}$ puissance de la distance permet de poursuivre très loin les analogies mathématiques avec ce qui se passe dans le cas de $n = 3$.

Séance particulière.

L'assemblée adopte à l'unanimité des membres présents le nouvel article 37 modifiant le règlement du compte rendu.