

Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 20 (1938)

Artikel: Sur la liquéfaction du globe terrestre : dans l'hypothèse d'une sphère gazeuse initiale soumise à une loi polytropique
Autor: Mercier, André
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-742931>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 07.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SUR LA LIQUÉFACTION DU GLOBE TERRESTRE

DANS L'HYPOTHÈSE D'UNE SPHÈRE GAZEUSE

INITIALE

SOUMISE A UNE LOI POLYTROPIQUE

PAR

André MERCIER

(Avec 7 fig.)

Résumé. — On peut croire qu'à une époque reculée les planètes, en particulier la Terre, étaient des masses gazeuses à peu près sphériques. Nous imaginons un modèle de la Terre, que nous appelons Globe, défini par une sphère gazeuse polytropique de masse $6 \cdot 10^{27}$ g. Nous discutons les valeurs qu'il faut attribuer aux grandeurs qui le caractérisent (rayon, température centrale, poids moléculaire). De là, nous pouvons déterminer la distribution de la densité, de la pression, de la température. Considérant alors qu'il doit y avoir des vapeurs métalliques à toute distance du centre, nous montrons que les conditions sont telles que ces vapeurs (le calcul est fait pour le fer) doivent se condenser dans la couche superficielle du Globe, couche dont l'épaisseur représente une portion très appréciable du rayon.

* * *

1. — *Formation des planètes.* — Nous admettons que les planètes se sont formées selon le processus imaginé par Chamberlain et Moulton, et développé particulièrement par Jeans et Jeffreys, selon qui une étoile s'est approchée suffisamment du Soleil pour en arracher de la matière sous la forme primitive d'un filament. Celui-ci s'est rompu, donnant naissance aux planètes. Ce que nous retenons des détails de ce mécanisme concerne les limites dans lesquelles les planètes ont pu se former. Le filament était composé de matières gazeuses; il avait donc tendance

à se dissiper dans l'espace, et pour que cela ne se produisît pas, il a fallu que la masse des planètes en formation fût suffisante pour que la gravitation retint les particules du gaz. Partant de cette condition, et admettant que la température d'une planète en formation était la température effective du Soleil (qui n'a pas dû changer d'une manière appréciable depuis), soit 5800° , et dans l'hypothèse enfin d'une densité soit de 1, soit de $1/10$, Jeffreys¹ a montré que le rayon de la planète gazeuse doit être plus grand que $3,3 \cdot 10^8$ cm ou $1,04 \cdot 10^9$ cm respectivement. Or, une densité de 1 est à peu près celle qui régnait dans le Soleil; la densité de la planète était au plus celle du Soleil à l'endroit de la formation, de sorte que le rayon ne devait pas être loin de 10^9 cm, s'il n'était pas éventuellement plus grand que cette valeur.

Dans ce travail, nous considérons une planète formée selon le processus dont la description vient d'être résumée, éventuellement selon un autre, mais dont les caractéristiques tout au moins sont, d'abord d'être gazeuse, et deuxièmement d'avoir une masse M égale à celle de la Terre telle que nous la connaissons actuellement, soit $M = 6 \cdot 10^{27}$ g. Nous admettons pour limite inférieure du rayon la valeur $3,3 \cdot 10^8$ cm.

Pour pouvoir traiter des conditions dans lesquelles l'évolution de cette masse gazeuse s'effectue, il faut savoir à quelles lois elle est soumise, et nous serons obligé pour cela de faire diverses hypothèses, grâce auxquelles il sera possible de conclure à certaines données concernant principalement la liquéfaction de la masse.

2. *Définitions et notations.* — Nous appellerons *Globe* une masse gazeuse ayant les principales caractéristiques suivantes:

Il présente une symétrie pratiquement sphérique.

Sa masse est égale à $M = 6 \cdot 10^{27}$ g.

La relation entre la pression et la densité au sein du gaz est exprimée par une loi polytropique.

De plus il nous faut convenir de ses dimensions et de son poids moléculaire moyen.

¹ Voir H. JEFFREYS, *The Earth* (2nd, Ed. Cambridge, 1929).

Nous admettons, pour tenter de nous rapprocher d'un modèle convenant pour la Terre, que la température maximum du Globe, c'est-à-dire celle qu'il possède au centre, ne dépasse pas les quelque 6000° K qui caractérisent la température effective du Soleil à l'époque de l'éjection du filament gazeux. Il se pourrait, bien entendu, que le Globe, en se contractant, eût subi l'effet qu'exprime le paradoxe de Lane. Mais, comme le remarque Jeffreys, on peut dire grossièrement que le temps écoulé entre l'époque de la formation de notre planète et sa condensation est extrêmement court comparé à l'âge actuel de la Terre. D'après lui, la liquéfaction a été une affaire de quelques milliers d'années seulement. Ayant ainsi une idée de ce qui a pu se passer, nous montrerons dans ce travail que le Globe est un système devant se liquéfier très rapidement, qu'il ne peut subsister à l'état de masse gazeuse, ou plus exactement que, dans les hypothèses formulées ci-dessus et précisées plus loin, les vapeurs métalliques contenues dans une épaisse couche externe du Globe se trouvent dans des conditions qui impliquent leur condensation spontanée.

Nous partons donc de l'hypothèse d'un Globe gazeux, ayant une symétrie sphérique. Nous emploierons les notations suivantes:

M	=	masse du Globe.
R	=	rayon du Globe.
r	=	distance entre un point du Globe et son centre ($0 \leq r \leq R$).
ρ	=	$\rho(r)$ = densité du gaz dans le Globe.
P	=	$P(r)$ = pression totale.
T	=	$T(r)$ = température absolue.
$\bar{\rho}$	=	densité moyenne du Globe.
ρ_c, P_c, T_c	=	densité, pression, température au centre.
$\rho_m(r)$	=	densité moyenne d'une portion sphérique du Globe ayant un rayon r .
φ	=	$\varphi(r)$ = potentiel de la gravitation.
μ	=	poids moléculaire.
β	=	p_g/P = rapport de la pression du gaz p_g à la pression totale P .
\mathcal{R}	=	constante des gaz.
G	=	constante de la gravitation.
n	=	indice polytropique.
ξ, u	=	variables d'Emden (équation polytropique).

3. *Equation polytropique.* — Rappelons ici ce que l'on entend par l'expression gaz polytropique. Dans les notations du paragraphe 2 on peut écrire les équations hydrodynamiques suivantes concernant la masse gazeuse du Globe. Tout d'abord une relation entre la pression, la densité et le potentiel gravitationnel:

$$dP = \rho d\varphi .$$

D'autre part, l'équation de Poisson

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} = -4\pi G \rho .$$

Pour pouvoir intégrer ces équations, il faut savoir par exemple comment la pression dépend de la densité. On fait l'hypothèse que la pression et la densité sont reliées par une loi dite *polytropique* et qui s'écrit

$$P = C_0 \rho^k$$

où C_0 et k sont des constantes. On pose alors

$$k = \frac{n+1}{n}$$

où n est une constante qu'on appelle *indice polytropique*.

Le potentiel est déterminé à une constante près. On la définit en faisant en sorte que φ s'annule à la surface de la sphère gazeuse. Soit alors φ_c la valeur de φ au centre. Si l'on pose

$$\alpha^2 = \frac{4\pi G}{[(n+1)k]^n}$$

$$u = \varphi/\varphi_c$$

$$\xi = \alpha \varphi_c^{\frac{n-1}{2}} r$$

l'équation de Poisson prend la forme particulièrement simple suivante

$$\frac{d^2u}{d\xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{du}{d\xi} + u^n = 0$$

dite équation d'Emden. Nous renvoyons pour des développements plus détaillés au livre d'Emden¹ ou aux exposés

¹ R. EMDEN, *Gaskugeln* (Teubner, 1907).

d'Eddington¹ ou de Milne². Si l'on admet de plus que le gaz est parfait, on a

$$\frac{p_g}{\rho} = \frac{\mathcal{R} T}{\mu}.$$

Pour tenir compte d'une valeur éventuellement considérable de la température, la pression de radiation doit être prise en considération. Eddington a montré comment on doit en tenir compte. Il introduit le rapport β de la pression du gaz à la pression totale. Dans ces conditions, il se trouve³ que

$$T = T_c u$$

$$\rho_m(r) = -\rho_c \left/ \frac{\xi}{3 \frac{du}{d\xi}} \right.$$

$$\rho = \rho_c u^n$$

$$P = P_c u^{n+1}$$

$$M(r) = \frac{M}{\left[\xi^2 \frac{du}{d\xi} \right]_0} \xi^2 \frac{du}{d\xi}$$

où l'indice zéro se rapporte à la surface frontière de la sphère gazeuse.

La densité moyenne et les valeurs centrales se calculent à partir des expressions que voici

$$\rho_m = \frac{3M}{4\pi R^3}$$

$$T_c = \frac{GM}{\mathcal{R}} \beta \mu \frac{1}{R} \frac{\xi_0}{(n+1) \left[-\xi^2 \frac{du}{d\xi} \right]_0}$$

$$\rho_c = \rho_m \left[-\frac{1}{3} \frac{\xi}{du/d\xi} \right]_0$$

$$P_c = \frac{\rho_c \varphi_c}{n+1} \quad \text{où} \quad \varphi_c = \frac{GM}{R} \left[-\frac{\xi}{\xi^2 \frac{du}{d\xi}} \right]_0$$

¹ A. EDDINGTON, *The Internal Constitution of the Stars* (Camb., 1926).

² E. A. MILNE, *Hdb. d. Astrophysik.*, Bd. III/1.

³ Voir l'exposé d'EDDINGTON, *loc. cit.*; nous n'employons pas exactement les mêmes notations dans le présent travail.

Emden a lui-même donné les solutions numériques de son équation pour diverses valeurs de n . De ses tables on peut tirer les valeurs de $\rho(r)$, $P(r)$, $T(r)$, $M(r)$ lorsque la masse M , le rayon R , l'indice polytropique n et le produit $\beta\mu$ sont connus. C'est donc sur le choix de ces grandeurs qu'il faut se décider. Nous les appellerons *grandeurs caractéristiques* du Globe. Nous allons maintenant en discuter le choix.

4. *Grandeurs caractéristiques du Globe.* — Il est impossible de faire d'emblée un choix des grandeurs caractéristiques, car pour que le choix soit bon, il faut qu'il conduise à des résultats raisonnables sur l'état et l'évolution du Globe. De sorte qu'on a plus à deviner et tâtonner qu'à choisir d'autorité des valeurs paraissant convenir.

Considérons tout d'abord l'indice polytropique. Nous avons posé

$$P = C_0 \rho^k \quad (1)$$

puis

$$n = \frac{1}{k - 1}.$$

Il est tout d'abord exclu que $k < 1$ car la densité ne peut augmenter lors d'une diminution de pression. Donc $k \geq 1$.

Ecrivons (1) sous la forme

$$\rho = C_0^{-1/k} p^{1/k}. \quad (2)$$

Si k est très grand, la pression n'a guère d'influence sur la valeur de ρ , et pour $k \rightarrow \infty$, c'est-à-dire pour $n \rightarrow 0$, le gaz devient incompressible.

La figure 1 donne sous forme de courbes les solutions $u(\xi)$ de l'équation d'Emden pour diverses valeurs de n . Rappelons que u est proportionnel à la température. On voit que u devient nul au delà d'une certaine valeur de ξ qui définit donc la limite de la sphère gazeuse dans l'unité de ξ .

La figure 2 donne les courbes $u^n(\xi)$ pour divers n , c'est-à-dire, pour un indice donné, une grandeur proportionnelle à la densité ρ . Les chiffres mis entre crochets, $[n]$, montrent à quelle

valeur de l'abscisse ξ la valeur de u^n (donc celle de ρ) devient nulle, pour les divers indices n envisagés.

La figure 1 montre que plus l'indice polytropique est élevé, plus est étendue la zone extérieure de la sphère où la tempéra-

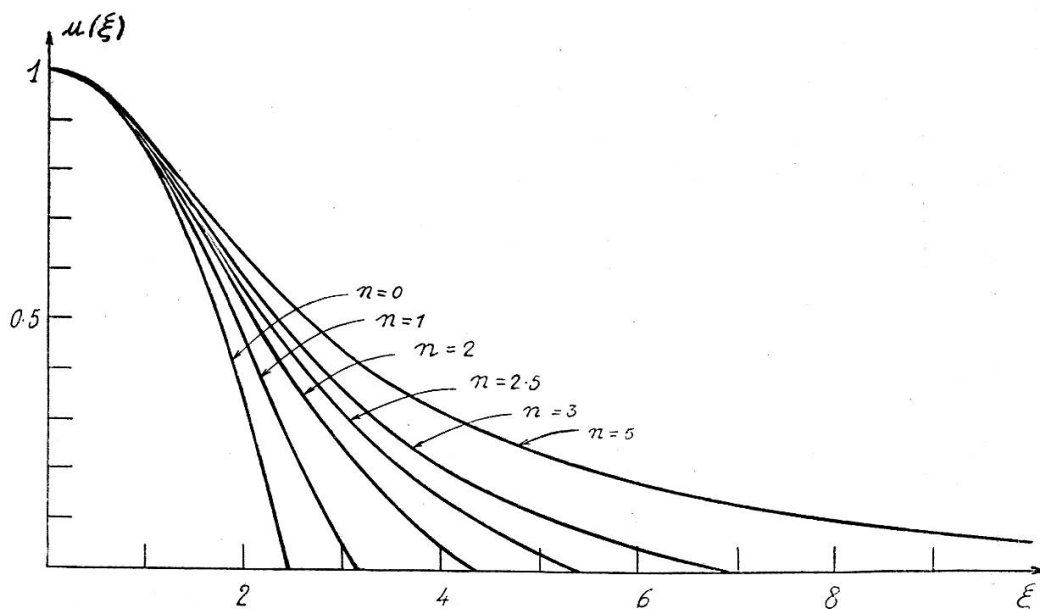


Fig. 1.

Solution de l'équation d'Emden [$T \propto u(\xi)$].

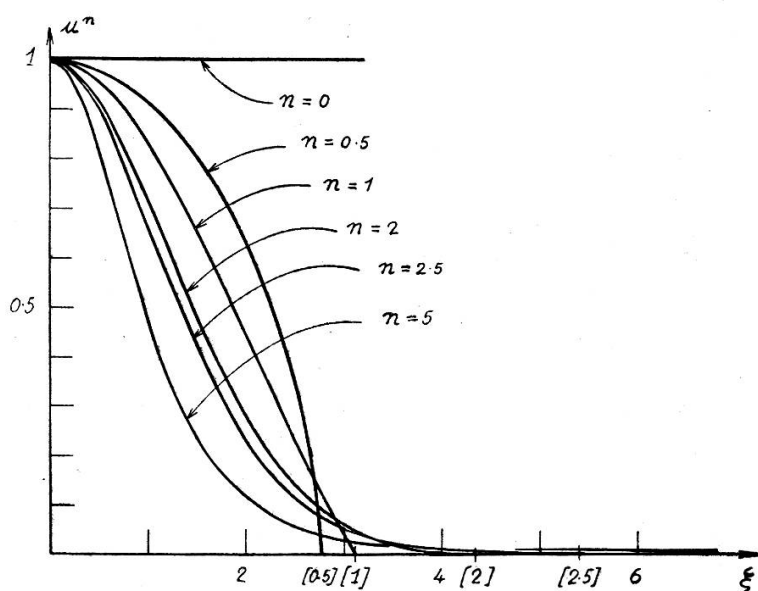


Fig. 2.

Répartition de la densité en fonction du rayon pour divers indices polytropiques [$\rho \propto u^n(\xi)$].

ture est relativement faible. D'autre part, on constate sur la figure 2 que plus l'indice polytropique est petit, plus la densité tend à être homogène. En particulier pour $n = 0$, la densité est uniforme, ce qui peut s'exprimer en disant que la sphère homogène est incompressible. Pour $n > 1$, on peut parler de la formation d'une concentration de matière vers le centre. Nous définissons un *noyau central* par la sphère interne dont le rayon est égal à la distance à laquelle la tangente à la courbe $\rho(r)$ en son point d'inflexion coupe l'axe des abscisses. Pour $n = 2$, par exemple, le noyau ainsi défini s'étend à peu près aux $2/7$ du rayon. Pour $n = 0,5$, par contre, il n'y a pas de noyau central, la courbure de $\rho(r)$ étant toujours dirigée vers l'origine.

Le gradient de la température pour un ξ donné dépend de l'indice polytropique; l'existence d'un noyau central tel qu'il vient d'être défini dépend du choix de n , et se fait donc directement sentir sur le gradient de la température. Par contre, la valeur absolue de la température aux divers rayons dépend des grandeurs caractéristiques du Globe. Il est particulièrement important dans le cas qui nous intéresse de considérer la température centrale. Récrivons la formule qui permet de la calculer:

$$T_c = \frac{GM}{\mathcal{R}} \beta \mu \frac{1}{R} \frac{\xi_0}{(n+1) \left[-\xi^2 \frac{du}{d\xi} \right]_0} \quad (3)$$

T_c est proportionnelle au poids moléculaire, au rapport β , à l'inverse du rayon R , et diminue si l'indice polytropique augmente. Nous avons déjà remarqué que la seule grandeur que nous connaissions bien est la masse $M = 6 \cdot 10^{27}$ g. Donc T_c dépend de quatre paramètres qu'il faut choisir, ce qui rend la chose difficile. Il est indiqué de renverser le problème, en remarquant que la température centrale a dû être très proche de la température du filament projeté par le soleil. De sorte que nous pouvons poser

$$T_c < 6000^\circ \text{ K} \quad (4)$$

et chercher un ensemble des grandeurs β , μ , R et n qui convienne aux conditions générales du Globe et satisfassent l'inégalité (4) (nous écrirons dorénavant $T_c = 6000^\circ$).

Avant de préciser les valeurs de β , μ , R et n , revenons un instant à la masse M qui fait partie également des grandeurs caractéristiques. Il faudrait en toute rigueur faire rentrer dans la valeur de M d'une part la masse de l'atmosphère terrestre actuelle; celle-ci est absolument négligeable; d'autre part, il faudrait aussi y inclure la masse de la Lune puisque d'après la théorie de G. H. Darwin, celle-ci est née de la Terre. La masse de la Lune est 81 fois plus petite que celle de la Terre. Or les estimations que nous ferons dans ce travail sont très imparfaites, aussi comme la Lune ne représente pas 1,3% du total, nous la négligeons et posons, pour simplifier les calculs, $M = 6 \cdot 10^{27}$.

Considérons alors le poids moléculaire. Il dépend de l'abondance de chaque élément dans le matériel qui constitue le Globe, de l'état de combinaison de ces éléments et du degré de leur ionisation éventuelle. Nous admettrons que les molécules sont toutes dissociées, que les éléments ne se présentent qu'à l'état atomique. La température est de plusieurs milliers de degrés dans une partie du Globe; nous admettons donc *a priori* que celui-ci est à l'état gazeux (quitte à justifier ou à infirmer cette supposition plus tard). Ce sont des conditions favorables à l'état atomique. D'autre part, la densité de la Terre s'explique par l'existence d'un noyau de fer (et d'autres métaux, le Nife), et comme le montreront les données du tableau I, l'oxygène présent dans la Terre a été pratiquement tout employé à l'oxydation du silicium. Le fer à lui seul représente une bonne partie de la masse du Globe; s'il se trouvait à l'état métallique gazeux à une haute température, on peut admettre qu'il était atomique.

A côté du fer, l'élément le plus abondant est l'oxygène. On peut estimer à quel point il est dissocié dans les conditions prescrites. A la réaction



correspond une équation d'équilibre thermochimique qu'on peut écrire sous la forme .

$$\frac{4x^2}{1-x^2}p = K \quad (5)$$

où p est la pression totale due aux molécules O_2 et aux atomes O , et où x est le degré de dissociation, c'est-à-dire le rapport du nombre de molécules dissociées au nombre de molécules qu'il y aurait si l'oxygène ne se présentait pas à l'état atomique. La constante K peut être grossièrement calculée au moyen de l'équation ¹

$$\log K = -\frac{q}{4,57 T} + 1,75 \log T + 2,8 \quad (6)$$

où T est la température, et q la chaleur de dissociation de la molécule O_2 . Celle-ci vaut

$$q = 142\,000 \text{ calories .}$$

Il en résulte que pour $T \sim 6000^\circ$,

$$K \sim 17\,000 ,$$

donc

$$x \sim \sqrt{\frac{17\,000}{17\,000 + 4p}}$$

où p doit être exprimée en atmosphères. Anticipant sur les estimations que nous ferons dans la suite, nous pouvons déjà dire que nous aurons affaire dans le Globe, à la température de 6000° , à des pressions comprises entre 20 et 120 atmosphères. Comme le montre le tableau ci-dessous, l'abondance atomique de l'oxygène est de 36%, et comme il s'agit de pressions partielles, la pression p est ici comprise entre 8 et 50 atmosphères, d'où il résulte que pour l'oxygène à 6000° ,

$$x \sim 1 ,$$

c'est-à-dire une dissociation pratiquement complète.

¹ Voir par exemple LANDOLT-BÖRNSTEIN, *Phys. chem. Tabellen*, 5. Aufl., II, p. 1419.

Par contre, pour des régions où la température est de l'ordre de 1500° , la pression est de l'ordre de l'atmosphère, mais $K \sim 10^{-10}$, de sorte que dans ces régions $\alpha \sim 0$. Remarquons que ces données signifient que l'oxygène est plus dissocié à l'intérieur que dans les couches supérieures du Globe.

Il est donc fort possible que l'oxygène se trouve à l'état moléculaire dans une proportion très appréciable. C'est pourquoi nous calculerons le poids moléculaire moyen du Globe premièrement dans l'hypothèse où tous les éléments sont à l'état atomique mais non ionisés, ensuite dans l'hypothèse où l'oxygène n'est pas dissocié (O_2) mais où les autres éléments (principalement Mg, Al, Si, S, Ca, Fe, Ni) sont à l'état atomique.

Envisageons le cas où l'oxygène est dissocié complètement. L'abondance des éléments dans la terre est connue. Elle peut être caractérisée par le rapport entre le nombre d'atomes de chaque élément au nombre total d'atomes d'un mélange. On appelle ce rapport l'abondance atomique et nous le désignons par A . Le tableau I, tiré des données contenues dans le livre de G. von Hevesy¹, indique, en regard des éléments les plus abondants, leur poids atomique p_a , leur abondance atomique A , et les produits $A \cdot p_a$ dont la somme est égale au poids moléculaire moyen du Globe. Il vaut environ 32. Dans cette évaluation, nous avons complètement négligé l'influence des éléments moins abondants que 1% (en particulier celle des

TABLEAU I.

Elément	O	Mg	Al	Si	S	Ca	Fe	Ni
Poids atomique p_a	16	24,3	27	28,1	32,1	40,1	55,8	58,7
Abondance atomique A	0,36	0,11	0,01	0,15	0,03	0,01	0,30	0,02
$A \cdot p_a$	5,75	2,58	0,27	4,22	0,96	0,40	16,73	1,17
Total : 32,08 \sim 32.								

¹ G. V. HEVESY, *Chemical Analysis...* (fig. 101, p. 312) (New York, 1932).

éléments plus lourds que le nickel). Dans l'hypothèse de la dissociation complète de l'oxygène, le poids moléculaire moyen se trouve donc être sensiblement inférieur au poids atomique du fer.

Considérons maintenant le cas où l'oxygène est sous forme moléculaire O_2 . Son poids moléculaire est 32. Les abondances (qu'on ne peut plus appeler atomiques) changent de valeur respective. Les calculs sont semblables; on trouve alors $\mu=39,6$, soit 1,24 fois plus que dans le premier cas. La différence n'est pas considérable.

Avant d'admettre comme définitive une valeur comprise entre ces limites, il faut montrer que l'ionisation est négligeable. Or l'ionisation, mesurée par le rapport j du nombre d'atomes ionisés au nombre d'atomes non ionisés, est représentée par la formule de Eggert-Saha. Nous pouvons l'exprimer sous la forme suivante ¹:

$$\log_{10} j = \log \mu + \frac{3}{2} \log T - \log \rho - 5,03 \cdot 10^3 \frac{\psi}{T} - 8,39 \quad (7)$$

où ψ est le potentiel d'ionisation en volts. Si nous posons

$$T < 6000^\circ, \quad \mu = 56, \quad \rho \sim 10^{-3}$$

ce qui correspond au cas du fer dans le Globe, on obtient

$$\log j < 1,9 - 0,838 \psi$$

Pour le fer, le potentiel ψ vaut 8,15 volts pour le premier électron à arracher, et 80 volts environ pour les sept suivants ². Huit volts sont déjà suffisants pour que j soit complètement négligeable. Pour l'oxygène, le potentiel varie, pour les six électrons de la couche L, entre 13,5 volts et 140 volts ². Pour l'hydrogène, on sait que le travail d'arrachement de l'électron est donné par le premier terme de la série de Lyman, soit en volts 13,5. On voit que les valeurs de j sont négligeables. L'ionisation ne joue aucun rôle.

¹ Nous employons ici à peu de chose près la formule (174.2) du livre d'Eddington (*Int. Const. Stars*).

² D. R. HARTREE. Proc. Camb. Phil. Soc. **22**, 473, 1924.

Nous admettrons dès maintenant que le poids moléculaire est compris entre les limites

$$32 < \mu < 40 . \quad (8)$$

Cette valeur de μ n'est correcte naturellement que dans l'hypothèse où il n'y a pas de combinaison chimique entre les éléments qui entrent dans la composition du Globe. Les combinaisons possibles les plus importantes seraient FeO , Fe_2O_3 , SiO_2 . A la réaction $\text{Fe} + \text{O} = \text{FeO}$ correspond la chaleur de réaction $q = 268\,000$ cal. Cela rend la combinaison FeO encore plus probable que celle de la molécule d'oxygène (ces réactions sont bien entendu exothermiques). Les réactions de formation des oxydes Fe_2O_3 et SiO_2 sont plus compliquées, elles sont accompagnées de dégagements de chaleur q valant respectivement $800\,000$ et $840\,000$ cal. C'est donc pour Si que l'oxygène a le plus d'affinité. On voit que dans les conditions de température et de pression précisées (pour la pression, voir les considérations qui suivent) la combinaison chimique risque d'être fortement avancée, et SiO_2 est l'oxyde qui a le plus de chance de se former.

Nous chercherons toutefois ce qu'entraîne l'hypothèse d'un Globe dont les constituants sont dissociés et pour simplifier, nous supposerons l'état atomique complet. Nous posons dès lors

$$\mu = 32$$

et remettons à plus tard une discussion nouvelle sur la combinaison chimique, pour pouvoir user également des indications que l'étude thermodynamique du paragraphe 6 nous aura fournies.

Faisons une dernière remarque concernant le poids moléculaire. Si le mélange des éléments n'était pas le même dans les diverses parties du Globe, μ n'aurait pas la même valeur partout, un élément lourd serait par exemple plus abondant au centre que dans la zone externe, ce qui aurait pour effet d'augmenter le poids moléculaire vers le centre. Mais dans l'hypothèse que nous convenons de faire dès maintenant où le Globe est une masse gazeuse où la combinaison chimique est négli-

geable, une remarque d'Eddington s'impose ¹: la rotation d'un astre implique l'existence de courants de circulation assurant au sein de l'astre un mélange complet des éléments. Cet état a dû régner dans le Soleil avant que celui-ci rencontre une autre étoile. Il persiste tant que l'astre est gazeux, et même s'il se scinde en deux ou plusieurs parties, chaque masse gazeuse devient le siège d'un mélange semblable de la matière, de sorte que le Globe présentait, à l'état gazeux, un mélange homogène des éléments. Il y avait donc dans les parties externes aussi bien des vapeurs métalliques, Fe, etc., que de l'oxygène par exemple. De là résulte que μ n'est pas fonction de r .

Envisageons maintenant le rapport β de la pression p_g du gaz à la pression totale P . D'après Eddington ², β est solution de l'équation

$$1 - \beta = 0,00309 (M/\odot)^2 \mu^4 \beta^4 \quad (9)$$

où \odot est la masse du Soleil et M celle de l'astre envisagé. Pour le Globe,

$$(M/\odot)^2 = 9 \cdot 10^{-12}$$

si bien que β est pratiquement égal à l'unité, ce qui signifie que p_g contribue entièrement à la pression totale. Nous posons donc

$$\beta = 1. \quad (10)$$

Il nous reste maintenant à discuter le choix du rayon R . Nous avons vu au début que le rayon du Globe ne devait pas être inférieur à 10^9 cm. Que pouvons-nous d'autre part déduire de la formule (3) ? Si nous posons

$$T_c = 6000^\circ, \quad \beta = 1, \quad \mu = 32,$$

nous obtenons d'après (3)

$$R = 2,57 \cdot 10^{10} \cdot A(n) \quad (11)$$

où

$$A(n) = \frac{\xi_0}{(n+1) \left[-\xi^2 \frac{du}{d\xi} \right]_0}$$

¹ *Nature*, **115**, 419, 1925.

² Voir EDDINGTON, *The Internal Const. of the Stars*.

Le rayon R en fonction de n d'après la relation (11) est donné à la figure 3. On voit que

$$R > 1,2 \cdot 10^{10} \text{ cm}$$

dans l'hypothèse d'un Globe polytropique.

A titre de comparaison, indiquons à quelles valeurs de R on est conduit dans diverses suppositions. On a observé les effets de la lumière crépusculaire jusqu'à 70 km au-dessus du sol, l'incandescence des étoiles filantes jusqu'à 150 km, et la lumière

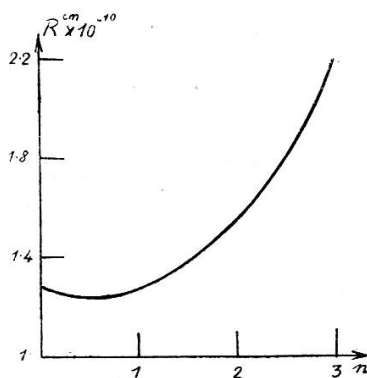


Fig. 3.

R en fonction de n .

boréale à quelques centaines de kilomètres, d'où il ressort que la Terre et son atmosphère, dans les conditions actuelles, ont une extension qui dépasse $7 \cdot 10^8$ cm. Il est difficile de se faire une idée de la hauteur jusqu'à laquelle s'étend actuellement l'atmosphère car on ne sait pas bien quelles sont ses qualités physiques. Si l'on admet qu'elle s'arrête à la distance au centre de la Terre à laquelle la force d'attraction n'est plus capable de compenser la force axifuge, on trouve à l'équateur 42 000 km, soit $4,2 \cdot 10^9$ cm. Mais naturellement cette valeur n'a pas une réelle signification pour le Globe, car nous ne savons pas quelle était sa vitesse de rotation, et nous ne pouvons la calculer car nous ne savons pas quelle a été la perte du moment de la quantité de mouvement depuis l'époque de la formation jusqu'à aujourd'hui. Si le jour était plus court, le rayon serait plus petit. De plus, depuis cette époque la Lune s'est détachée. On

sait ¹ qu'au moment de la rupture du système piriforme de Darwin, la distance Terre-Lune était de $1,44 \cdot 10^9$ et la période de rotation $1,73 \cdot 10^4$ sec. Cette distance, prise comme rayon d'une sphère, représenterait une extension en volume 11,4 fois plus grande que l'extension de la Terre actuelle sans son atmosphère. C'est la distance à laquelle la force axifuge devient prépondérante pour une vitesse angulaire de $(2\pi/1,73) \cdot 10^{-4}$ sec⁻¹. Cette distance de $1,44 \cdot 10^9$ cm est une nouvelle indication du minimum de R au moment de la formation du Globe.

Une autre manière de voir consisterait à chercher à extrapoler la formule du baromètre dans les conditions actuelles. Cette extrapolation est bien entendu dangereuse. Voyons cependant ce qu'elle donne. L'application brutale de la formule barométrique conduit naturellement à une extension infinie du gaz, et il convient de définir une limite de l'atmosphère par une pression minimum au delà de laquelle on n'a plus affaire à l'atmosphère proprement dite. Pour cela il n'y a guère que la possibilité de s'arrêter à la distance où la densité se confond avec celle de la matière interstellaire, qui, d'après Eddington ², est de un atome par cc, de poids atomique moyen 10, cette matière se trouvant à une température de 10000°. Dans ces conditions la formule barométrique conduit à une hauteur d'atmosphère de $1,7 \cdot 10^{10}$ cm.

Il n'y a pas lieu de chercher encore d'autres possibilités, il nous suffit de savoir, grâce aux arguments généraux qui ont précédé, qu'il faut attribuer à R une longueur de l'ordre de 10^{10} . C'est une grandeur fort petite comparée à la distance actuelle entre le Soleil et la Terre.

Nous pouvons alors résumer ce que nous avons dit sur les grandeurs caractéristiques du Globe comme suit:

La masse du Globe vaut

$$M = 6 \cdot 10^{27} \text{ g.} \quad (12)$$

Par définition la matière qui le compose est à l'état gazeux, et

¹ Voir H. JEFFREYS, *loc. cit.*

² EDDINGTON, *The Internal Const. of the Stars.*

nous admettons jusqu'à nouvel avis qu'elle est de plus à l'état atomique. Dans ce cas le poids moléculaire moyen en est

$$\mu = 32, \quad (13)$$

valeur qui ne dépend pas du rayon.

La pression est pratiquement entièrement représentée par celle du gaz; celle de la radiation est négligeable: $\beta = 1$.

Nous nous attacherons uniquement à l'étude des cas polytropiques définis par les trois valeurs suivantes de l'indice polytropique n ; en dessous nous donnons les valeurs à attribuer au rayon R pour ces trois cas particuliers, valeurs tirées de la figure 3 (formule (11)):

$$\left\{ \begin{array}{lll} n = 0,5 & , & 1 & , & 3 \\ R = 1,24 \cdot 10^{10} \text{ cm} & , & 1,28 \cdot 10^{10} & , & 2,20 \cdot 10^{10} \end{array} \right. \quad (14)$$

5. *Conséquences des hypothèses (12), (13) et (14).* — Pour toutes les valeurs de n , la température centrale vaut

$$T_c = 6000^\circ .$$

La densité moyenne vaut

$$\begin{array}{ll} \bar{\rho} = 7,49 \cdot 10^{-4} \text{ g. cm}^{-3} , & \text{pour } n = 0,5 \\ 6,82 \cdot 10^{-4} & 1 \\ 1,343 \cdot 10^{-4} & 3 \end{array}$$

Partant de là, nous calculons d'après les tables d'Emden les valeurs centrales de la densité, du potentiel et de la pression. Ces valeurs sont résumées dans le tableau II, où nous avons répété les valeurs de R , $\bar{\rho}$ et T_c .

TABLEAU II.
(Unités c.g.s. et degrés absolus.)

n	R	T_c	$\bar{\rho}$	ρ_c	Φ_c	P_c
0,5	$1,24 \cdot 10^{10}$	6000°	$7,49 \cdot 10^{-4}$	$1,375 \cdot 10^{-3}$	$2,34 \cdot 10^{10}$	$2,145 \cdot 10^7$
1	$1,28 \cdot 10^{10}$	6000°	$6,82 \cdot 10^{-4}$	$2,24 \cdot 10^{-3}$	$3,12 \cdot 10^{10}$	$3,495 \cdot 10^7$
5	$2,20 \cdot 10^{10}$	6000°	$1,343 \cdot 10^{-4}$	$7,30 \cdot 10^{-3}$	$6,22 \cdot 10^{10}$	$1,134 \cdot 10^8$

Toujours à l'aide des tables d'Emden, nous pouvons calculer la répartition de la densité, de la pression, de la température dans le Globe, dans les trois cas envisagés. Le tableau III résume les valeurs de la densité $\rho(r)$, la densité moyenne $\bar{\rho}_m(r)$ de la sphère partielle dont le rayon vaut r , la masse partielle $M(r)$ contenue dans cette sphère partielle, la pression $P(r)$ et enfin

TABLEAU III.

$$n = 0,5.$$

$r \cdot 10^{-10}$	$\rho(r)$	$\bar{\rho}(r)$	$M(r) \cdot 10^{-27}$	$P(r) \cdot 10^{-6}$	$T(r)$
0.	$1.375 \cdot 10^{-3}$	$1.375 \cdot 10^{-3}$	0.	21.45	6000° K
.056	$1.37 \cdot 10^{-3}$	$1.375 \cdot 10^{-3}$	$\sim 0.$	21.35	~ 6000
.113	$1.37 \cdot 10^{-3}$	$1.37 \cdot 10^{-3}$.008	21.12	5940
.180	$1.36 \cdot 10^{-3}$	$1.36 \cdot 10^{-3}$.033	20.60	5830
.271	$1.33 \cdot 10^{-3}$	$1.35 \cdot 10^{-3}$.11	19.55	5640
.361	$1.30 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-3}$.25	18.15	5370
.451	$1.26 \cdot 10^{-3}$	$1.30 \cdot 10^{-3}$.50	16.45	5030
.542	$1.20 \cdot 10^{-3}$	$1.27 \cdot 10^{-3}$.85	14.47	4620
.632	$1.14 \cdot 10^{-3}$	$1.23 \cdot 10^{-3}$	1.31	12.27	4130
.722	$1.07 \cdot 10^{-3}$	$1.19 \cdot 10^{-3}$	1.88	10.0	3610
.812	$.98 \cdot 10^{-3}$	$1.14 \cdot 10^{-3}$	2.56	7.70	3030
.902	$.87 \cdot 10^{-3}$	$1.08 \cdot 10^{-3}$	3.33	5.48	2420
.992	$.75 \cdot 10^{-3}$	$1.01 \cdot 10^{-3}$	4.14	3.45	1770
1.082	$.59 \cdot 10^{-3}$	$.94 \cdot 10^{-3}$	4.97	1.74	1120
1.172	$.39 \cdot 10^{-3}$	$.84 \cdot 10^{-3}$	5.68	.45	470
1.217	$.23 \cdot 10^{-3}$	$.78 \cdot 10^{-3}$	5.92	.094	170
1.24	0.	$.75 \cdot 10^{-3}$	6	0.	0

TABLEAU IV.

$$n = 1.$$

$r \cdot 10^{-10}$	$\rho(r)$	$\bar{\rho}(r)$	$M(r) \cdot 10^{-27}$	$P(r) \cdot 10^{-6}$	$T(r)$
0.	$2.24 \cdot 10^{-3}$	$2.24 \cdot 10^{-3}$	0.	34.95	6000° K
.102	$2.21 \cdot 10^{-3}$	$2.23 \cdot 10^{-3}$.010	34.13	5940
.204	$2.15 \cdot 10^{-3}$	$2.18 \cdot 10^{-3}$.078	32.15	5760
.306	$2.04 \cdot 10^{-3}$	$2.12 \cdot 10^{-3}$.25	28.85	5460
.408	$1.88 \cdot 10^{-3}$	$2.02 \cdot 10^{-3}$.58	24.75	5040
.509	$1.70 \cdot 10^{-3}$	$1.907 \cdot 10^{-3}$	1.06	20.12	4560
.612	$1.49 \cdot 10^{-3}$	$1.775 \cdot 10^{-3}$	1.70	15.45	3990
.815	$1.02 \cdot 10^{-3}$	$1.463 \cdot 10^{-3}$	3.33	7.23	2730
1.018	$.54 \cdot 10^{-3}$	$1.120 \cdot 10^{-3}$	4.97	2.00	1430
1.222	$.105 \cdot 10^{-3}$	$.775 \cdot 10^{-3}$	5.95	.07	280
1.28	0.	$.682 \cdot 10^{-3}$	6.	0.	0

TABLEAU V.

$$n = 3.$$

$r \cdot 10^{-10}$	$\rho(r)$	$\bar{\rho}(r)$	$M(r) \cdot 10^{-27}$	$P(r) \cdot 10^{-6}$	$T(r)$
0.	$7.30 \cdot 10^{-3}$	$7.3 \cdot 10^{-3}$	0.	113.4	6000° K
.080	$7.1 \cdot 10^{-3}$	$7.2 \cdot 10^{-3}$.015	109.	5940
.159	$6.5 \cdot 10^{-3}$	$6.8 \cdot 10^{-3}$.112	97.	5760
.319	$4.6 \cdot 10^{-3}$	$5.5 \cdot 10^{-3}$.75	61.	5130
.478	$2.7 \cdot 10^{-3}$	$4.1 \cdot 10^{-3}$	1.87	30.	4320
.638	$1.44 \cdot 10^{-3}$	$2.9 \cdot 10^{-3}$	3.1	13.1	3500
.797	$.71 \cdot 10^{-3}$	$1.96 \cdot 10^{-3}$	4.2	5.1	2760
.955	$.34 \cdot 10^{-3}$	$1.34 \cdot 10^{-3}$	4.9	1.89	2150
1.274	$.07 \cdot 10^{-3}$	$.66 \cdot 10^{-3}$	5.7	.22	1250
1.593	$.01 \cdot 10^{-3}$	$.35 \cdot 10^{-3}$	5.9	.017	670
1.912	$.0006 \cdot 10^{-3}$	$.20 \cdot 10^{-3}$	$\sim 6.$.004	260
2.17	$\sim 10^{-8}$	$.140 \cdot 10^{-3}$	$\sim 6.$	$\sim 10^{-8}$	30
2.20	0.	$.134 \cdot 10^{-3}$	6.	0.	0

la température, pour le cas $n = 0,5$. Les tableaux IV et V donnent ces mêmes grandeurs pour $n = 1$ et $n = 3$. Dans chaque cas, rappelons-le, le rayon maximum R change. Ces valeurs sont traduites en graphiques dans les figures 4, 5, 6, qui donnent pour chaque valeur de n , la variation de la densité, de la pression et de la température en fonction du rayon. Il est intéressant de remarquer que pour $n = 1$, la densité et la température sont homothétiques.

Pour $n = 0,5$, il n'est pas question d'un noyau central, et pour $n = 1$ à peine. Par contre, pour $n = 3$, on distingue très nettement le noyau dont le rayon L, dans la définition que nous avons donnée, est de l'ordre de $L = 0,7 \cdot 10^{10}$ cm, c'est-à-dire à peu près le tiers du rayon R. La densité centrale, pour les trois cas considérés, est comprise entre 10^{-3} et 10^{-2} g·cm⁻³; il est heureux qu'il en soit ainsi, car avec une densité plus grande il deviendrait absurde de faire emploi de la loi des gaz parfaits dont on a tenu compte dans les relations contenant la température dans le développement de la théorie des gaz polytropiques. Dans les tableaux III, IV et V nous avons indiqué les valeurs de la pression en unités c.g.s., multipliées par 10^{-6} ; or une atmosphère vaut $1,013 \cdot 10^6$ c.g.s. Les valeurs indiquées

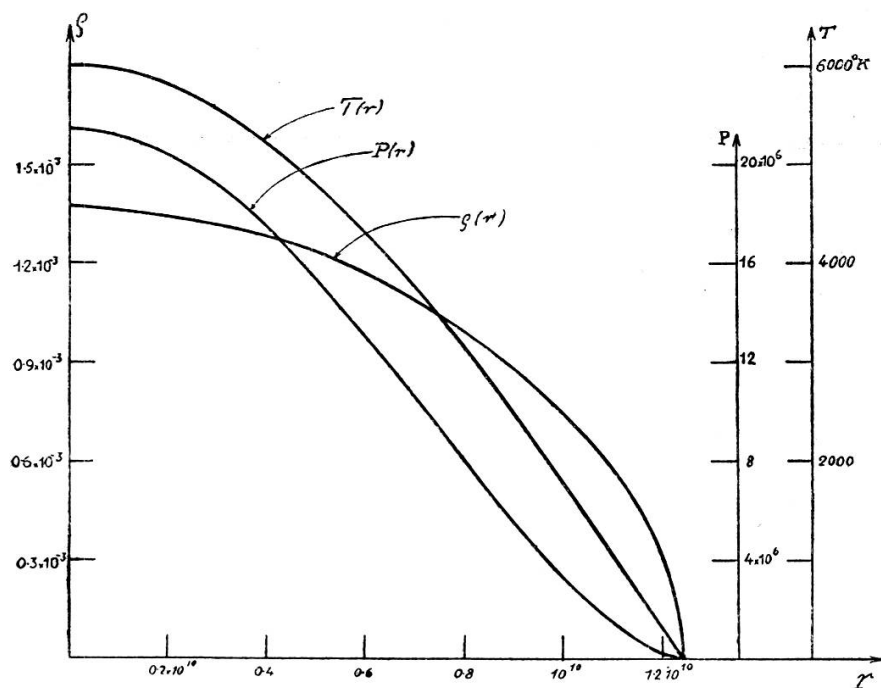


Fig. 4.

$$n = 0.5$$

Densité, pression et température en fonction du rayon.

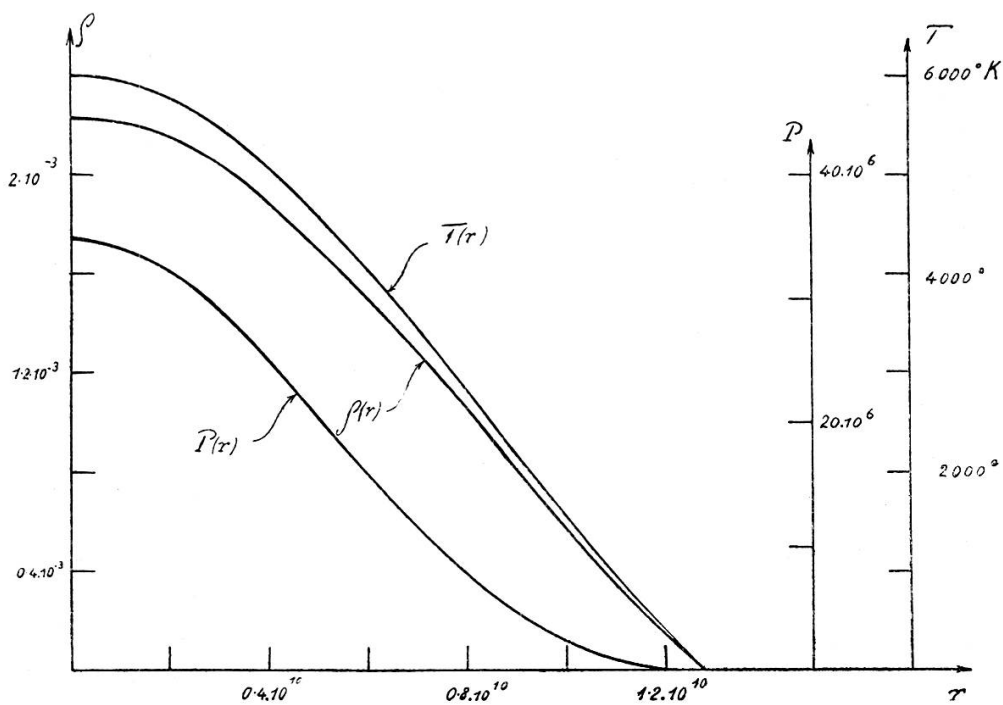


Fig. 5.

$$n = 1$$

Densité, pression et température en fonction du rayon.

dans la cinquième colonne sont donc à peu de chose près celles de la pression en atmosphères, ce qui sera commode pour une comparaison ultérieure.

Les résultats qui viennent d'être exposés et qui sont exprimés dans les tableaux III à V ne servent pas à grand'chose en eux-mêmes. Ils se rapportent à des sphères idéales dont nous avons simplement défini les conditions. Ils n'indiquent pour le moment

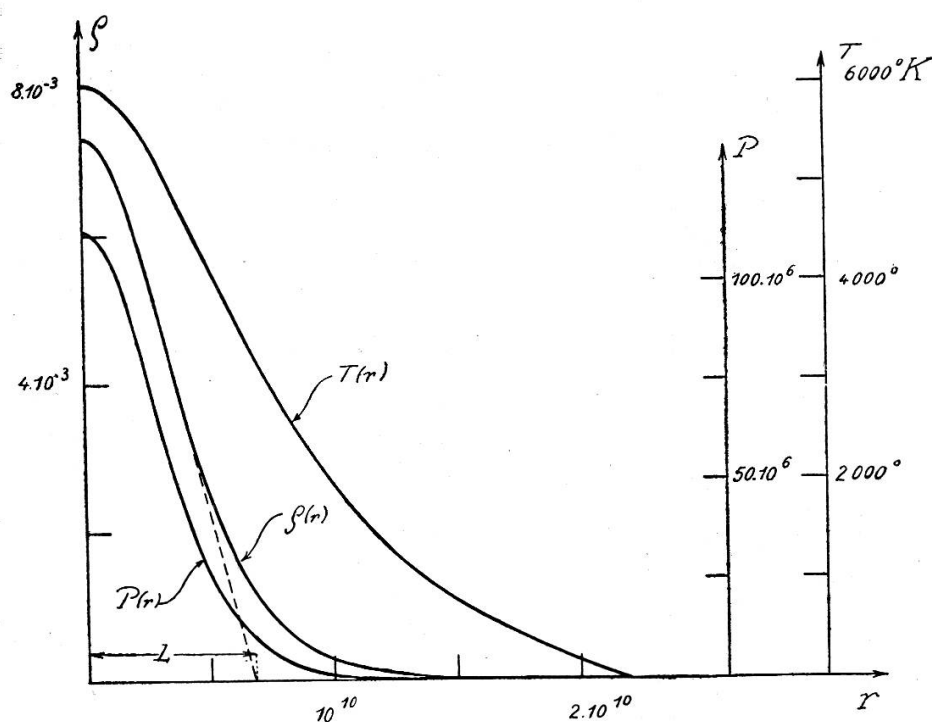


Fig. 6.

$$n = 3$$

Densité, pression et température en fonction du rayon.

que d'une manière grossière ce qui peut s'être présenté dans l'astre formé aux dépens du Soleil et qui a évolué jusqu'à l'état actuel de la Terre. Nous verrons dans le paragraphe suivant que ces résultats, ajoutés à certaines considérations thermodynamiques, fournissent d'intéressants renseignements sur la liquéfaction du Globe.

6. *Liquéfaction du Globe.* — Nous donnons dans le tableau VI les températures de fusion et d'ébullition de quelques métaux sous la pression normale (entre parenthèses: date de publication

de ces valeurs, d'après Landolt-Börnstein, Tabellen, Ergänzungsbände, jusqu'à 1935).

TABLEAU VI.

Métal	Al	Ag	Au	Co	Cu	Fe	Mg	Ni	Pt
Point de fusion	660° C (1925)	960 (1924)	1060 (1924)	1500 (1913)	1080 (1924)	1530 (1923)	650 (1909)	1450 (1930)	1760 (1931)
Point d'ébullition	2270 (1934)	~ 2000 (1934)	2710 (1934)	~ 3200 (1925)	2340 (1934)	3230 (1925)	1100 (1934)	~ 3100 (1925)	3800 (1920) [Critical Tables 4300]

La valeur précédemment donnée dans Landolt-Börnstein de la température d'ébullition du fer était 2500° C; les Critical Tables (Vol. I, 1926) donnent 3000°. Nous adoptons la nouvelle valeur 3230° puisqu'elle n'est pas corrigée dans les derniers volumes de Landolt-Börnstein. A titre de comparaison indiquons que la silice fond vers 1600° et a son point d'ébullition vers 2600° (1926), le basalte fond vers 1150° et la dunite vers 1250°. Toutes ces valeurs sont données en degrés centigrades (0° C: fusion de la glace). La plupart de ces points de fusion sont supérieurs à 1000°. Les points d'ébullition des trois métaux ferro-magnétiques dépassent 3000°.

D'autre part, dans le tableau VII, nous indiquons la valeur des chaleurs de vaporisation moléculaire λ de quelques-uns de ces métaux, en particulier des métaux ferro-magnétiques, en petites calories (d'après les *Critical Tables*, Vol. I, 1926).

TABLEAU VII.

Métal	Al	Au	Co	Fe	Ni	Pt
λ	$5,4 \cdot 10^4$	$8,8 \cdot 10^4$	$9 \cdot 10^4$	$8,8 \cdot 10^4$	$9 \cdot 10^4$	$12,4 \cdot 10^4$

Ces chaleurs de vaporisation sont de l'ordre de 10^5 cal. Grâce à la formule suivante, qui est à peu de chose près celle de Clapeyron-Clausius,

$$\lambda = 4,571 \frac{T_1 \cdot T_2}{T_2 - T_1} \log \frac{p_2}{p_1} \quad (15)$$

(où p_2 et p_1 sont les pressions de vapeur d'un gaz aux températures respectives T_2 et T_1), on peut à partir des valeurs données dans les tableaux VI et VII trouver la température d'ébullition d'un métal pour une pression p_2 . Nous pouvons en particulier faire ce calcul pour le Globe. Dans la formule (15) prenons pour p_1 la pression ordinaire de l'atmosphère, et pour p_2 la pression partielle (fonction de r) due aux vapeurs de fer au sein du Globe. T_1 et T_2 doivent être dans (15) exprimés en degrés absolus. Le tableau VIII donne la température d'ébullition du fer en fonction de la pression, que nous appelons $T_{éb}$ (au lieu de T_2), calculée d'après (15) et exprimée en degrés absolus, la pression étant en atmosphères. On obtiendrait des valeurs de même ordre pour Ni et Co.

TABLEAU VIII.

(atmosphères)	10^4	10^3	10^2	10	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-5}	10^{-10}
$T_{éb}$ du fer	$\sim 13000^\circ \text{ K}$	7700	5500	4270	3500	2960	2560	1830	1240

Nous devons insister sur le fait que l'application de la formule (15) à de hautes pressions est sujette à caution (elle conduit en particulier à des températures infinies pour des pressions suffisantes). Mais nous l'employons pour nous faire une idée de ce qui a pu se passer dans le Globe.

Il est fort intéressant de faire une comparaison entre ces données sur les valeurs de $T_{éb}$ et les conditions du Globe polytropique du paragraphe précédent. Comme, pour les trois cas envisagés, nous avons calculé $P(r)$, nous pouvons calculer la pression partielle due aux vapeurs de fer, puisque l'abondance atomique en est connue. Nous connaissons $T_{éb}$ en fonction de la pression. Du tableau VIII et des figures 4, 5 et 6, nous déduisons alors la variation de $T_{éb}$ en fonction du rayon r pour les trois Globes imaginés. Ces fonctions sont représentées à la figure 7, ainsi que la température calculée au moyen des tables d'Emden et que nous appellerons dorénavant température polytropique T_p .

Considérons alors les points de croisement Q_n des courbes T_p et $T_{éb}$, pour un même indice polytropique n . Pour les valeurs

0,5, 1 et 3 que nous avons envisagées, ces points sont désignés dans la figure 7 par $Q_{1/2}$, Q_1 et Q_3 . Ils ont la signification suivante: Nous savons d'après la remarque déjà citée d'Eddington que dans le Globe tel que nous l'avons défini il y a des vapeurs de fer à toute distance du centre. Pour des distances qui dépassent l'abscisse d'un point Q_n , ces vapeurs de fer ne peuvent subsister, elles doivent se condenser en fer liquide, puisque pour

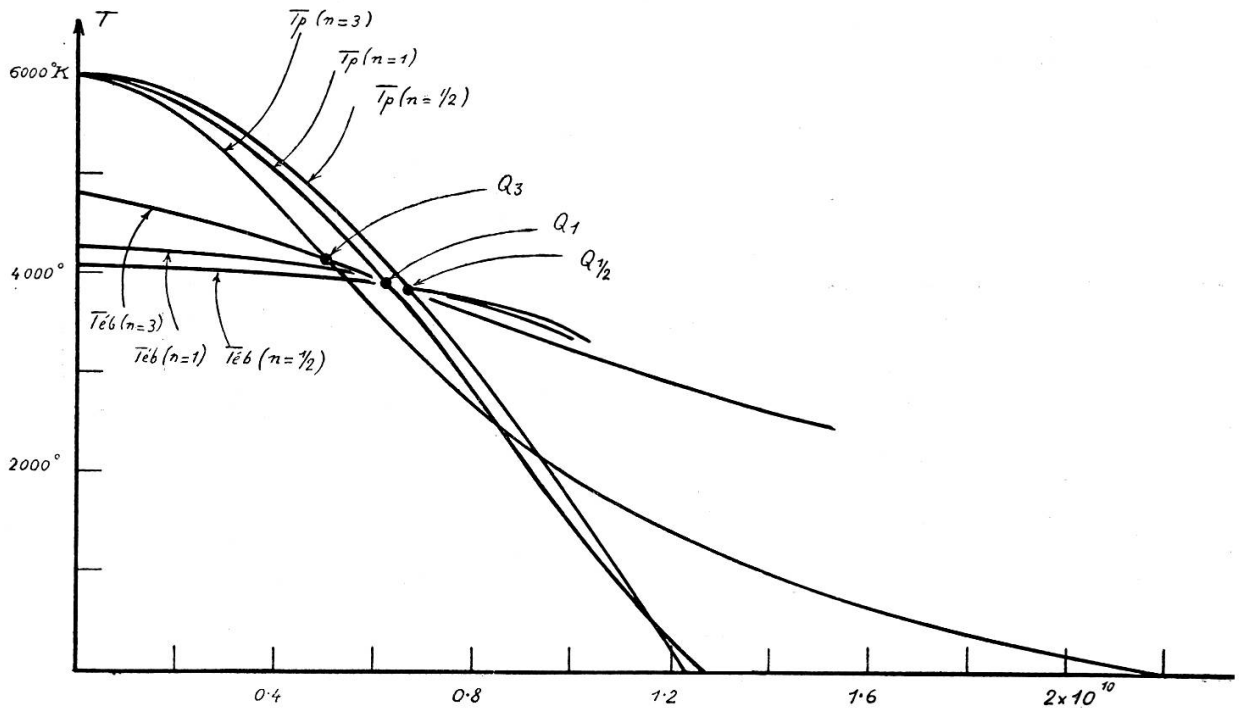


Fig. 7.

Température d'ébullition du fer comparée à la température polytropique, pour $n = \frac{1}{2}$, 1 et 3.

ces distances la température polytropique est inférieure à $T_{éb}$. Autrement dit, si le Globe était initialement une masse gazeuse polytropique, des vapeurs métalliques ont dû tout de suite se condenser dans toute une couche externe et se précipiter par conséquent vers le centre. Ce phénomène a déjà été imaginé par des géophysiciens pour d'autres raisons.

Notons à quelles distances du centre, dans les hypothèses précisées, ce phénomène s'est produit. Pour $n = \frac{1}{2}$, le point $Q_{1/2}$ (Fig. 7) se trouve à un rayon de $0,67 \cdot 10^{10}$ cm, et une

température de 3850°K , soit grossièrement à la moitié du rayon total R , et à une température égale aux deux tiers de la température au centre. Pour $n = 1$, Q_1 est donné par $r = 0,63 \cdot 10^{10}$ et $T = 3900^{\circ}$, soit environ $R/2$ et $2T_c/3$. Enfin, pour $n = 3$, Q_3 est donné par $r = 0,5 \cdot 10^{10}$ et $T = 4150^{\circ}$, soit $0,23 \cdot R$ et $2T_c/3$. Cette dernière distance $r = 0,5 \cdot 10^{10}$ tombe à l'intérieur du noyau central du Globe pour lequel $n = 3$. Du fait que les courbes $T_{\text{éb}}$ sont proches l'une de l'autre et très aplaties sur une bonne partie de leur longueur, la température des points Q_n est toujours à peu près la même, peu supérieure d'ailleurs à 3500°K , point d'ébullition du fer dans les conditions normales. Par contre, le rayon intérieur de la zone de condensation dépend d'une manière très appréciable de l'indice polytropique. Comme nous nous trouvons près de la condensation, il semble que le gaz, malgré sa faible densité, doive être moins compressible que dans une étoile, pour laquelle on choisit généralement $n = 3$. C'est pourquoi nous avons étudié également les cas $n = 1$ et $n = \frac{1}{2}$, qui correspondent à une compressibilité relativement faible. On voit que moins le gaz est compressible, moins la zone de condensation est épaisse comparée aux dimensions totales du Globe, ce à quoi l'on ne pouvait s'attendre d'emblée.

Pour savoir si cette condensation forcée des vapeurs de fer (et d'autres métaux comme on peut le penser) se présente à cause du choix particulier que nous avons fait des grandeurs caractéristiques du Globe, cherchons quelle est l'influence de celles-ci sur elle. La température centrale de 6000° est une valeur à peu près fixe, et nous n'aurions guère pu choisir qu'une valeur plus faible. Une autre température polytropique signifie un autre rayon. Le choix d'une température centrale plus faible entraîne celui d'un rayon plus grand, donc une pression partout plus faible, et par conséquent une température d'ébullition partout plus faible également. Imaginons que dans le cas $n = 3$, la température centrale soit choisie plus faible. La température d'ébullition du fer diminue au centre mais d'une manière moins prononcée à cause de la présence de $\log p_2/p_1$ dans la formule (15). Il y a un moment où T_p rejoint $T_{\text{éb}}$ au centre; ce fait se produit pour $T_c = 4170^{\circ}\text{K}$. A une baisse de

température centrale correspond donc une augmentation de l'épaisseur relative de la zone où les vapeurs métalliques doivent se condenser. La seule grandeur caractéristique qui reste à considérer est le poids moléculaire μ . Si μ est choisi plus grand, R doit être également plus grand, et nous venons de voir que cela augmente la probabilité de condensation. Remarquons que $\mu = 32$ est la valeur minimum que nous ayons pu attribuer au poids moléculaire puisque nous l'avons obtenue dans l'hypothèse d'une dissociation complète. Il se pourrait que $\mu < 32$ si, à l'époque à laquelle nous considérons le Globe, celui-ci contenait une plus forte proportion de matières légères qu'il n'en comporte à l'heure actuelle, ces matières légères s'étant partiellement échappées depuis. On sait que la perte de gaz subie par la Terre en 10^9 années (âge de la Terre) est négligeable ¹, mais que ce sont toutefois les gaz légers qui ont pu le mieux s'échapper.

De cette discussion résulte que, le filament arraché au Soleil ayant donné naissance à un Globe, celui-ci n'a pu subsister longtemps à l'état gazeux; les vapeurs métalliques ont dû s'y liquéfier dans une zone de grande extension, de sorte que les quelques milliers d'années indiqués au début pour la durée de conservation de l'état gazeux sont même trop; et la liquéfaction de vapeurs métalliques, que nous pouvons qualifier de spontanée, explique qu'un noyau de fer (et d'autres métaux, en particulier de nickel) se soit formé avant que l'oxydation ait pu être bien avancée. Et si la liquéfaction des matières métalliques particulièrement abondantes s'est produite sans délai, cela explique que l'oxyde formé depuis soit avant tout la silice.

Nous pouvons également, pour revenir à une question laissée en suspens au sujet de l'état de dissociation des éléments, justifier l'hypothèse faite d'une dissociation presque complète, puisque d'une part la période entre la formation du Globe et sa liquéfaction partielle a dû être très courte, et que d'autre part une dissociation moins complète nous aurait

¹ Voir J. JEANS, *Dynamical Theory of Gases* (Cambridge, 1916), p. 360.

conduit à des conclusions encore plus catégoriques sur l'extension considérable de la zone où la liquéfaction des métaux a dû se produire.

7. *Cas d'une planète de grande masse.* — Le modèle du Globe que nous appliquons à la Terre doit avoir tout autant de valeur pour les autres planètes. D'après la formule (3), si la température centrale T_c est la même pour toutes les planètes, ainsi que $\beta\mu$ (et cela doit être à peu près le cas), le rapport M/R doit également rester constant. Il en résulte que la densité moyenne ρ_m est inversement proportionnelle au carré du rayon de la planète ainsi que la densité centrale, donc aussi $\rho(r)$ (la comparaison entre deux planètes étant faite à des valeurs homothétiques de r). Pour Jupiter par exemple, on a une masse 320 fois plus grande que celle de la Terre, donc un rayon de $7 \cdot 10^{12}$ cm pour $n = 3$ par exemple. Or si la longueur de 10^{10} cm et même celle de 10^{13} sont faibles comparées à la distance entre le Soleil et les planètes, elles ne le sont par contre pas comparées au rayon du Soleil. Ce dernier est de $7 \cdot 10^{10}$ cm. Le rayon que nous attribuons au Globe est un peu plus faible que cette valeur, et celui qu'il faudrait admettre pour un modèle de Jupiter 100 fois plus grand. Les masses gazeuses que nous envisageons ont donc une très grande extension, mais par conséquent une densité beaucoup plus faible que celle du Soleil. Pour Jupiter, on aurait dans l'hypothèse $n = 3$ une densité 100 000 fois plus faible que celle du Globe dans les mêmes conditions, de sorte que Jupiter aurait été un gaz beaucoup plus parfait que la Terre.

Remarquons que si le rayon R d'une sphère polytropique est tel que la force d'attraction à cette distance compense juste la force axifuge, la période de révolution lui est proportionnelle. Si ce fait était réalisé pour le Globe et pour Jupiter, il en faudrait conclure que Jupiter tournait 300 fois plus lentement. Nous avons déterminé le rayon à partir de (3). Mais s'il s'était trouvé, à une époque suffisamment reculée, que la rotation du Globe était assez rapide pour que les particules s'échappent de toute une zone externe, la détermination du rayon R que nous avons faite serait absurde. Si nous connaissions la vitesse de rotation, il aurait été indiqué de l'employer pour déterminer R comme

la distance où les deux forces se compensent, et de tirer alors de la formule (3) la valeur de l'indice n correspondant. Le rayon choisi doit être au plus la distance à laquelle cette compensation se produit; on a donc pour la période Θ de révolution du Globe l'inégalité

$$\Theta > \frac{2\pi}{86400} \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \text{ jours}$$

soit pour $n = 3$, $\Theta > 12$ jours, et pour $n = 0,5$, $\Theta > 5,1$ jours, ce qui est très plausible. Pour Jupiter, ces valeurs seraient à multiplier par 300.

Revenons à Jupiter. Du fait de la très faible densité qu'il faudrait lui attribuer, l'ionisation commencerait à jouer un rôle. Le poids moléculaire doit donc être choisi plus petit que pour le Globe, donc le rayon aussi. Toutefois même si l'ionisation était telle que le poids moléculaire fût réduit au dixième, le rayon n'en serait réduit qu'au dixième également et resterait grand par rapport à celui du Soleil. Et un rayon plus petit signifie une densité plus grande, de sorte que l'ionisation ne peut avoir une influence suffisante pour réduire le rayon à l'ordre de celui du Soleil.

Quoi qu'il en soit, nous ne voyons pas d'objection à l'existence d'une masse très étendue et ténue. Comme P_c est proportionnelle à $\rho_c \varphi_c$, et φ_c à M/R , la pression dépend du rayon de la planète comme la densité. Pour une pression de 10^{-10} atmosphères, la température d'ébullition du fer est encore au-dessus de 1000° ; il se serait quand même produit une liquéfaction des vapeurs de fer dans une couche d'épaisseur appréciable. Mais la tendance à la liquéfaction dans un globe de grande masse est moins accentuée que dans celui que nous avons pris pour modèle de la Terre, ce qui expliquerait éventuellement le fait que Jupiter est encore à l'état de gaz (très dense), comme l'observation semble le montrer.

*Copenhague, Institut de Physique théorique.
Décembre 1937.*