Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 19 (1937)

Artikel: Structure de la gamme chromatique et rôle du 7me harmonique

Autor: Schidlof, Renée

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741808

STRUCTURE DE LA GAMME CHROMATIQUE

ET

RÔLE DU 7^me^ HARMONIQUE

PAR

Renée SCHIDLOF

I. Aspects généraux du problème des gammes. Sons musicaux. Harmoniques. Définition de l'intervalle musical.

Le problème des gammes présente des aspects assez divers selon l'angle sous lequel on l'envisage. Pour le musicologue, il consiste à rechercher quels sont, parmi les très nombreux intervalles musicaux dont on pourrait se servir, ceux que l'on utilise effectivement, et pourquoi. Ces deux questions sont du ressort, l'une de l'histoire de la musique, l'autre de la psychologie [1]. Les physiciens, eux, s'intéressant plus particulièrement aux lois selon lesquelles se produisent les sons, ont toujours été tentés de faire dépendre de ces lois le choix même d'un système tonal. Quant aux musiciens, leurs vues artistiques leur imposent, comme nous le verrons, certaines exigences auxquelles les

[1] Voir l'étude de E. M. v. Hornbostel sur les systèmes tonaux musicaux (Musikalische Tonsysteme. *Handbuch der Physik*, VIII, Kap. 9, S. 425 ss.). C'est à cet exposé que nous nous référerons essentiellement pour la question du choix des intervalles musicaux et de l'aspect général du problème des gammes.

gammes des physiciens ne satisfont pas entièrement. Aussi ont-ils cherché à établir des gammes pour leur propre compte.

Nous nous proposons de donner ici un rapide aperçu comparatif des principaux systèmes tonaux en usage dans nos contrées et de la genèse de chacun d'eux. A cet effet, nous rappellerons préalablement quelques notions fondamentales sur lesquelles repose l'étude théorique des gammes.

Définissons tout d'abord, d'après Helmholtz [1], les sons musicaux par opposition aux simples bruits. Alors que les bruits, dit Helmholtz, présentent à l'oreille un mélange de diverses impressions sonores avec passage rapide de l'une à l'autre, le son musical fournit une sensation régulière et tranquille, qui persiste sans se modifier. Les sons musicaux sont donc les éléments les plus simples et les plus uniformes perçus par l'ouïe. Ils sont caractérisés, comme l'on sait, par leur hauteur (qui est la notion musicale correspondant au terme physique de fréquence), par leur timbre et par leur intensité. Nous ne nous préoccuperons ici que des hauteurs, c'est-à-dire des fréquences. Rappelons toutefois que le timbre se rattache également à la particularité physique des sons sur laquelle nous allons maintenant nous arrêter, le nombre d'harmoniques qu'ils contiennent, c'est-à-dire le nombre de termes de la série de Fourier en quoi se décompose la vibration complexe qu'on perçoit sous forme de son.

Le son musical, en effet, quoique nous l'ayons défini tout à l'heure comme l'élément le plus simple et le plus uniforme qui soit offert à l'ouïe, est constitué, en fait, par une superposition de vibrations élémentaires simultanées, plus ou moins nombreuses, qu'on nomme harmoniques. La loi qui détermine le nombre et les fréquences respectives des harmoniques varie selon la nature de l'objet sonore (corde, tuyau, membrane, gong, etc.). Le cas le plus simple, qui est aussi celui qui nous intéresse ici, est fourni par les cordes et les tuyaux. Seuls, en effet, les sons complexes émis par ces sortes d'instruments sont musicalement utilisables, et ce fait a été empiriquement reconnu dans

[1] H. Helmholtz, *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik* (2te Auflage, Braunschweig, 1865, 605 S.).

toutes les civilisations et dès une haute antiquité. L'étude théorique des cordes et des tuyaux sonores montre que leurs harmoniques successifs sont des multiples entiers de la fréquence de base. En d'autres termes, une vibration de fréquence N implique la présence des fréquences 2N, 3N, 4N, etc. On nomme son fondamental, ou premier harmonique, la fréquence la plus basse, deuxième, troisième, quatrième harmonique, etc., les fréquences suivantes.

Nous laissons de côté ici la question de la répartition de l'énergie entre les divers harmoniques. Qu'il suffise de dire que les intensités sont très inégalement distribuées entre eux et que cette distribution varie également suivant la nature de la corde ou du tuyau sonore, ainsi que selon la manière dont les vibrations ont été excitées. Mais quoi qu'il en soit, les sons musicaux que nous percevons contiennent généralement un fondamental accompagné d'une série plus ou moins riche et complète d'harmoniques.

La présence des harmoniques ne fait nullement obstacle, comme on pourrait le croire, à l'attribution d'une fréquence caractéristique pour le son perçu. Notre oreille identifie en effet sans difficulté le fondamental, et c'est la fréquence de celui-ci qui caractérise pour nous la hauteur du son musical dans son ensemble. Notre oreille reconnaît, de plus, très exactement quand deux sons musicaux ont des fondamentaux de même fréquence. On dit alors qu'ils sont à l'*unisson*. L'oreille apprécie toutefois l'unisson d'autant mieux que les deux séries d'harmoniques des deux sons qu'elle compare diffèrent moins.

Si notre oreille apprécie l'unisson, elle nous permet également de discerner avec une assez grande sûreté les intervalles qui séparent les sons. On constate qu'il y a pour l'oreille mêmes intervalles, indépendamment de la hauteur absolue des sons, lorsque les rapports des fréquences des sons considérés sont les mêmes. Ce qui mesure un intervalle n'est donc pas une quantité absolue, une différence, mais une quantité relative, un rapport. Le fait de franchir une suite d'intervalles à partir d'un ton initial quelconque se traduit numériquement en multipliant la fréquence initiale par les rapports successifs correspondant aux intervalles choisis. L'intervalle sinon le plus facile à franchir pour la voix, du moins le plus aisément reconnaissable à l'oreille est fourni par deux tons dont les fréquences sont dans le rapport du simple au double. C'est celui que nous nommons octave. L'audition simultanée de deux tons à l'octave donne l'impression la plus rapprochée de l'unisson; quant à la reproduction, à une octave supérieure ou inférieure, d'une suite d'intervalles, elle produit l'effet d'une presque identité.

II. Mesure des intervalles.

La nature très particulière, musicalement parlant, de l'intervalle d'octave l'a fait adopter comme une sorte d'unité naturelle, unité qu'il convient de découper en un certain nombre d'intervalles divisionnaires. Tout intervalle plus grand que l'octave pourra être décomposé en octaves entières et intervalles d'étendue moindre que l'octave. Quant à ces derniers, ils sont représentés par des rapports dont la valeur est comprise entre 1 et 2 puisque le facteur 2 représente l'octave elle-même.

Au lieu d'utiliser ces rapports et d'opérer des multiplications, il est évidemment commode de recourir à l'échelle logarithmique et à des additions. Pour franchir un intervalle plus petit que l'octave, il faut, dans ce cas, ajouter au logarithme de la fréquence initiale un logarithme plus petit que $\log 2 = 0{,}30103$. On définit l'unité dite savart comme l'intervalle dont le log est 0,001, de telle sorte que l'octave contient 301,03 savarts. Les plus petits intervalles dont il est question en musique sont de l'ordre de 5 à 6 savarts. On les nomme commas.

De préférence à ce système, extrêmement pratique pour les calculs mais malcommode en ce qui concerne la désignation des intervalles les plus courants, Ellis [1] a suggéré la subdivision de l'octave en 1200 cents. Cette division est tout à fait favorable en raison de l'usage établi de la gamme tempérée à 12 degrés (demi-tons).

[1] Ellis. Voir, par exemple, *Sur les gammes des différents peuples*, 1884. Traduit de l'anglais par E. M. v. Hornbostel. Sammelbände für vergleichende Musikwissenschaft, I.

III. Division « naturelle » de l'octave.

Nous avons vu que les harmoniques d'une corde vibrante se suivent selon la loi de la multiplication par les nombres entiers successifs. Les propriétés musicales de l'intervalle d'octave sont liées à ce phénomène. L'octave, en effet, n'est autre chose que le premier son partiel contenu dans une suite d'harmoniques après le fondamental. Et parmi les sons partiels ultérieurs, tous ceux dont le rang correspond à des puissances de 2 fournissent évidemment des octaves de plus en plus aiguës du même fondamental. Quant aux autres harmoniques, ils constituent des degrés intermédiaires, c'est-à-dire une division « naturelle » de l'octave.

Ainsi, l'octave comprise entre le deuxième et le quatrième harmonique est subdivisée par le troisième harmonique en deux intervalles, le premier de 3/2 et le deuxième de 4/3. L'intervalle 3/2, très caractéristique pour l'oreille (presque autant que l'octave quoique sans doute d'une façon différente) joue un rôle prépondérant dans presque tous les systèmes tonaux: c'est la quinte. On désigne l'intervalle 4/3 sous le nom de quarte.

Dans l'octave suivante, comprise entre le quatrième et le huitième harmonique, on retrouve évidemment la quinte avec le sixième harmonique ($6/4 = 3/2$). Le cinquième harmonique la subdivise à son tour en 5/4 et 6/5 (tierce majeure et tierce mineure). Quant au degré intercalaire et à la subdivision de la quarte qui résulteraient du septième harmonique, ils n'ont jamais reçu droit de cité dans aucun système, du moins jamais comme tels. Nous verrons plus loin que cette exclusion est, en réalité, assez illusoire. Dans une gamme d'ut, le septième harmonique correspondrait à un si♭ un peu bas.

L'on pourrait évidemment poursuivre l'étude de la division « naturelle » de l'octave. Certains harmoniques ultérieurs fourniront encore des degrés qui sont réellement en usage, ainsi, dans l'octave comprise entre le huitième et le seizième harmonique, le neuvième et le quinzième (correspondant à ré et à si dans une gamme d'ut). Mais l'introduction de ces deux tons dans les gammes usuelles est quasi indépendante de leur nature d'harmoniques, et le nombre d'harmoniques ne correspondant à aucun degré d'aucune gamme s'accroît désormais d'une manière trop considérable pour que cela présente le moindre intérêt de continuer dans cette voie. On peut se demander, par contre, quels sont les inconvénients qui nous obligent à renoncer à la division « naturelle ». A cet égard, constatons, tout d'abord, que la division naturelle se poursuit à l'infini, apportant toujours des intervalles nouveaux, de plus en plus petits. Or, pour être utilisable musicalement, une collection d'intervalles doit se borner à un nombre restreint de types. De plus, chaque degré nouveau apporte avec lui deux intervalles inégaux (4/3 avec 3/2, 6/5 avec 5/4, etc.), ce qui exclut, comme nous le verrons au paragraphe V, toute transposition et même toute mélodie.

Il est donc impossible de prendre la division naturelle comme guide (en tout cas comme seul guide) dans le choix des degrés constitutifs d'une gamme. Nous chercherons à mettre en évidence d'une manière plus détaillée, en étudiant les différentes gammes consacrées par l'usage, certains points particuliers du conflit entre tons « naturels », c'est-à-dire harmoniques, et « artificiels », c'est-à-dire non harmoniques.

IV. Principaux intervalles en usage.

Nous pouvons cependant nous reporter à la division « naturelle » de la gamme pour indiquer quels sont les principaux intervalles musicaux en usage. Remarquons, en effet, que le savart n'est, de toute façon, qu'une unité de mesure théorique, correspondant à un intervalle que l'oreille ne discerne pratiquement pas. Même les commas ne constituent pas des degrés de subdivision de la gamme. Les plus petits intervalles que l'on emploie à cet effet varient, selon l'échelle utilisée, entre 18, 23 et 28 savarts, soit des rapports de 25/24, 256/243 et 16/15. Ces intervalles sont considérés musicalement comme des demi-tons. C'est dire que l'unité musicale d'intervalle, soit l'écart normal pour l'oreille, est encore deux fois plus grand. Cet intervalle est le ton, et l'on utilise des tons de 46 et de 51 savarts (10/9 et 9/8). On voit que l'octave contient très approximativement 12 demi-tons.

Le tableau suivant indique à quels rapports correspondent les différents intervalles musicaux courants (classés dans l'ordre croissant). Nous y faisons figurer, bien qu'ils ne soient pas consacrés par l'usage musical, les rapports 8/7, 7/6, 12/7 et 7/4 engendrés par le septième harmonique que nous désignons, pour la commodité, par si♭. La présence de ce degré supplémentaire enrichit, on le voit, la collection des rapports simples définissant les intervalles divisionnaires de l'octave. Comme nous l'avons déjà dit, nous nous réservons de justifier ultérieurement la place que nous avons réservée à ces intervalles.

Dénomination des intervalles [1]	Rapports des fréquences	Savarts	Cents	Intervalles correspondants en gamme d'ut [2]
Grand demi-ton ou petit ton mineur	16/15	28,03	112	si-ut
Ton mineur	10/9	45,76	182	ré-mi
Ton majeur	9/8	51,15	204	ut-ré
Ton majeur septième (Sept. Ganzton)	8/7	57,99	231	si♭-ut
Tierce septième (Sept. Terz) .	7/6	66,95	267	sol-si♭
Tierce mineure	6/5	79,18	316	mi-sol
Tierce majeure	5/4	96,91	386	ut-mi
Quarte	4/3	124,94	498	ut-fa
Quinte	3/2	176,09	702	ut-sol
Sixte mineure	8/5	204,12	814	mi-ut
Sixte majeure	5/3	221,85	884	sol-mi
Sixte septième (sept. Sext) . .	12/7	234,08	933	si♭-sol
Septième septième (sept. Sept.)	7/4	243,04	967	ut-si♭
Septième « mineure » ((kl) kleine Septime) . . .	16/9	249,88	996	ré-ut
Septième « majeure » (kleine Sept.)	9/5	255,27	1018	mi-ré
Septième augmentée	15/8	273,00	1088	ut-si
Octave	2	301,03	1200	ut-ut

[1] D'après v. Hornbostel, *l. c.*
[2] Intervalles ascendants.

V. Etude des différents modes de constitution des gammes.

La variété des petits intervalles (tons et demi-tons) admis par l'usage musical est le reflet de l'incertitude et de l'arbitraire qui règnent en matière de subdivision de l'octave. Les théoriciens des gammes se heurtent, en effet, à un dilemme: impossibilité de prendre la division « naturelle » comme seul guide, mais impossibilité presque égale de faire entièrement abstraction des intervalles « naturels », en particulier de la quinte, qui présente à l'oreille des vertus presque aussi marquées que l'octave.

Selon les besoins de l'époque et les buts poursuivis, le problème a été successivement résolu de manières très diverses, conduisant tantôt à des sortes de compromis entre le système naturel et une division arbitraire (gamme de Pythagore, gammes des physiciens), tantôt à des gammes strictement artificielles, basées sur une simple division arithmétique de l'octave (gamme des musiciens, gamme tempérée).

Gamme de Pythagore.

La première en date des méthodes que nous voulons décrire est celle de Pythagore. Pour établir les degrés intermédiaires, Pythagore procédait uniquement par quintes et octaves, ascendantes et descendantes, c'est-à-dire qu'il se servait de quintes successives pour définir les tons nouveaux qu'il ramenait ensuite à l'intérieur d'une même octave. Au point de vue numérique, cette méthode se traduit par des multiplications de la fréquence initiale par des puissances positives ou négatives de 3/2 (quintes montantes ou descendantes) suivies de multiplications par des puissances négatives ou positives de 2 (octaves descendantes ou ascendantes), de manière à toujours se retrouver à l'intérieur de l'intervalle compris entre N (fréquence initiale) et 2N (octave).

Il est clair que ce processus pourrait, lui aussi, conduire à morceler l'octave indéfiniment, car aucun des degrés nouveaux ne coïncidera jamais rigoureusement avec un degré déjà établi. Mais du moins obtient-on une division assez uniforme et symétrique de l'octave. De plus, l'on parvient assez rapidement à un point où la subdivision ne présente plus ni utilité ni intérêt. L'usage a fixé à 21 le nombre des degrés pythagoriciens. On admet que le vingt-deuxième se confond avec le premier, ce qui permet de fermer le cycle.

La subdivision elle-même s'opère en deux étapes. La première est accomplie lorsqu'il ne subsiste plus, à l'intérieur de l'octave, d'intervalle plus grand qu'un ton. On a alors la gamme diatonique à 7 degrés, dont 5 tons et 2 demi-tons. Il est évident que l'on peut obtenir non pas une, mais sept gammes diatoniques différentes, suivant la répartition des quintes dont on s'est servi ou, ce qui revient au même, suivant le degré que l'on choisira comme point de départ de la gamme. Nous n'envisagerons ici que le type de gamme dont l'usage a prévalu jusqu'à nos jours sous le nom de gamme diatonique majeure, et qui affecte la disposition suivante des tons et demi-tons:

ut		ré		mi		fa		sol		la		si		ut
	1 ton		1 ton		½ ton		1 ton		1 ton		1 ton		½ ton	

les tons étant de 51 savarts (9/8) et les demi-tons de 23 savarts (256/243).

En poursuivant la subdivision, on arrive à intercaler, entre ces différents degrés, de nouvelles notes, dites dièses et bémols, formant avec les notes de la gamme diatonique des intervalles de 28 et de 23 savarts.

On obtient alors le tableau suivant (intervalles comptés en savarts à partir de l'ut initial):

ut				ré				mi	fa				sol			la				si	ut
0				51,2				102,3	124,9				176,1			227,2				278,4	301
	si♯		ut♯			ré♯				mi♯		fa♯			sol♯			la♯			
	5,9		28,5			79,7				130,8		153,5			204,6			255,8			
		ré♭			mi♭		fa♭				sol♭			la♭			si♭		ut♭		
		22,6			73,8		96,4				147,6			189,7			249,9		272,5		

La gamme de 21 notes ainsi constituée est dite chromatique. On voit que, quoique relativement simple, elle nous met en présence de quatre petits intervalles différents:

5,9 sav.	comma enharmonique	
22,6 »	limma	demi-tons
28,5 »	apotome	demi-tons
51,2 »	ton	

dont, en particulier, deux sortes de demi-tons. Ce n'est cependant pas là le principal défaut pratique de la gamme de Pythagore qui, au point de vue purement numérique est, de toutes les gammes plus ou moins « naturelles », la plus harmonieuse. Mais gamme « naturelle », la gamme de Pythagore ne l'est pas assez.

Gamme des physiciens.

L'infidélité de la gamme de Pythagore à l'égard des intervalles « naturels » ne devait apparaître comme un défaut musical qu'à la naissance de la musique polyphonique. C'est alors que se révéla, en effet, une exigence de l'oreille qui était demeurée peu sensible tant que la musique se bornait à des développements mélodiques, c'est-à-dire à l'audition successive des sons. Sans vouloir aborder ici le problème des consonances et des dissonances, bornons-nous à signaler que l'audition simultanée rend notre appréciation beaucoup plus rigoureuse à l'égard de la parenté des sons entre eux, soit de leur appartenance à une même famille d'harmoniques [1]. Aussi l'essor de la musique polyphonique, puis symphonique, apporta-t-il des arguments sérieux aux adversaires de la gamme de Pythagore, qui avait eu de tout temps des détracteurs. Parmi ceux-ci figurait notamment le physicien Aristoxène, qui vivait deux siècles après Pythagore (IVe siècle avant Jésus-Christ) et qui s'était, le premier, attaché à substituer au mi de Pythagore la note « naturelle » fournie par le cinquième harmonique, plus

[1] Sur la signification qu'il faut donner au terme de parenté, et sur toutes les questions de consonance, voir Helmholtz, IIIe partie, chap. 13 à 19.

basse d'un comma (81/80 = 5,4 sav. [1]). Cette substitution bouleversait naturellement tout le processus en vertu duquel sont définis les autres degrés de la gamme de Pythagore. Aristoxène recourut au schéma suivant:

Partir de la division « naturelle »

ut	mi	sol	ut
1	5/4	3/2	2
0	96,9	176,1	203

et reporter la suite d'intervalles 5/4 6/5 à partir de sol (en ramenant la dernière note obtenue à l'octave inférieure) et à partir de fa (le fa s'obtient comme chez Pythagore par une quinte descendante), d'où

1 9/8 5/4 4/3 3/2 5/3 15/8 2 (9/4)

soit, en savarts:

ut	ré	mi	fa	sol	la	si	ut
0	51,2	96,9	124,9	176,1	221,8	273	301

On voit que, outre le mi, deux notes de cette gamme diffèrent d'un comma des notes de même nom de la gamme de Pythagore: la et si.

Par ailleurs, la règle conduisant aux dièses et aux bémols dans la gamme de Pythagore était également devenue inutilisable, et il fallait trouver autre chose. La règle forgée par Aristoxène porte, à cet égard, la marque de l'empirisme le plus pur. Aristoxène introduisit un demi-ton « artificiel » de 25/24 (17,73 sav.) au moyen duquel il haussait et baissait les notes de la gamme diatonique majeure, pour les diéser ou les bémoliser [2].

[1] Comma syntonique.
[2] Voir le tableau comparatif des gammes, p. 41.

Malgré sa complication relative, la nouvelle théorie présentait des qualités sérieuses: l'introduction du cinquième harmonique correspond bien réellement à une exigence fondamentale de l'oreille, exigence qui ne persiste du reste apparemment pas pour les harmoniques supérieurs. Aussi, lorsque les besoins de l'harmonie eurent fait paraître la gamme de Pythagore défectueuse, est-ce au schéma d'Aristoxène que l'on essaya de recourir. Toutefois, rien n'obligeait à se servir de la règle d'Aristoxène pour les dièses et les bémols.

Délézenne, qui en 1827 entreprit de déterminer rigoureusement les intervalles « vrais » de la gamme, chercha apparemment à éviter l'introduction de but en blanc d'un demi-ton « artificiel ». Aussi formula-t-il la règle de la gamme chromatique de la manière suivante: pour diéser une note, on abaisse la suivante de 15/16; pour la bémoliser, on élève la précédente de 16/15. Cette règle, qui conduit au même résultat que celle d'Aristoxène pour les intervalles ré-mi et sol-la (ton mineur, voir plus haut), ne présente nul avantage sur elle. Les « petits demi-tons » et autres petits intervalles artificiels ne s'introduisent pas moins dans la gamme, et il semble peu logique, par surcroît, de définir le dièse d'une note au moyen de la note suivante, et son bémol au moyen de la précédente [1]. Au surplus, la gamme des physiciens, établie selon l'une ou l'autre de ces méthodes, présente aux musiciens le défaut suivant: contrairement à la gamme de Pythagore, elle place le dièse de chaque note au-dessous du bémol de la note suivante. Or, bien que ceci soit uniquement affaire de définition et d'usage, l'opinion des musiciens n'en est pas moins unanime à réclamer un entrecroisement des dièses et des bémols [2]. Cependant, là n'est point la cause profonde qui a rendu d'emblée la gamme des physiciens inutilisable en musique. Son plus grave défaut est inhérent à sa structure « naturelle »; il réside dans l'inégalité des intervalles

[1] Remarquons que la règle de Délézenne est établie de manière que les dièses de mi et de si se confondent avec fa et ut, réciproquement les bémols de fa et ut avec mi et si.

[2] Dans la gamme d'Aristoxène, toutefois, mi♯ fa♭ et si♯ ut♭ présentent l'entrecroisement en question. C'est une anomalie de plus.

fondamentaux qui la composent. Rappelons cette suite d'intervalles:

9/8 10/9 16/15 9/8 10/9 9/8 16/15

soit, en savarts,

51 46 28 51 46 51 28

Ce qui caractérise la gamme diatonique majeure des physiciens, c'est donc la présence, à côté du ton majeur de 9/8 (le ton de Pythagore) d'un ton mineur de 10/9, ce qui a du reste pour conséquence l'emploi du demi-ton de 16/15 (apotome) au lieu du limma (256/243). Or, à l'incertitude de réaliser en toute rigueur deux intervalles ne différant que d'un comma s'ajoute l'impossibilité manifeste d'opérer des transpositions dans un tel système.

Problème des transpositions. Gamme des musiciens.

La transposition, cependant, est une des ressources les plus fondamentales de l'expression musicale. Comme l'on sait, elle consiste, étant donné une mélodie, à la reproduire exactement en partant d'un autre degré de la gamme. Comme les intervalles fondamentaux, à supposer même qu'on n'ait admis qu'une sorte de ton, sont en tout cas distribués suivant un certain ordre en tons et demi-tons, il est clair qu'en prenant pour base de l'échelle une autre note qu'ut, il faudra, pour rétablir l'ordre consacré (1 ton — 1 ton — ½ ton — 1 ton — 1 ton — 1 ton — ½ ton) déplacer d'un demi-ton certains degrés. Par exemple, si l'on part de fa, on ne peut plus utiliser si, on doit l'abaisser d'un demi-ton, en d'autres termes le bémoliser. Pour être réalisable pratiquement, la transposition doit donc pouvoir s'opérer à l'aide des notes supplémentaires de la gamme chromatique. Or, la présence dans la gamme diatonique majeure des physiciens de deux sortes de tons est à cet égard une source de dissemblances irréductibles en cas de transposition.

La première préoccupation des musiciens conscients de ce double défaut fut donc de rétablir un intervalle unique pour le ton, en tempérant les écarts utilisés. L'ajustement ne pouvait se faire qu'aux dépens de la rigueur des intervalles divisionnaires. Ayant en vue une division pratique et uniforme de l'octave, on forgea de toutes pièces une nouvelle règle de la gamme. L'octave se diviserait en 53 commas de 5,7 savarts chacun, dont 9 constitueraient un ton (51,1 sav.) et 4 un demi-ton (22,7 sav.). Pour diéser ou bémoliser une note, on l'élèverait ou l'abaisserait de 5 commas (28,4 sav.); on obtenait ainsi l'entrecroisement voulu des dièses et des bémols.

En réalité, c'était revenir sans le reconnaître à la gamme de Pythagore [1]. De plus, la nouvelle gamme (gamme des musiciens), théoriquement transposable, était encore beaucoup trop compliquée pour pouvoir servir pratiquement à cet usage.

Gamme tempérée.

C'est à Jean-Sébastien Bach que l'on doit d'avoir imposé définitivement la solution rationnelle du problème par l'introduction d'une gamme à 12 demi-tons égaux de 25,1 savarts, dans laquelle dièses et bémols sont confondus. C'est la gamme tempérée, aujourd'hui universellement en usage, puisqu'elle sert de base à la construction et à l'accordement des orgues et des pianos. Observons que cette gamme, si elle résout avec élégance et simplicité le problème des transpositions, ne satisfait point, en apparence du moins, aux exigences de l'harmonie puisqu'elle ne fait pas intervenir les intervalles vrais (quinte tempérée = 50,2 sav.). Cependant, il serait étonnant que le maître dont l'œuvre musicale a porté les ressources de l'harmonie à un point de suprême perfection nous eût légué un instrument entaché de défauts graves. En réalité, on peut dire au contraire que la gamme tempérée participe de ce merveilleux sens de la mesure et de l'équilibre dont est imprégnée la musique de Bach. Si les notes dont elle est constituée représentent chacune une sorte de moyenne, on peut s'assurer

[1] Voir le tableau comparatif.

facilement qu'en aucun cas, l'écart avec les notes « naturelles » n'est considérable [1].

Il est à supposer que, au moins en ce qui concerne la musique chorale et l'enseignement élémentaire du solfège, c'est la gamme tempérée que tendent actuellement à reproduire les chanteurs occidentaux. En ce sens, on peut dire qu'en Europe, on nous fausse l'oreille dès notre enfance. Mais il ne faut pas oublier que toute gamme « naturelle » étant inutilisable, et tout système tonal étant, en définitive, empirique et artificiel, la musique de tous les peuples est et doit être « fausse » au point de vue acoustique. Cette constatation nous fait toucher du doigt l'absurdité de la querelle « pour l'accord juste » et s'ajoute, ce me semble, aux autres arguments que v. Hornbostel a élevés contre ce prétendu problème.

Au surplus, une autre remarque encore s'impose. Si l'on accorde aujourd'hui les orgues, les pianos et divers autres instruments en gamme tempérée, par contre, parmi les instruments de l'orchestre, il en existe plusieurs qui fournissent, de par leur structure même, des intervalles non tempérés. Il faut citer, en premier lieu, les cors et les trompettes qui donnent la suite des harmoniques supérieurs d'un son fondamental très bas. D'autre part, en ce qui concerne les instruments à cordes actuellement en usage dans l'orchestre, ils sont accordés en quintes ou en quartes justes (c'est-à-dire harmoniques). Les notes intermédiaires étant formées au gré du musicien guidé par son oreille seule, il est à présumer que ce que l'instrumentiste exécute, ce sont des gammes de Pythagore. Il faudrait donc admettre qu'au sein de l'orchestre, les musiciens jouent selon au moins trois sortes de gammes différentes: gamme tempérée, gamme « naturelle » et gamme de Pythagore. Si la rigueur des intervalles devait l'emporter sur toute autre impression musicale, il est bien évident que l'orchestre ne serait qu'une cacophonie insupportable, quelle qu'ait été l'inspiration du compositeur. Heureusement qu'il n'en est pas tout à fait ainsi et que,

[1] Il ne dépasse jamais quatre savarts. Encore ne se rapproche-t-il de cette valeur extrême que pour les trois notes mi, la et si qui sont, en tout état de cause, l'objet de contestations entre musiciens et physiciens. Voir le tableau.

malgré la précision de notre oreille capable de discerner des écarts de l'ordre d'un comma, nous nous accommodons sans trop de peine d'imprécisions beaucoup plus importantes.

VI. Proposition d'une gamme théorique pour l'usage des physiciens. Le septième harmonique.

En guise de conclusion, je voudrais ajouter à ce petit exposé comparatif quelques remarques sur le rôle qu'il convient de reconnaître à l'intervalle de septième harmonique dans les gammes réellement en usage, et sur la place qu'on pourrait lui réserver dans une gamme théorique de physicien. Ces remarques sont empruntées à des recherches que mon père, le Professeur A. Schidlof, avait entreprises dans les mois qui précédèrent sa mort. L'emprunt que je fais à ses travaux ne représente, du reste, qu'une très faible partie des observations et des recherches auxquelles ils eussent pu conduire.

Les points auxquels je me bornerai sont les suivants:

Quel que soit le rôle que peuvent jouer les intervalles « naturels » dans la musique pratique, il aurait pu être intéressant, au point de vue théorique, de posséder, pour définir les notes de la gamme, une règle correspondant mieux à l'origine physique des sons émis par les instruments, cordes ou tuyaux.

La théorie de Pythagore répond, dans une certaine mesure, à une nécessité de cette sorte. Les coefficients des fréquences des sons notés par Pythagore s'établissent, en effet, au moyen du calcul suivant, très simple puisque toutes les notes à partir de la fréquence initiale sont des multiples de 3/2 et de 2:

$$N_2 = N_1 \cdot 2^{\alpha} \cdot 3^{\beta} \qquad \alpha,\ \beta \text{ entiers} \gtreqless 0\,[1].$$

Cette genèse numérique particulièrement simple n'a pas été sans frapper les théoriciens dès l'Antiquité, et sans doute surtout

[1] Ces exposants sont, en outre, liés par une condition imposée à leur total. Dans la gamme de Pythagore, $|\alpha| + |\beta|$ prend des valeurs entières comprises entre 1 et 29. Dans les autres gammes de physiciens, le total des valeurs absolues des exposants demeure inférieur à 12.

ceux de cette époque. Il n'y avait qu'un pas de là à rattacher les vertus musicales des sons à des causes philosophico-mystiques, et l'harmonie aux vertus des nombres simples. Mais même en se libérant de tout préjugé à cet égard, on n'en voit pas moins le réel avantage que présente pratiquement, pour le physicien, un calcul des fréquences basé sur une telle méthode.

L'introduction du cinquième harmonique dans la gamme enrichit considérablement, à cet égard, les possibilités d'exprimer les fréquences par des rapports numériques simples. Il sera, en effet, possible d'utiliser pour les divers intervalles des nombres plus petits au numérateur et au dénominateur, les exposants pouvant demeurer moins élevés. La gamme des physiciens est un système basé sur la formule

$$N_2 = N_1 \cdot 2^\alpha \cdot 3^\beta \cdot 5^\gamma \qquad \alpha,\ \beta,\ \gamma \text{ entiers} \gtreqless 0$$

puisqu'elle fait intervenir le nombre premier 5 et des multiples de celui-ci.

L'on peut alors se demander s'il ne serait pas satisfaisant, au point de vue du physicien, d'adjoindre aux trois premiers nombres la base 7, qui nous permettrait de nous limiter à des exposants encore plus petits. Il va de soi qu'une telle méthode ne présente d'intérêt que dans la mesure où elle rend compte, au moins avec une bonne approximation, des sons réellement en usage. Mais c'est précisément à cette constatation que nous conduisent les calculs d'intervalles définis par la formule

$$i = 2^\alpha \cdot 3^\beta \cdot 5^\gamma \cdot 7^\delta \ . \qquad \alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta \text{ entiers} \gtreqless 0\ .$$

On remarquera en effet sans peine que les fréquences que l'on peut obtenir de la sorte se rapprochent considérablement des fréquences admises par la théorie musicale, s'en rapprochent au moins autant que ne le font les notes de la gamme tempérée, et souvent davantage que certaines notes des autres gammes de physiciens [1]. Soulignons le fait que l'emploi de la formule $2^\alpha . 3^\beta . 5^\gamma . 7^\delta$ revient à admettre le septième harmonique,

[1] Voir le tableau comparatif des gammes. La gamme basée sur la formule $2^\alpha . 3^\beta . 5^\gamma . 7^\delta$ y figure sous le titre de « nouvelle règle ».

dont nous avons signalé la sévère mise à l'index. Dans notre « nouvelle règle », la base 7 figure dans 10 des 14 intervalles accessoires (dièses et bémols) que nous substituons à ceux généralement en usage. Nous opérons cette substitution sans arrière-pensée aucune, vu l'écart minime entre les fréquences nouvelles que nous obtenons pour les notes en question et celles qu'on leur attribue généralement. La plus grave objection que l'on peut faire à ce système est qu'il complique quelque peu l'énoncé de la règle à suivre pour la transformation de la gamme diatonique majeure en gamme chromatique. Il n'est pas possible, en effet, de donner une règle uniforme dans le genre de celle d'Aristoxène ou de Délézenne. Voici pourquoi:

Il va de soi que 7 ne peut pas intervenir dans le calcul de la gamme diatonique majeure. Nous partons donc de la gamme des physiciens, et c'est dans la gamme chromatique seulement que le septième harmonique trouve son emploi, tout d'abord en qualité de si♭. De l'attribution à si♭ de la valeur 7/4, nous inférons qu'il faut, pour bémoliser une note, la multiplier par 14/15 (intervalle entre si et si♭). La règle pour diéser sera, par conséquent, de multiplier par 15/14. Les notes que nous obtenons ainsi ne diffèrent que de 1,5 savart des notes correspondantes de la gamme de Pythagore ou de celle des musiciens, à l'exception, bien entendu, des degrés dépendant de mi, de la et de si pour lesquels il s'ajoute l'écart d'un comma qui existe en tout état de cause, pour ces notes, entre le système pythagoricien et celui des physiciens. Mais si nous considérons, comme nous en avons le droit, ces écarts de 1,5 savart comme négligeables, nous devons hésiter à admettre dans notre gamme les notes fa♭, mi♯, ut♭ et si♯ telles que nous les obtenons, car elles se placent à une distance également inférieure à 2 savarts des notes mi, fa, si et ut respectivement. Nous sommes donc obligés de formuler une règle spéciale pour ces notes, soit en assimilant fa♭ à mi, mi♯ à fa, ut♭ à si et si♯ à ut comme c'est le cas dans la gamme de Délézenne, soit au contraire en ayant recours, dans le cas de ces quatre notes, à un demi-ton plus grand pour le passage aux dièses et aux bémols en question. C'est à cette dernière solution que je me suis arrêtée, en employant un demi-ton de 27/25 (33,4 sav.). La règle de la gamme chromatique se formule alors comme suit : on dièse ou bémolise, à l'intérieur des intervalles d'un ton, en ajoutant ou en retranchant 29,96 savarts (multiplication par 15/14 ou par 14/15) et à l'intérieur des intervalles d'un demi-ton en ajoutant ou en retranchant 33,42 savarts (multiplication par 27/25 ou par 25/27). L'irrégularité de cette règle peut se justifier, ce me semble, par le fait qu'elle est liée à l'irrégularité de la gamme diatonique majeure elle-même.

Le mérite d'avoir remarqué l'intérêt du système $2^{\alpha} . 3^{\beta} . 5^{\gamma} . 7^{\delta}$ revient au grand mathématicien Euler. Malheureusement, Euler semble être tombé dans l'erreur de confondre harmonie musicale et beauté des rapports numériques simples et, pour cette raison sans doute, sa proposition, demeurée sans écho, s'est trouvée, par surcroît, en butte aux sarcasmes de certains auteurs. Elle s'est heurtée, en tout cas, à l'incompréhension plus ou moins volontaire de tous ceux qui ont porté quelque intérêt au problème des gammes. Il m'a paru intéressant, pour cette raison même, d'en étudier la réalisation numérique. Toutefois, il est clair que l'on peut établir toutes sortes de gammes en ayant recours au facteur 7. Le choix dépend évidemment du but que l'on se propose. La nouvelle règle énoncée tout à l'heure n'avait d'autre prétention que de donner droit de cité à l'intervalle 7/4, tout en se formulant à la manière des gammes usuelles. Mais si l'on désire avant tout faire une large place aux intervalles « naturels » les plus courants, on aura tout avantage, par exemple, à conserver les intervalles 6/5, 8/5 et 9/5 qui figurent dans la gamme d'Aristoxène et y définissent mi♭, la♭ et si♭ (soit, avec l'entrecroisement des dièses et des bémols requis par les musiciens et auquel nous nous sommes conformés : fa♯, sol♯ et la♯). La gamme ainsi constituée se présenterait comme une collection particulièrement complète d'intervalles « naturels ». Si l'on veut, elle répondrait au besoin de donner un nom à chacun de ces intervalles, mais il faudrait renoncer à toute règle uniforme pour le chromatisme, puisque les dièses s'obtiendraient tantôt à l'aide du facteur 15/14, tantôt en utilisant 16/15, tantôt en prenant 27/25. Et ceci entraînerait, autre fait choquant, une dissymétrie entre la position de certains dièses et des bémols correspondants. Il semble donc

TABLEAU COMPARATIF DES DIFFÉRENTES GAMMES DIATONIQUES MAJEURES ET CHROMATIQUES [1].

	Gammes de physiciens — Aristoxène		Gammes de physiciens — Délézenne		Gammes de physiciens — Nouvelle règle				Pythagore		Gamme des musiciens		Gamme tempérée	
	r	*s*	*r*	*s*		*r*	*s*		*r*	*s*	*r*	*s*	*r*	*s*
Ut	*1*	*0*	*1*	*0*	*Ut*	*1*	*0*	*Ut*	*1*	*0*	*1*	*0*	*1*	*0*
					si ♯	81/80	5,395	si ♯	$3^{12}/2^{19}$	5,865	$2^{1/53}$	5,680		
ut ♯	25/24	17,729	135/128	23,124	ré♭	21/20	21,189	ré♭	$2^{8}/3^{5}$	22,634	$2^{4/53}$	22,719	$2^{1/12}$	25,086
ré♭	27/25	33,424	16/15	28,029	ut ♯	15/14	29,963	ut ♯	$3^{7}/2^{11}$	28,519	$2^{5/53}$	28,399		
ré	*9/8*	*51,153*	*9/8*	*51,153*	*ré*	*9/8*	*51,153*	*ré*	$3^{2}/2^{3}$	*51,153*	$2^{9/53}$	*51,118*	$2^{2/12}$	*50,172*
ré ♯	75/64	68,881	75/64	68,881	mi♭	7/6	66,947	mi♭	$2^{5}/3^{3}$	73,786	$2^{13/53}$	73,837	$2^{3/12}$	75,257
mi♭	6/5	79,181	6/5	79,181	ré ♯	135/112	81,116	ré ♯	$3^{9}/2^{14}$	79,671	$2^{14/53}$	79,517		
mi	*5/4*	*96,910*	*5/4*	*96,910*	fa♭	100/81	91,515	fa♭	$2^{13}/3^{8}$	96,420	$2^{17/53}$	96,557		
fa♭	32/25	107,210	—	—	*mi*	*5/4*	*96,910*	*mi*	$3^{4}/2^{6}$	*102,305*	$2^{18/53}$	*102,237*	$2^{4/12}$	*100,343*
mi ♯	125/96	114,639	—	—	*fa*	*4/3*	*124,939*	*fa*	$2^{2}/3$	*124,939*	$2^{22/53}$	*124,956*	$2^{5/12}$	*125,429*
fa	*4/3*	*124,939*	*4/3*	*124,939*	mi ♯	27/20	130,334	mi ♯	$3^{11}/2^{17}$	130,824	$2^{23/53}$	130,636		
fa ♯	25/18	142,668	45/32	148,062	sol♭	7/5	146,128	sol♭	$2^{10}/3^{6}$	147,572	$2^{26/53}$	147,675	$2^{6/12}$	150,515
sol♭	36/25	158,362	64/45	152,967	fa ♯	10/7	154,902	fa ♯	$3^{6}/2^{9}$	153,458	$2^{27/53}$	153,355		
sol	*3/2*	*176,091*	*3/2*	*176,091*	*sol*	*3/2*	*176,091*	*sol*	*3/2*	*176,091*	$2^{31/53}$	*176,074*	$2^{7/12}$	*175,601*
sol ♯	25/16	193,820	25/16	193,820	la♭	14/9	191,886	la♭	$2^{7}/3^{4}$	198,725	$2^{35/53}$	198,793	$2^{8/12}$	200,687
la♭	8/5	204,120	8/5	204,120	sol ♯	45/28	206,055	sol ♯	$3^{8}/2^{12}$	204,610	$2^{36/53}$	204,473		
la	*5/3*	*221,849*	*5/3*	*221,849*	*la*	*5/3*	*221,849*	*la*	$3^{3}/2^{4}$	*227,244*	$2^{40/53}$	*227,192*	$2^{9/12}$	*225,772*
la ♯	125/72	239,578	225/128	244,972	si♭	7/4	243,038	si♭	$2^{4}/3^{2}$	249,877	$2^{44/53}$	249,912	$2^{10/12}$	250,858
si♭	9/5	255,273	16/9	249,877	la ♯	25/14	251,812	la ♯	$3^{10}/2^{15}$	255,763	$2^{45/53}$	255,591		
si	*15/8*	*273,001*	*15/8*	*273,001*	ut♭	50/27	267,606	ut♭	$2^{12}/3^{7}$	272,511	$2^{48/53}$	272,631		
ut♭	48/25	283,301	—	—	*si*	*15/8*	*273,001*	*si*	$3^{5}/2^{7}$	*278,396*	$2^{49/53}$	*278,311*	$2^{11/12}$	*275,944*
si ♯	125/64	290,724	—	—										
Ut	*2*	*301,030*	*2*	*301,030*	*Ut*	*2*	*301,030*	*Ut*	*2*	*301,030*	*2*	*301,030*	*2*	*301,030*

r = intervalle entre la note considérée et ut représenté par un rapport.
s = intervalle en savarts.

[1] Ce tableau est emprunté au *Recueil de constantes de la Société française de physique* (tableaux 164 et 165, P. VILLARD, Gammes diatoniques majeures). Nous n'avons fait qu'y introduire la « nouvelle règle » à la suite des autres gammes de physiciens et avant la gamme de Pythagore dont elle se rapproche par l'entrecroisement des dièses et des bémols.

impossible de satisfaire à la fois aux deux exigences: construction uniforme de la gamme chromatique à partir de la gamme diatonique majeure et construction d'une gamme chromatique admettant la plus vaste collection possible de rapports simples.

Quoi qu'il en soit, les calculs effectués à l'aide du chiffre 7 nous font cependant aboutir à la constatation que voici: Même si l'on fait droit aux raisons invoquées par les musiciens contre l'emploi du septième harmonique en guise de si♭, il n'en est pas moins possible d'obtenir en se servant du facteur 7, à 1,5 savart près, une partie des autres degrés chromatiques admis dans la gamme des musiciens. Ainsi, l'exclusion apparente de l'intervalle du septième harmonique n'a pas empêché celui-ci de s'introduire, sous une forme et par un chemin détournés, il est vrai, dans le domaine même de la musique.

Beauvallon, décembre 1936.