Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 16 (1934)

Artikel: Sensibilité spectrale des récepteurs d'énergie rayonnante : applications astronomique et industrielles [suite]

Autor: Rossier, Paul

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741473

SENSIBILITÉ SPECTRALE

DES

RÉCEPTEURS D'ÉNERGIE RAYONNANTE

APPLICATIONS ASTRONOMIQUES ET INDUSTRIELLES

PAR

Paul ROSSIER

(suite)

---

43. — *Méthode basée sur la longueur d'onde effective photographique.*

Nous avons vu (§ 28) que la longueur d'onde effective est donnée par la formule

$$\lambda_a = \frac{1}{a+5}\left(a\lambda_s + \frac{b}{T_e}\right) \cdot$$

En se basant sur des mesures directes, M. Lindblad trouve précisément [1] une relation de la forme

$$\lambda_a = A + \frac{B}{T_e},$$

avec $A = 4{,}034 \times 10^{-5}$ cm et $B = 0{,}0114$ cm degré.

Qualitativement, la théorie est donc confirmée de façon

[1] Lindblad, Die photographische effektive Wellenlänge als Farbenäquivalent der Sterne, *Arkiv för Mathematik, Astronomi och Fysik*, 13, 26, p. 54 (1919).

parfaite. Voyons maintenant les valeurs numériques. On a évidemment

$$\frac{a\lambda_s}{a+5} = \mathrm{A} \qquad \text{et} \qquad \frac{b}{a+5} = \mathrm{B}$$

d'où $a = 121$ et $\lambda_s = 4{,}20 \times 10^{-5}$ cm.

La valeur de λ_s est tout à fait admissible. Sans être absurde, celle de l'exposant d'acuité est notablement plus élevée que celle trouvée par les considérations précédentes.

L'échelle de température choisie par M. Lindblad est celle de M. Wilsing, dont les valeurs sont souvent considérées comme un peu faibles, puisqu'elle conduit à attribuer une température de 5100° au Soleil. M. Graff, par exemple, augmente ces chiffres de 15%. Si nous faisons de même dans la formule de M. Lindblad, le coefficient 0,0114 doit être remplacé par 0,0131. Les valeurs correspondantes des constantes de sensibilité sont alors

$$a = 104 \qquad \text{et} \qquad \lambda_s = 4{,}23 \times 10^{-5}\ \text{cm} .$$

La longueur d'onde du maximum de sensibilité conserve une valeur en plein accord avec ce que nous savons, tandis que l'exposant d'acuité reste supérieur aux autres valeurs déjà trouvées.

Pousser plus loin la discussion semble difficile, d'autant plus que les mesures ont été effectuées au moyen d'un réfracteur et que la théorie néglige l'influence, fort délicate par ailleurs, du spectre secondaire de l'objectif. Il ne faudrait pas se leurrer de l'illusion que les diverses plaques photographiques utilisées par les astrophysiciens ont des constantes de sensibilité identiques.

La chose est immédiate, si nous examinons une autre échelle de longueurs d'onde effectives. Afin d'éviter l'influence du chromatisme secondaire de l'objectif, nous allons appliquer notre théorie aux valeurs de MM. Davidson et Martin, obtenues au moyen d'un réflecteur et exprimées en fonction du type spectral [1]. L'emploi d'un réflecteur élimine l'inconvénient du spectre secondaire de l'objectif.

[1] C. R. Davidson and E. Martin, Effective Wawe-length and Spectral Classification of Faints Stars. *Monthly Notices*, 84, 6, p. 430 (1924).

Si l'on essaie de calculer les longueurs d'onde effectives qui correspondent aux valeurs des constantes de sensibilité données par l'étude de l'index photo-visuel, on trouve des différences systématiques inadmissibles, qui montrent que ces constantes ne s'appliquent pas aux plaques considérées ici. Résolvons donc le problème inverse et calculons ces constantes à partir de l'échelle de longueurs d'onde effectives, en conservant les températures de M. Graff.

Le tableau donne:

I. Le type spectral;
II. La température;
III. La longueur d'onde du maximum d'émission $\lambda_m = \frac{b}{5T_e}$;
IV. La longueur d'onde effective observée;
V. La longueur d'onde effective calculée;
VI. Les résidus (observation — calcul).

Le calcul peut être conduit comme suit. Nous avons vu que lorsque la longueur d'onde effective est égale à celle du maximum d'émission, leur valeur commune est égale à celle du maximum de sensibilité. Or, la longueur d'onde effective coïncide avec celle du maximum d'émission entre les types spectraux F_5 et G_0, au voisinage de la longueur d'onde $4{,}30 \times 10^{-5}$ cm. Admettons cette valeur en première approximation. Pour déterminer l'exposant d'acuité a, il suffit d'introduire dans la formule fondamentale les valeurs du tableau. Groupant les équations ainsi obtenues pour a, qui sont linéaires, on obtient une valeur de l'ordre de 60. A partir de là, on calcule λ_a en première approximation, puis les résidus.

On améliore ensuite les valeurs ci-dessus pour a et λ_s en différentiant l'équation fondamentale

$$d\lambda_a = \frac{a}{a+5}\, d\lambda_s + \frac{5\lambda_s - \dfrac{b}{T_e}}{(a+5)^2}\, da\ .$$

En égalant les résidus à cette expression, on obtient un système d'équations résiduelles, qui, résolues par la méthode des moindres carrés, conduit enfin aux valeurs définitives

$$\lambda_p = 4{,}35 \times 10^{-5}\,\text{cm} \qquad \text{et} \qquad a = 60{,}3\ .$$

La formule définitive est

$$\lambda_a = 4{,}017 \times 10^{-5} + \frac{0{,}02193}{T_e} \text{ cm}$$

qui donne les valeurs indiquées dans le tableau, colonne V.

LONGUEUR D'ONDE EFFECTIVE PHOTOGRAPHIQUE, TYPE SPECTRAL ET TEMPÉRATURE.

Type spectral	Température	λ_m	λ_a observé	λ_a calculé	Résidus Obs.-calc.
B_0	18300	$1{,}565 \times 10^{-5}$ cm	$4{,}105 \times 10^{-5}$ cm	$4{,}137 \times 10^{-5}$ cm	-32×10^{-8} cm
B_5	13700	2,090	4,186	4,177	+ 9
A_0	11000	2,602	4,250	4,216	+ 34
A_5	9100	3,147	4,270	4,258	+ 12
F_0	7700	3,719	4,278	4,292	— 14
F_5	6700	4,275	4,292	4,344	— 52
G_0	5900	4,854	4,320	4,389	— 69
G_5	5300	5,404	4,396	4,431	— 35
K_0	4600	6,226	4,474	4,494	— 20
K_5	4200	6,819	4,540	4,539	+ 1
M	3800	7,537	4,580	4,594	— 14

Le résultat quantitatif n'est pas très satisfaisant, car les résidus ont un caractère systématique accusé. Faut-il attribuer une forme plus compliquée à la courbe de sensibilité des plaques utilisées ? Que penser de la lenteur de la variation de la longueur d'onde effective observée pour les étoiles des types A_5 à F_5 ? Seule une étude détaillée de la courbe de sensibilité des plaques utilisées permettrait une conclusion sûre.

Il n'en reste pas moins que nous obtenons ici une valeur de la longueur d'onde du maximum de sensibilité des plaques photographiques très voisine de celle admise par M. Brill ($4{,}29 \times 10^{-5}$ cm) et de celles provenant de l'étude des longueurs d'onde effectives de M. Lindblad ou de l'échelle d'index de couleur de M. King. L'exposant d'acuité est du même ordre de grandeur que celui obtenu dans les cas précédents, sauf celui provenant des longueurs d'onde effectives déterminées avec un réfracteur.

44. — *Application à la longueur d'onde effective visuelle.*

La même comparaison peut être faite à propos de la longueur d'onde effective visuelle. A titre d'exemple, citons les valeurs obtenues par M. Maggini, au moyen d'un appareil de sa construction, comportant une paire de fentes et une lame à faces parallèles, le tout monté sur un réfracteur [1]. Admettons encore l'échelle de température de M. Graff. Le tableau donne:

I. Le type spectral;
II. La température;
III. La longueur d'onde effective observée;
IV. La longueur d'onde effective calculée;
V. Les résidus (observation — calcul).

Pour déterminer les constantes de la formule (§ 28), on a six équations de la forme

$$A = x + \frac{y}{T_e}.$$

Formons l'équation moyenne, soustrayons-la de chacune des équations données, appliquons aux équations en y qui restent la méthode des moindres carrés. On trouve

$$\lambda_a = 5{,}382 \times 10^{-5} + \frac{863{,}5 \times 10^{-5}}{T_e} \text{ cm}.$$

Les résidus ne semblent pas dépasser la limite admissible en ces matières.

LONGUEUR D'ONDE EFFECTIVE VISUELLE, TYPE SPECTRAL ET TEMPÉRATURE.

Type spectral	Température	λ_a obs.	λ_a calc.	Résidus Obs.-calc.
B_0	18300	$5{,}425 \times 10^{-5}$ cm	$5{,}429 \times 10^{-5}$ cm	$- 4 \times 10^{-8}$ cm
A_0	11000	5,470	5,461	+ 9
F_0	7700	5,497	5,494	+ 3
G_0	5900	5,521	5,528	— 7
K_0	4600	5,557	5,570	— 23
M_0	3800	5,620	5,609	+ 11

[1] M. MAGGINI, Misure interferometriche di stelle doppie, *R. Osservatorio astrofisico di Catania* (1925), p. 30.

Les constantes correspondantes pour la sensibilité de l'œil sont

$$\lambda_s = 5{,}55 \times 10^{-5}\,\text{cm} \qquad \text{et} \qquad a_v = 161 .$$

La valeur de λ_s est en accord avec ce qui précède. Quant à celle de l'exposant d'acuité, elle dépasse notablement toutes celles données par les méthodes astronomiques. La seule exception est celle relative à la longueur d'onde effective photographique obtenue avec un réfracteur. Comme ici il s'agit de nouveau de résultats d'observations effectuées avec un réfracteur, nous pouvons admettre que l'existence du spectre secondaire a pour résultat d'augmenter la sélectivité des récepteurs.

45. — *Méthode statistique de vérification.*

Considérons une statistique stellaire et déterminons la proportion d'étoiles appartenant aux divers types spectraux. Les documents qui en constituent la base ont été obtenus au moyen d'un récepteur sélectif r_1, qui atteint toutes les étoiles d'éclat supérieur à une certaine magnitude apparente $m_{1,l}$. Les résultats sont donc fonction du récepteur et ne sont pas immédiatement comparables à ceux d'une autre discussion basée sur des documents obtenus au moyen d'un récepteur ayant d'autres caractéristiques de sensibilité. La comparaison prend un sens après l'élimination de l'influence propre du récepteur, élimination que nous avons appelée « réduction bolométrique » de la statistique.

Pour ce faire, on explicite, en fonction de la magnitude apparente m_1, le nombre d'étoiles $N(s, m_1)$ appartenant au type spectral s et plus brillantes que la magnitude apparente m_1. A une magnitude apparente m_1 correspond une magnitude bolométrique apparente $m_b = m_1 - I_1$, où I_1 est l'index absolu relatif au récepteur r_1.

Ne considérons maintenant que les étoiles plus brillantes qu'une certaine magnitude bolométrique limite $m_{b,l}$ et calculons la proportion d'étoiles appartenant à chaque type spectral. Le résultat est indépendant du récepteur r_1.

Après réduction bolométrique, toutes les statistiques, qu'elles soient obtenues visuellement ou par voie photographique, devraient donner le même résultat, à condition que les indices absolus I_1, relatifs à chacun de ces récepteurs, soient suffisamment bien connus.

Le nombre d'étoiles N (s, m) est sensiblement proportionnel à α^m où α est de l'ordre de 2 à 3. Une différence dm sur la magnitude a pour conséquence une erreur relative sur N égale à

$$\frac{dN}{N} = \mathrm{Log}\,\alpha \times dm \simeq dm \ ,$$

en supposant $\alpha \simeq e$.

Des erreurs atteignant le dixième de magnitude sont certainement fréquentes sur I_1, ce qui implique des erreurs de l'ordre de 10% sur les nombres N. Cette méthode suppose les récepteurs très bien connus.

Inversement, un récepteur étant bien connu, la méthode statistique permettrait peut-être de ramener l'étude de l'index absolu d'un second récepteur à celle du premier.

L'examen numérique de la question [1] conduit à des résultats qui ne sont pas sans présenter une certaine analogie qualitative, mais qui démontrent toute l'insuffisance de nos connaissances sur les valeurs réelles de la sensibilité spectrale des récepteurs. Les résultats numériques précédents et ceux qui suivront ne doivent être considérés que comme des approximations provisoires, qui s'amélioreront lorsque des photomètres hétérochromes appropriés seront considérés comme des appareils auxiliaires, indispensables à tout grand observatoire d'astrophysique stellaire.

46. — *Table d'indices absolus de M. Eddington.*

M. Eddington a calculé une table d'indices absolus visuels basée sur les valeurs du facteur de visibilité résultant des travaux de M. Nutting [2].

[1] P. Rossier, Comparaison de quelques statistiques stellaires. *Archives des Sciences physiques et naturelles* (5), 15; *Publ. Obs. Genève*, fasc. 21-22 (1933).

[2] *Philosophical Magazine*, 29, p. 301, 1915.

Cette table est reproduite dans le tableau ci-dessous, dans la colonne I_{obs} [1].

Comparons ces résultats à notre théorie (§ 19). L'index minimum, posé égal à 0 par définition, est obtenu pour $T_e = 6000°$. Cela correspond, pour le maximum de sensibilité, à la longueur d'onde

$$\lambda_v = \frac{1{,}432}{4 \times 6000} = 5{,}97 \times 10^{-5} \text{ cm} .$$

Cette valeur est dans le jaune orangé; elle paraît difficilement admissible.

Essayons tout de même de pousser plus loin la comparaison et de déterminer une valeur approximative de l'exposant d'acuité. Nous savons que la théorie est relativement sûre pour les étoiles chaudes. Appliquons donc les résultats exposés à l'occasion du rôle de l'exposant d'acuité au cas particulier de l'index 0,53 qui correspond à la température de 12000°.

Pour nous conformer aux suppositions faites dans la théorie (§ 21), posons

$$T_e^* = 12000 \qquad I = 0$$

$$T_e = 6000 \qquad I = -0{,}53 .$$

Les formules générales donnent $\alpha = \beta = 2$.

$\alpha + \beta$ n'est donc pas supérieur à 4. La fonction $z(a)$ ne croît pas nécessairement lorsque a augmente indéfiniment. Il est donc inutile de chercher à satisfaire à la table au moyen d'une très grande valeur de l'exposant d'acuité.

Pour fixer les idées, faisons le calcul dans les cas particuliers suivants: $a = 20$, $a = 50$, $a = 100$, $a = 200$ et $a = 1000$. Il vient

[1] A. S. Eddington, Further Notes on the Radiative Equilibrium of the Stars, Table III. *Monthly Notices*, 77, p. 605 (1917).

INDEX ABSOLU DE M. EDDINGTON.

T_e	I obs.	I calc.				
		$a = 20$	$a = 50$	$a = 100$	$a = 200$	$a = 1000$
2540	2,59	1,60	1,90	2,03	2,10	2,16
3000	1,71	1,00	1,18	1,25	1,29	1,32
3600	0,95	0,53	0,61	0,64	0,66	0,67
4500	0,35	0,16	0,18	0,19	0,19	0,20
6000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7500	0,02	0,08	0,10	0,10	0,10	0,10
9000	0,12	0,27	0,29	0,31	0,31	0,32
10500	0,31	0,50	0,54	0,55	0,56	0,58
12000	0,53	0,74	0,80	0,82	0,84	0,84

Aucune des valeurs examinées ne convient. Les indices calculés sont trop faibles lorsqu'il s'agit d'étoiles froides et trop grandes pour les étoiles chaudes. Si cette première table calculée par M. Eddington est conforme à la réalité, la théorie de l'index absolu tombe; mais cette table a reçu diverses modifications dont il va être question. Les nouvelles tables confirmeront entièrement ce que nous savons d'après ce qui précède et elles sont en plein accord avec la théorie. Remarquons que les modifications considérées ont été apportées avant l'élaboration de la théorie générale de l'index absolu.

47. — *Table d'index absolu de M. Bottlinger.*

Dans ses recherches sur le diamètre des étoiles dont il avait déterminé l'index de couleur au moyen d'une cellule photoélectrique munie de deux filtres différents, M. Bottlinger[1] utilise une table d'indices absolus.

La variable indépendante est $\frac{b}{T_e}$ et la valeur mise en table est celle de $m_b - m_v = - I_v$. Les valeurs sont celles admises par M. Eddington quelque peu modifiées et complétées, car, dit l'auteur, « j'ai été obligé d'extrapoler les valeurs dans les deux sens, ce qui doit conduire à des erreurs notables,

[1] Licht-elektrische Farbenindizes von 459 Sternen. *Veröffentlichungen der Universitätssternwarte zu Berlin-Babelsberg* III, 4, p. 26 (1923).

surtout pour les étoiles de température très élevée, pour lesquelles les valeurs de $\frac{b}{T_e}$ sont très peu sûres ». L'index est nul pour le Soleil, ou mieux pour les étoiles naines de type spectral G_0, auxquelles correspond la valeur $\frac{b}{T_e} = 2{,}2 \times 10^{-4}$ cm, soit $T_e = 6510°$.

L'extrapolation à laquelle M. Bottlinger fait allusion semble avoir été sensiblement linéaire en $\frac{b}{T_e}$ du côté des basses températures et quadratique au delà de 12000 degrés. Les valeurs ont dû être arrondies à 0,05 magnitude près, sauf pour les valeurs les plus sûres, où l'approximation atteint le demi-dixième.

Déterminons maintenant la longueur d'onde du maximum de sensibilité au moyen de la condition du minimum de l'index (§ 19). Pour ce minimum, on a

$$\frac{b}{T_e} = 2{,}2 \times 10^{-4} \text{ cm} ,$$

d'où

$$\lambda_v = \frac{1}{4} \times \frac{b}{T_e} = 5{,}5 \times 10^{-5} \text{ cm} .$$

Cette valeur est entièrement d'accord avec ce que nous savons de l'œil.

Calculons enfin l'exposant d'acuité en choisissant une paire de valeurs de température et d'index aussi éloignée que possible de minimum de I, mais encore dans la région interpolée et de préférence du côté des températures élevées, puisque la théorie y est plus sûre. Prenons donc $T_e = 11000$ et $I_v = 0{,}4$. Il vient l'équation (§ 21)

$$0{,}4 = 10 \log\left(\frac{2{,}2 \cdot 10^{-4}}{1{,}3 \cdot 10^{-4}}\right) + 2{,}5\,(a + 4) \log \frac{a \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-5} + 22 \cdot 10^{-5}}{a \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-5} + 13 \cdot 10^{-5}}$$

ou, en simplifiant,

$$-\,0{,}752 = (a + 4) \log \frac{a \cdot 5{,}5 + 13}{a \cdot 5{,}5 + 22} .$$

Après quelques essais, retenons les valeurs suivantes:

$$a = 50$$

donne

$$54 \log \frac{275 + 13}{275 + 22} = -0{,}722 \ ,$$

et $a = 40$,

$$44 \log \frac{220 + 13}{220 + 22} = -1{,}080 \ .$$

Interpolons linéairement; $-0{,}752$ correspond sensiblement à $a = 49$, valeur pratiquement égale à celle suggérée par l'étude de l'index de couleur photo-visuel.

Pour faciliter la comparaison des valeurs admises par M. Bottlinger à celles que nous allons calculer, posons $\tau = \dfrac{b}{T_e}$. La formule donnant I_v devient

$$I_v = -10 \log \tau + 132{,}5 \log (269{,}5 \cdot 10^{-5} + \tau) + \mathcal{A}$$

où $\mathcal{A}$ est une constante telle que lorsque $\tau = 2{,}2 \times 10^{-4}$ cm, $I_v = 0$.

Le tableau suivant donne:

I. $\tau = \dfrac{b}{T_e}$;
II. La température T_e;
III. L'index de M. Bottlinger I_{obs};
IV. Sa dérivée, relative à l'intervalle de 100°, calculée par simple différence tabulaire;
V. L'index I_{calc}, calculé par la formule précédente;
VI. Sa dérivée, exprimée et calculée comme la précédente;
VII. La différence observation — calcul.

Ces résidus présentent un caractère systématique: positifs aux extrémités de la table, ils sont négatifs pour les températures moyennes. Ces résidus négatifs sont de valeur absolue faible, comparable à l'erreur admise *a priori*.

Calculons la valeur de l'écart moyen, sans tenir compte des signes. On trouve $\pm$ 0,13. Si l'on fait abstraction des valeurs extrapolées en éliminant les deux premières et les cinq dernières lignes du tableau, cet écart tombe à $\pm$ 0,06.

INDEX ABSOLU.

Echelle de M. Bottlinger.

$\frac{b}{T_e}$	T_e	I obs.	$\frac{dI \text{ obs.}}{dT_e}$	I calc.	$\frac{dI \text{ calc.}}{dT_e}$	Diff Obs.-calc.
7 $.10^{-4}$ cm	2050°	4,00		3,74		+ 0,26
			— 0,40		— 0,35	
6,5	2200	3,40		3,21		+ 0,19
			— 0,32		— 0,27	
6,0	2390	2,80		2,69		+ 0,11
			— 0,23		— 0,23	
5,5	2610	2,30		2,19		+ 0,11
			— 0,20		— 0,19	
5,0	2860	1,80		1,71		+ 0,09
			— 0,16		— 0,14	
4,5	3180	1,30		1,26		+ 0,04
			— 0,10		— 0,10	
4,0	3580	0,90		0,85		+ 0,05
			— 0,08		— 0,071	
3,5	4090	0,50		0,49		+ 0,01
			— 0,044		— 0,041	
3,0	4770	0,20		0,21		— 0,01
			— 0,029		— 0,026	
2,8	5110	0,10		0,12		— 0,02
			— 0,013		— 0,015	
2,6	5510	0,05		0,06		— 0,01
			— 0,011		— 0,009	
2,4	5970	0,00		0,02		— 0,02
			0,000		— 0,004	
2,2	6510	0,00		0,00		0,00
			0,000		+ 0,003	
2,0	7160	0,00		0,02		— 0,02
			+ 0,006		+ 0,007	
1,8	7960	0,05		0,08		— 0,03
			+ 0,010		+ 0,011	
1,6	8950	0,15		0,19		— 0,04
			+ 0,008		+ 0,012	
1,5	9550	0,20		0,26		— 0,06
			+ 0,008		+ 0,015	
1,4	10200	0,25		0,36		— 0,11
			+ 0,019		+ 0,015	
1,3	11000	0,40		0,48		— 0,08
			+ 0,022		+ 0,016	
1,2	11900	0,60		0,62		— 0,02
			+ 0,023		+ 0,016	
1,1	13000	0,85		0,80		+ 0,05
			+ 0,023		+ 0,016	

$\frac{b}{T_e}$	T_e	I obs.	$\frac{dI \text{ obs.}}{dT_e}$	I calc.	$\frac{dI \text{ calc.}}{dT_e}$	Diff. Obs.-calc.
$1{,}0.10^{-4}$ cm	14300°	1,15		1,01		+ 0,14
			+ 0,022		+ 0,016	
0,9	15900	1,50		1,26		+ 0,24
			+ 0,020		+ 0,015	
0,8	17900	1,90		1,56		+ 0,34
			+ 0,015		+ 0,014	
0,7	20500	2,30		1,93		+ 0,37
			+ 0,015		+ 0,014	
0,6	23900	2,80		2,39		+ 0,41
			+ 0,015		+ 0,013	
0,5	28600	3,50		2,98		+ 0,52

On pourrait essayer de trouver des valeurs meilleures des constantes de sensibilité, pour représenter tout ou partie de l'échelle. La recherche semble quelque peu illusoire, car, pour les températures élevées, nous savons que l'index est une fonction sensiblement linéaire de la température. Les valeurs calculées le manifestent beaucoup mieux que celles de la table originale comme le montre l'étude des dérivées. La fonction originale, possède, comme la théorie l'indique, une inflexion au voisinage de 13000°, qui est bien le double de 6500°, température du minimum de l'index; mais, au voisinage de cette inflexion, de 10200 à 28000°, la dérivée de $I_{obs.}$ oscille de 0,019 à 0,023 pour retomber à 0,015 magnitude/100°. La courbe donnée par la théorie accuse aussi l'inflexion, mais moins marquée puisque la dérivée passe de 0,015 à 0,016 pour redescendre à 0,013.

Nous savons que la théorie est peu sûre pour les basses températures, aussi semble-t-il inutile de discuter en détail les quelques résidus importants qui leur correspondent.

Nous pouvons conclure en affirmant que les valeurs $\lambda_v = 5{,}5 \times 10^{-5}$ cm et $a = 49$ sont satisfaisantes lorsqu'on considère la portion centrale et sûre de la table de M. Bottlinger, mais que la partie extrapolée de cette table vers les hautes températures est en contradiction avec notre théorie de l'index absolu. Cette contradiction n'a rien de troublant, car la théorie, qui elle aussi peut être considérée comme un artifice d'extrapolation, est certainement aussi sûre que l'extrapolation de M. Bottlinger, faite, semble-t-il, quelque peu en tâtonnant.

48. — *Tables d'indices absolus de MM. Hertzsprung, Seares et Eddington.*

Nous avons vu les difficultés que présente la comparaison à la théorie de la table d'indices absolus calculée par M. Eddington, à partir des valeurs du facteur de visibilité déterminées par M. Nutting. Cette table n'est d'ailleurs pas toujours immédiatement applicable à l'astronomie stellaire, puisque M. Bottlinger a cru devoir la modifier quelque peu. Cette modification a permis l'application, au moins partielle, de notre théorie.

Depuis lors, M. Eddington a donné une nouvelle table qui elle, est en excellent accord avec nos considérations générales, comme nous allons le montrer.

En 1906, M. Hertzsprung[1] a fait une comparaison des diverses déterminations antérieures des courbes de sensibilité spectrale de l'œil, déterminations dues principalement à Abney, König, Langley, Pflüger et leurs collaborateurs. Il en déduit une courbe moyenne, au moyen de laquelle il calcule, en fonction de la température, la puissance apparente visuelle émise par l'unité de surface d'un corps noir. Les résultats, obtenus par une intégration graphique, sont fort bien représentés par la formule empirique

$$j = 2{,}3\left(\frac{b}{T_e}\right)^{0{,}93} + \text{const.} \,,$$

où j représente la magnitude de l'unité de surface du corps noir de température T_e. Cette formule ne saurait être considérée comme valable que dans un domaine limité de température, puisqu'elle fournit une magnitude finie si la température est infinie.

Pour la magnitude absolue visuelle d'une étoile, on a

$$m_v = j - 5 \log r_0 \,.$$

[1] E. Hertzsprung. Ueber die optische Stärke der Strahlung des schwarzen Körpers und das minimale Lichtäquivalent, *Zeitschrift für wissenschaftliche Photographie*, IV, 1906, p. 43.

D'autre part, la magnitude absolue bolométrique est

$$m_b = \mathcal{E} - 5 \log r_0 - 10 \log T_e .$$

Eliminons le rayon par soustraction, il vient finalement

$$j = I_v - 10 \log T_e + \text{const.} ,$$

où I_v est l'index absolu visuel.

Adoptant la fonction de M. Hertzsprung, M. Seares [1] calcule l'index absolu visuel au moyen de la formule précédente, et compare les résultats à la table de M. Eddington. En choisissant les constantes de façon à égaler j à 0 pour 6000°, il vient des valeurs de j qui varient de + 6,32 (pour 2560°) à — 2,48 (pour 12000°). Les différences entre les deux séries de résultats ne dépassent jamais 0,04. L'accord est donc excellent.

Tenant compte des remarques précédentes, M. Eddington [2] fournit une nouvelle table, plus étendue que la précédente, et pour laquelle les conditions de température du minimum de l'index sont passablement différentes de celles qu'il avait admises pour sa première table.

Comparons maintenant notre théorie avec la nouvelle table.

Le minimum de I_v a lieu pour la température de 6500°, ce qui donne (§ 19) pour la longueur d'onde du maximum de sensibilité

$$\lambda_v = \frac{1{,}432}{4 \times 6500} = 5{,}51 \times 10^{-5} \text{ cm} .$$

Cette valeur est égale à celle obtenue précédemment d'après la table de M. Bottlinger et l'étude de l'index de couleur. Elle coïncide pratiquement avec celle que nous avait donnée l'étude de l'index de couleur photo-visuel.

Pour les températures élevées, on constate l'existence d'un point d'inflexion vers 13500°, valeur qui est bien un peu supérieure au double de celle correspondant un minimum, ainsi que l'indique la théorie. Dans cette région, le caractère linéaire de la fonction $I_v(T_e)$ est très marqué, puisque sa dérivée ne

[1] The Masses and densities of the stars. *Astrophysical Journal*, 55, p. 197 (1917).

[2] *The internal constitution of the stars*, 1926.

varie que de 0,014 à 0,016 magnitude/100°. C'est à très peu près ce que donne la courbe théorique correspondant aux constantes de sensibilité déduites de la table de M. Bottlinger.

Calculons maintenant l'exposant d'acuité, en considérant l'équation donnée par $T_e = 11000$ et $I_v = 0,43$. Il vient, comme précédemment (§ 21)

$$-0,74 = (a + 4) \log \frac{5,51 \times a + 13,02}{5,51 \times a + 22,03} .$$

Le calcul montre que le second membre $\varphi(a)$ passe par un maximum pour une valeur de a voisine de 50. On a en effet

a	$\varphi(a)$
40	— 0,69
50	— 0,721
60	— 0,719
100	— 0,717

Or, la valeur donnée est — 0,74. Il n'est donc pas possible de satisfaire à l'équation sans modifier la seule constante choisie jusqu'à maintenant, c'est-à-dire $\lambda_v = 5,51 \times 10^{-5}$ cm.

Nous allons donc admettre la valeur $a = 50$, suggérée par les résultats déjà obtenus et qui correspond au maximum de $\varphi(a)$ et calculer au moyen de l'équation ci-dessus la valeur du coefficient de a dans le quotient. On a donc

$$-0,74 = 54 \times \log \frac{50x + 13,02}{50x + 22,03} .$$

Cette équation est algébrique en x et du premier degré. On trouve $x = 5,35$. Adoptons maintenant provisoirement les deux valeurs $a = 50$ et $\lambda_v = 5,35 \times 10^{-5}$ cm et comparons à la table donnée. La formule donnant I_v est

$$I_v = 10 \log T_e + 135 \log \left(267,5 \cdot 10^{-5} + \frac{b}{T_e}\right) + \mathfrak{A} .$$

Le tableau donne:

I. La température T_e;
II. L'index admis par M. Eddington;
III. Sa dérivée, rapportée à l'intervalle 100° et calculée par différence tabulaire;
IV. L'index calculé en première approximation;
V. Les résidus observation — calcul;
VI. L'index calculé en deuxième approximation;
VII. Les résidus.

Les résidus de la première approximation sont trés faibles, puisqu'ils n'atteignent qu'une fois le dixième de magnitude, et sont, dans les deux tiers des cas, inférieurs au centième de magnitude. Leur caractère systématique laisse cependant supposer qu'une amélioration est peut-être possible. En effet, de positifs pour les basses températures, les résidus s'annulent sensiblement au milieu de la table et sont négatifs pour les températures élevées.

Cherchons les corrections à apporter à nos constantes. Pour cela, mettons la partie de la formule qui dépend des constantes sous la forme

$$I' = 1{,}08574\,A \operatorname{Log}\left(B + \frac{b}{T_e}\right)$$

et différentions:

$$dI_v = 2{,}5 \log\left(B + \frac{b}{T_e}\right) dA + 1{,}08574\,A\left(B + \frac{b}{T_e}\right)^{-1} dB\ .$$

Chaque résidu donne une équation en dA et dB. Pour résoudre ce système de 30 équations, on pourrait utiliser la méthode des moindres carrés. Contentons-nous de former deux équations en additionnant les quinze premières, d'une part, les quinze dernières, d'autre part. La solution de ce système donne

$$dA = 0{,}27\ ; \qquad dB = -1{,}51\ ,$$

d'où, pour I_v, la nouvelle formule

$$I_v = 10 \log T_e + 135{,}3 \log\left(266 \cdot 10^{-5} + \frac{b}{T_e}\right) + \mathcal{A}.$$

Les constantes de sensibilité correspondantes sont $a = 50{,}1$ et $\lambda_v = 5{,}309 \times 10^{-5}$ cm.

Les deux dernières colonnes du tableau contiennent les valeurs de I_v calculées par cette formule et celles des différences avec la table originale. Ces résidus ne dépassent que deux fois 0,02 magnitude. On ne saurait demander mieux. Il est très remarquable que deux théories aussi disparates dans leur élaboration fournissent les mêmes valeurs de l'index absolu avec une pareille précision.

La théorie actuelle a l'avantage de préciser le sens des constantes qui figurent dans les formules et de permettre donc des modifications faciles au cas où la nécessité se ferait sentir de choisir de nouvelles valeurs des constantes de sensibilité.

INDEX ABSOLU DE MM. HERTZSPRUNG, SEARES ET EDDINGTON.

T_e	I obs.	$\frac{dI}{dT_e}$	I' calc.	Diff. Obs.-calc.	I calc. définitif	Diff. Obs.-calc.
2500	2,71		2,586	+ 0,124	2,634	+ 0,076
		— 0,23				
750	2,13		2,052	+ 0,078	2,094	+ 0,036
		— 0,18				
3000	1,67		1,628	+ 0,042	1,664	+ 0,006
		— 0,14				
250	1,32		1,289	+ 0,031	1,320	0,000
		— 0,12				
500	1,03		1,015	+ 0,015	1,042	— 0,012
		— 0,092				
750	0,80		0,795	+ 0,005	0,819	— 0,019
		— 0,072				
4000	0,62		0,616	+ 0,004	0,635	— 0,015
		— 0,060				
250	0,47		0,470	0,000	0,487	— 0,017
		— 0,048				
500	0,35		0,353	— 0,003	0,367	— 0,017
		— 0,034				
5000	0,18		0,184	— 0,004	0,194	— 0,014
		— 0,020				
500	0,08		0,081	— 0,001	0,087	— 0,007
		— 0,012				
6000	0,02		0,024	— 0,004	0,026	— 0,006
		— 0,004				

T_e	I obs.	$\frac{dI}{dT_e}$	I' calc.	Diff. Obs.-calc.	I calc. définitif	Diff. Obs.-calc.
6500	0,00		0,000	0,000	0,000	0,000
		+ 0,001				
7000	0,005		0,003	+ 0,002	0,001	+ 0,004
		+ 0,003				
500	0,02		0,023	— 0,003	0,019	+ 0,001
		+ 0,008				
8000	0,06		0,059	+ 0,001	0,053	+ 0,007
		+ 0,008				
500	0,10		0,107	— 0,007	0,099	+ 0,001
		+ 0,012				
9000	0,16		0,161	— 0,001	0,151	+ 0,009
		+ 0,012				
500	0,22		0,221	— 0,001	0,211	+ 0,009
		+ 0,014				
10000	0,29		0,288	+ 0,002	0,276	+ 0,014
		+ 0,014				
11000	0,43		0,431	— 0,001	0,417	+ 0,023
		+ 0,015				
12000	0,58		0,581	— 0,001	0,565	+ 0,015
		+ 0,015				
13000	0,73		0,737	— 0,007	0,720	+ 0,010
		+ 0,016				
14000	0,89		0,893	— 0,003	0,874	+ 0,016
		+ 0,015				
15000	1,04		1,048	— 0,008	1,029	+ 0,011
		+ 0,015				
16000	1,19		1,200	— 0,010	1,181	+ 0,009
		+ 0,015				
17000	1,34		1,352	— 0,012	1,331	+ 0,009
		+ 0,015				
18000	1,49		1,503	— 0,013	1,481	+ 0,009
		+ 0,014				
19000	1,63		1,648	— 0,018	1,625	+ 0,005
		+ 0,014				
20000	1,77		1,790	— 0,020	1,766	+ 0,004

49. — *Comparaison avec l'expérience.*

On peut admettre que les piles thermo-électriques convenablement construites sont des récepteurs bolométriques. Quelques expérimentateurs ont réussi à les employer à des mesures de puissance rayonnée par une étoile. Signalons les résultats de M. Coblentz [1] et ceux de MM. Pettit et Nicholson [2].

Ces derniers appellent « index calorifique » (heat-index) ce que nous avons dénommé l'index absolu. La courbe donnant l'index calorifique en fonction du type spectral a même allure que les fonctions que nous avons envisagées ci-dessus, sauf que le minimum est déplacé vers les types peu avancés et qu'il est peu marqué du côté de ces étoiles au, moins pour ce qui concerne les géantes.

Pour les naines, le minimum semble se produire au voisinage du type G_0, ce qui est d'accord avec ce que nous savons.

Si l'on traduit dans l'échelle des magnitudes les résultats obtenus par M. Coblentz, le minimum apparaît dans la classe A.

Ces mesures sont si délicates, les corrections diverses à apporter aux résultats bruts si nombreuses, qu'il faut se garder d'attribuer une importance exagérée à ces discordances, surtout en ce qui concerne la position d'un minimum toujours assez mal définie physiquement.

50. — *Résumé des constantes.*

Les valeurs que nous ont données les diverses discussions précédentes sont les suivantes:

Constantes de sensibilité.

Pour l'œil:

	λ_v	a_v	
I.	$5{,}50 \times 10^{-5}$ cm	51	Index, échelles de M. Graff.
II.	5,31	51,8	Index, échelles de MM. King et Wilsing.
III.	5,55	(161)	Longueur d'onde effective.
IV.	5,50	49	Index absolu de M. Bottlinger.
V.	5,309	50,1	Index absolu de MM. Hertzsprung, Seares et Eddington.

[1] Radiometric measurements on 110 stars with the Crossley Reflector. *Lick Observatory Bulletin*, n° 266, p. 104, 1915.

[2] Stellar radiation measurements. *Astrophysical Journal*, 68, p. 279 (1928), fig. 1, p. 298.

et, pour la plaque:

	λ_p	a_p	
VI.	$3{,}93 \times 10^{-5}$ cm	51	comme I.
VII.	4,18	51,8	comme II.
VIII.	4,23	(104)	Longueur d'onde effective de M. Lindblad.
IX.	4,35	60,3	Longueur d'onde effective de Greenwich.

Les valeurs de λ_v sont de l'ordre de grandeur de celles obtenues au laboratoire, peut-être un peu inférieures pour deux d'entre elles, ce qui s'explique facilement par le phénomène de Purkinje.

En faisant abstraction des valeurs influencées par le chromatisme secondaire des objectifs, on constate que les valeurs de l'exposant d'acuité relatives à l'œil sont très inférieures à celles données par les travaux de laboratoire. Cela montre bien le double caractère du phénomène de Purkinje: une diminution suffisante de l'intensité entraîne un déplacement du maximum de sensibilité vers les courtes longueurs d'onde et une diminution de l'acuité du maximum de sensibilité, ce qui implique une augmentation de la sensibilité globale de l'œil. L'énorme faculté d'adaptation photométrique de l'œil s'explique ainsi en partie.

Il semble difficile de tirer une conclusion ferme des valeurs obtenues pour la longueur d'onde du maximum de sensibilité des plaques. La diversité des fabrications explique facilement cet écart. Mais il est remarquable que l'exposant d'acuité relatif à la plaque soit, aussi ici, très inférieur à ce que nous avons trouvé en étudiant les plaques Cappelli-blu. Des travaux de laboratoire effectués dans des conditions se rapprochant de celles de l'observation astronomique seraient ici du plus haut intérêt.

Les difficultés que présente la théorie de l'index de couleur dans l'hypothèse de la sensibilité concentrée proviennent évidemment du fait que, dans la réalité, il faut admettre une valeur peu élevée de l'acuité du maximum de sensibilité des récepteurs.

51.— *Vérification par la réfraction astronomique.*

Il serait évidemment vain de vouloir déterminer les constantes de sensibilité à partir d'un phénomène aussi délicat que la réfraction astronomique. Mais ici encore, il n'est pas sans intérêt de confronter la théorie avec l'expérience. Nous allons donc calculer (§ 35) la réfraction pour des valeurs choisies dans le tableau précédent.

La plupart d'entre elles conduisent sensiblement aux mêmes valeurs de la réfraction. Contentons-nous d'examiner les trois cas I, VI et VIII. Le premier concerne l'œil, les autres la plaque. Le dernier est peut-être le mieux adapté aux observations photographiques effectuées au moyen d'un réfracteur. Les résultats sont les suivants:

Réfraction atmosphérique en fonction de la température.

T_e	I	VI	VIII
2500	60″,02	60″,51	60″,61
5000	14	83	77
7500	19	60″,95	83
10000	22	61″,02	86
15000	25	10	89
20000	60″,26	61″,14	60″,90

Le domaine de variation de la constante de la réfraction atteint donc, d'après la théorie, des quantités de l'ordre de 0″,2 pour l'œil et 0″,6 pour certaines plaques photographiques. Cela n'est pas négligeable, aussi le phénomène n'est-il pas resté inaperçu.

M. Slocum [1], étudiant la variation de la constante de la réfraction en passant d'une étoile de type spectral B5 à une M*b*, soit dans un domaine de température allant de 13000° à 3000° trouve une différence de 0″,041 entre les deux constantes. C'est beaucoup moins que ce que donne la table précédente. La différence s'explique lorsqu'on considère que les observations ont été faites photographiquement, en munissant l'appareil d'un filtre jaune. La sélectivité augmente ainsi. Le maximum de sensibilité est déplacé vers les grandes longueurs d'onde. Le produit $a\lambda_s$ de la théorie est donc grand et l'influence de la température très réduite.

M. Hudson [2], opérant photographiquement, a trouvé 0″,093

[1] *Astrophysical Journal*, LIX, 108, 1924.
[2] *Publications of the Allegheny Observatory*, 6, 2, 1917.

pour la différence de constante de réfraction entre une étoile blanche et une étoile de type M*a*, soit entre 11000° et 3500°. C'est moins que ne l'indique la théorie, mais l'ordre de grandeur n'est pas très différent, et le rôle de l'objectif du réfracteur est difficile à déterminer.

En passant de la classe A à la classe K, soit de 11000 à 4000°, M. Hertzsprung[1] estime la variation de la constante de la réfraction à 0″,18 pour la plaque photographique et à 0″,03 dans le cas de l'œil, en employant un réfracteur. La valeur relative à l'œil est très faible, mais celle correspondant à la plaque est pratiquement égale à celle donnée par la colonne VIII.

Eu égard aux difficultés de ces mesures et à l'incertitude des constantes de sensibilité, il ne semble pas que l'on puisse espérer beaucoup mieux. Avec des constantes de sensibilité déterminées *ad hoc*, la théorie est peut-être aussi sûre que l'expérience. Cela montre que même l'astronomie de position a tout à gagner à une étude sérieuse des constantes de sensibilité des récepteurs.

VII. — Tables d'indices absolus.

52. — *Généralités.*

Nous allons calculer des tables d'indices absolus correspondants à quelques-unes des constantes de sensibilité du § 50. Les quatre premières tables sont établies en choisissant la température comme variable indépendante. Elles donnent l'index dans deux échelles: dans la première, on a posé $I = 0$ pour la température de 11000 degrés. I est alors généralement positif, sauf au voisinage de son minimum, où il est négatif. Dans la deuxième échelle, I est toujours positif, sauf en son minimum, où il est nul.

Les deux dernières colonnes donnent les dérivées de I prises respectivement par rapport à la température et rapportée à un intervalle de 100 degrés, et par rapport à la longueur d'onde λ_s du maximum de sensibilité, rapportée à un intervalle de $0{,}1 \times 10^{-5}$ cm.

[1] Photographische Messungen der atmosphärischen Dispersion, *Astronomische Nachrichten*, 4603, *192*, 309.

Les calculs ont été effectués à 0,001 magnitude près, et les tableaux donnent pour I le centième de magnitude, qui est généralement assuré. Cette approximation est amplement suffisante pour les applications.

L'intervalle tabulaire de la variable T_e a été choisi de façon à permettre une interpolation à vue.

Pour le calcul numérique, il est commode de mettre les expressions de I et $\frac{\partial I}{\partial \lambda_s}$ (§ 18 et 20) sous la forme

$$I = 10 \log T_e + 2{,}5\,(a+4) \log \left(a\lambda_s + \frac{b}{T_e} \right) - \mathcal{A} \;;$$

$$\frac{\partial I}{\partial \lambda_e} = \frac{1{,}08574 \cdot a(a+4)\left(\frac{b}{T_e^*} - \frac{b}{T_e} \right)}{\left(a\lambda_s + \frac{b}{T_e} \right)\left(a\lambda_s + \frac{b}{T_e^*} \right)} .$$

$\mathcal{A}$ est une constante.

Dans la dérivée, T_e^* a toujours été posé égal à 11000 degrés.

La dérivée $\frac{\partial I}{\partial T_e}$ a été calculée par différences tabulaires.

Rappelons que l'index absolu possède un minimum pour la température $T_m = \frac{b}{4\lambda_s}$ et une inflexion pour

$$T_i = T_m \times \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{a}} \right) .$$

Parmi les valeurs obtenues pour les constantes de sensibilité, retenons les suivantes, extraites directement ou voisines de celles du tableau du § 50.

CONSTANTES DE SENSIBILITÉ DES TABLEAUX D'INDICES ABSOLUS.

Tableau	λ_s en 10^{-5} cm	a	$a\lambda_s$ en 10^{-5} cm	T_m	T_i	Récepteur
I	5,5	50	275	6510	13300	œil
II	5,309	50,1	266	6740	13750	»
III	3,93	51	200,4	9110	18600	plaque
IV	4,35	60,3	263,3	8230	16700	»

Le tableau V, extrait des tableaux I à IV est obtenu en adoptant l'échelle de températures de M. Graff.

§ 53. — Index de couleur absolu visuel.

Tableau I.

T_e	I		$\frac{\partial I}{\partial T_e}$ pour 100°	$\frac{\partial I}{\partial \lambda_v}$ pour $0{,}1.10^{-5}$ cm
2000	+ 3,45	3,93		— 0,172
			— 0,35	
200	+ 2,75	3,23		— 0,156
			— 0,28	
400	+ 2,19	2,67		— 0,142
			— 0,23	
600	+ 1,73	2,21		— 0,130
			— 0,19	
800	+ 1,35	1,82		— 0,119
			— 0,16	
3000	+ 1,03	1,51		— 0,109
			— 0,13	
200	+ 0,76	1,24		— 0,101
			— 0,11	
400	+ 0,54	1,02		— 0,093
			— 0,09	
600	+ 0,36	0,84		— 0,087
			— 0,079	
800	+ 0,20	0,68		— 0,080
			— 0,065	
4000	+ 0,07	0,55		— 0,075
			— 0,055	
200	— 0,04	0,44		— 0,069
			— 0,046	
400	— 0,13	0,35		— 0,065
			— 0,039	
600	— 0,21	0,27		— 0,060
			— 0,032	
800	— 0,28	0,20		— 0,056
			— 0,026	
5000	— 0,33	0,15		— 0,052
			— 0,018	
500	— 0,42	0,06		— 0,044
			— 0,009	
6000	— 0,46	0,01		— 0,037
			— 0,003	
500	— 0,48	0,00		— 0,031
			+ 0,002	
7000	— 0,47	0,01		— 0,026
			+ 0,005	
500	— 0,44	0,04		— 0,021
			+ 0,009	
8000	— 0,40	0,08		— 0,017

T_e	I		$\frac{\partial I}{\partial T_e}$ pour 100°	$\frac{\partial I}{\partial \lambda_v}$ pour $0,1.10^{-5}$ cm
8000	— 0,40	0,08		— 0,017
			+ 0,011	
500	— 0,35	0,13		— 0,013
			+ 0,012	
9000	— 0,29	0,19		— 0,010
			+ 0,013	
500	— 0,22	0,26		— 0,007
			+ 0,014	
10000	— 0,15	0,33		— 0,005
			+ 0,015	
11000	0,00	0,48		0,000
			+ 0,016	
12000	+ 0,16	0,64		+ 0,004
			+ 0,016	
13000	+ 0,32	0,80		+ 0,007
			+ 0,016	
14000	+ 0,48	0,96		+ 0,010
			+ 0,016	
15000	+ 0,64	1,12		+ 0,012
			+ 0,016	
16000	+ 0,79	1,27		+ 0,015
			+ 0,015	
17000	+ 0,95	1,43		+ 0,017
			+ 0,015	
18000	+ 1,10	1,58		+ 0,018
			+ 0,015	
19000	+ 1,25	1,73		+ 0,020
			+ 0,014	
20000	+ 1,39	1,87		+ 0,021
			+ 0,014	
22000	+ 1,67	2,15		+ 0,024
			+ 0,013	
24000	+ 1,94	2,41		+ 0,026
			+ 0,013	
26000	+ 2,19	2,67		+ 0,027
			+ 0,012	
28000	+ 2,42	2,90		+ 0,029
			+ 0,011	
30000	+ 2,65	3,13		+ 0,030
T_m = 6510	— 0,48	0,00	0,000	— 0,031

Constantes de sensibilité.

$$\lambda_v = 5{,}5.10^{-5} \text{ cm},$$
$$A_v = 50,$$
$$T_m = 6510°,$$
$$T_i = 13300.$$

Tableau II.

T_e	I		$\frac{\partial I}{\partial T_e}$ pour 100°	$\frac{\partial I}{\partial \lambda_v}$ pour $0{,}1 . 10^{-5}$ cm
2000	+ 3,79	4,21		— 0,183
			— 0,37	
200	+ 3,06	3,48		— 0,166
			— 0,30	
400	+ 2,47	2,89		— 0,151
			— 0,24	
600	+ 1,99	2,41		— 0,138
			— 0,20	
800	+ 1,58	2,00		— 0,127
			— 0,17	
3000	+ 1,25	1,67		— 0,117
			— 0,14	
200	+ 0,97	1,39		— 0,108
			— 0,12	
400	+ 0,73	1,15		— 0,100
			— 0,10	
600	+ 0,53	0,95		— 0,092
			— 0,085	
800	+ 0,36	0,78		— 0,086
			— 0,071	
4000	+ 0,22	0,64		— 0,080
			— 0,060	
200	+ 0,10	0,52		— 0,074
			— 0,051	
400	0,00	0,42		— 0,069
			— 0,043	
600	— 0,09	0,33		— 0,064
			— 0,036	
800	— 0,16	0,26		— 0,060
			— 0,030	
5000	— 0,22	0,20		— 0,056
			— 0,021	
500	— 0,33	0,09		— 0,047
			— 0,012	
6000	— 0,39	0,03		— 0,039
			— 0,005	
500	— 0,42	0,00		— 0,033
			0,000	
7000	— 0,42	0,00		— 0,027
			+ 0,004	
500	— 0,40	0,02		— 0,022
			+ 0,007	
8000	— 0,36	0,05		— 0,108

T_e	I		$\frac{\partial I}{\partial T_e}$ pour 100°	$\frac{\partial I}{\partial \lambda_v}$ pour $0,1.10^{-5}$ cm
8000	— 0,36	0,05		— 0,018
			+ 0,009	
500	— 0,32	0,10		— 0,014
			+ 0,011	
9000	— 0,27	0,15		— 0,011
			+ 0,012	
500	— 0,21	0,21		— 0,008
			+ 0,013	
10000	— 0,14	0,28		— 0,005
			+ 0,014	
11000	0,00	0,42		0,000
			+ 0,015	
12000	+ 0,15	0,57		+ 0,004
			+ 0,015	
13000	+ 0,30	0,72		+ 0,008
			+ 0,015	
14000	+ 0,46	0,88		+ 0,011
			+ 0,015	
15000	+ 0,61	1,03		+ 0,013
			+ 0,015	
16000	+ 0,76	1,18		+ 0,016
			+ 0,015	
17000	+ 0,91	1,33		+ 0,018
			+ 0,015	
18000	+ 1,06	1,48		+ 0,019
			+ 0,014	
19000	+ 1,21	1,63		+ 0,021
			+ 0,014	
20000	+ 1,35	1,77		+ 0,023
			+ 0,014	
22000	+ 1,62	2,04		+ 0,025
			+ 0,013	
24000	+ 1,88	2,30		+ 0,027
			+ 0,012	
26000	+ 2,13	2,55		+ 0,029
			+ 0,012	
28000	+ 2,37	2,79		+ 0,031
			+ 0,011	
30000	+ 2,59	3,01		+ 0,032
$T_m = 6740$	— 0,42	0,00	0,000	— 0,030

Constantes de sensibilité.

$\lambda_v = 5{,}309.10^{-5}$ cm ,
$A_v = 50{,}1$,
$T_m = 6740°$,
$T_i = 13750$.

§ 54. — Index de couleur absolu photographique.

Tableau III.

T_e	I		$\frac{\partial I}{\partial T_e}$ pour 100°	$\frac{\partial I}{\partial \lambda_p}$ pour $0,1.10^{-5}$ cm
2000	+ 7,08	7,15		— 0,307
			— 0,50	
200	+ 6,05	6,11		— 0,280
			— 0,43	
400	+ 5,19	5,26		— 0,256
			— 0,36	
600	+ 4,48	4,54		— 0,235
			— 0,30	
800	+ 3,87	3,94		— 0,216
			— 0,26	
3000	+ 3,36	3,42		— 0,200
			— 0,22	
200	+ 2,92	2,98		— 0,185
			— 0,19	
400	+ 2,54	2,60		— 0,171
			— 0,16	
600	+ 2,20	2,27		— 0,159
			— 0,14	
800	+ 1,92	1,98		— 0,148
			— 0,13	
4000	+ 1,66	1,73		— 0,138
			— 0,11	
200	+ 1,45	1,51		— 0,128
			— 0,097	
400	+ 1,25	1,32		— 0,120
			— 0,085	
600	+ 1,08	1,15		— 0,112
			— 0,076	
800	+ 0,93	0,99		— 0,104
			— 0,066	
5000	+ 0,80	0,86		— 0,097
			— 0,054	
500	+ 0,53	0,59		— 0,082
			— 0,039	
6000	+ 0,33	0,40		— 0,069
			— 0,029	
500	+ 0,19	0,25		— 0,058
			— 0,020	
7000	+ 0,09	0,15		— 0,048
			— 0,014	
500	+ 0,01	0,08		— 0,039
			— 0,009	
8000	— 0,03	0,04		— 0,032

T_e	I		$\frac{\partial I}{\partial Te}$ pour 100°	$\frac{\partial I}{\partial \lambda_p}$ pour $0{,}1.10^{-5}$ cm
8000	— 0,03	0,04		— 0,032
			— 0,005	
500	— 0,05	0,01		— 0,025
			— 0,002	
9000	— 0,07	0,00		— 0,019
			+ 0,001	
500	— 0,06	0,00		— 0,014
			+ 0,001	
10000	— 0,05	0,02		— 0,009
			+ 0,005	
11000	0,00	0,07		0,000
			+ 0,007	
12000	+ 0,07	0,14		+ 0,007
			+ 0,009	
13000	+ 0,16	0,23		+ 0,013
			+ 0,010	
14000	+ 0,26	0,33		+ 0,019
			+ 0,011	
15000	+ 0,37	0,44		+ 0,024
			+ 0,011	
16000	+ 0,48	0,55		+ 0,028
			+ 0,011	
17000	+ 0,59	0,66		+ 0,031
			+ 0,011	
18000	+ 0,71	0,78		+ 0,035
			+ 0,011	
19000	+ 0,82	0,89		+ 0,038
			+ 0,011	
20000	+ 0,94	1,00		+ 0,040
			+ 0,011	
22000	+ 1,16	1,23		+ 0,045
			+ 0,011	
24000	+ 1,39	1,45		+ 0,049
			+ 0,011	
26000	+ 1,60	1,67		+ 0,052
			+ 0,010	
28000	+ 1,80	1,87		+ 0,055
			+ 0,010	
30000	+ 2,01	2,07		+ 0,057
$T_m = 9110$	— 0,07	0,00		— 0,018

Constantes de sensibilité.

$$\lambda_p = 3{,}93.10^{-5} \text{ cm} ,$$
$$a_p = 51 ,$$
$$T_m = 9110 ,$$
$$T_i = 18600 .$$

Tableau IV.

T_e	I		$\frac{\partial I}{\partial T_e}$ pour 100°	$\frac{\partial I}{\partial \lambda_p}$ pour $0{,}1 . 10^{-5}$ cm
2000	+ 6,06	6,22		— 0,268
			— 0,48	
200	+ 5,10	5,26		— 0,243
			— 0,39	
400	+ 4,32	4,47		— 0,222
			— 0,32	
600	+ 3,66	3,82		— 0,203
			— 0,27	
800	+ 3,11	3,27		— 0,186
			— 0,23	
3000	+ 2,65	2,80		— 0,171
			— 0,20	
200	+ 2,25	2,41		— 0,158
			— 0,17	
400	+ 1,92	2,07		— 0,146
			— 0,15	
600	+ 1,62	1,78		— 0,135
			— 0,13	
800	+ 1,37	1,53		— 0,126
			— 0,11	
4000	+ 1,16	1,31		— 0,117
			— 0,093	
200	+ 0,97	1,13		— 0,109
			— 0,082	
400	+ 0,80	0,96		— 0,101
			— 0,072	
600	+ 0,66	0,82		— 0,094
			— 0,063	
800	+ 0,54	0,69		— 0,088
			— 0,054	
5000	+ 0,43	0,58		— 0,082
			— 0,042	
500	+ 0,22	0,37		— 0,069
			— 0,030	
6000	+ 0,07	0,22		— 0,058
			— 0,021	
500	— 0,04	0,12		— 0,048
			— 0,013	
7000	— 0,10	0,06		— 0,040
			— 0,008	
500	— 0,14	0,02		— 0,033
			— 0,003	
8000	— 0,16	0,00		— 0,027

T_e	I		$\frac{\partial I}{\partial T_e}$ pour 100°	$\frac{\partial I}{\partial \lambda_p}$ pour $0{,}1.10^{-5}$ cm
8000	— 0,16	0,00		— 0,027
			0,000	
500	— 0,16	0,00		— 0,021
			+ 0,002	
9000	— 0,14	0,01		— 0,016
			+ 0,005	
500	— 0,12	0,04		— 0,011
			+ 0,007	
10000	— 0,09	0,07		— 0,007
			+ 0,009	
11000	0,00	0,16		0,000
			+ 0,010	
12000	+ 0,10	0,26		+ 0,006
			+ 0,011	
13000	+ 0,22	0,37		+ 0,011
			+ 0,012	
14000	+ 0,34	0,49		+ 0,016
			+ 0,012	
15000	+ 0,46	0,62		+ 0,020
			+ 0,013	
16000	+ 0,59	0,74		+ 0,023
			+ 0,013	
17000	+ 0,71	0,87		+ 0,026
			+ 0,013	
18000	+ 0,84	1,00		+ 0,029
			+ 0,013	
19000	+ 0,97	1,13		+ 0,031
			+ 0,012	
20000	+ 1,09	1,25		+ 0,033
			+ 0,012	
22000	+ 1,34	1,50		+ 0,037
			+ 0,012	
24000	+ 1,58	1,73		+ 0,040
			+ 0,011	
26000	+ 1,80	1,96		+ 0,043
			+ 0,011	
28000	+ 2,02	2,18		+ 0,045
			+ 0,010	
30000	+ 2,23	2,39		+ 0,047
T_m = 8230	— 0,16	0,00	0,000	— 0,024

Constantes de sensibilité.

$$\lambda_p = 4{,}35.10^{-5} \text{ cm},$$
$$A_p = 60{,}3,$$
$$T_m = 8230,$$
$$T_i = 16700.$$

§ 55. — Index absolu en fonction du type spectral.

Type spectral	Température	I visuel I	Diff.	I visuel II	Diff.	I photographique VI	Diff.	I photographique IV	Diff.
B_0	18300	+ 1.15		+ 1.10		+ 0,74		+ 0,88	
			— 0,72		— 0,69		— 0,55		— 0,62
B_5	13700	+ 0,43		+ 0,41		+ 0,19		+ 0,26	
			— 0,43		— 0,41		— 0,19		— 0,26
A_0	11000	0,00		0,00		0,00		0,00	
			— 0,28		— 0,26		— 0,07		— 0,14
A_5	9100	— 0,28		— 0,26		— 0,07		— 0,14	
			— 0,14		— 0,13		+ 0,06		— 0,01
F_0	7700	— 0,42		— 0,39		— 0,01		— 0,15	
			— 0,06		— 0,03		+ 0,16		+ 0,08
F_5	6700	— 0,48		— 0,42		+ 0,15		— 0,07	
			+ 0,03		+ 0,04		+ 0,22		+ 0,17
G_0	5900	— 0,45		— 0,38		+ 0,37		+ 0,10	
			+ 0,07		+ 0,10		+ 0,27		+ 0,20
G_5	5300	— 0,38		— 0,28		+ 0,64		+ 0,30	
			+ 0,17		+ 0,19		+ 0,34		+ 0,36
K_0	4600	— 0,21		— 0,09		+ 1,08		+ 0,66	
			+ 0,17		+ 0,19		+ 0,37		+ 0,31
K_5	4200	— 0,04		+ 0,10		+ 1,45		+ 0,97	
			+ 0,24		+ 0,26		+ 0,47		+ 0,40
M	3800	+ 0,20		+ 0,36		+ 1,92		+ 1,37	
λ_s en 10^{-5} cm		5,5		5,309		3,93		4,35	
a		50		50,1		51		60,3	

56. — *Exemples d'applications.*

Calculer l'index absolu visuel d'une étoile de température effective 6200°, la longueur d'onde du maximum de sensibilité étant $\lambda_v = 5{,}4 \times 10^{-5}$ cm. L'index doit être nul pour $T_e^* = 10000°$.

Partons du tableau I, établi pour $\lambda_v = 5{,}5 \times 10^{-5}$ cm. La variation $\Delta\lambda$ de λ_v est

$$\Delta\lambda = (5{,}4 - 5{,}5) \times 10^{-5} \text{ cm} = -1 \times 0{,}1 \times 10^{-5} \text{ cm} .$$

Pour $\lambda_v = 5{,}4 \times 10^{-5}$ cm, les valeurs intéressantes sont

$$I_v(6000) = -0{,}46 + 1 \times 0{,}037 = -0{,}42 ,$$
$$I_v(6500) = -0{,}48 + 1 \times 0{,}031 = -0{,}45 ,$$
$$I_v(10000) = -0{,}15 + 1 \times 0{,}005 = -0{,}15 .$$

Ramenées à I'_v (10000) = 0, ces valeurs deviennent

$$I'_v(6000) = -0,42 + 0,15 = -0,27 ,$$
$$I'_v(6500) = -0,45 + 0,15 = -0,30 .$$

Une interpolation donne

$$I'_v(6200) = -0,28 .$$

Le tableau II donne de même

$$\Delta\lambda = +0,91 \times 0,1 \times 10^{-5} \text{ cm} ,$$
$$I_v(6000) = -0,39 - 0,039 \times 0,91 = -0,43 ,$$
$$I_v(6500) = -0,45 ,$$
$$I_v(10000) = -0,14 .$$

Puis

$$I'_v(6000) = -0,29 ,$$
$$I'_v(6500) = -0,31 ,$$

et enfin

$$I'_v(6200) = -0,30 ,$$

valeur pratiquement égale à la précédente.

Faisons le même calcul pour l'index absolu photographique, la longueur d'onde du maximum de sensibilité étant $4,20 \times 10^{-5}$ cm.

Partons du tableau IV. Il vient

$$\Delta\lambda = -1,5 \times 0,1 \times 10^{-5} \text{ cm} ,$$
$$I_p(6000) = 0,07 + 0,058 \times 1,5 = +0,16 ,$$
$$I_p(6500) = +0,03 , \quad I_p(10000) = -0,08 .$$

Puis

$$I'_p(6000) = 0,24 , \quad I'_p(6500) = +0,11 ,$$

et enfin

$$I'_p(6200) = +0,19 .$$

Le tableau III donne + 0,20.

Donnons enfin un exemple d'index ramené à l'échelle où $I_{\min} = 0$. Soit à calculer cet index absolu pour $\lambda_v = 5{,}4 \times 10^{-5}$ cm et $T_e = 10000$.

La température du minimum de I est

$$T_m = \frac{1 \cdot 432}{4 \times 5 \cdot 4 \times 10^{-5}} = 6630° \; .$$

Le tableau I donne, pour l'index relatif à $\lambda_v = 5{,}4 \times 10^{-5}$ cm

$$I(6630) = 0{,}00 + 1 \times 0{,}030 = + 0{,}03$$

et

$$I(10000) = + 0{,}33 - 0{,}03 = 0{,}30 \; .$$

Observatoire de Genève.

(A suivre)