Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 15 (1933)

Artikel: Étude sur quelques définitions de photométrie astronomique
Autor: Rossier, Paul
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-740591

1933 Vol. 15 Juillet-Août

ÉTUDE SUR QUELQUES DÉFINITIONS DE PHOTOMÉTRIE ASTRONOMIQUE

PAR

Paul ROSSIER

RÉSUMÉ

La discussion théorique des mesures astrophotométriques impose la connaissance de la courbe de sensibilité $\sigma(\lambda)$ du récepteur. L'hypothèse suivante semble actuellement suffisante:

$$\sigma(\lambda) = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda} e^{1-\frac{\lambda_1}{\lambda}}\right)^n .$$

Elle permet de calculer, en fonction de la température, la magnitude d'une étoile, $m = T_0 - 5 \log R + T_1 \log\left(1 + \frac{T_2}{T}\right)$, les magnitudes pour une longueur d'onde fixe, au maximum de sensibilité μ_s, au maximum d'énergie rayonnée μ_r, au maximum d'énergie apparente μ_a. μ_r a un comportement très différent des autres. Ces diverses valeurs ne sont pas équivalentes et d'autant moins qu'on a affaire à des récepteurs dont le maximum d'acuité est moins accusé; elles varient plus que m. Ces différences, en ce qui concerne μ_a, peuvent atteindre plusieurs magnitudes. Cette variation permet d'expliquer au moins qualitativement certaines anomalies de quelques statistiques stellaires.

I. — Généralités.

1. — Les résultats des mesures astrophotométriques ne dépendent pas seulement de l'intensité de la lumière émise par l'astre étudié, mais aussi de deux fonctions, de la tempéra-

ture effective de cet astre et de la longueur d'onde. L'une, $e(\lambda)$ est la répartition de l'énergie dans le spectre, l'autre $\sigma(\lambda)$ représente la sensibilité du récepteur.

Nous appellerons magnitude élémentaire d'un astre donné, pour la longueur d'onde λ, l'expression:

$$\mu(\lambda) = 2{,}5[\mathcal{E}(\lambda) - \log e(\lambda)\,\sigma(\lambda)] \ , \tag{1}$$

où:

$$\mathcal{E}(\lambda) = \mathcal{E}'(\lambda) - 5 \log \delta \ . \tag{2}$$

$\mathcal{E}'(\lambda)$ est une constante d'étalonnage et δ le diamètre apparent de l'étoile.

$\mu(\lambda)$ serait la magnitude mesurée au moyen d'un récepteur de sensibilité $\sigma(\lambda)$ en interposant sur le trajet des rayons lumineux un filtre transparent pour l'unique longueur d'onde λ.

La magnitude proprement dite, que nous appellerons magnitude totale (à ne pas confondre avec la magnitude intégrale ou bolométrique) est pour ce même récepteur, l'expression:

$$m = 2{,}5 \left(\mathcal{E} - \log \int_0^\infty e(\lambda)\,\sigma(\lambda)\,\mu \right) \ . \tag{3}$$

C'est cette valeur qui est réellement observée au photomètre, du moins en général.

Nous appellerons en outre magnitude au maximum de sensibilité μ_s, magnitude au maximum d'énergie rayonnée μ_r et magnitude au maximum d'énergie apparente μ_a, ce que devient la magnitude élémentaire, lorsqu'on donne à la longueur d'onde λ les valeurs λ_s, λ_r et λ_a qui rendent maxima la sensibilité $\sigma(\lambda)$, l'énergie rayonnée $e(\lambda)$ ou l'énergie apparente $e(\lambda)\,\sigma(\lambda)$ reçue par le récepteur.

Nous nous proposons d'étudier les relations entre ces diverses grandeurs et comment elles varient sous l'influence de la température.

2. — Sans faire aucune hypothèse sur les fonctions $e(\lambda)$ et $\sigma(\lambda)$ remarquons que, si une étoile a son maximum d'émission pour la longueur d'onde du maximum de sensibilité (cas du Soleil et de l'œil), les trois magnitudes ci-dessus sont identiques,

sans pouvoir, pour cela, être confondues *a priori* avec la magnitude totale.

3. — Nous supposerons dans la suite que l'astre peut être assimilé à un corps noir. On peut alors poser avec Wien:

$$e(\lambda) = C\lambda^{-5} e^{-\frac{b}{\lambda T}} \tag{4}$$

($b = 1{,}432$ si λ est mesuré en cm).

Aux températures élevées considérées en astrophysique, les équations spectrales de Planck et de Wien sont pratiquement équivalentes.

II. — Magnitudes bolométriques.

4. — La fonction $\sigma(\lambda)$ est constante pour un récepteur bolométrique. Dans le langage des magnitudes, les lois classiques du rayonnement s'écrivent:

$$5\lambda_r T = b\,, \qquad \text{loi du déplacement}\,, \tag{5}$$

$$\mu(\lambda) = \mathcal{E}(\lambda) + \frac{1{,}560}{\lambda T}\,, \qquad \text{équation spectrale}\,, \tag{6}$$

$$\mu_r = \mathcal{E}_r - 12{,}5 \log T\,, \qquad \text{loi du maximum}\,, \tag{7}$$

$$m = \mathcal{E} - 10 \log T\,, \qquad \text{loi de Stéfan}\,. \tag{8}$$

Les trois formules 6, 7 et 8 diffèrent dans la forme, l'une algébrique, les autres logarithmiques en T, ou la valeur des coefficients. En général, les trois magnitudes totale, au maximum d'émission et élémentaire relative à une longueur d'onde fixe, ne peuvent être confondues. Dans un domaine de variation suffisamment petit de T, on pourra évidemment choisir la constante λ de la formule 6 de façon que les variations de m et de $\mu(\lambda)$ soient pratiquement équivalentes. La formule 6 ne peut alors prétendre à aucune valeur théorique. Elle n'est qu'une formule d'interpolation dont l'usage est à peine plus simple que celui de la formule logarithmique 8.

III. — Application a un cas particulier de courbes de sensibilité.

5. — Supposons que le récepteur ne présente qu'un seul maximum de sensibilité. On peut alors poser, au moins en première approximation:

$$\sigma(\lambda) = \left(\frac{\lambda_s}{\lambda} e^{1-\frac{\lambda_s}{\lambda}}\right)^n . \tag{9}$$

L'usage de cette fonction de sensibilité s'est montré fructueux dans les applications à l'astrophysique et à la physique [1].

λ_s est la longueur d'onde du maximum de sensibilité; l'exposant n mesure l'acuité du maximum de sensibilité. n est positif, sauf pour un récepteur bolométrique, auquel cas il est nul.

Dans ces conditions, la magnitude élémentaire est:

$$\mu(\lambda) = E_0 + E_1 \log \lambda + \frac{E_2}{\lambda} + \frac{E_3}{\lambda T} \tag{10}$$

avec:

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= 2{,}5(n + 5) \ , \\ E_2 &= 0{,}434 \,.\, 2{,}5 \,.\, n\lambda_s = 1{,}086\, n\lambda_s \ , \\ E_3 &= 0{,}434 \,.\, 2{,}5 \,.\, 1{,}432 = 1{,}560 \ . \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

E_0 est une constante d'étalonnage de la forme $E' - 5 \log \delta$.

6. — Magnitude au maximum de sensibilité.

Faisons $\lambda = \lambda_s$. Il vient:

$$\mu_s = S_0 + \frac{S_1}{T} \tag{12}$$

avec:

$$S_1 = \frac{1{,}560}{\lambda_s} \ . \tag{13}$$

[1] P. Rossier, De la longueur d'onde effective apparente. *Archives* (5), 13, p. (1931) = *Publications de l'Observatoire de Genève*, fasc. 16.

Sur la sensibilité spectrale des plaques photographiques. *Compte rendu de la Soc. de Physique*, 48, 3, 1931 (supplément des *Archives* (5), 13 (1931)) = *Publications de l'Observatoire de Genève*, fasc. 17.

Cette expression de la magnitude est fréquemment utilisée en astrophysique théorique [1].

Qualitativement, μ_s varie bien comme la magnitude, en décroissant quand T augmente.

7. — Magnitude au maximum d'énergie rayonnée.

La loi du déplacement donne:

$$5\lambda_r T = b \ ,$$

d'où, pour la magnitude:

$$\mu_r = R_0 + R_1 \log T + R_2 T \ , \tag{14}$$

avec:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= -2{,}5(n+5) \ , \\ R_2 &= \frac{5E_2}{b} = 3{,}76\, n\lambda_s \ . \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

Les termes variables de μ_r contiennent les facteurs n et $n + 5$. La variation de μ_r en fonction de T est d'autant plus considérable que le maximum de sensibilité est plus aigu.

Les deux termes en T et log T varient en sens contraires, puisque leurs signes sont opposés. Calculons les dérivées:

$$\frac{d\mu_r}{dT} = R_2 + \frac{0{,}434\, R_1}{T} \ , \tag{16}$$

$$\frac{d^2\mu_r}{dT^2} = -\frac{0{,}434\, R_1}{T^2} > 0 \ . \tag{17}$$

μ_r présente donc un minimum pour:

$$T = -\frac{0{,}434\, R_1}{R_2} = \frac{b(n+5)}{5n\lambda_s} = \frac{n+5}{n} T' \ . \tag{18}$$

T′ est la température efficace d'un corps noir dont le maximum d'émission coïncide avec le maximum de sensibilité du récepteur. T et T′ diffèrent d'autant moins que le maximum de sen-

[1] Russel, Dugan, Stewart, *Astronomy*, II.

sibilité est plus aigu. Le minimum de μ_r a donc lieu dans le domaine de températures envisagées en astrophysique.

Ce qui précède montre que la magnitude au maximum d'énergie rayonnée n'a pas de relation simple avec la magnitude totale.

8. — Magnitude au maximum d'énergie apparente.

Nous avons montré ailleurs [1] qu'avec les hypothèses précédentes, la longueur d'onde du maximum d'énergie apparente (longueur d'onde effective pour un système dispersif normal) est:

$$\lambda_a = \frac{b}{(n+5)\,\mathrm{T}} + \frac{n\lambda_s}{n+5} \,. \tag{19}$$

Il vient ainsi:

$$\mu_a = \mathrm{A}_0 + \mathrm{A}_1 \log\left(1 + \frac{\mathrm{A}_2}{\mathrm{T}}\right) + \frac{\mathrm{A}_3}{\mathrm{A}_2 + \mathrm{T}} \,, \tag{20}$$

avec:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{A}_1 &= 2{,}5\,(n+5) \,, \\ \mathrm{A}_2 &= \frac{b}{n\lambda_s} = \frac{1{,}432}{n\lambda_s} \,, \\ \mathrm{A}_3 &= \frac{1{,}56\,(n+5)}{n\lambda_s} \,. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

μ_a et T varient toujours en sens inverses.

9. — Magnitude totale.

L'intégration donne [2]:

$$m = \mathrm{T}_0 + \mathrm{T}_1 \log\left(1 + \frac{\mathrm{T}_2}{\mathrm{T}}\right) \,, \tag{22}$$

avec:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{T}_1 &= 2{,}5\,(n+4) \,, \\ \mathrm{T}_2 &= \frac{b}{n\lambda_s} = \frac{1{,}432}{n\lambda_s} \,. \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

[1] De la longueur d'onde effective apparente, *loc. cit.*

[2] P. Rossier, Le problème de l'index de couleur en astronomie physique. *Archives* (5), 12, p. (1930) = *Publications de l'Observatoire de Genève*, fasc. 11 (1930).

La simplicité de cette expression est remarquable.

10. — Comparaison de la magnitude totale et de la magnitude au maximum de sensibilité.

La formule 22 fait apparaître un logarithme en $(1 + x)$ qu'il est facile de développer en série, à condition que T surpasse T_2. Cette condition est réalisée, car T_2 est inférieur à 1000 dans les applications que nous avons en vue. On a donc:

$$m = T_0 + \frac{T_1}{0{,}434}\left(\frac{T_2}{T} - \frac{T_2^2}{T^2} + \ldots\right). \tag{24}$$

Calculons la différence $\mu_a - m$ en nous bornant au premier terme du développement:

$$\begin{aligned} \mu_a - m &= S_0 - T_0 + \left(S_1 - \frac{T_1\,T_2}{0{,}434}\right)T^{-1} \\ &= S_0 - T_0 + \frac{2{,}5\,b}{\lambda_s}\left(0{,}434 - \frac{n+4}{0{,}434\,n}\right)^{-1} \end{aligned} \tag{25}$$

Le coefficient de $\frac{1}{T}$ est toujours négatif (pour n positif) et d'autant plus considérable que n est moindre, c'est-à-dire que le maximum de sensibilité est moins accusé. La magnitude au maximum de sensibilité n'a donc qualité pour représenter la magnitude totale que si le maximum de sensibilité est très aigu. Cela explique les difficultés que présente, par exemple, la théorie de l'index de couleur basée sur l'identification de la magnitude totale et de la magnitude au maximum de sensibilité [1].

11. — Comparaison des magnitudes totale et au maximum d'énergie apparente.

Les deux formules 20 et 22 comportent un terme logarithmique, dont les coefficients diffèrent de 2,5, tandis que les

[1] G. TIERCY, Une formule fondamentale de l'astrophysique. *Archives* (5), 1p, p. (1928); *Publications de l'Observatoire de Genève*, fasc. 6 (1928).

P. ROSSIER, Le problème de l'index de couleur, etc., *loc. cit.*

expressions sous le signe log sont identiques. On a donc:

$$\mu_a - m = \alpha + 2{,}5 \log\left(1 + \frac{A_2}{T}\right) + \frac{A_3}{T + A_2} \,. \qquad (26)$$

Examinons le cas où n est grand. A_2 est alors petit devant T; l'influence du terme logarithmique est donc faible. Quant au facteur A_3, il tend, pour n croissant indéfiniment, vers:

$$\frac{1{,}56}{\lambda_s} = S_1 \,.$$

On a donc, dans ces conditions:

$$\mu_a \cong \alpha + m + \mu_s \,;$$

m et μ_s varient dans le même sens en fonction de T. La magnitude au maximum d'énergie apparente varie donc plus que la magnitude totale ou que la magnitude au maximum de sensibilité.

La magnitude au maximum de sensibilité a une signification physique simple: elle représente le noircissement maximum d'un spectre de diffraction tel que ceux que l'on obtient pour la mesure des longueurs d'onde effectives ou pour l'obtention d'une échelle photométrique. La rapidité de variation de μ_a impose l'emploi, dans cette dernière application, d'une dispersion très faible.

Il serait possible de définir une magnitude au maximum d'énergie apparente dans un spectrogramme prismatique. L'expression en est compliquée, puisqu'elle dépend de la fonction de dispersion du prisme. Son emploi serait cependant utile en statistique stellaire. Dans ce domaine on compte parfois le nombre de spectrogrammes visibles sur une plaque donnée. Il est certain d'après ce qui précède, que la magnitude, même photographique, des étoiles les plus faibles dont le spectrogramme est visible, dépend de la température, donc du type spectral. Cet effet est d'autant plus sensible que le facteur A_3 de la formule 20 est plus grand, donc que le maximum de sensibilité est moins accusé, et la longueur d'onde du maximum de sensibilité plus faible. Là gît peut-être une des causes des divergences si considérables qui existent entre les diverses statistiques stellaires. On est en général trop mal renseigné sur la valeur des constantes n et λ_s des plaques utilisées par les divers observateurs.

IV. — Valeurs numériques.

12. — Choix des constantes.

Nous nous proposons de donner un ordre de grandeur des diverses magnitudes précédentes, bolométriques ou correspondant à $\lambda_s = 4 \times 10^{-5}$ cm (plaques photographiques) et à $n = 50$ et 200, exposants d'acuité voisins des valeurs extrêmes que nous avons rencontrées [1].

Nous supposerons pour toutes nos étoiles un diamètre apparent constant et nous choisirons les valeurs des constantes d'étalonnage de telle sorte que la magnitude soit nulle pour la température de 10.000 degrés.

13. — Magnitudes bolométriques.

T	m_{bol}	μ_r
2500	+ 6,03	+ 7,53
5000	+ 3,01	+ 3,76
7500	+ 1,25	+ 1,56
10000	0,00	0,00
15000	— 1,76	— 2,20
20000	— 3,01	— 3,76

14. — Magnitudes totale, aux maxima de sensibilité, d'émission et d'énergie apparente.

T	m $n = 50$	m $n = 200$	μ_s	μ_r $n = 50$	μ_r $n = 200$	μ_a $n = 50$	μ_a $n = 200$
2500	+10,71	+11,38	+11,7	+ 26,4	+ 83,0	+20,25	+22,43
5000	+ 3,79	+ 3,86	+ 3,9	+ 3,8	+ 3,9	+ 7,37	+ 7,66
7500	+ 1,29	+ 1,29	+ 1,3	— 1,6	— 11,2	+ 2,53	+ 2,58
10000	0,00	0,00	0,0	0,0	0,0	0,00	0,00
15000	— 1,31	— 1,30	— 1,3	+ 13,4	+ 60,1	— 2,61	— 2,60
20000	— 1,99	— 1,96	— 1,95	+ 33,8	+146,5	— 3,96	— 3,91

[1] Le problème de l'index de couleur, *loc. cit.* $n = 49,2$.
Sur la sensibilité des plaques photographiques, *loc. cit.* $n = 208$
De la longueur d'onde effective, *loc. cit.* $n = 60,3$.

15. — Effet de la variation de l'acuité du maximum de sensibilité.

En passant de $n = 50$ à $n = 200$, on constate des variations assez faibles de la magnitude totale des étoiles à températures élevées. Par contre l'influence de n devient très considérable pour des étoiles très froides.

Les mesures photométriques d'étoiles froides n'ont donc de sens que si l'on peut assurer l'invariabilité de la courbe de sensibilité spectrale du récepteur, ce qui semble difficile, tant pour l'œil que pour la plaque photographique. En particulier, l'effet du phénomène de Purkinje doit être spécialement sensible pour ces étoiles.

On constate un effet analogue sur la magnitude au maximum d'énergie apparente.

16. — Comparaison de la magnitude totale à la magnitude au maximum de sensibilité.

Lorsqu'on a à faire à un récepteur à maximum très accusé, on peut pratiquement confondre ces deux magnitudes, du moins pour des étoiles dont les températures ne sont pas trop basses. Les erreurs faites en identifiant ces deux notions, dans le cas de récepteurs à maximum peu aigu, sont beaucoup plus considérables. Or des valeurs voisines de 50 pour l'exposant n semblent être d'un emploi fréquent en astrophotométrie.

17. — Comparaison de la magnitude totale à la magnitude au maximum d'énergie apparente.

Formons la différence $\Delta(n) = \mu_a - m$, dans les deux cas $n = 50$ et $n = 200$. On trouve :

T	Δ (50)	Δ (200)
2500	+ 9,5	+ 11,0
5000	+ 3,6	+ 3,8
7500	+ 1,2	+ 1,3
10000	0,0	0,0
15000	— 1,3	— 1,3
20000	— 2,0	— 2,0

Sauf pour des étoiles très froides, ces différences sont presque égales, et elles sont considérables. Il y a donc lieu d'être extrêmement prudent dans les applications photométriques de la diffraction et de ne faire usage que de dispersions très faibles.

Nous avons déjà remarqué l'importance en statistique stellaire de la notion de magnitude au maximum d'énergie apparente. Faire le décompte des spectrogrammes les plus faibles visibles sur un cliché conduit à s'arrêter à des étoiles froides beaucoup plus brillantes en magnitude totale que pour les étoiles chaudes, et cela de quantités de l'ordre de plusieurs magnitudes. Un tel procédé avantage donc énormément les étoiles chaudes.

Les résultats numériques du tableau précédent correspondent à un spectre de diffraction. Un prisme « tasse » le spectre dans la région peu réfrangible, donc diminue cet effet. L'expression de la longueur d'onde effective dans un spectre de réfraction semble trop compliquée pour qu'il y ait intérêt à pousser la théorie générale plus loin. Il sera utile de reprendre le problème pour un système dispersif donné.

Observatoire de Genève.