

Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 14 (1932)

Artikel: Exemples simples de fonctions harmoniques multiformes
Autor: Vasilescu, F. / Wavre, R.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-740823>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 07.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

F. Vasilescu et R. Wavre. — *Exemples simples de fonctions harmoniques multiformes.*

Considérons une couche sphérique homogène de rayon a et de masse totale m . Sur cette sphère détachons une calotte C et soit U_C son potentiel newtonien. Soit B la partie restante et U_B son potentiel; si r est la distance d'un point au centre de la sphère l'on a, c'est élémentaire:

$$U_C + U_B = \frac{m}{r} \quad U_C + U_B = \frac{m}{a}$$

suivant que le point potentiel est à l'extérieur ou à l'intérieur de la sphère. Le potentiel U_C représente à l'extérieur de la sphère un élément de fonction harmonique; soit Ψ cette fonction

$$\Psi = U_C = \frac{m}{r} - U_B .$$

Lorsque l'on traverse la calotte la dernière expression ne cesse d'être harmonique et l'on parvient ainsi en un point intérieur où l'on peut écrire

$$\Psi = \frac{m}{r} - U_B = \frac{m}{r} - \frac{m}{a} + U_C .$$

Enfin, on peut regagner le point de départ en traversant B où U_C reprend la même valeur qu'avant, tandis que l'on a:

$$\Psi_{\text{arrivée}} - \Psi_{\text{départ}} = \frac{m}{r} - \frac{m}{a} .$$

Ainsi le pourtour de la calotte est une ligne de ramification de la fonction harmonique dont un élément coïncide avec le potentiel newtonien de la calotte. Le second membre de l'équation précédente n'est autre que la fonction période. En résumé: *Toute calotte sphérique homogène permet d'engendrer une fonction harmonique multiforme admettant le pourtour de la calotte comme*

ligne de ramification. La fonction période ne dépend pas de la forme de la calotte.

Envisageons maintenant une répartition de matière créant un potentiel V et soit S une surface de niveau fermée contenant toute la matière à son intérieur. On sait qu'une couche de densité

$$\rho = \frac{1}{4\pi} \frac{dU}{dn}$$

étalée sur S , crée à l'extérieur le potentiel V et à l'intérieur un potentiel constant V_s . Détachons à nouveau de S une calotte C et soit B la partie restante. On a de nouveau

$$U_C + U_B = V \quad U_C + U_B = V_s$$

suivant que l'on est à l'extérieur ou à l'intérieur de S . Comme précédemment partons d'un point extérieur et posons

$$\Psi = U_C = V - U_B .$$

Cette fonction harmonique est prolongeable au travers de C et l'on parvient à l'intérieur avec la détermination

$$\Psi = V - U_B = V - V_s + U_C$$

et l'on peut regagner le point initial en traversant B ; l'on trouve

$$\Psi_{\text{arrivée}} - \Psi_{\text{départ}} = V - V_s .$$

La fonction période admet des singularités à l'intérieur de S . En prenant comme potentiel V le potentiel d'une calotte sphérique, la fonction période sera elle-même une fonction harmonique multiforme.

Ces propriétés et la possibilité de prolonger comme nous venons de le faire le potentiel d'un corps au travers de ce corps tiennent, au fond, à ce que les deux parties B et C sont potentiellement équivalentes à des fonctions près qui sont harmoniques au voisinage des deux corps.

Un potentiel de double couche, pour une densité constante, permet par le même procédé de construire des fonctions harmoniques multiformes avec la période 4π .