Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 13 (1931)

Artikel: Sur la théorie du potentiel newtonien

Autor: Wavre, Rolin

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-742098

Rolin Wavre. — *Sur la théorie du potentiel newtonien.*

Les propositions suivantes sont peut-être nouvelles quoiqu'elles soient très faciles à obtenir:

Deux corps ayant la connexion de la sphère massive, et n'ayant aucun point commun ne peuvent créer le même potentiel newtonien en un domaine, si petit soit-il, de l'espace.

En effet, le formule de Poisson prouve que le domaine en question doit être extérieur aux deux corps, ensuite, en prenant les densités du second corps avec le signe négatif le potentiel créé par les deux corps sera nul dans le domaine en question, il sera nul dans tout l'espace extérieur aux deux corps, car il est analytique dans cette région. Mais alors, l'intégrale de Gauss étendue à la frontière de l'un des corps montre que ce dernier a une masse nulle puisque la dérivée du potentiel total est nulle également.

Les deux corps auraient une masse nulle.

Deux corps ayant la connexion de la sphère massive et une région commune limitée par une portion de surface commune ne peuvent créer le même potentiel en un domaine appartenant à cette région sans coïncider complètement.

La densité de chaque corps est supposée être analytique à l'intérieur de la région commune.

En effet, la densité du second corps étant changée de signe, le potentiel total est nul dans le domaine envisagé, cette densité étant analytique dans la région commune le potentiel est encore identiquement nul dans cette région. Mais il peut être prolongé analytiquement au travers de la portion de surface commune et il est encore identiquement nul à l'extérieur des deux corps.

La formule de Gauss appliquée à la portion d'un des corps qui ne fait pas partie de l'autre montre que cette portion a une masse nulle et la proposition est établie.

Peut-on en conclure que deux corps créant le même potentiel dans leur partie commune doivent coïncider ? Il le semble, mais au point de vue mathématique la proposition me semble difficile à démontrer. On peut songer à modifier très peu les deux corps pour creuser une fenêtre à la partie commune par laquelle puisse se faire le prolongement analytique, mais cette altération des masses altère les deux potentiels dans la région commune. Le passage à la limite serait-il légitime ?

Remarque. — On sait que deux couches sphériques concentriques et homogènes peuvent très bien créer le même potentiel à l'intérieur de la plus petite des deux. Il y a donc des questions de topologie qu'il serait intéressant de mettre en évidence dans l'étude du potentiel newtonien.

Rolin Wavre. — *Sur les petites vibrations des astres fluides.*

Pour se rendre compte de la portée du procédé uniforme dans l'étude des figures planétaires il est intéressant de l'appliquer à des mouvements plus compliqués que les simples rotations envisagées jusqu'ici.

Supposons qu'il existe entre la densité ρ et la pression p une relation de la forme $F(\rho, p, t) = 0$, où t est le temps. Ceci revient à dire que les surfaces d'égale pression et d'égale densité coïncident toujours.

Il existera, dans ces conditions un potentiel des accélérations $- Q(x, y, z, t)$ et un potentiel de la pesanteur Φ lequel ne dépendra que de p et de t, et les trois équations fondamentales du mouvement s'écriront sous la forme abrégée

$$\Phi = U + Q \qquad (1)$$

où U est le potentiel newtonien créé par l'astre fluide envisagé et par les corps extérieurs s'il y en a.

L'équation précédente est équivalente à la suivante

$$\int \frac{1}{r}\frac{d\Phi}{dn}\,dS + 4\pi i \int \frac{1}{r}\rho\, dZ + 4\pi Q_P$$
$$+ \int \frac{1}{r}\Delta Q\, dc - \int \Phi \frac{d\frac{1}{r}}{dn}\,dS = 0\ , \qquad (2)$$