Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 13 (1931)

Artikel: De la longueur d'onde effective apparente, extension de la loi du déplacement à quelques cas de récepteurs non intégraux et applications astronomiques

Autor: Rossier, Paul

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-742059

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 31.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

De la longueur d'onde effective apparente, extension de la loi du déplacement à quelques cas de récepteurs non intégraux et applications astronomiques

PAR

Paul ROSSIER

§ 1. — Problème théorique.

1. — *Généralités.* — Soit un corps noir de température absolue T. Il émet de l'énergie rayonnante dont la puissance dépend de la longueur d'onde considérée. Soit $e(\lambda)$ la fonction donnant la répartition de l'énergie dans le spectre en fonction de la longueur d'onde λ.

Cette fonction passe par un maximum pour une certaine valeur λ_m de λ. Cette longueur d'onde λ_m est inversement proportionnelle à T. C'est en cet énoncé que consiste la loi du déplacement de Wien.

La fonction $e(\lambda)$ est représentée par la formule de Planck:

$$e(\lambda) = \frac{c}{\left(e^{\frac{b}{\lambda T}} - 1\right)\lambda^5}.$$

Le relation entre T et λ_m est alors:

$$\lambda_m T = \frac{b}{4\,965}.$$

BIBLIOTHÈQUE DE L'UNIVERSITÉ NEUCHATEL

Dans le rayonnement des corps très chauds, on peut remplacer sans inconvénient la formule de Planck par l'équation spectrale approximative de Wien:

$$e(\lambda) = \lambda^{-5} e^{-\frac{b}{\lambda T}} .$$

C'est ce que nous ferons dans la suite.

La relation entre T et λ_m devient:

$$\lambda_m T = \frac{b}{5} . \qquad (1)$$

Physiquement, un maximum est toujours assez délicat à déterminer. L'approximation ci-dessus semble donc devoir être suffisante; elle l'est pratiquement dans les applications que nous avons en vue.

2. — *Position du problème.* — Nous nous proposons, dans cette étude, de généraliser la loi du déplacement à l'énergie apparente W′ reçue par un récepteur non intégral. Un tel récepteur est caractérisé par sa fonction de sensibilité $\sigma(\lambda)$. Par définition, la densité de puissance apparente reçue par le récepteur au voisinage de la longueur d'onde λ est $e(\lambda)\,\sigma(\lambda)$.

Nous ferons l'hypothèse suivante:

$$\sigma(\lambda) = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda} e^{1-\frac{\lambda_1}{\lambda}}\right)^n . \qquad (2)$$

Cette fonction de sensibilité s'applique à l'œil et à diverses plaques photographiques. Son application à quelques problèmes d'astrophysique nous a fourni des résultats intéressants [1].

[1] Le problème de l'index de couleur en astrophysique, *Archives* (5), 12, p. 61 à 129 (1930).

Index de couleur absolu et statistique stellaire, *Archives* (5), 12, *Suppl.*, p. 137; le même *C. R. Soc. de Physique*, 1930, III.

Sur une formule d'astrophysique; le calcul du diamètre apparent d'une étoile, *Archives* (5), 13, *Suppl.*, p. 112 (1931) (le même *C. R. Soc. de Physique*, 1931, II).

Les mêmes dans *Publications de l'Observatoire de Genève*, fasc. 11, 13 et 14.

Rappelons que λ_1 est la longueur d'onde du maximum de sensibilité tandis que n mesure l'acuité du maximum de la courbe de sensibilité.

3. — *Cas du spectre normal.* — L'abscisse de la région du spectre de longueur d'onde λ est alors proportionnelle à λ, du moins pour un choix d'origine convenable. Appelons λ_a la longueur d'onde du maximum de l'énergie apparente. λ_a satisfait à l'équation:

$$\frac{dW'}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda}[e(\lambda)\,\sigma(\lambda)] = 0\,. \tag{3}$$

Pour faciliter le calcul de la dérivée, rappelons que l'on a:

$$\frac{de(\lambda)}{d\lambda} = \lambda^{-1}\left(\frac{b}{\lambda T} - 5\right)e(\lambda) \qquad \text{et} \qquad \frac{d\sigma(\lambda)}{d\lambda} = \frac{n}{\lambda}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda} - 1\right)\sigma(\lambda)\,.$$

En remplaçant, on trouve:

$$\frac{dW'}{d\lambda} = \lambda^{-1}e(\lambda)\,\sigma(\lambda)\left(\frac{b}{\lambda T} - 5 + \frac{n\lambda_1}{\lambda} - n\right). \tag{4}$$

Le dernier facteur seul peut s'annuler. Dans le cas qui nous occupe, l'équation du déplacement de Wien est remplacée par:

$$\frac{b}{\lambda_a T} - 5 + \frac{n\lambda_1}{\lambda_a} - n = 0\,. \tag{5}$$

Examinons rapidement deux cas particuliers. Soit $n = 0$. La sensibilité est constante. On retombe sur l'expression 1 Soit encore:

$$\lambda_1 = \lambda_m = \frac{b}{5T}\,.$$

Les maxima des deux fonctions $e(\lambda)$ et $\sigma(\lambda)$ ont lieu pour la même valeur de l'abscisse. Le produit est encore maximal pour cette valeur de λ. On vérifie que l'équation 5 est identiquement satisfaite pour:

$$\lambda_a = \lambda_1 = \lambda_m\,.$$

Résolvons 5 par rapport à λ_a:

$$\lambda_a = \frac{b}{(n+5)\,\mathrm{T}} + \frac{n\lambda_1}{n+5} \,. \tag{6}$$

La relation entre λ_m et T était représentée par une hyperbole équilatère aux axes. L'équation 6 est encore celle d'une hyperbole équilatère; l'axe des λ_a est une asymptote; physiquement, ceci n'a pas de sens, puisque nos calculs ne s'appliquent qu'aux corps très chauds. Par contre, remarquons que λ_a est toujours supérieure à une constante. Les courbures des deux hyperboles sont d'ailleurs différentes.

Considérons maintenant la différence des longueurs d'onde du maximum vrai d'énergie λ_m et du maximum d'énergie apparente λ_a:

$$\Delta\lambda = \lambda_a - \lambda_m = \frac{n\,(5\,\mathrm{T}\lambda_1 - b)}{5\,\mathrm{T}\,(n+5)} = \frac{n\,(\lambda_1 - \lambda_m)}{n+5} \,.$$

Cette différence a le signe de $\lambda_1 - \lambda_m$. La longueur d'onde du maximum d'énergie apparente est comprise entre celle du maximum vrai et celle du maximum de sensibilité du récepteur considéré. Ce décalage du maximum décroit lorsque la température de la source augmente.

4. — *Maxima multiples.* — Il peut se produire, notamment dans le cas de la photographie, que le récepteur présente deux ou plusieurs maxima de sensibilité. On peut alors essayer de poser:

$$\sigma(\lambda) = \Sigma\sigma_i = \Sigma c_i \left(\frac{\lambda_i}{\lambda} e^{1-\frac{\lambda_i}{\lambda}}\right)^{n_i} .$$

La somme comporte autant d'addendes qu'il y a de maxima. Il vient alors:

$$\left(\frac{b}{\lambda_a \mathrm{T}} - 5\right)\Sigma\sigma_i + \Sigma n_i \sigma_i \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_a} - 1\right) = 0 \,,$$

où les σ_i dépendent exponentiellement de λ_a.

La complication apportée par l'existence de plusieurs maxima pour $\sigma(\lambda)$ est très grande. Nous n'examinerons pas davantage ce cas pour l'instant.

5. — *Cas du spectre de réfraction.* — Appelons $\lambda = \varphi(x)$ la relation entre l'abscisse x, mesurée sur le spectre, et la longueur d'onde. La quantité d'énergie apparente reçue par le récepteur au voisinage de l'abscisse x est:

$$e(\lambda)\,\sigma(\lambda)\,d\lambda = e(\varphi(x))\,\sigma(\varphi(x))\,\frac{d\varphi}{dx}\,dx\ .$$

L'abscisse du maximum d'énergie apparente dans le spectre satisfait à l'équation:

$$\frac{d}{dx}\left[e(\varphi(x))\,\sigma(\varphi(x))\,\frac{d\varphi}{dx}\right] = 0\ .$$

Le calcul ne pourra être poussé davantage que si la fonction $\varphi(x)$ est connue.

§ II. — Applications aux observations visuelles.

6. — *Longueurs d'ondes effectives visuelles.* — Plusieurs problèmes d'optique astronomique font intervenir la longueur d'onde du maximum d'énergie apparente: pouvoir séparateur, méthodes interférométriques. *A priori*, leur application devrait permettre des mesures colorimétriques. Cela serait vrai pratiquement si notre œil était un récepteur intégral ou presque intégral. En réalité, la longueur d'onde λ_a varie si peu que, dans l'état actuel de la technique des mesures et dans l'impossibilité où se trouve l'observateur d'assurer la constance de l'état de son œil, ces méthodes semblent incapables de fournir des résultats de quelque intérêt.

Dans les circonstances de l'observation astronomique, nous avons été conduit à poser [1]:

$$n = 49\ , \qquad \lambda_1 = 5.61.10^{-5}\ \text{cm.}$$

[1] Le problème de l'index de couleur, *loc. cit.*

Introduisons ces valeurs dans nos formules. Il vient:

$$\lambda_a = \frac{1,432}{54\,T} + \frac{49.5.61.10^{-5}}{54} \text{ cm}$$

$$= 5.09.10^{-5} + \frac{0.02652}{T} \text{ cm},$$

d'où les valeurs suivantes pour la longueur d'onde effective visuelle λ_v:

T	λ_v	T	λ_v
3000	$5,98 \times 10^{-5}$ cm	12000	$5,31 \times 10^{-5}$ cm
5000	5,62	15000	5,27
10000	5,36	18000	5,24

7. — *Digression sur la méthode colorimétrique visuelle.* — La couleur d'une étoile dépend, cela est bien connu, de sa température. On doit distinguer, dans l'échelle colorimétrique deux domaines: celui occupé par les étoiles froides, dont les teintes varient du rouge au jaune et qui occupent donc une position bien déterminée dans l'échelle des spectres, et celui des étoiles chaudes, qui sont blanches avec addition de bleu ou de jaune. La limite est constituée par la teinte qui correspond au maximum de sensibilité de l'œil. Or, la longueur d'onde de ce maximum est à fort peu près celle du maximum d'émission du soleil. Notre œil attribue donc une couleur simple, dans l'échelle spectrale, aux étoiles plus froides que le soleil. Le phénomène est beaucoup plus compliqué dans le cas des étoiles très chaudes. Il ne pourra être approfondi qu'après l'étude de la sensibilité de l'œil soumis au rayonnement d'une source plus chaude que le soleil ou à un rayonnement non purement thermique.

Dans le cas des étoiles froides, on peut se demander s'il y a une relation entre la longueur d'onde effective visuelle, que nous venons de calculer, la longueur d'onde correspondant à la teinte de l'étoile, et ce que nous appellerons la longueur d'onde colorimétrique λ_c de l'étoile. Nous définirons ainsi, la longueur d'onde du centre de gravité de l'aire limitée par l'axe des longueurs d'onde et la courbe de l'énergie apparente $e(\lambda)\,\sigma(\lambda)$.

On a évidemment:

$$\lambda_c = \frac{\int_0^\infty \lambda\, e(\lambda)\, \sigma(\lambda)\, d\lambda}{\int_0^\infty e(\lambda)\, \sigma(\lambda)\, d\lambda} .$$

Or [1]:

$$\int_0^\infty \lambda^{-5} e^{-\frac{b}{\lambda T}} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda} e^{1-\frac{\lambda_1}{\lambda}}\right) d\lambda = e^n \lambda_1^n \frac{(3+n)\,!}{\left(n\lambda_1 + \frac{b}{T}\right)^{4+n}} ;$$

d'où:

$$\lambda_c = \frac{(2+n)\,!\left(n\lambda_1 + \frac{b}{T}\right)^{4+n}}{(3+n)\,!\left(n\lambda_1 + \frac{b}{T}\right)^{3+n}} = \frac{n\lambda_1 + \frac{b}{T}}{3+n} = \frac{n+5}{n+3} \cdot \lambda_a .$$

La longueur d'onde colorimétrique et la longueur d'onde effective visuelle sont donc proportionnelles l'une à l'autre. Calculons maintenant λ_c:

T		Teinte
3000	6.2×10^{-5} cm	orangé-rouge
5000	5,8	jaune
10000	5,7	
12000	5,5	

Le résultat, vide de sens pour les étoiles chaudes, est satisfaisant pour les basses températures stellaires. Nos hypothèses sur la sensibilité de l'œil ne doivent donc pas être très erronées.

8. — *Constante de la réfraction.* — Rappelons que pour des distances zénithales z pas très grandes, la réfraction astronomique Δz est donnée par la formule:

$$\Delta z = \mu \operatorname{tg} z .$$

Même aux grandes distances zénithales, le problème est dominé par la constante μ, elle-même fonction de la couleur. Vue dans la lunette, l'étoile est une petit spectre vertical. Nous

[1] Le problème de l'index de couleur, *loc. cit*, § 20.

ferons l'hypothèse que l'on en pointe la région la plus brillante, et nous allons calculer la correction de réfraction à appliquer. Remarquons que, comme précédemment à propos de la colorimétrie, on pourrait supposer que l'on pointe le centre de gravité de l'image. Il ne semble pas qu'il y ait intérêt à introduire cette complication, puisque les longueurs d'ondes colorimétriques sont peu différentes des longueurs d'onde effectives.

Nous prendrons la correction de réfraction Δz comme variable indépendante x. Il nous faut maintenant trouver la relation entre x et la longueur d'onde λ.

Or la constante de la réfraction est en relation simple avec l'indice de réfraction de l'air:

$$\mu = n - 1 .$$

Quant à cet indice, il dépend de λ par la formule expérimentale suivante, suffisante dans le cas particulier [1]:

$$n = 1 + \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2} ,$$

avec

$$\alpha = 287{,}87 \,.\, 10^{-6} \qquad \text{et} \qquad \beta = 1{,}316 \,.\, 10^{-14} ,$$

si λ est exprimé en cm.

On tire de là:

$$x = \Delta z = \left(\alpha + \frac{\beta}{\lambda^2}\right) \operatorname{tg} z ,$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\beta \operatorname{tg} z}{x - a \operatorname{tg} z}} \quad \text{et} \quad \frac{d\lambda}{dx} = -\frac{1}{2}\sqrt{\beta \operatorname{tg} z}\,(x - a \operatorname{tg} z)^{-\frac{3}{2}} .$$

La densité d'énergie apparente est alors, au signe près:

$$\frac{dW'}{dx} = \frac{(x - \alpha \operatorname{tg} z)^{\frac{5}{2}}}{(\beta \operatorname{tg} z)^{\frac{5}{2}} e^{\frac{b\sqrt{x - \alpha \operatorname{tg} z}}{\sqrt{\beta \operatorname{tg} z}}}} \cdot \frac{(x - \alpha \operatorname{tg} z)^{\frac{n}{2}}}{(\beta \operatorname{tg} z)^{\frac{n}{2}}} \cdot e^{n - \frac{n\lambda_1 \sqrt{x - \alpha \operatorname{tg} z}}{\sqrt{\beta \operatorname{tg} z}}} \cdot \frac{\sqrt{\beta \operatorname{tg} z}}{2(x - a \operatorname{tg} z)^{\frac{3}{2}}} ,$$

[1] *Handtwörterbuch der Astronomie*, III, 2, p. 589 (1901).

expression à dériver par rapport à x. A un facteur constant près, cette dérivée est égale à celle de:

$$(x - \alpha \operatorname{tg} z)^{1+\frac{n}{2}} e^{-\frac{(b+n\mathrm{T}\lambda_1)\sqrt{x-\alpha \operatorname{tg} z}}{\sqrt{\beta \operatorname{tg} z}}} .$$

Le calcul donne:

$$(x - \alpha \operatorname{tg} z)^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{(b+n\mathrm{T}\lambda_1)\sqrt{x-\alpha \operatorname{tg} z}}{\mathrm{T}\sqrt{\beta \operatorname{tg} z}}} \left(1 + \frac{n}{2} - \sqrt{x - \alpha \operatorname{tg} z}\, \frac{b + n\mathrm{T}\lambda_1}{2\mathrm{T}\sqrt{\beta \operatorname{tg} z}}\right) = 0 .$$

Seul le dernier terme peut s'annuler:

$$\mathrm{T}(2 + n)\sqrt{\beta \operatorname{tg} z} = (b + n\mathrm{T}\lambda_1)\sqrt{x - \alpha \operatorname{tg} z} .$$

Résolvons, par rapport à x, il vient:

$$x = \left[\alpha + \frac{\beta \mathrm{T}^2 (2 + n)^2}{\alpha + n\mathrm{T}\lambda_1}\right] \operatorname{tg} z ,$$

d'où, pour la constante de la réfraction:

$$\mu = \alpha + \beta \left(\frac{2 + n}{\frac{b}{\mathrm{T}} + n\lambda_1}\right)^2 .$$

Faisons comme précédemment:

$$n = 49 \qquad \text{et} \qquad \lambda_1 = 5{,}61 \,.\, 10^{-5} \text{ cm.}$$

Il vient:

$$\mu = 287{,}87 \,.\, 10^{-6} + 1{,}314 \left(\frac{51}{\frac{1{,}432}{\mathrm{T}} + 49 \cdot 5{,}61 \,.\, 10^{-5}}\right)^2 . 10^{-14} ;$$

d'où les valeurs:

T	3000	5000	8000	10000	12000
μ	$291{,}15 \,.\, 10^{-6}$	291.58	291.86	291.96	292.03

T	15000	18000
μ	292.09	292.14

De 3000 à 18000 degrés, la réfraction varie donc d'environ $^1/_{300}$ de sa valeur. Elle vaut sensiblement 60″ à 45° du zénith. Dans ces circonstances, la variation de réfraction serait de 0,2″. La réfraction atmosphérique est pratiquement indépendante de l'étoile, tant que la distance zénithale est inférieure à 45°. La couleur de l'étoile peut avoir un effet sensible dans des circonstances moins favorables et jouer un rôle fort délicat dans les mesures d'étoiles doubles dont les composantes ont des températres très différentes.

§ III. — Applications aux observations photographiques.

9. — *Longueurs d'ondes effectives.* — Rappelons qu'on appelle ainsi la longueur d'onde du maximum d'énergie apparente d'un spectre stellaire, observé photographiquement. On peut aussi considérer, à un point de vue un peu différent, que la longueur d'onde efficace est celle du centre de gravité d'un spectre normal de l'étoile considérée. Si la première définition est celle de λ_a, la seconde n'est autre que celle de notre longueur d'onde colorimétrique. Or, ces deux quantités sont proportionnelles l'une à l'autre, et leur rapport est peu différent de 1. Nous adopterons la première définition.

On détermine généralement les longueurs d'onde effectives en photographiant une région céleste au moyen d'un système objectif muni d'un réseau à grande période. L'image géométrique est accompagnée de spectres de diffraction (le premier ordre est généralement seul observé) d'autant plus écartés l'un de l'autre et de l'image principale que l'étoile est plus rouge.

L'expérience a montré que si l'on utilise un réfracteur photographique, le résultat dépend dans une mesure sensible de la mise au point et surtout de l'allure du spectre secondaire de l'objectif. L'espèce de plaques utilisées joue aussi un rôle essentiel.

On a éliminé l'influence du spectre secondaire en utilisant un réflecteur. L'effet de la sensibilité spectrale de la plaque reste entier. Nous nous proposons de l'étudier ci-dessous.

Admettons donc pour les constantes de sensibilité des plaques celles que nous a fourni l'étude de l'index de couleur, soit:

$$n = 49, \text{ comme pour l'œil,} \qquad \text{et} \qquad \lambda_1 = 3{,}94 \times 10^{-5} \text{ cm} .$$

Ces valeurs donnent, pour la longueur d'onde effective, la formule ci-après, d'où les valeurs du tableau (colonne 4). Nous avons admis l'échelle de température de M. Graff, qui nous a déjà servi dans le mémoire cité ci-dessus. Enfin, la colonne 5 donne les valeurs de la longueur d'onde effective déterminées à Greenwich par MM. Davidson et Martin au moyen d'un réflecteur [1].

$$\lambda_a = 3{,}58 \,.\, 10^{-5} + \frac{0.02652}{T}$$

Type spectral	Température	λ_m	λ_a (calculé)	$\lambda_{eff.}$ (observé)
B_0	18300	$1{,}565 \times 10^{-5}$ cm	$3{,}72 \times 10^{-5}$ cm	$4{,}105 \times 10^{-5}$ cm
B_5	13700	2,090	3,77	4,186
A_0	11000	2,602	3,82	4,250
A_5	9100	3,147	3,87	4,270
F_0	7700	3,719	3,92	4,278
F_5	6700	4,275	3,98	4,292
G_0	5900	4,854	4,03	4,320
G_5	5300	5,404	4,08	4,396
K_0	4600	6,226	4,16	4,474
K_5	4200	6,819	4,21	4,540
M_0	3800	7,537	4,28	4,580

L'ordre de grandeur du résultat théorique coïncide bien avec celui des valeurs expérimentales, surtout si l'on tient compte du fait que les constantes de sensibilité des plaques ont été choisies de façon très arbitraire, c'est-à-dire pour satisfaire le mieux possible à une certaine échelle d'index de couleur. On adopte souvent, pour longueur d'onde du maximum de sensibilité des plaques photographiques, la valeur indiquée par M. Brill: $4{,}25 \times 10^{-5}$ cm [2]. Ceci montre l'incertitude qui règne encore dans ces domaines.

[1] *Monthly Notices*, déc. 1924.
[2] *Astronomische Nachrichten*, 219, 5254, (1923).

Les valeurs calculées du tableau précédent sont toutes inférieures aux valeurs observées, et cela d'une quantité de l'ordre de 0,3 à 0,4 $\times 10^{-5}$ cm. La cause en est facile à voir: rappelons que si les longueurs d'onde λ_a et λ_m sont égales entre elles, elles le sont aussi à λ_1. Cette égalité se produit entre les types F_5 et G_0, au voisinage de la longueur d'onde 4,30 $\times 10^{-5}$ cm. Le maximum de sensibilité des plaques en question doit donc avoir lieu pour cette valeur de λ, qui, remarquons-le, diffère peu de celle choisie par M. Brill.

La variation des quantités calculées est supérieure à la variation réelle. Cela dénote que l'acuité admise pour le maximum de la courbe de sensibilité est inférieure à l'acuité réelle. Pour déterminer la nouvelle valeur à choisir pour n, résolvons l'équation 5 par rapport à n. Remplaçons-y λ_a par λ_{eff} et introduisons les valeurs du tableau. En groupant les équations on trouve pour n une valeur qui ne saurait être très différente de 60. Refaisons donc le calcul avec:

$$n = 60 \qquad \text{et} \qquad \lambda_1 = 4{,}30 \times 10^{-5} \text{ cm} .$$

Il vient:

$$\lambda_a = 3{,}969 \,.\, 10^{-5} + \frac{0.02203}{T} \text{ cm} ,$$

formule qui fournit les valeurs suivantes:

Type	λ_a	Résidus
B_0	4,089 $\times 10^{-5}$ cm	+ 16 $\times 10^{-8}$ cm
B_5	4,130	+ 56
A_0	4,169	+ 81
A_5	4,211	+ 59
F_0	4,255	+ 23
F_5	4,298	— 6
G_0	4,342	— 22
G_5	4,385	+ 11
K_0	4,448	+ 26
K_5	4,494	+ 46
M_0	4,549	+ 31

Le résultat est beaucoup meilleur. On peut enfin chercher à améliorer encore la théorie en calculant, par la méthode des

moindres carrés, les valeurs les plus favorables à admettre pour nos deux constantes.

Pour cela, différentions la formule 6 en y considérant n et λ_1 comme variables indépendantes. Il vient:

$$d\lambda_a = \frac{n}{n+5} d\lambda_1 + \frac{5\lambda_1 - \frac{b}{T}}{(n+5)^2} dn$$

$$= 0{,}923\, d\lambda_1 + \left(5{,}09\,.\,10^{-8} - \frac{0{,}00339}{T}\right) dn\ .$$

Le tableau précédent fournit alors les équations de condition suivantes pour dn et $d\lambda_1$.

+ 16	= 923 . $10^5 . d\lambda_1$	— 13,43 dn
+ 56		— 19,65
+ 81		— 25.72
+ 59		— 32.16
+ 23		— 38,94
— 6		— 45,51
— 22		— 52,37
+ 11		— 58,87
+ 26		— 68,61
+ 46		— 75,62
+ 31		— 84,12

Le coefficient de $d\lambda_1$ est constant. Formons l'équation moyenne, soustrayons-la de chacune des équations précédentes, puis traitons chacune des équations restantes suivant le procédé classique. On trouve:

$$dn = +\ 0{,}32 \qquad \text{et} \qquad d\lambda_1 = +\ 0{,}048\,.\,10^{-5}\ .$$

Les valeurs définitives des constantes de sensibilité des plaques sont donc:

$$n = 60{,}3 \qquad \text{et} \qquad \lambda_1 = 4{,}35\,.\,10^{-5}\ \text{cm}\ .$$

La formule donnant λ_a est alors:

$$\lambda_a = 4{,}017\,.\,10^{-5} + \frac{0{,}02193}{T}\ \text{cm}\ ,$$

d'où les valeurs numériques suivantes:

Type	λ_a	Résidus
B_0	$4{,}137 \,.\, 10^{-5}$ cm	$-32 \,.\, 10^{-8}$ cm
B_5	4,177	+ 9
A_0	4,216	+ 34
A_5	4,258	+ 12
F_0	4,292	— 14
F_5	4,344	— 52
G_0	4,389	— 69
G_5	4,431	— 35
K_0	4,494	— 20
K_5	4,539	+ 1
M_0	4,594	— 14

L'amélioration est à peine sensible. Les signes des résidus ont un caractère systématique très net.

Différentions λ_a par rapport à T:

$$d\lambda_a = -\frac{0.02193}{T^2} dT \,.$$

Le coefficient de dT est très petit. Des erreurs sur l'échelle des températures ne semblent pas capables d'expliquer entièrement les résidus. L'absorption atmosphérique permet peut-être de justifier tout ou partie des résidus positifs trouvés pour les étoiles chaudes; l'absorption, plus intense dans l'ultra-violet doit tendre à augmenter les longueurs d'onde effectives observées pour ces astres.

10. — *Spectrogrammes obtenus au prisme-objectif.* — Le problème est un cas particulier de spectre non normal. Comme relation entre l'abscisse lue et la longueur d'onde, on pourrait prendre la formule d'Hartmann. Celle-ci a l'inconvénient d'être une formule d'interpolation et de ne pas se prêter facilement à des déterminations absolues.

Nous allons traiter le problème d'une façon plus rationnelle, dans le cas où l'angle du prisme est petit. On peut alors poser entre l'indice de réfraction n et la déviation δ la relation:

$$\delta = A\,(n - 1)$$

où A est l'angle du prisme.

D'autre part, l'indice est lié à la longueur d'onde par une expression de la forme:

$$n = \sqrt{\alpha + \frac{\beta}{\lambda^2}} .$$

Or les variations d'abscisses sur le spectrogramme sont proportionnelles à la déviation et à la distance focale f. Dans ces circonstances, on peut poser, A étant exprimé en radians:

$$x - x_0 = \mathrm{A}f\left(-1 + \sqrt{\alpha + \frac{\beta}{\lambda^2}}\right) ,$$

d'où la valeur de $\lambda = \varphi(x)$:

$$\lambda = \mathrm{A}f\sqrt{\frac{\beta}{(x - x_0 + \mathrm{A}f)^2 - \mathrm{A}^2 f^2 \alpha^2}} .$$

On termine le calcul, qui ne présente pas de difficulté, comme au n° 8, et on trouve:

$$\left(\frac{n}{2} + 1\right)^2 \frac{\mathrm{A}^2 f^2 \mathrm{T}^2 \beta}{(n\lambda_1 \mathrm{T} + b)^2} = (x_m - x_0 + \mathrm{A}f)^2 - \mathrm{A}^2 f^2 \alpha^2 .$$

x_m est l'abscisse du maximum d'énergie apparente. Nous ne disposons pas de valeurs expérimentales à confronter avec la théorie. Il est donc inutile, pour l'instant, de pousser le calcul plus loin.

Cependant le problème mériterait peut-être d'être repris pour être appliqué à la détermination des longueurs d'onde effectives, au moyen d'un prisme-objectif. L'emploi du réseau présente en effet de graves inconvénients du point de vue de la luminosité. On utilise généralement un réseau où les pleins ont même largeur que les vides. Dans ces circonstances, la quantité de lumière, reçue par un spectre de diffraction du premier ordre, est réduite d'environ 2,5 magnitudes par rapport à la lumière de l'image obtenue sans réseau [1]. Cela conduit à tripler le diamètre du système objectif.

Si, au contraire, on pouvait concentrer toute la lumière sur un spectre unique, de petits instruments permettraient d'obtenir

[1] BOSLER, *Astrophysique* (1928), p. 74.

des résultats intéressants. La difficulté est dans l'obtention des repères. Nous avons montré qu'un appareil constitué par deux prismes et deux objectifs identiques, ou mieux de deux prismes et de deux miroirs paraboliques permettrait d'obtenir ces repères [2].

11. — *Réfraction astrophotographique.* — Nous ne referons pas ici les calculs du n° 8. Contentons-nous d'examiner l'effet qualitatif d'une variation de la longueur d'onde du maximum de sensibilité du récepteur.

Nous avons obtenu, pour la constante de la réfraction, l'expression:

$$\mu = \alpha + \beta \left(\frac{2 + n}{\frac{b}{T} + n\lambda_1} \right)^2 .$$

Si λ_1 diminue, l'importance relative du terme variable $\frac{b}{T}$ augmente. La variation de la réfraction astronomique, avec la température de l'étoile, est donc plus considérable, dans le cas de la photographie, que pour l'œil. Il est de toute importance, même pour les besoins de l'astrométrie, que la sensibilité spectrale des plaques utilisées soit bien connue, ceci sans préjudice des avantages que l'astrophysique retirera de cette étude.

[2] P. Rossier, Sur l'utilisation du prisme-objectif pour la détermination des vitesses radiales, *Archives* (5), 10, p. 280 (1928); le même dans *Publications de l'Observatoire de Genève*, fascicule 5.

Observatoire de Genève.